МЕХАНИКА

В философии:

Материя – это объективная реальность,

которая отображается нашими ощущениями и существует независимо от них

Движение – изменение вообще

В физике:

Материя – вещество, *поле*

Движение – изменение положения в пространстве

с течением времени

МЕХАНИКА

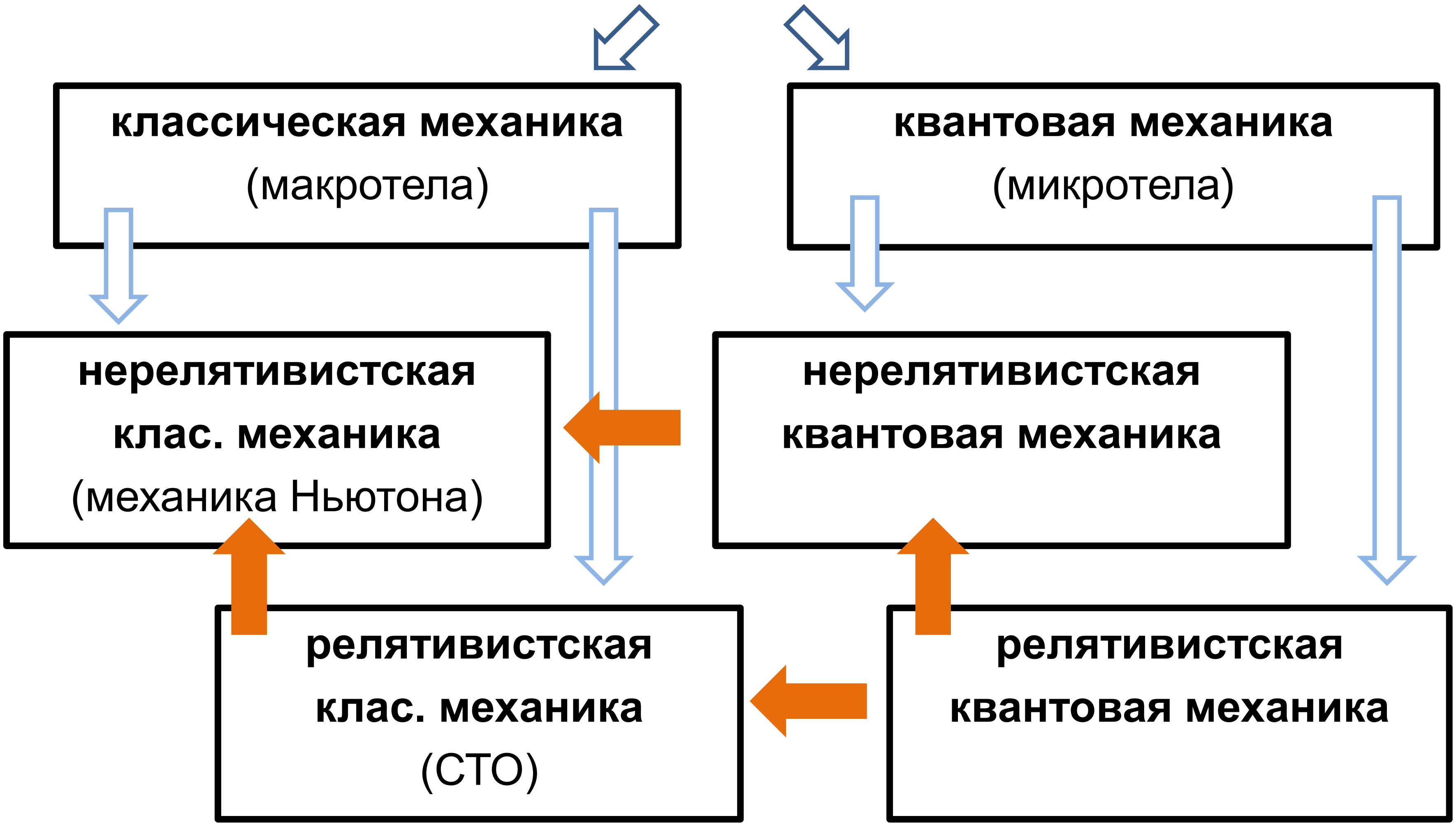
Механическое движение – изменение с течением времени **взаимного** расположения тел или их частей

Механика – раздел физики, изучающий движение тел в пространстве и во времени,

или

наука, изучающая закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение

МЕХАНИКА


классическая механика
(макротела)
квантовая механика
(микротела)
нерелятивистская
клас. механика
(механика Ньютона)
нерелятивистская
квантовая механика
релятивистская
клас. механика
(СТО)
релятивистская
квантовая механика

МЕХАНИКА НЬЮТОНА

Кинематика (*от греческого слова kinema – движение*) изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение вызывают

Динамика (*от греческого dynamis – сила*) изучает движение тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение

Статика (*от греческого statike – равновесие*) изучает законы равновесия тел.

Законы статики являются частным случаем законов динамики

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Теоретическая механика – наука об общих законах механических взаимодействий между материальными телами, а также об общих законах движения тел по отношению друг к другу…

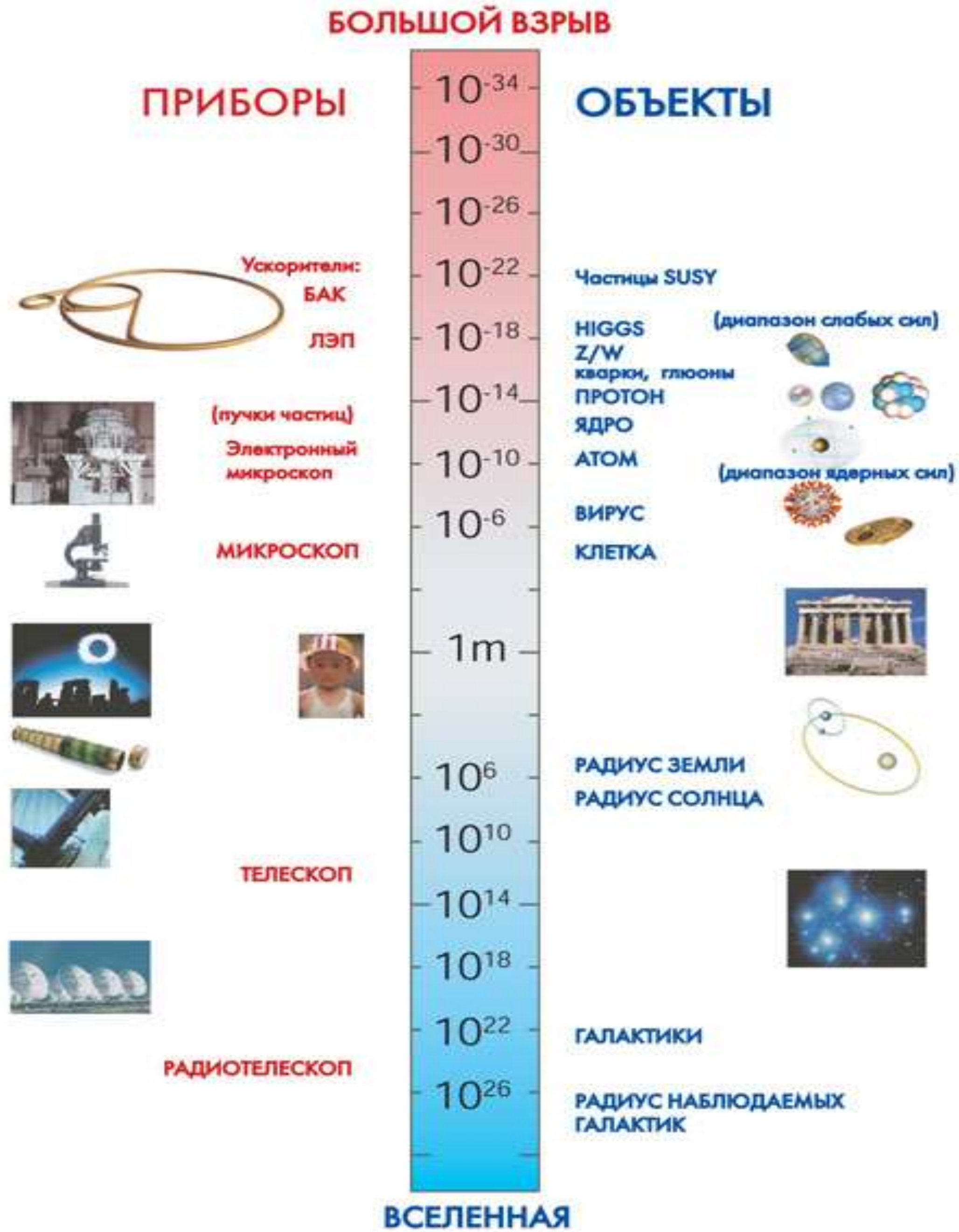
Теоретическая механика, преподаваемая в техническом вузе, содержит три раздела: **кинематику**, **статику** и **динамику**…

Целью изучения дисциплины «Теоретическая механика» является формирование необходимой базы знаний для изучения других технических дисциплин по профилю будущей профессиональной деятельности, таких как **сопротивление материалов** и **теория механизмов и машин**…

Задачами курса теоретической механики являются:

выработка **практических навыков решения задач** механики путем изучения **методов и алгоритмов построения математических моделей** движения или состояния рассматриваемых механических систем, а также методов исследования этих математических моделей;

воспитание естественнонаучного мировоззрения на базе изучения основных законов природы и механики…


БОЛЬШОЙ ВЗРЫВ
ПРИБОРЫ
ОБЪЕКТЫ
10^{-34}
10^{-30}
10^{-26}
10^{-22}
10^{-18}
10^{-14}
10^{-10}
10^{-6}
1m
10^{6}
10^{10}
10^{14}
10^{18}
10^{22}
10^{26}
Ускорители:
БАК
ЛЭП
(пучки частиц)
Электронный микроскоп
МИКРОСКОП
ТЕЛЕСКОП
РАДИОТЕЛЕСКОП
Частицы SUSY
HIGGS
Z/W
кварки, глюоны
ПРОТОН
ЯДРО
АТОМ
(диапазон слабых сил)
(диапазон ядерных сил)
ВИРУС
КЛЕТКА
РАДИУС ЗЕМЛИ
РАДИУС СОЛНЦА
ГАЛАКТИКИ
РАДИУС НАБЛЮДАЕМЫХ ГАЛАКТИК
ВСЕЛЕННАЯ

Физические модели

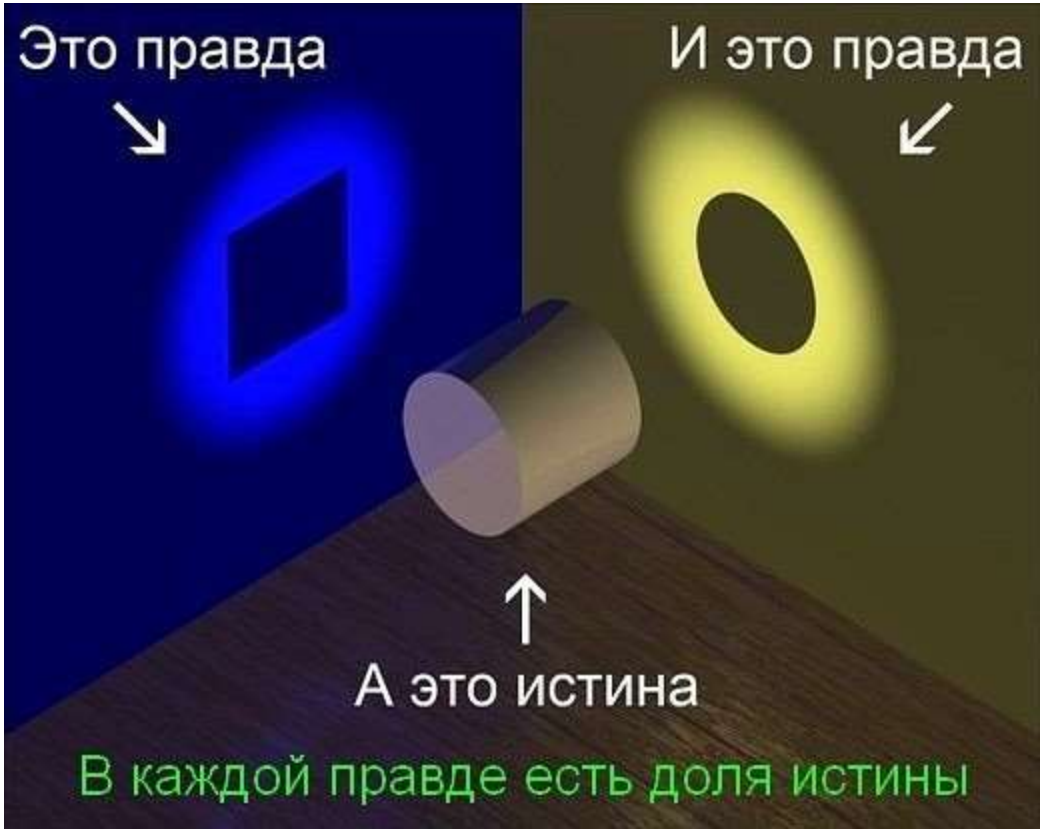
Математика – логически замкнутая дисциплина, имеющая дело с абстрактными объектами и понятиями, подчиняющимися определенной системе аксиом

В физике математические понятия и объекты должны появляться как абстракции реальных объектов или процессов природы

Всякое теоретическое исследование, даже выполненное **математически строго**, никогда **не может считаться** и **физически строгим**

Задача физики: создание в нашем сознании такой **картины физического мира**, которая наиболее полно **отражает свойства мира** и обеспечивает такие **соотношения между элементами модели**, какие существуют между элементами внешнего мира

Физические модели



Физические модели

Материальная точка – тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь
Трофимова Т.И. «Курс физики»

Материальная точка – физическая модель тела, обладающего массой; размерами, формой, вращением и внутренней структурой которого можно пренебречь **в условиях данной задачи**. Положение материальной точки в пространстве определяется как положение **геометрической** точки

Материальная точка – геометрическая точка, которой поставлен в соответствие скаляр, называемый массой: ($\boldsymbol{r}$, m), где $\boldsymbol{r}$ – вектор в евклидовом пространстве, отнесённом к какой-либо декартовой системе координат

МЕХАНИКА НЬЮТОНА

Пространство – **евклидово**, **абсолютно**, **однородно** и **изотропно**

Время – **абсолютно** и **едино** или **однородно,** *и изотропно*

Пространство однородно $\longrightarrow$ инвариантность по отношению к параллельному переносу $\longrightarrow$ сохранение импульса

Пространство изотропно $\longrightarrow$ инвариантность по отношению к повороту $\longrightarrow$ сохранение момента импульса

КИНЕМАТИКА

Система отсчета

Система отсчета

Движение тел относительно. Определить положение тела можно только ***по отношению к другим телам***

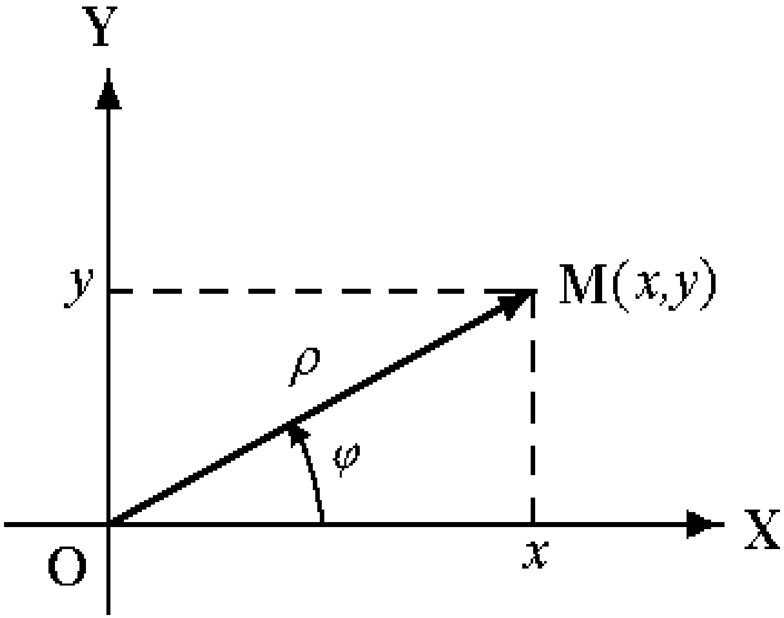
Тело, по отношению к которому рассматривается движение других тел, называется **телом отсчета**

Системой координат называют правило, по которому каждой точке пространства можно поставить в соответствие n чисел, называемых **координатами**

Минимальное число координат, необходимое для описания положения точки в пространстве, называют **размерностью пространства**

Система отсчета

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ



а) **Прямоугольная декартова система координат**

$$\{x, y\} \qquad dS = dxdy$$

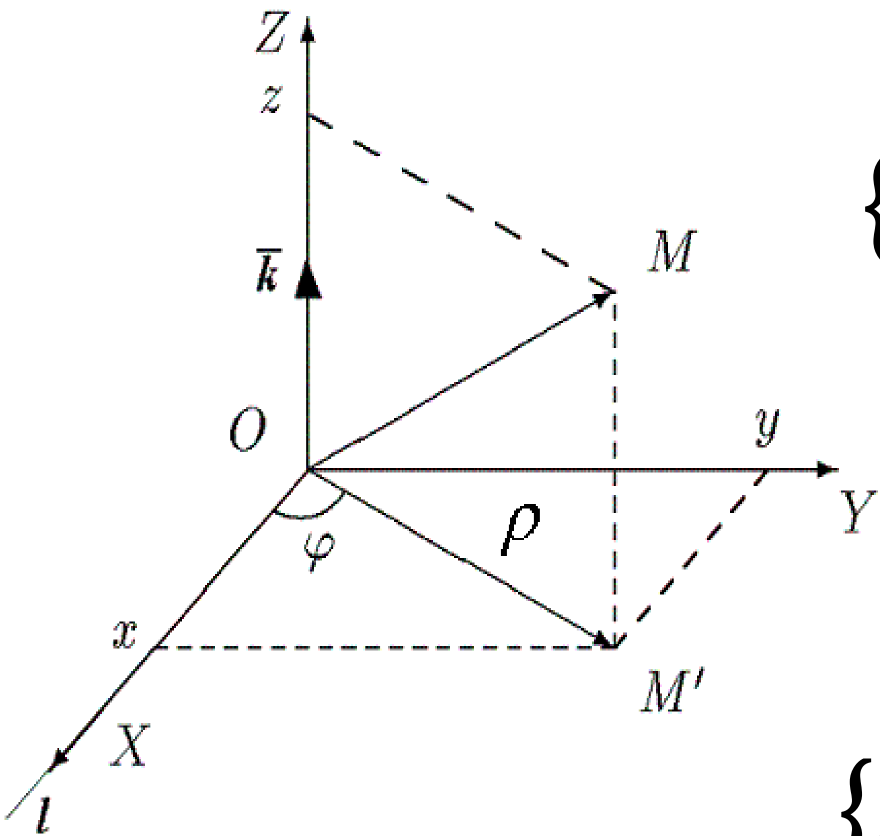
б) **Полярная система координат**

$$\{\rho, \varphi\} \qquad dS = \rho d\rho d\varphi$$

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}$$

Система отсчета

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ



а) **Прямоугольная декартова система координат**

$$\{x, y, z\} \qquad dV = dxdydz$$

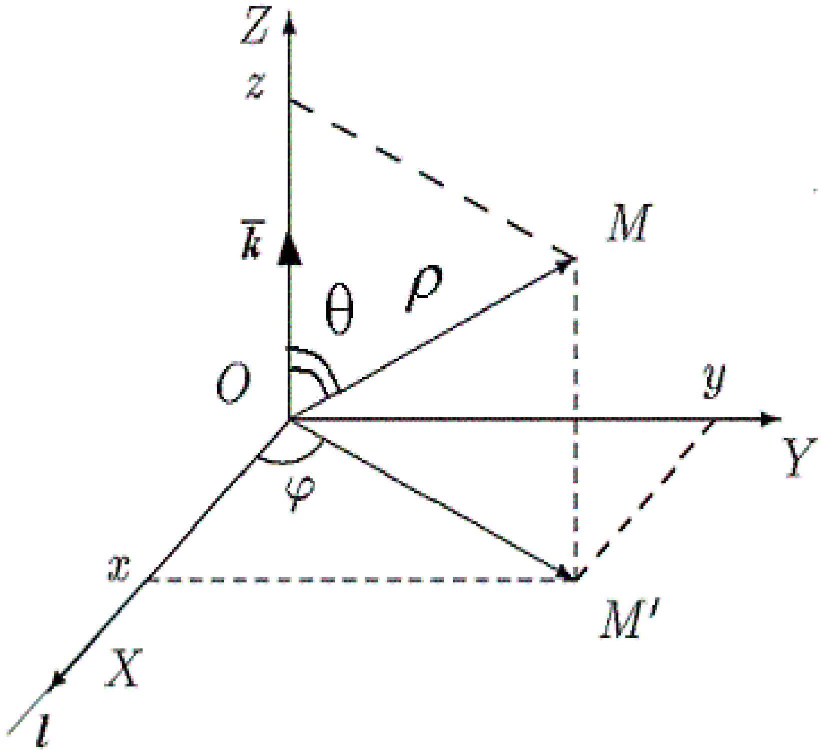
б) **Цилиндрическая система координат**

$$dV = \rho d\rho d\varphi dz$$

$$\{\rho, \varphi, z\} \qquad \begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$$

Система отсчета

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ



в) **Сферическая система координат** $\{\rho,\theta,\varphi\}$

$$dV = \rho^2 \sin\theta d\rho d\varphi d\theta$$

$$\begin{cases} x = \rho\sin\theta\cos\varphi \\ y = \rho\sin\theta\sin\varphi \\ z = \rho\cos\theta \end{cases}$$

Тело отсчета + Система координат + Часы

Система отсчета – совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов

http://aislepkov.phys.msu.ru/?page_id=1211 (20:40)

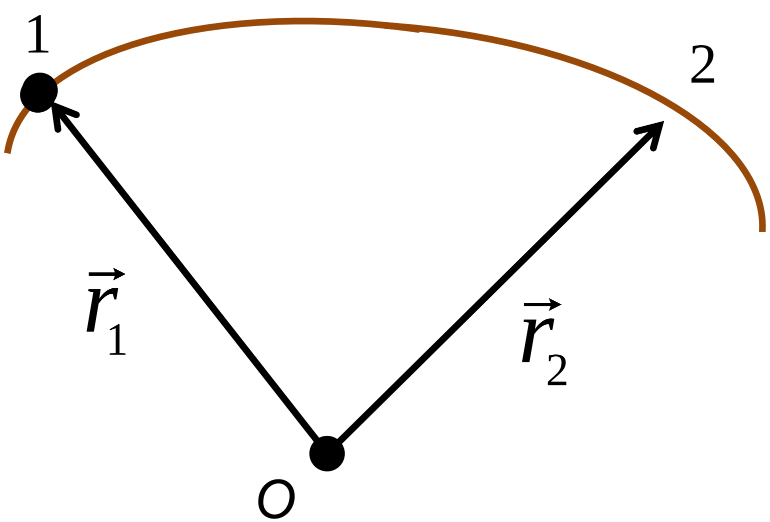
КИНЕМАТИКА

Способы описания движения

Способы описания движения

(векторный, координатный, естественный)

ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ



Положение точки задается радиусом-вектором

Радиус-вектор – вектор, проведенный из начала отсчета в данную точку

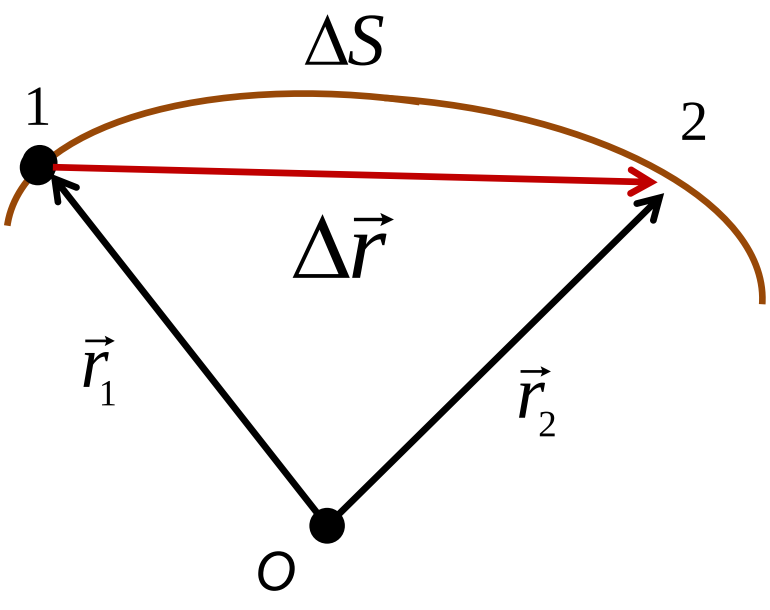
Кинематическое уравнение движения или **закон движения** материальной точки:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$$

Способы описания движения
ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Перемещение – вектор, проведенный из начального положения точки в конечное положение: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Перемещение является приращением радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени



Длина пути – длина участка траектории между начальным и конечным положениями

ΔS – скаляр

$\Delta\vec{r}$ – вектор

Способы описания движения

ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

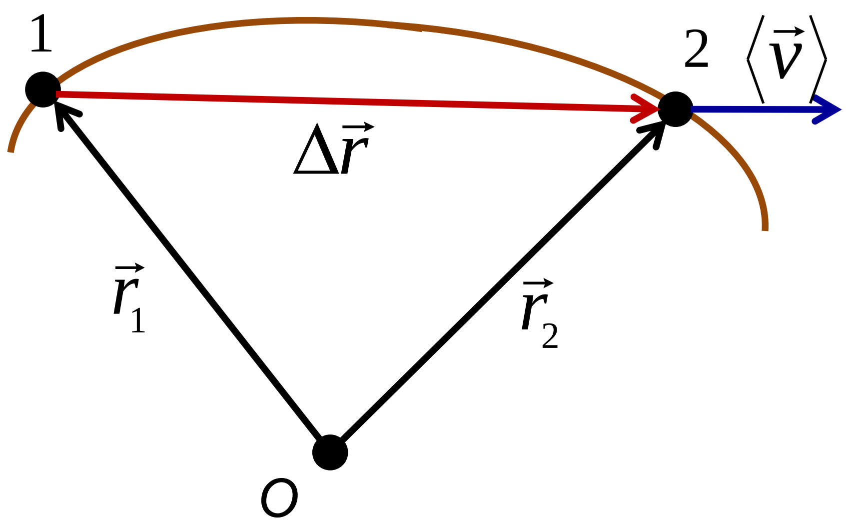
При прямолинейном движении: $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta S$

При криволинейном движении: $\left|\Delta\vec{r}\right| < \Delta S$

При перемещении в течение бесконечно малого промежутка времени:

$$\left|d\vec{r}\right| = dS$$

Способы описания движения
ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ



Средний вектор скорости (средняя скорость перемещения, средняя скорость) :

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения

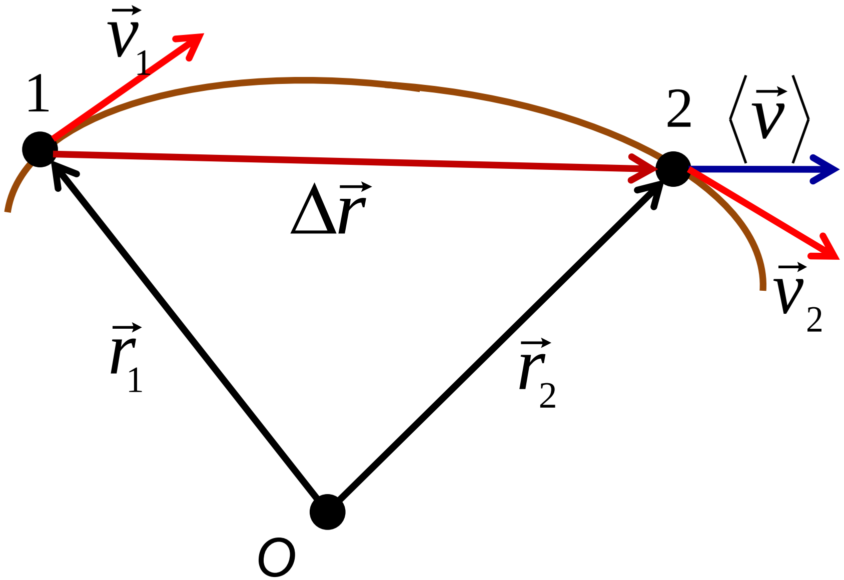
Модуль среднего вектора скорости (модуль средней скорости перемещения):

$$\left|\langle\vec{v}\rangle\right| = \frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta t}$$

Средняя (путевая) скорость (вдоль пути):

$$\langle v\rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Способы описания движения
ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ



Мгновенная скорость:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения

Скорость показывает быстроту изменения положения радиус-вектора при движении материальной точки в пространстве

Модуль мгновенной скорости:

$$v = |\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$$

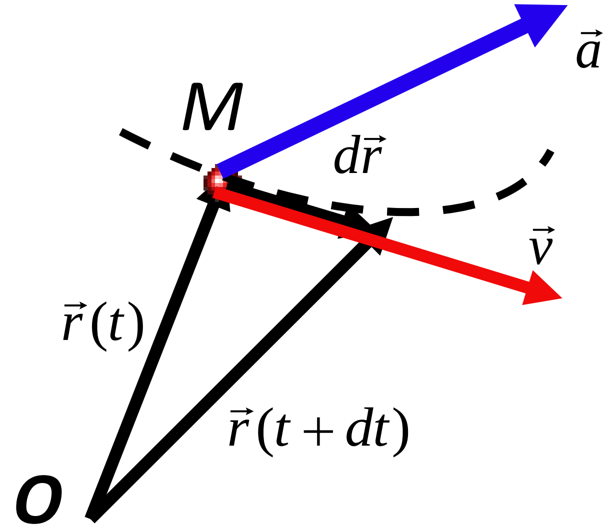
показывает быстроту возрастания пути, пройденного материальной точкой, со временем

Способы описания движения

ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Мгновенное ускорение:

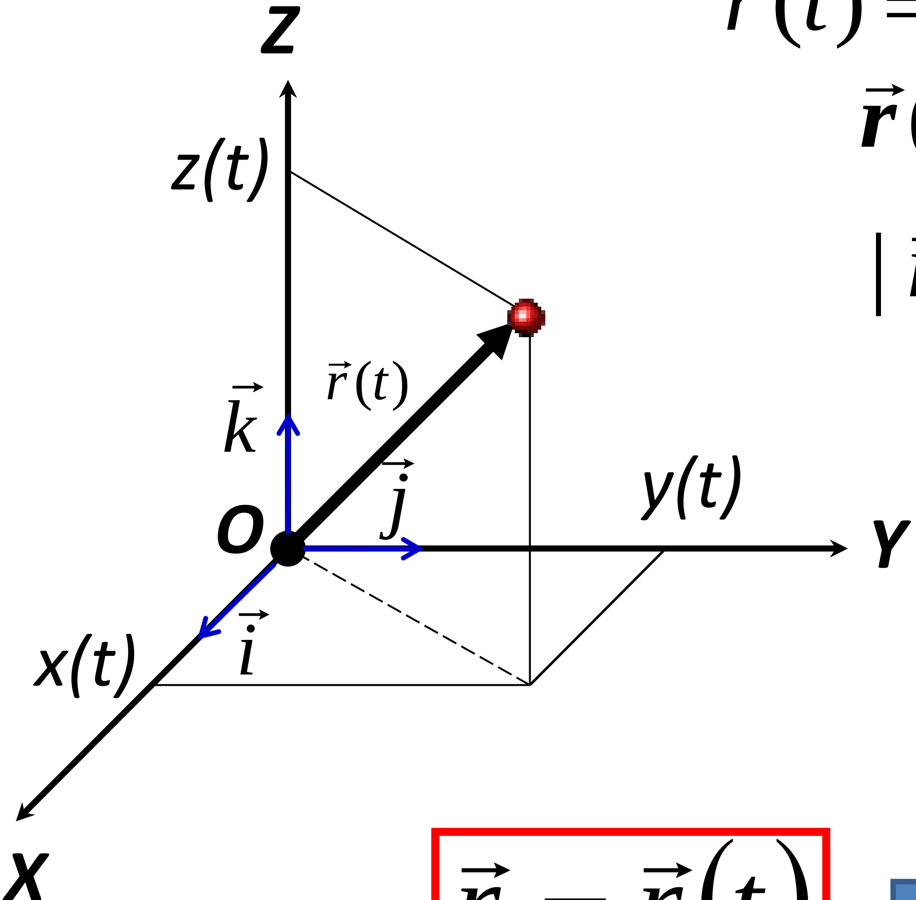
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$



В отличие от вектора скорости, который всегда направлен по касательной к траектории, **вектор ускорения не зависит от направления движения материальной точки**

Аналогично скорости, **ускорение показывает быстроту изменения вектора скорости** при движении материальной точки в пространстве

Способы описания движения
КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ



$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{r}(t) = \left(x(t), y(t), z(t)\right)$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Кинематические уравнения движения или **закон движения** материальной точки:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}(t)}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}}$$

Способы описания движения
КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\begin{cases} v_x = dx(t)/dt \\ v_y = dy(t)/dt \\ v_z = dz(t)/dt \end{cases} \qquad \begin{cases} a_x = dv_x(t)/dt = d^2x(t)/dt^2 \\ a_y = dv_y(t)/dt = d^2y(t)/dt^2 \\ a_z = dv_z(t)/dt = d^2z(t)/dt^2 \end{cases}$$

Способы описания движения
КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Траектория – это линия в пространстве, вдоль которой движется материальная точка

Траектория точки – геометрическое место концов радиуса-вектора

Траектория – понятие относительное

Закон движения точки:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

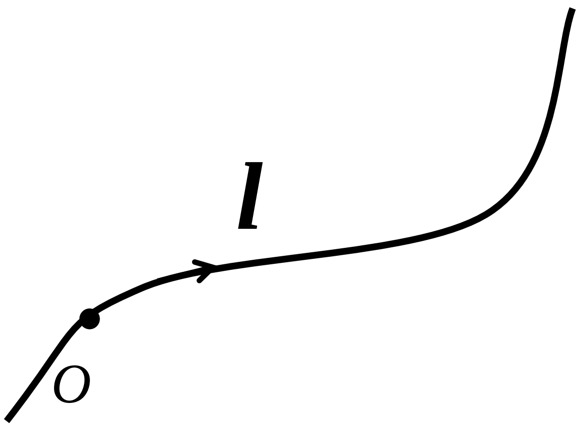
Уравнение траектории движения материальной точки:

$$\boxed{f(x, y, z) = 0}$$

Способы описания движения

ЕСТЕСТВЕННЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Этот способ применяют тогда, когда траектория точки известна заранее



Положение точки определятся **дуговой координатой** – расстоянием вдоль траектории от выбранного начала отсчета

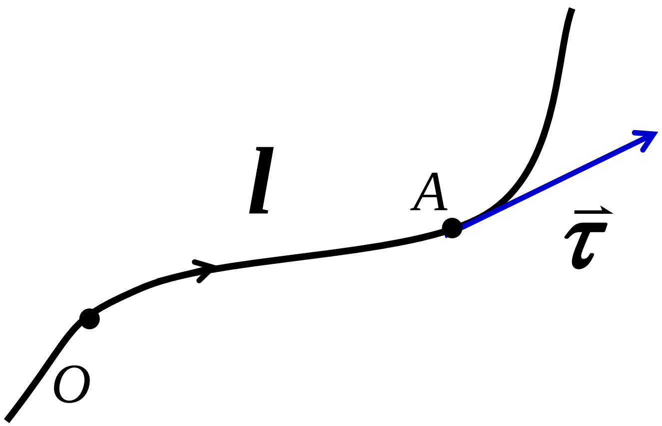
Движение точки определено, если известны

1. ее траектория,
2. начало отсчета,
3. положительное направление отсчета дуговой координаты
4. и **закон движения точки**

$$\boxed{l = l(t)}$$

Способы описания движения

ЕСТЕСТВЕННЫЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ



$\vec{\tau}$ – единичный вектор, связанный с движущейся точкой и направленный по касательной к траектории в сторону возрастания дуговой координаты

$\vec{\tau}$ – **переменный** вектор

Вектор скорости направлен по касательной к траектории

$$\vec{v} = v\vec{\tau} \qquad v = \frac{dl}{dt}$$

КИНЕМАТИКА

Абсолютно твердое тело

Абсолютно твердое тело

(Абсолютно) твердое тело (АТТ) – это система материальных точек, расстояние между которыми не меняется в процессе движения

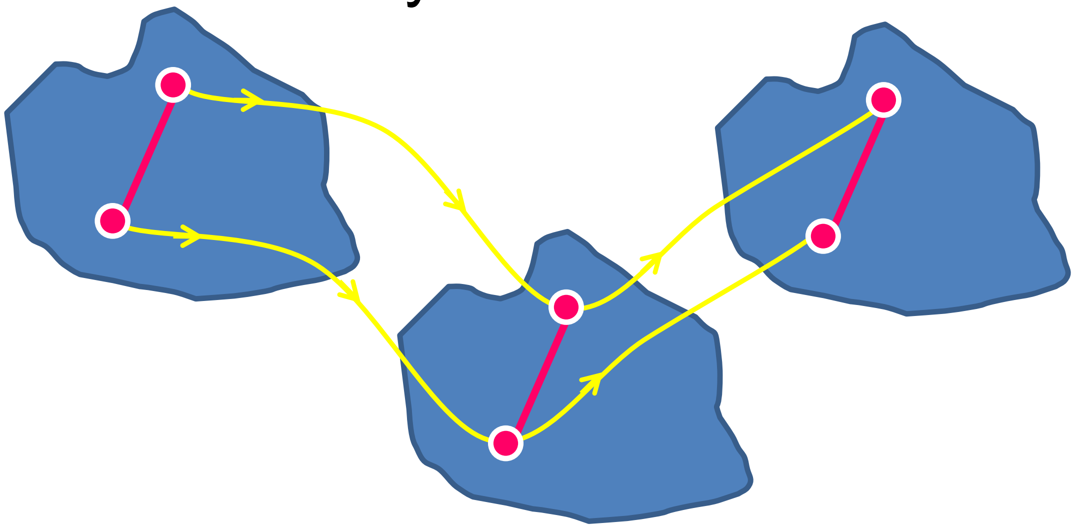
Реальное тело можно считать абсолютно твердым, если в условиях рассматриваемой задачи его деформации пренебрежимо малы

ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

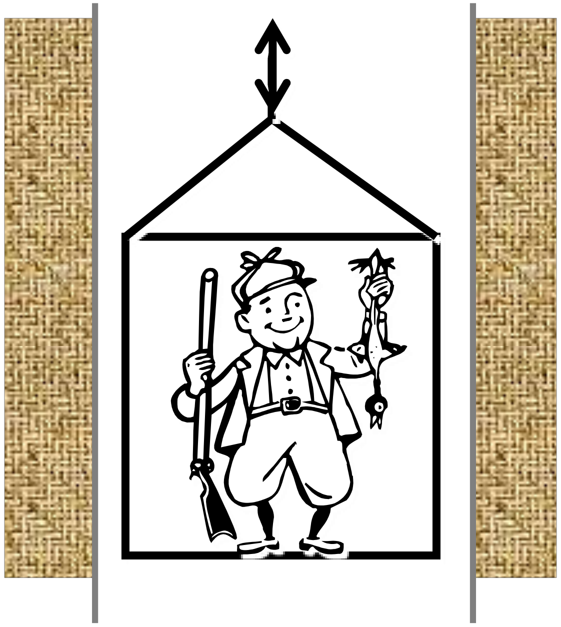
1. **Поступательное движение**
2. **Вращательное движение** (вокруг неподвижной оси)
3. Плоско-параллельное (плоское) движение
4. Сферическое движение
   (движение вокруг неподвижной точки)
5. Общий случай движения твердого тела
   (свободное движение)

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Поступательное движение – это такое движение, при котором любая прямая, связанная с телом, во время движения остается параллельной своему первоначальному положению



Поступательное движение не следует смешивать с прямолинейным.
При поступательном движении тела траектории его точек могут быть любыми кривыми линиями



ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Теорема

При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения

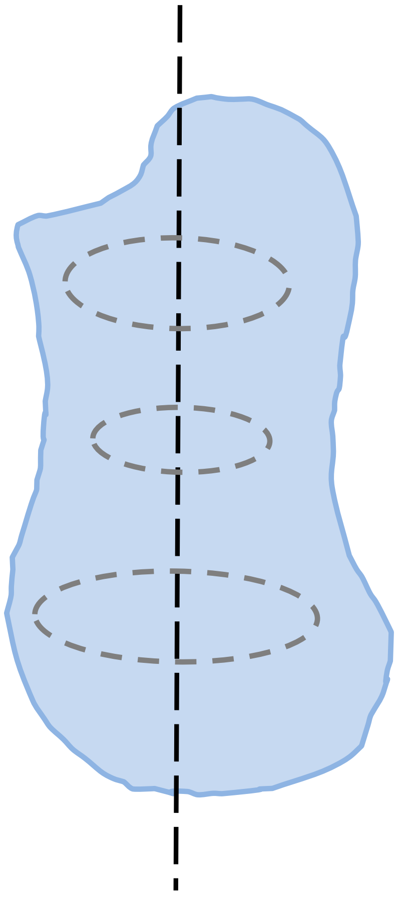
Следствие

Изучение поступательного движения АТТ сводится к задаче кинематики материальной точки

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

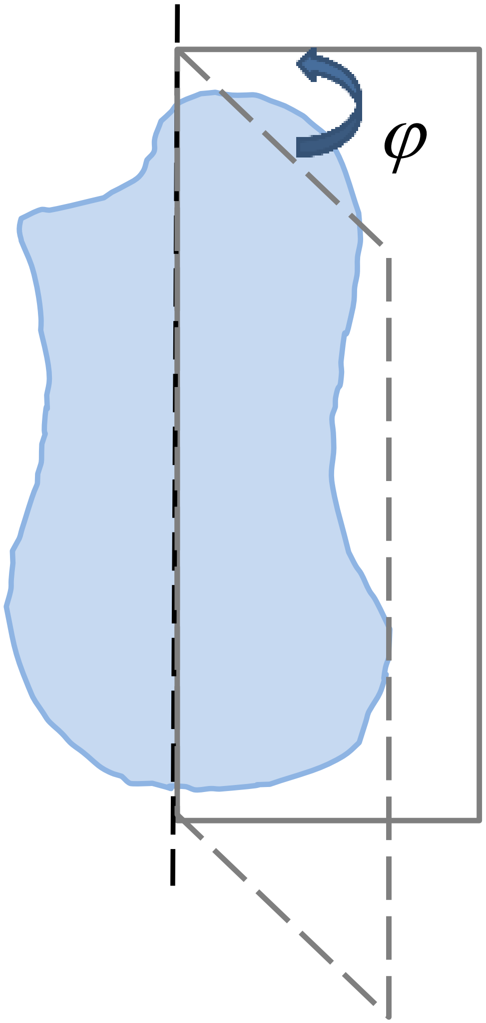
Движение твердого тела с двумя неподвижными точками называется **вращательным движением абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси**

Прямая, точки которой остаются неподвижными, называется **осью вращения**



При вращении твердого тела все точки тела описывают **окружности, расположенные в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и с центрами на ней**

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

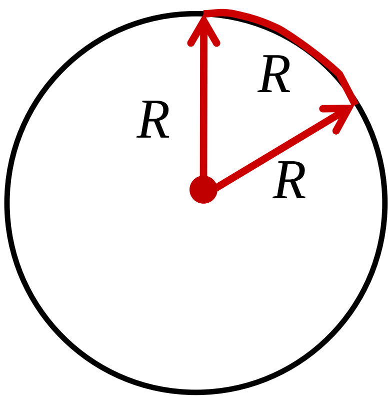


Положение тела однозначно определяется заданием угла поворота

Кинематическое уравнение вращательного движения

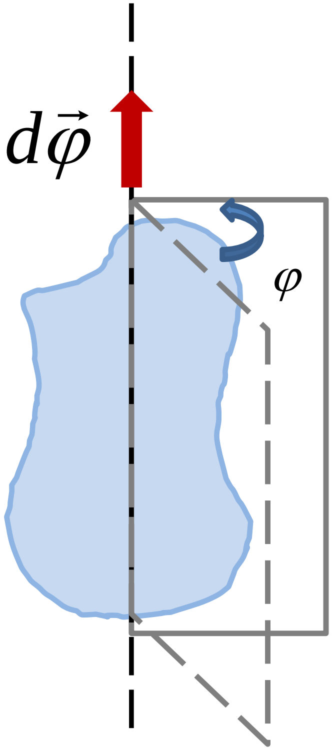
$$\boxed{\varphi = \varphi(t)}$$

За положительное направление вращения обычно принимают направление против часовой стрелки



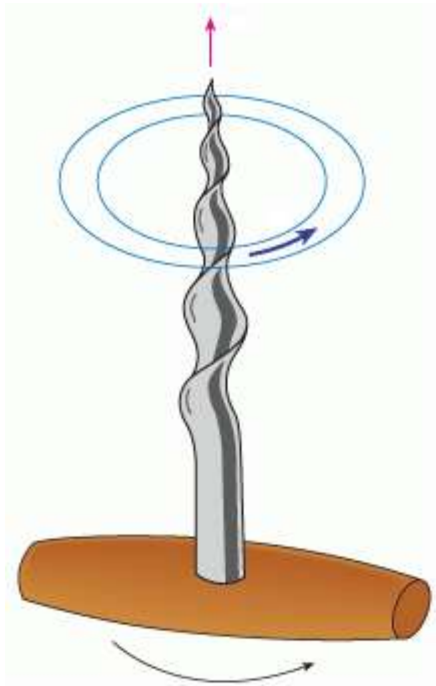
Радиан (от лат. radius - луч, радиус, спица колеса) - угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу окружности

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

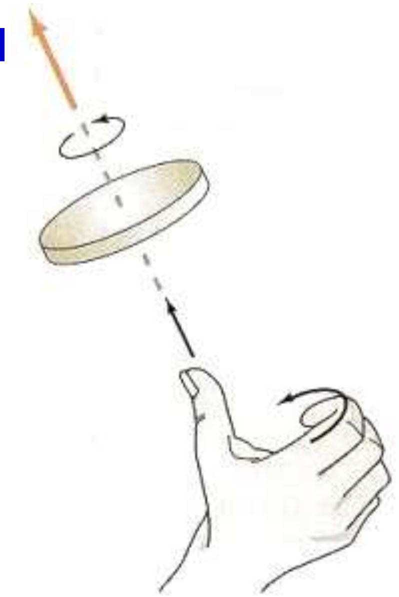


Элементарный угол – векторная величина, модуль которой равен углу поворота, направление совпадает с направлением поступательного движения **правого винта**

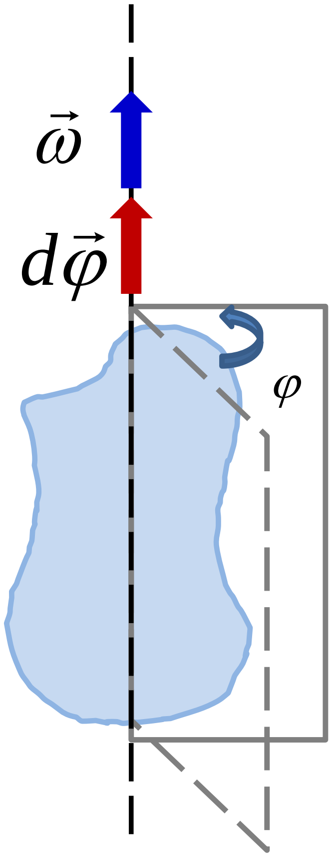
Правило буравчика



Правило правой руки



ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ



Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Угловая скорость направлена **вдоль оси вращения** в сторону, определяемую правилом правого винта

Если $\vec{\omega} = const$

период - время, за которое тело совершает один оборот

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi}{\omega}$$

частота вращения – число оборотов в единицу времени

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$$

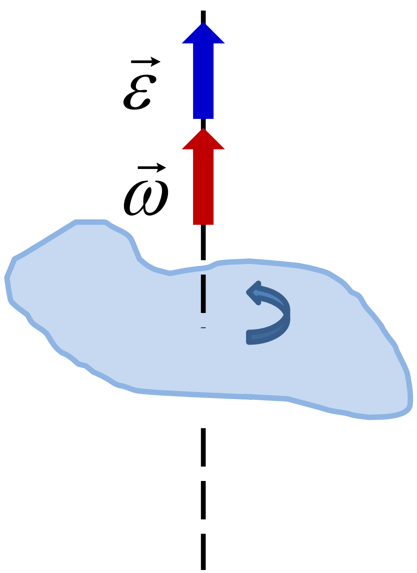
ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

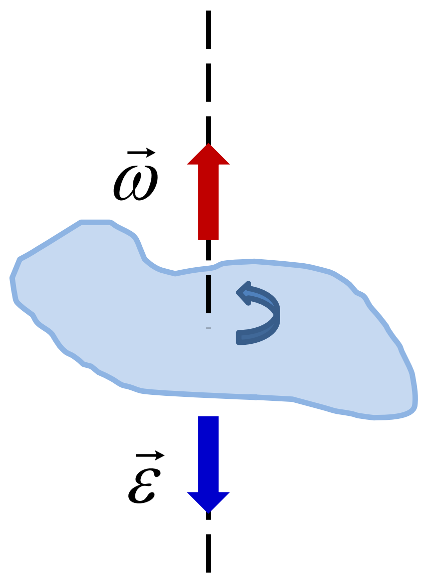
Угловая ускорение:

$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}}$$

Угловое ускорение направлено **вдоль оси вращения** в сторону вектора приращения угловой скорости $d\vec{\omega}$

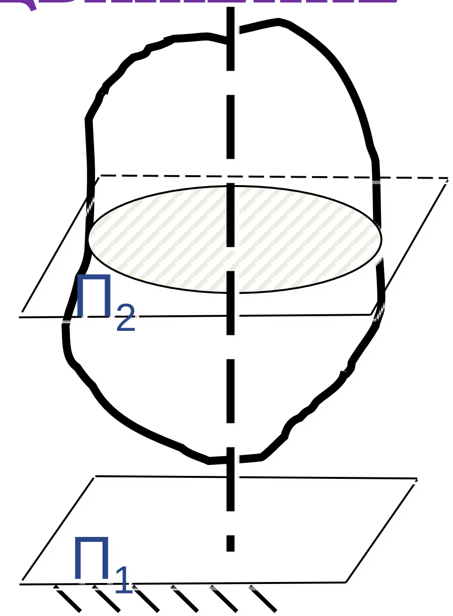
При ускоренном вращении ускорение и скорость **сонаправлены**, при замедленном – **противонаправлены**





ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ (ПЛОСКОЕ) ДВИЖЕНИЕ

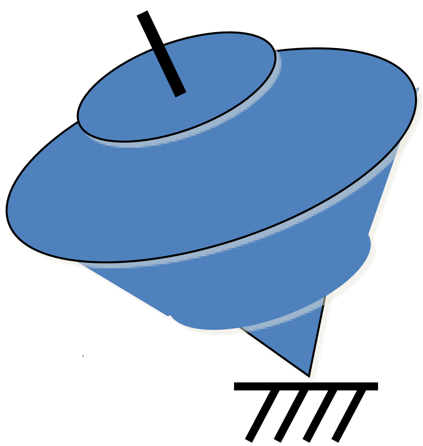
Плоско-параллельным (или плоским) **движением** твердого тела называется движение, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой фиксированной плоскости



Примеры:
вращательное движение твёрдого тела вокруг оси;
цилиндр, катящийся по плоскости без скольжения.

СФЕРИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ АТТ

Сферическое движение – движение АТТ, при котором одна его точка остается неподвижной



Примеры:
волчок; тело, закрепленное шаровым шарниром.

Любое движение можно представить как **совокупность двух движений: поступательного** вместе с точкой, выбранной за полюс, и **вращательного** вокруг этого полюса

КИНЕМАТИКА

Скорость
при произвольном движении

Скорость при произвольном движении

$$\vec{r}(t) = \left|\vec{r}(t)\right| \cdot \vec{e}(t)$$

$\vec{e}(t)$ - **единичный** вектор, направленный вдоль радиус-вектора

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{e}(t)\frac{d\left|\vec{r}(t)\right|}{dt} + \left|\vec{r}(t)\right|\frac{d\vec{e}(t)}{dt}$$

Доказать:

$$\frac{d\vec{e}(t)}{dt} = \left[\frac{d\vec{\varphi}(t)}{dt}, \vec{e}(t)\right]$$

(производная вектора постоянной длины)

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{e}(t)\frac{d\left|\vec{r}(t)\right|}{dt} + [\vec{\omega}(t), \vec{r}(t)]}$$

Скорость при произвольном движении

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{e}(t)\frac{d\left|\vec{r}(t)\right|}{dt} + [\vec{\omega}(t), \vec{r}(t)]}$$

Вектор скорости (в любой точке траектории) может быть представлен **в виде суммы двух** компонент:

вдоль радиус-вектора

$$\boxed{\vec{v}_r(t) = \vec{e}(t)\frac{d\left|\vec{r}(t)\right|}{dt}}$$

скорость прямолинейного движения

перпендикулярно радиус-вектору

$$\boxed{\vec{v}_n(t) = [\vec{\omega}(t), \vec{r}(t)]}$$

скорость вращательного движения

В каждой точке траектории

любое движение материальной точки можно разложить на два движения:
прямолинейное – *вдоль радиус-вектора*
***и* вращательное – *относительно начала* СО**

КИНЕМАТИКА

Ускорение
при произвольном движении

Ускорение при произвольном движении

$$\vec{v}(t) = |\vec{v}(t)| \cdot \vec{\tau}(t)$$

$$\frac{d\vec{\tau}(t)}{dt} = \frac{d\vec{\tau}(l)}{dl}\frac{dl}{dt} = |\vec{v}(t)|\frac{d\vec{\tau}(l)}{dl}$$

$$\vec{a}(t) = \vec{\tau}(t)\frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} + |\vec{v}(t)|\frac{d\vec{\tau}(t)}{dt}$$

$$\frac{d\vec{\tau}(l)}{dl} = \left[\frac{d\vec{\alpha}(l)}{dl}, \vec{\tau}(l)\right]$$

$$\left\|\left[\frac{d\vec{\alpha}(l)}{dl}, \vec{\tau}(l)\right]\right\| = \left|\frac{d\vec{\alpha}(l)}{dl}\right| \cdot |\vec{\tau}(l)|$$

$$\frac{d\vec{\tau}(t)}{dt} = \frac{|\vec{v}(t)|}{\rho}\vec{n}$$

$$dl = \rho \cdot d\alpha \qquad |\vec{\tau}(l)| = 1$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt}\vec{\tau} + \frac{|\vec{v}(t)|^2}{\rho}\vec{n}}$$

$$\boxed{\left|\frac{d\vec{\tau}(l)}{dl}\right| = \frac{1}{\rho}}$$

$$d\vec{\tau} \uparrow\uparrow \vec{n}$$

$$\vec{v} \perp \vec{n}$$

Ускорение при произвольном движении

Тангенциальное ускорение

$$\boxed{\vec{a}_\tau(t) = \frac{d\left|\vec{v}(t)\right|}{dt}\vec{\tau}}$$

Тангенциальный (*лат.* tangens – касающийся) – направленный по касательной к данной кривой

Тангенциальное ускорение характеризует **быстроту изменения скорости по величине**

Нормальное ускорение

$$\boxed{\vec{a}_n(t) = \frac{\left|\vec{v}(t)\right|^2}{\rho}\vec{n}}$$

Нормальное ускорение направлено **по нормали к траектории** к центру ее кривизны

Нормальное ускорение характеризует **быстроту изменения скорости по направлению**

<u>При **любом движении** материальной точки</u> $\boxed{\vec{a}(t) = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n}$

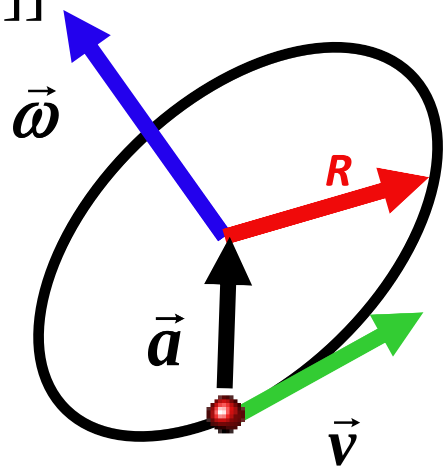
Ускорение при произвольном движении

Смысл величины ρ

Движение материальной точки по окружности при ω=const

$$\vec{v}(t)=\vec{e}(t)\frac{d|\vec{r}(t)|}{dt}+[\vec{\omega}(t),\vec{r}(t)] \rightarrow \vec{v}(t)=\vec{v}_n(t)=[\vec{\omega}(t),\vec{r}(t)]$$

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}_n}{dt}=\frac{d}{dt}[\vec{\omega},\vec{r}]=\left[\vec{\omega},\frac{d\vec{r}}{dt}\right]=[\vec{\omega},[\vec{\omega},\vec{r}]]$$



Формула **BAC-CAB**

$$[\vec{a},[\vec{b},\vec{c}]]=\vec{b}(\vec{a}\vec{c})-\vec{c}(\vec{a}\vec{b})$$

$$\vec{a}(t)=\vec{\omega}(\vec{\omega}\vec{r})-\vec{r}\,\omega^2$$

$$\vec{\omega}\perp\vec{r}\Leftrightarrow(\vec{\omega}\vec{r})=0 \rightarrow \vec{a}(t)=-\vec{r}\,\omega^2$$

$$|\vec{v}_n|=|\vec{\omega}||\vec{r}| \rightarrow |\vec{a}(t)|=\frac{|\vec{v}_n|^2}{|\vec{r}|}$$

$$\boxed{\vec{a}_n(t)=\frac{|\vec{v}(t)|^2}{R}\vec{n}}$$

Ускорение при произвольном движении

При движении материальной точки **по окружности величина** ρ **совпадает с радиусом окружности**

$$\boxed{\rho = R}$$

Нормальное ускорение называется **центростремительным**

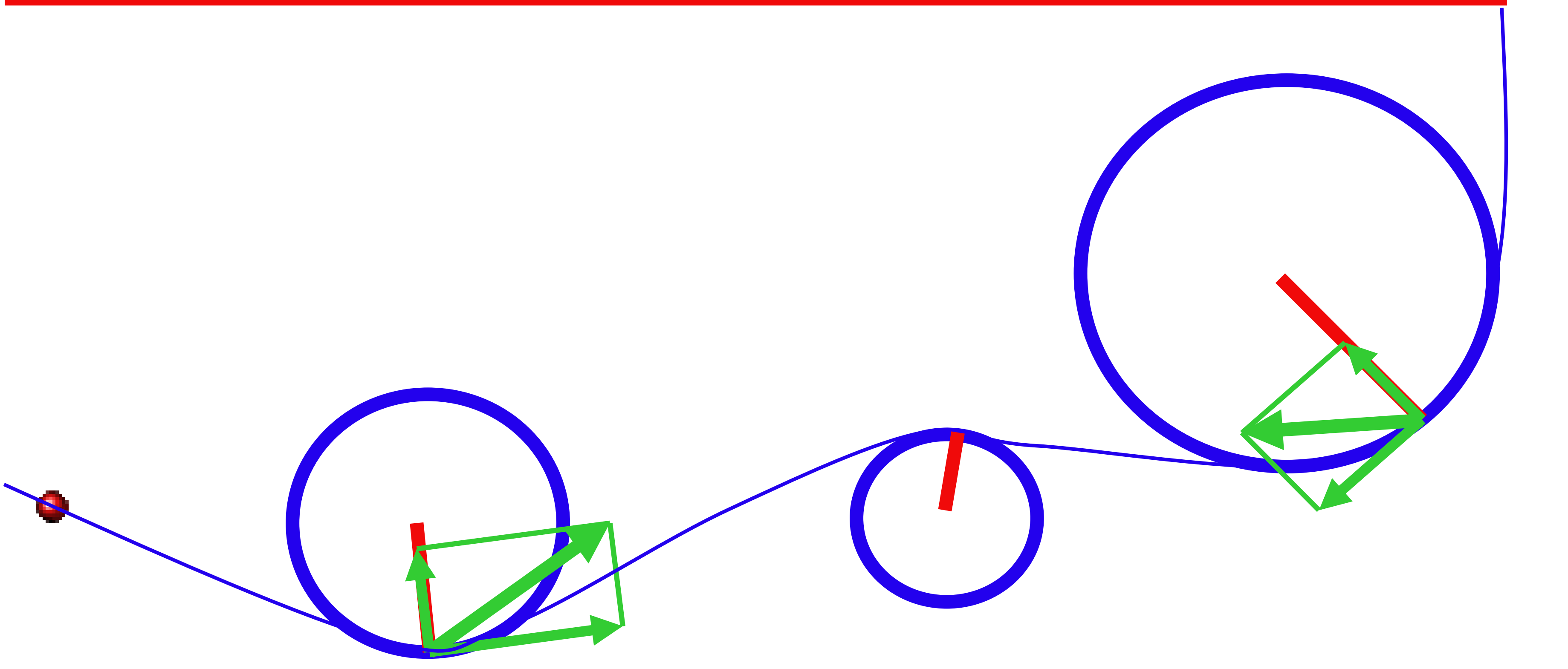
$$\left|\frac{d\vec{\tau}(l)}{dl}\right| = \left|\frac{d\vec{\alpha}(l)}{dl}\right| = \frac{1}{\rho}$$

Кривизна кривой характеризует скорость изменения направления кривой, т.е. скорость поворота касательной при перемещении вдоль кривой

ρ – **радиус кривизны** траектории в данной точке

Ускорение при произвольном движении

В любой точке траектории **движение** материальной точки **можно рассматривать как вращательное движение по** (соприкасающейся) **окружности, радиус** которой равен ρ , **с касательным и нормальным ускорениями**



КИНЕМАТИКА

Восстановление уравнения движения

Восстановление уравнения движения

I. $$\begin{cases} \vec{a}_n = 0 \\ \vec{a}_\tau = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}_n(t) = \frac{|\vec{v}(t)|^2}{\rho}\vec{n} \rightarrow \rho \to \infty \rightarrow$$

Движение прямолинейное (*направление* скорости не меняется)

$$\vec{a}_\tau(t) = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt}\vec{\tau} \rightarrow |\vec{v}(t)| = v = const \rightarrow$$

Движение равномерное (*величина* скорости не меняется)

Восстановление уравнения движения:

$$\pm v = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow dx(t) = \pm v dt \rightarrow \int_{t_0}^{t} dx(t) = \pm \int_{t_0}^{t} v dt$$

$$\boxed{x(t) = x(t_0) \pm v \cdot (t - t_0)} \rightarrow x = vt$$

Восстановление уравнения движения

II. $\begin{cases} \vec{a}_n = 0 \\ \vec{a}_\tau = const \end{cases}$

$\vec{a}_n = 0$ → **Движение прямолинейное**

$$\frac{d\left|\vec{v}(t)\right|}{dt} = a = const$$ → **Движение равнопеременное**

Восстановление уравнения движения:

$$\pm dv(t) = adt \rightarrow \int_{t_0}^{t} dv(t) = \pm\int_{t_0}^{t} adt \rightarrow \boxed{v(t) = v(t_0) \pm a\cdot(t - t_0)}$$

$$v = v_0 \pm at$$

$$\pm\left[v(t_0) + a\cdot(t - t_0)\right] = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \pm\left[v(t_0) + a\cdot(t - t_0)\right]dt = dx(t)$$

$$\pm\int_{t_0}^{t}\left[v(t_0) + a\cdot(t - t_0)\right]dt = \int_{t_0}^{t} dx(t)$$

$$\boxed{x(t) = x(t_0) \pm v(t_0)\cdot(t - t_0) \pm a\cdot\frac{(t - t_0)^2}{2}}$$

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

Восстановление уравнения движения

III. $\begin{cases} \vec{a}_n = const \\ \vec{a}_\tau = 0 \end{cases}$

$\vec{a}_\tau = 0$ ➡ **Движение равномерное**

$$\frac{|\vec{v}(t)|^2}{\rho} = a_n = const$$

➡ **Равномерное движение по окружности**

Движение по окружности с постоянной скоростью

IV. $\begin{cases} \vec{a}_n \neq const \\ \vec{a}_\tau \neq const \end{cases}$

➡ **Переменное криволинейное движение**

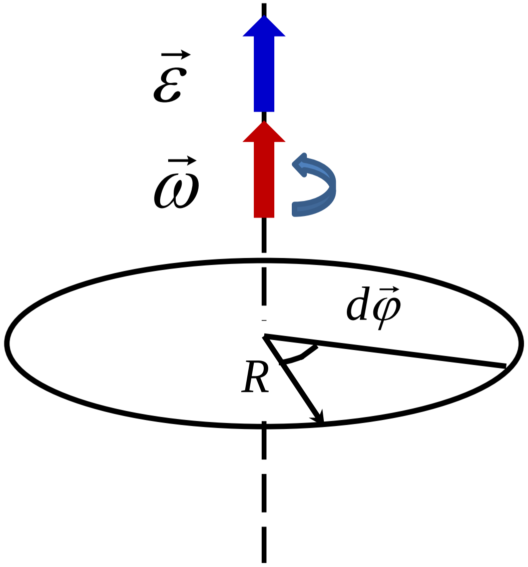
Связь между линейным и угловыми величинами

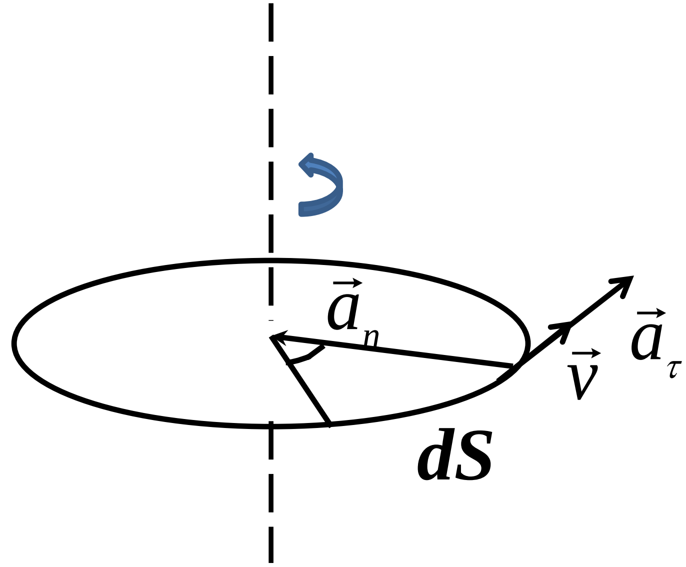
$$\boxed{\vec{v}(t)=[\vec{\omega}(t),\vec{R}]}$$

$$\boxed{\vec{a}_n(t)=\left[\vec{\omega}(t),[\vec{\omega}(t),\vec{R}]\right]}$$

$$\boxed{dS=Rd\varphi}$$

$$\boxed{\vec{a}_\tau(t)=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}=[\vec{\varepsilon}(t),\vec{R}]}$$





Связь между линейным и угловыми величинами

Прямолинейное движение материальной точки	Вращательное движение твердого тела
Пройденный путь S	Угол поворота φ
Скорость $\vec{v}$	Угловая скорость $\vec{\omega}$
Ускорение $\vec{a}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$
Равномерное движение	
$v = const$ $S = vt$	$\omega = const$ $\varphi = \omega t$
Равнопеременное движение	
$a = const$ $v = v_0 \pm at$ $S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varepsilon = const$ $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$ $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$