



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор-директор ИПР

_____ А.К. Мазуров

« _____ » _____ 2010 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИКА

НАПРАВЛЕНИЕ ООП _____ 240100 Химическая технология _____

ПРОФИЛИ ПОДГОТОВКИ:

Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов

Технология и переработка полимеров

Химическая технология органических веществ

Химическая технология неорганических веществ

Технология тугоплавких неметаллических и силикатных материалов

Химическая технология синтетических биологически активных веществ, химико-фармацевтических препаратов и косметических средств _____

КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ) _____ бакалавр _____

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЁМА _____ 2010г.

КУРС 1, 2 _____ СЕМЕСТР 1, 2, 3

КОЛИЧЕСТВО КРЕДИТОВ 20 (9/6/5)

ПРЕРЕКВИЗИТЫ _____ Б. Б.2. 1.1, Б. Б.2. 2.1, Б. В.2. 3.6 _____

КОРЕКВИЗИТЫ _____ Б. Б.2. 3.1, Б. Б.2 3.2 _____

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

Лекции 108 час. (52/36/20)

Практические занятия 189 час. (86/48/55)

Лабораторные занятия –

АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ 297 час. (132/72/75)

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА 279 час.

ИТОГО 576 час.

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ _____ очная _____

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ зачёт (1), экзамен (1, 2, 3)

ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ кафедра высшей математики **ФТИ**

Зав. выпускающей кафедрой ХТТ _____ А.В. Кравцов

РУКОВОДИТЕЛЬ ООП _____ О.Е. Мойзес

ЗАВ. КАФЕДРОЙ ВМ _____ К.П.Арефьев

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ _____ В.И.Рожкова

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ _____ В.М.Шахматов

2010 г.



Предисловие

1. Рабочая программа составлена на основе ГОС ВПО по направлению 240100 – химическая технология.

Рабочая программа РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании обеспечивающей кафедры высшей математики 30.08.2010г. протокол № 11

2. Разработчики:

доцент каф. ВМ

доцент каф. ВМ

В.И.Рожкова

В.М.Шахматов

3. Зав. обеспечивающей кафедры ВМ

Профессор

К.П.Арефьев

4. Рабочая программа СОГЛАСОВАНА с институтом Природных ресурсов, выпускающими кафедрами направлений и специальности и СООТВЕТСТВУЕТ действующему плану.



Аннотация

Рабочая программа включает содержания теоретической и практической частей курса «Математика» в соответствии с ФГОС ВПО третьего поколения, а также аудиторных лекционных и практических занятий, список рекомендуемой литературы.

К рабочей программе также прилагаются образцы используемых текущих и рубежных контролирующих материалов.

Оформление и содержание документа соответствует **СТП ТПУ 2.4.01-02** и действующему учебному плану специальности. Рабочая программа рассмотрена и одобрена методической комиссией кафедры ВМ ТПУ и согласована с выпускающими кафедрами «Химическая технология» института природных ресурсов.



1. Цели освоения дисциплины.

Таблица 1

Код цели	Цели освоения дисциплины «Математика»	Цели ООП
Ц 1	Познакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач.	Подготовка выпускников к <i>производственно-технической</i> деятельности в области химических технологий, конкурентно-способных на мировом рынке химических технологий.
Ц 2	Создание отношения к математике как к инструменту исследования и решения прикладных задач; эта цель достигается выработкой у студентов понимания сущности математической модели и умение моделировать некоторые наиболее доступные объекты, процессы и явления.	Подготовка выпускников к <i>проектно-конструкторской</i> деятельности в области химических технологий, конкурентно-способных на мировом рынке химических технологий.
Ц 3	Развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры, выработать навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести задачу на математический язык.	Подготовка выпускников к <i>научным исследованиям</i> для решения задач, связанных с разработкой инновационных методов создания химико-технологических процессов, веществ и материалов.

2. Место дисциплины в структуре ООП.

Согласно ФОГС и ООП «Химическая технология» дисциплина «Математика» является базовой дисциплиной и относится к математическому и естественно научному циклу (МЕЦ Б1)

Таблица 2

Код дисциплины ООП	Наименование дисциплины	Кредиты	Форма контроля
Модуль Б1 (математический)			
Базовая часть			
МЕЦ Б1	Математика (1, 2, 3) семестра		Экзамен

Для освоения дисциплины «Математика» студент должен хорошо знать базовый уровень школьной математики (алгебра, геометрия). Владеть методами решения задач.



3. Результаты освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений, элементы теории вероятностей и математической статистики.

Владеть:

- прочными навыками нахождения пределов, техникой дифференцирования, построением графиков функций, техникой интегрирования, приложения определённых интегралов, ряды, решения дифференциальных уравнений.
- математическими методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретацией полученных результатов.
- готовность к самостоятельной работе.

Иметь опыт:

- употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- исследования аналитического и численного решения задач математического анализа;
- способность планировать и проводить физические и химические эксперименты;
- проводить обработку их результатов оценивать погрешность, математически моделировать физические и химические процессы и явления.

ОБЩИЙ ОБЪЁМ ЗАНЯТИЙ ПО СЕМЕСТРАМ

Таблица 3

Семестр	Лекций	Практич. занятия	Самост. работа	Всего часов	Форма отчётности
I	52	86	126	264	Зачёт Экзамен
II	24	48	72	144	Экзамен
III	32	55	75	168	Экзамен

Весь курс разбит по разделам, названия порядковые номера указаны в таблице №4



ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ КУРСА МАТЕМАТИКА

Таблица 4

№	Наименование раздела	Число часов			
		лек- ций	Практ. занятий	Самост. работа	Все го
1	Линейная алгебра	6	12	18	36
2	Векторная алгебра	8	10	18	36
3	Аналитическая геометрия на плоско- сти и в пространстве	14	28	34	76
4	Введение в математический анализ	6	8	18	32
5	Дифференциальное исчисление функ- ций одной переменной и его примене- ние	12	12	18	42
6	Неопределённый интеграл	6	16	20	42
Итого за I семестр		52	86	126	264
7	Функция многих переменных	6	10	15	31
8	Определённый интеграл	6	10	15	31
9	Кратные и криволинейные интегралы	8	20	30	58
10	Скалярные и векторные поля	4	8	12	24
Итого за II семестр		24	48	72	144
11	Числовые ряды	4	8	10	22
12	Функциональные ряды. Ряды Фурье.	8	18	20	46
13	Дифференциальные уравнения I по- рядка	6	10	16	32
14	Дифференциальные уравнения выс- ших порядков и системы дифференци- альных уравнений	8	16	20	44
15	Операционное исчисление	6	9	9	24
Итого за III семестр		32	61	75	168

КУРС 1 Семестр I

Лекций – 52 час.

Практических занятий – 86 час.

Самостоятельная работа – 126 час.

Виды и содержание учебных занятий

Раздел 1. Линейная и векторная алгебра	
Лекций 14 час.	Практических занятий 22 час.
Общие понятия о системах линейных алгебраических уравнений. Матрица системы. Определитель квадратной матрицы.	Определитель, теорема Лапласа, вычисление определителей второго и третьего порядков.



Теорема Лапласа. Вычисление определителей второго и третьего порядка.	
Свойства определителей. Вычисление определителей высших порядков. Метод Крамера решения квадратных систем уравнений.	Свойства определителей. Вычисление определителей высших порядков. Метод Крамера решения квадратных систем уравнений.
Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение квадратных систем матричным методом. Ранг матрицы и его вычисление. Совместность систем алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капели.	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.
Метод Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений. Произвольные неоднородные системы.	Ранг матрицы и его вычисление. Решение систем матричным методом.
	Метод Гаусса. Однородные системы. Произвольные неоднородные системы.
	Контрольная работа.
Векторы. Линейная зависимость векторов. Базис. Векторная алгебра в R_2 и R_3 . Проекция векторов на ось и теоремы о проекциях. Прямоугольный декартов базис.	Векторная алгебра в R_2 и R_3 . Проекция векторов на ось и теоремы о проекциях.
Прямоугольный декартов базис. Координаты, модуль и направляющие косинусы вектора.	Координаты, модуль и направляющие косинусы вектора. Разложение вектора по базису.
Скалярное произведение векторов. Геометрические и физические приложения. Векторное произведение векторов. Геометрические и физические приложения.	Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Геометрические и физические приложения.
Смешанное произведение векторов, его свойства, вычисление. Условие компланарности трёх векторов. Геометрические приложения.	Смешанное произведение векторов, его свойства, вычисление.
Раздел 2. Аналитическая геометрия	
Лекций 14 час.	Практических занятий 28 час.
Плоскость. Общее уравнение плоскости и его исследование. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.	Общее уравнение плоскости и его исследование. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
Уравнение линии на плоскости. Прямая на плоскости. Общее и каноническое уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности	Прямая на плоскости. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых.



прямых.	
Прямая в пространстве. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения. Общие уравнения прямой. Переход от общих уравнений к каноническим. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой. Переход от общих уравнений к каноническим. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве
Кривые второго порядка. Окружность. Эллипс.	Кривые второго порядка. Окружность. Эллипс.
Кривые второго порядка. Гипербола. Парабола. Построение кривых по каноническим уравнениям.	Гипербола. Парабола. Построение кривых по каноническим уравнениям.
Поверхности второго порядка и их исследование методом сечений. О приведении уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.	Поверхности второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.
	Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.
	Поверхности второго порядка.
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	
3.1. Введение в анализ	
Лекций 6 час.	Практических занятий 8 час.
Определение функции и области её существования. Предел функции. Бесконечно большие, ограниченные и бесконечно малые функции и их свойства. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы.	Предел функции. Бесконечно большие, ограниченные и бесконечно малые функции и их свойства. Пределы и их вычисление. Первый и второй замечательные пределы.
Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.	Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.
Непрерывность функции в точке и на интервале. Односторонние пределы. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции и их классификация.	Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции и их классификация.
Свойства функций непрерывных на отрезке. Действия над непрерывными функциями.	Контрольная работа «Предел и непрерывность функции».
3.2. Производная функции и её приложения	
Лекций 12 час.	Практических занятий 12 час.
Понятие производной. Её механический и геометрический смысл. Основные правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Сводная таблица формул и правил диффе-	Механический и геометрический смысл производной. Основные правила дифференцирования. Производная функции. Техника дифференцирования.



ренцирования. Дифференцирование сложной функции, функций заданных неявно и параметрически. Уравнения касательной и нормали к кривой.	Дифференцирование сложной функции, функций заданных неявно и параметрически. Уравнения касательной и нормали к кривой.
Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости с непрерывностью. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения и частного. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.	Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости с непрерывностью. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного, сложной функции.
Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Представление функций по формуле Тейлора.	Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Представление функций по формуле Тейлора.
Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья и его использование при вычислении пределов. Монотонность функции в интервале. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.	Формула Лейбница. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья и его использование при вычислении пределов. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке Исследование функции на экстремум с помощью производных высших порядков. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.	Исследование функции на экстремум с помощью производных высших порядков. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика.	Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика. Контрольная работа «Приложения производной».
Раздел 4. Неопределённый интеграл	
Лекций 6 час.	Практических занятий 16 час.
Понятие первообразной и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов. Простейшие приёмы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Понятие о комплексных числах. Действия над комплексными числами.	Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов. Простейшие приёмы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Действия над комплексными числами.
Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Разложение многочлена на сомножители. Разложение рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Разложение рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.
Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих



Интегрирование выражений, содержащих иррациональность. Дифференциальный бином и его интегрирование. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.	тригонометрические функции.
	Интегрирование выражений, содержащих иррациональность. Дифференциальный бином и его интегрирование.

КУРС 1
Семестр II

Лекций – 24 час.

Практических занятий – 48 час.

Самостоятельная работа – 72 час.

Виды и содержание учебных занятий

Раздел 5. Функции нескольких переменных и определённый интеграл	
5.1. Функции нескольких переменных	
Лекций 6 час.	Практических занятий 10 час.
<p>Определение функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и их геометрический смысл. Полный дифференциал и его геометрический смысл.</p> <p>Производная сложной функции. Полная производная. Производная функции, заданной неявно. Производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.</p>	<p>Предел и непрерывность. Частные производные ФНП. Полный дифференциал и его геометрический смысл.</p> <p>Производная сложной функции. Полная производная. Производная функции, заданной неявно. Производные высших порядков.</p>
<p>Дифференциалы высших порядков. Безусловный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.</p> <p>Условный экстремум. Формула Тейлора для функции двух переменных.</p>	<p>Производная функции, заданной неявно. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных.</p> <p>Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области. Условный экстремум.</p> <p>Формула Тейлора для функции двух переменных.</p>
<p>Элементы теории скалярных полей. Производная по направлению. Градиент. Связь градиента с производной по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Обработка экспериментальных данных. Интерполяция. Метод наименьших квадратов.</p>	<p>Производная по направлению. Градиент. Связь градиента с производной по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Интерполяция. Метод наименьших квадратов.</p>
5.2. Определённый интеграл	
Лекций 6 час.	Практических занятий 10 час.
<p>Постановка задачи. Определённый интеграл как предел интегральных сумм. Теорема существования. Основные свойства</p>	<p>Контрольная работа «Неопределённый интеграл».</p>



определённого интеграла и его геометрический смысл. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям под знаком определённого интеграла.	Вычисление определённого интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям под знаком определённого интеграла.
Вычисление площади плоской фигуры и длины дуги кривой. Вычисление объёмов тел по площадям поперечных сечений. Вычисление площади поверхности тел вращения. Физические приложения определённого интеграла.	Геометрические и физические приложения определённого интеграла.
Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости.	Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости.
	Контрольная работа «Определённый интеграл».
Раздел 6. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории векторных полей.	
6.1. Кратные интегралы и их приложения.	
Лекции 6 час.	Практические занятия 8 час.
Определение двойного интеграла, его свойства, вычисление в декартовых координатах.	Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения.	Замена переменной. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения.
Тройной интеграл в декартовых координатах. Замена переменной в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.	Вычисление тройного интеграла. Замена переменной в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
	Геометрические и физические приложения тройного интеграла.
6.2. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории векторных полей.	
Лекций 6 час.	Практических занятий 8 час.
Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их свойства, вычисление. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Приложение криволинейного интеграла 2-го рода к вычислению площадей плоских фигур.	Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их свойства, вычисление.
Поверхностные интегралы 1-го рода, их свойства, вычисление. Поверхностные интеграла 2-го рода, их свойства, вычисление.	Поверхностные интегралы 1-го рода, их свойства, вычисление. Поверхностные интеграла 2-го рода, их свойства, вычисление.
	Контрольная работа «Криволинейные и поверхностные интегралы».
Понятие о векторном поле. Дивергенция и	Понятие о векторном поле. Дивергенция и



ротор. Формула Стокса. Формула Остроградского-Гаусса.	ротор. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.
---	--

КУРС II
Семестр III

Лекций – 32 час.

Практических занятий – 61 час.

Самостоятельная работа – 75 час.

Виды и содержание учебных занятий

Раздел 7. Числовые ряды	
Лекций 4 час.	Практических занятий 6 час.
Понятие числового ряда. Сходимость и сумма числового ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимый признак сходимости.	Сходимость и сумма числового ряда. Необходимый признак сходимости.
Основные свойства сходящихся рядов. Достаточные признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признаки сравнения, предельные признаки сравнения. Предельные теоремы Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.	Основные свойства сходящихся рядов. Достаточные признаки сходимости знакоположительных числовых рядов. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
Раздел 8. Функциональные ряды. Ряды Фурье.	
8.1. Функциональные ряды.	
Лекций 4 час.	Практические занятия 8 час.
Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.	Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды. Биномиальный ряд. Приложение степенных рядов к приближённым вычислениям.
Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(x+1)$ в степенные ряды. Биномиальный ряд. Некоторые приёмы разложения функций в степенные ряды. Приложение степенных рядов к приближённым вычислениям.	Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(x+1)$ в степенные ряды. Некоторые приёмы разложения функций в степенные ряды. Приложение степенных рядов к приближённым вычислениям.
8.2. Ряды Фурье.	
Лекций 4 час.	Практические занятия 8 час.
Тригонометрический ряд. Коэффициенты	Коэффициенты Фурье. Ряды Фурье.



Фурье. Ряды Фурье. Теорема Дирихле.	
Ряды Фурье для чётных и нечётных функций, для функций с периодом $2l$. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.	Ряды Фурье для чётных и нечётных функций, для функций с периодом $2l$. Разложение в ряд Фурье произвольной функции.
Раздел 9. Дифференциальные уравнения и системы.	
9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	
Лекций 6 час.	Практические занятия 8 час.
Понятия о дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.
Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения сводящиеся к однородным и линейным. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешённые относительно производной. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в задачах физики и химии.	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения сводящиеся к однородным и линейным. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения 1-го порядка».
9.2. Дифференциальные уравнения высших порядков и системы уравнений.	
Лекций 8 час.	Практические занятия 10 час.
Дифференциальные уравнения высших порядков, общие понятия и определения. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
Линейные однородные уравнения высших порядков. Определение и общие свойства. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.	Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с правой частью специального вида. Общие понятия о системах дифференциальных уравнений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения и матричным методом. Приложения теории дифференциальных уравнений.	Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с правой частью специального вида. Системы линейных дифференциальных уравнений. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений»
9.3. Операционное исчисление.	
Лекций 6 час.	Практические занятия 9 час.
Преобразование Лапласа. Оригинал и	Преобразование Лапласа. Отыскание изо-



изображение. Изображение функций. Таблица некоторых изображений.	бражений функций.
Свойства преобразования Лапласа. Восстановление оригинала по изображению. Решение дифференциальных уравнений.	Свойства преобразования Лапласа. Восстановление оригинала по изображению. Решение дифференциальных уравнений.
Интеграл Дюамеля и его применение для решения дифференциальных уравнений. Решение систем дифференциальных уравнений операционным методом.	Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений операционным методом.
	Контрольная работа «Дифференциальные уравнения и операционное исчисление».

4. ПРОГРАММА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов предполагает:

1. проработку лекционного материала,
2. проработку теоретического материала по учебнику и составление конспекта,
3. выполнение текущих практических заданий по сборникам задач,
4. выполнение индивидуальных заданий (типовых расчётов),
5. лекции по выравнивающему курсу.

Индивидуальные задания для студентов могут быть предложены либо из фонда индивидуальных заданий, составленных преподавателями кафедры ВМ, либо индивидуальные задания, разработанные Л.И. Терёхиной, И.И. Фиксом.

В первом семестре студенты выполняют восемь индивидуальных заданий по темам:

1. Линейная алгебра.
2. Векторная алгебра.
3. Аналитическая геометрия на плоскости.
4. Аналитическая геометрия в пространстве.
5. Предел и непрерывность функции.
6. Производная, дифференциал.
7. Приложения производных.
8. Неопределённый интеграл.

Во втором семестре студенты выполняют пять индивидуальных заданий по темам:

1. Функции нескольких переменных.
2. Определённый интеграл.
3. Кратные интегралы.



4. Криволинейный и поверхностный интегралы.
5. Скалярное и векторное поля.

В третьем семестре студенты выполняют четыре индивидуальных заданий по темам:

1. Числовые ряды, функциональные ряды.
2. Ряды Фурье.
3. Дифференциальные уравнения и системы уравнений.
4. Операционное исчисление.

5. ТЕКУЩИЙ И ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

Текущий и итоговый контроль представлен в следующих формах:

1. Входной контроль.
Для всех студентов 1 курса на первом практическом занятии проводится контрольная работа по школьному курсу математики (задания разрабатываются членами приёмной комиссии).
2. В первом семестре студенты выполняют:
 - а) три аудиторных контрольные работы по темам:
 - аналитическая геометрия;
 - предел и непрерывность функций;
 - дифференцирование функции одной переменной;
 - линейная алгебра;
 - векторная алгебра;
 - аналитическая геометрия.
 - б) восемь домашних индивидуальных работ по темам:
 - введение в анализ;
 - применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графиков;
 - неопределённый интеграл.
3. В конце первого семестра студенты сдают зачёт и экзамен по курсу «Математика».
4. Во втором семестре студенты выполняют:
 - а) три аудиторных контрольные работы по темам:
 - функции нескольких переменных;
 - определённый интеграл;
 - кратные, криволинейные и поверхностные интегралы;
 - б) пять домашних индивидуальных работ по темам:
 - функции нескольких переменных;
 - определённый интеграл;
 - кратные интегралы;
 - криволинейные и поверхностные интегралы;



• скалярное и векторное поля.

5. В третьем семестре студенты выполняют четыре индивидуальных домашних задания по темам:

- числовые и функциональные ряды;
- ряды Фурье;
- дифференциальные уравнения и системы;
- операционное исчисление.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Арефьев К.П., Ивлев Е.Г., Тарбокова Т.В. Системы линейных уравнений. Учебное пособие. – Томск: изд-во ТПУ, 1996.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Интеграл-Пресс, 2001 – Т.1, Т.2. – 2001. -416 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
4. Фмхтенгольц С.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1, Т.2. – СПб.: Лань, 2001.
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. СПб.: Профессия, 2001. – 432 с.
6. Щипачев В.С. Основы высшей математики. М.: Высш. Школа, 1983.
7. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. Наука, 1980.
8. Жуков В.М. Практикум по высшей математике для инженерных специальностей («Химическая технология природных энергоносителей и углеродных материалов»). М.: Феникс, 2007.

Дополнительная литература

1. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П., Харлова А.Н. Высшая математика (часть 1). Учебное пособие. – Томск: изд-во ТПУ, 1999.
2. Кошельская Г.А., Нагорнова А.И., Некряч Е.Н. Высшая математика (часть 2). Дифференцирование. Учебное пособие. – Томск: изд-во ТПУ, 1998.
3. Пестова Н.Ф. Электронное учебное пособие «Введение в математический анализ», Томск, ТПУ, 1999.



4. Тарбокова Т.В., Шахматов В.М. Самоучитель решения задач по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Томск: Изд-во Том. политехнического ун-та, 2007. – 82 с.
5. Тарбокова Т.В., Шахматов В.М. Самоучитель решения задач по теме: предел и непрерывность функции одного аргумента: учебное пособие. – Томск: Изд-во Том. политехнического ун-та, 2007. – 84 с.
6. Тарбокова Т.В., Шахматов В.М. Самоучитель решения задач по теме: производная и её приложения: учебное пособие. – Томск: Изд-во Том. политехнического ун-та, 2007. – 122 с.

**Рейтинг-план освоения дисциплины «Математика»
в течение первого семестра**

Дисциплина – Математика	число недель 18
Институт – Институт природных ресурсов	лекции час. – 52
Кафедра – Высшая математика	практические занятия – 86
Семестр – первый	всего ауд. занятий – 138
Группы №№ – 2Д01, 2Д02, 2Д03, 2Д04, 2К01	самостоятельная работа – 138

	Текущий контроль						
	Теоретический материал			Практическая деятельность			
	Название раздела	Тема лекций	Баллы	Темы практических занятий	Баллы	ИДЗ	баллы
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Линейная алгебра лекций – 6ч. пр. занятий – 12ч.	1 Матрицы: определители, действия над ними, свойства.		1. Входной контроль. 2. Определители: основные понятия, свойства. Миноры, алгебраические дополнения	100 1		
2		2. Определители: основные понятия, свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг матрицы.		3. Матрицы: определители, действия над ними, свойства, обратная матрица. 4-5 Решение систем линейных уравнений методами Крамера и Гаусса.	1 2	№1	50
3	Векторная алгебра лекций – 8ч. пр. занятий – 10ч	3 Решение систем линейных уравнений методами Крамера и Гаусса. 4. Векторы. Линейные операции над векторами. Понятие линейной		6. Контрольная работа. 7. Векторы. Линейные операции над векторами. Системы координат (аффинная, декартова, полярная)	100 2		



		зависимости и независимости.					
4		5. Скалярное произведение векторов, его свойства. Длина вектора, угол между векторами условие перпендикулярности, проекция вектора.		8. Скалярное произведение. 9. Векторное произведение. 10. Смешанное произведение векторов.	2 2 2	№2	50
Аттестация №1 (312 б.)							
5	Аналитическая геометрия на плоскости. лекций – 6ч. пр. занятий – 13ч	6. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и приложения. 7. Прямая линия на плоскости. Уравнение прямой в векторной форме. Алгебраические кривые. Уравнение прямой в общем виде, его исследование.		11. Решение различных задач по векторной алгебре. 12. Прямая линия на плоскости.	2 1	№3	50
6		8. Угол между двумя прямыми на плоскости. Каноническое уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой проходящей через две точки. Нормальное уравнение прямой.		13-14. Прямая на плоскости. 15. Решение задач на прямую.	3 2		
7		9. Расстояние от точки до прямой. Решение типовых задач. 10. Кривые второго порядка (эллипс, гипербола, парабола).		16-17. Кривые второго порядка (эллипс, гипербола, парабола).	4		
8	Аналитическая геометрия в пространстве. лекций – 8ч. пр. занятий – 15ч	11. Плоскость. Уравнение плоскости в векторной форме. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.		18. Плоскость. 19. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Связка плоскостей. 20. Уравнение плоскости, проходящей через 3 точки. Пересечение плоскостей.	1 1 1	№4	50
Аттестация №2 (115 б.)							



9		12. Прямая в пространстве. Векторное, параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Общее уравнение прямой переход от общих уравнений прямой к каноническому уравнению. Угол между прямыми.		21-22. Прямая в пространстве.	3		
10		14. Поверхности второго порядка.		23. Плоскость и прямая в пространстве. 24. Поверхности второго порядка. 25. Контрольная работа.	2 2 100		
11	Введение в математический анализ. лекций – 6ч. пр. занятий – 8ч	15. Множества, операции над ними. Понятие функции. Область определения, чётность, периодичность, способы задания. Основные элементарные функции. 16. Числовые последовательности, предел и свойства сходимости последовательностей. Второй замечательный предел. Предел функции в точке и ∞ .		26-27. Предел функции. Односторонние пределы, бесконечно малые и бесконечно большие. Замечательные пределы. Вычисление пределов.	3	№5	50
12		17. Раскрытие неопределённостей разных типов ($\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞). Непрерывные функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства непрерывных функций.		28. Раскрытие неопределённостей. 29-30. Непрерывные функции. Точки разрыва.	2 3		
Аттестация №3 (165 б.)							
13	Дифференциальное исчисление функции одной пе-	18. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о вычислении мгновенной скорости, задача о составлении касательной к графику		29. Дифференцирование функций. 30. Дифференцирование сложной функции. Дифференциал. Производные высших поряд-	2 2	№6	40



	ременной. лекций – 12ч. пр. заня- тий – 12ч	функции. Определение производной. Основные правила дифференцирования. Таблица производных. Теорема о производных обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. 19. Дифференцируемость функции. Теорема о связи непрерывной и дифференцируемой функции. Дифференциал и его применение в приближённых вычислениях. Производные высших порядков.		ков.			
14		20. Теоремы Ролля, Логранжа, Коши, их применение. Монотонность функции, признаки возрастания и убывания функции.		31. Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование неявных функций, логарифмическое дифференцирование. 32. Теоремы Ролля, Логранжа, Коши. Возрастание и убывание функций. Экстремум функции. Правило Лопиталю. 33. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптота.	2 2 2		
15		21. Экстремум функции. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования. 22. Полное исследование функций и построение графика. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Текстовые задачи.		34. Исследование функций. Наибольшее и наименьшее значения функции. 35. Контрольная работа.	2 100	№7	40
16	Неопределённый интеграл.	23. Непосредственное интегрирование. Замена переменной и интегрирование по частям.		36. Непосредственное интегрирование. Интегрирование по частям.	1 2	№9	50



	лекций – 6ч. пр. заня- тий – 16ч			37. Интегрирование заменой переменной. 38. Интегрирование рациональных дробей.	1 2		
Аттестация №4 (243 б.)							
17		24. Интегрирование простейших иррацио- нальных функций; три- гонометрических функ- ций.		39. Интегрирование тригонометрических функций. 40. Интегрирование разных функций.	2 2		
18		25. Интегрирование раз- ных функций. 26. Заключительная лек- ция		41-42. Решение задач повышенной сложно- сти. 43. Обобщающее заня- тие.	4 2		

Итоговая текущая аттестация	835
Экзамен и зачёт	165
Итого баллов по дисциплине:	1000

Зав. кафедрой	К.П.Арефьев
Преподаватель	В.И.Рожкова
Преподаватель	В.М.Шахматов



ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Образцы вариантов типовых расчетов (ТР)

ТР №1.

Вычислить произведение матриц $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу $B = A^2 - 3A + 4E$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Найти матрицу обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Решить матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти решение системы линейных уравнений матричным методом и по формулам Кра-

мера.
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

Найти общее и одно из частных решений системы
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1 \end{cases}$$
.

Найти общее решение и фундаментальную систему частных решений системы линейных

однородных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$
.

Вычислить угол между векторами $\bar{a} = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2$ и $\bar{b} = \bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$, где $|\bar{e}_1| = |\bar{e}_2| = 1$,
 $(\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_2) = 120^\circ$.



Найти вектор \bar{x} , зная, что он перпендикулярен векторам $\bar{a} = \{-1; 2; 1\}$, $\bar{b} = \{2; 1; -1\}$ и удовлетворяет условию $(\bar{x}, 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}) = 1$.

Даны вершины тетраэдра $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(0; -1; 2)$. Найти его объём и длину высоты, опущенной из вершины D .

Выяснить, лежат ли данные точки $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -4; 5)$ на одной прямой. Через точку $A(1; 2)$ провести прямую так, чтобы она отсекала от координатного угла треугольник, площадь которого равна 6 кв.ед.

Найти расстояние от точки $P(2; 4; -5)$ до прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

ТР №2.

Вычислить пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 4n}}{\sqrt[3]{3n^3 - 1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 2x^2 - 9x + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x);$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{4x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \arctg x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$$

Исследовать на непрерывность функцию

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ x + 2, & x \geq 1; \end{cases} \quad \text{б) } y = \frac{1}{2^{1-x}}; \quad \text{в) } y = \frac{1+x}{|x|}.$$

ТР №3.

Найти производную $\frac{dy}{dx}$ функции

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}; \quad y = e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x); \quad y = \cos \ln 2 - \frac{1}{2} \frac{\cos^2 3x}{\sin 6x};$$

$$y = (\sin x)^{e^x}; \quad y = 4 \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1 - 4x^2}}; \quad y = x \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \ln \sin(x - \alpha), \quad \alpha = \text{const}.$$



Найти первую и вторую производную $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции, заданной параметрически

$$x = t + \sin t, \quad y = 2 - \cos t.$$

Найти производную указанного порядка

$$y = (5x - 1)\ln^2 x, \quad y''' = ?$$

Найти дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{1 + 2x} - \ln(x + \sqrt{1 + 2x}).$$

5. Найти уравнения касательной и нормали к кривой в точке $t = t_0$

$$x = a \sin^3 t, \quad y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3.$$

Используя правило Лопиталя, вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^n - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln \frac{1}{x}.$$

Найти интервалы монотонности и экстремумы функции

$$y = x - \ln(1 - x).$$

На отрезке $[a, b]$ найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt{x} - x, \quad a = 0, b = 4.$$

Найти асимптоты кривой $y = \frac{x^2 - 1}{4x - 3}$.

Провести полное исследование функции и построить её график $y = x(12 - x^2)$.

ТР №4.

Вычислить неопределённый интеграл

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{x^5} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad \int (3x^5 + x^2 - 2)(15x^4 + 2x) dx; \quad \int 5 \sin 3x \cdot \cos 3x dx;$$

$$\int \frac{\arctg^3 x}{5 + 5x^2} dx; \quad \int \frac{\sin x}{(3 + \cos x)^5} dx; \quad \int \frac{0.5x}{5 - x^2} dx; \quad \int 3e^{5 \cos x} \sin x dx;$$

$$\int x \cos x^2 dx; \quad \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}; \quad \int \frac{1 + \ln(1 + x)}{x + 1} dx; \quad \int \cos x \sin 2x dx;$$

$$\int x 2^x dx; \quad \int x^2 \cos 2x dx; \quad \int \sqrt{1 - 4x^2} dx; \quad \int e^x \sin 2x dx;$$

$$\int \frac{2x^2 - 7x + 3}{(x - 2)^2(x - 5)} dx; \quad \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 24}{16 - x^4} dx; \quad \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}; \quad \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 13} dx;$$



$$\int \frac{x^4 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 3x - 2} dx;$$

$$\int \cos 2x \sin^3 2x dx; \quad \int \cos^4 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x};$$

$$\int \frac{4x - 6}{x^2 - 4x} dx; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2 + x + x^2}}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2 + x - 3x^2}}; \quad \int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{(x+1)^2 - 2\sqrt{x+1}}} dx.$$

ТР №5.

Найти область задания функции $z = \ln \cos x + \sqrt{y}$.

Найти частные производные первого порядка функции $z = \frac{2xy}{x - y}$;

$$z = \ln\left(y + 2\sqrt{2 + x^2}\right); \quad z = (1 + 3y)^{x+1}; \quad z = \cos \frac{xy}{1+x} \sin \frac{x}{y}.$$

Вычислить первый и второй дифференциалы dz и d^2z функции $z = e^{2xy^2+1}$.

Найти угол между градиентами скалярных полей $U = x^2yz^3$ и $V = \frac{4\sqrt{6}}{x} - \frac{\sqrt{6}}{9y} + \frac{3}{2}$ в

точке $M_0\left(2; \frac{1}{3}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.

Найти уравнение нормали и касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - x + 2y + 4z - 13 = 0$ в точке $M_0(2; 1; 2)$.

Найти экстремум функции

$$z = -x^2 - y^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{y}.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3$ в области

$$D: \begin{cases} x = 0, & y = 0, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

ТР №6

Вычислить определённые интегралы

$$\int_3^6 x^5 dx; \quad \int_5^{10} (e^{3x+1} + 1) dx; \quad \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{5dx}{\sqrt{9 - 9x^2}}.$$



2. Вычислить несобственные интегралы I рода или доказать их расходимость

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx; \quad \int_2^{\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$$

Вычислить несобственные интегралы II рода или доказать их расходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}; \quad \int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}.$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) $y = x^2 - 2$, $y = x$;

б) $\rho = 6$, вне кардиоиды $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$;

в) первой аркой $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ и осью OX .

Найти длину дуги кривой

а) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}\ln y$, $1 \leq y \leq e$;

б) $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$;

в) $\rho \varphi = 1$ от точки $A(2; 0.5)$ до точки $B(0.5; 2)$.

6. Найти объём тела, полученного вращением площадки $y = -2x^2 + 2$, $y = 0$ вокруг оси OX .

ТР №7.

Изменить порядок интегрирования и записать в виде одного интеграла

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$$

Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy, \quad D: \begin{cases} x = 1, y = x^3, \\ y = -\sqrt{x}. \end{cases}$$

Найти площадь плоской площадки, ограниченной данными линиями

а) $y^2 - 2y + x^2 = 0$; $y^2 - 4y + x^2 = 0$; $\sqrt{3}y = x$; $y = \sqrt{3}x$.

б) $y = \frac{3}{x}$; $y = 4e^x$; $y = 3$; $y = 4$.

Найти массу плоской материальной пластины $x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$; $\mu = y^2$.

Найти объём тела, ограниченного данными поверхностями (с помощью тройного интеграла) $y = 16\sqrt{2x}$, $y = \sqrt{2x}$, $z = 0$, $x + z = 2$.



ТР №8.

Найти решение дифференциального уравнения

$$y' + xy = xy^3;$$

$$x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2, \quad y(1) = 1;$$

$$(x + y + 1)dy + (2x + 3y - 1)dx = 0;$$

$$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2;$$

$$2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \quad y(0) = 1;$$

$$y' + 4x^3 y = (4x^3 + 4)e^{-4x} y^2, \quad y(0) = 1;$$

$$(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0;$$

$$xy''' + y'' = 1;$$

$$y'' = 128y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8;$$

$$y''' - 2y'' + y' = 0;$$

$$y'' + 12y' + 36y = 0;$$

$$y'' - 6y' + 25y = 0;$$

$$y'' + 3y' = 9e^{3x}/(1 + e^{3x}), \quad y(0) = \ln 4; \quad y'(0) = 3 - 3 \ln 2;$$

$$y'' + y = 2 \sin x - 6 \cos x + 2e^x;$$

$$y''' - y'' = 6x^2 + 3x;$$

$$y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x$$

$$y'' - 4y' + 4y = e^{-2x} \sin 6x;$$

Найти решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = 3x - y, \\ y'(t) = -x + 5y. \end{cases}$$

Найти кривую, у которой отрезок касательной, заключенной между осями координат делится пополам в точке касания.

ТР № 9.

Исследовать на сходимость числовой ряд

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n}}$;

Определить область сходимости функционального ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$



Разложить функцию $f(x) = x^5 - x^3$ в ряд Тейлора по степеням $(x + 1)$.

Разложить функцию $f(x) = (x - 1) \sin 5x$ в ряд Маклорена.

Вычислить приближённо с точность 0.001 определённый интеграл $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.

Записать решение дифференциального уравнения $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^2$, $y(0) = 0.5$ в виде степенного ряда (взять 4-5 ненулевых членов ряда).

Разложить функцию $f(x) = |x| \cos x$ в ряд Фурье на интервале $(-2; 2]$.

Приложение 2

Тестовое контрольное задание (по всему курсу)

Даны три силы $\vec{L} = \{2; -1; -3\}$, $\vec{N} = \{3; 2; -1\}$, $\vec{P} = \{-4; 1; 3\}$ приложенные к точке $C(-1; 4; -2)$. Определить момент \vec{M} равнодействующей этих сил относительно точки $D(2; 4; 0)$.

Возможные ответы:

$$\vec{M} = \{-4; 5; 6\}; \quad 2) \vec{M} = \{1; -4; 7\}; \quad 3) \vec{M} = \{-1; -5; 10\}.$$

Дана матрица $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$. Каковы размеры матрицы A , если матрица C произведения

$A \cdot B$ имеет размеры 2×1 ?

Возможные ответы:

1) 4×1 ; 2) 1×4 ; 3) 2×4 ; 4) 4×2 .

3. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$.

Возможные ответы:

1) 0; 2) -0.5 ; 3) ∞ ; 4) -2 .

Могут ли пересекаться разные линии уровня плоского скалярного поля? Ответ обосновать.

Возможные ответы:

1) да; 2) нет.

Как отыскать множество первообразных для интеграла $J = \int \frac{dx}{x^2 e^{3/x}}$? Ответ поясните.

Возможные ответы:



по частям $U = \frac{1}{x^2}$, $dV = \frac{dx}{e^{3/x}}$;

неберущийся интеграл;

заменой $t = \frac{3}{x}$; $\frac{dx}{x^2} = -\frac{dt}{3}$.

6. Вычислите интеграл $\iint_{(\sigma)} x\sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, $\sigma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ y = x, \quad x = 0. \end{cases}$

Возможные ответы:

1) $\frac{10 - \sqrt{2}}{8}$; 2) $\frac{10}{8 - \sqrt{2}}$; 3) 0.8; 4) $\frac{8 - \sqrt{2}}{10}$.

Среди заданных уравнений укажите однородные дифференциальные уравнения. Ответ поясните.

1) $(2e^y - x)y' = 1$; 2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; 3) $(2x + 1)y' = 4x + 2y$;

4) $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$; 5) $(x^2 + 2xy - y^2) dx + (y^2 + 2xy - x^2) dy = 0$.

Можно ли функцию $y = x^2$ в промежутке $(0; \pi)$ разложить в ряд Фурье по синусам?

Ответ поясните.

Возможные ответы:

нет, так как функция непериодическая;

нет, так как функция четная;

нет, так функция ни четная, ни нечетная;

да, как на $(-\pi; 0)$ функцию можно продолжить нечетным образом.