

-1-

1. Показать, что векторы $\bar{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\bar{b} = \{2; -1; 1\}$, $\bar{c} = \{1; 1; 1\}$ компланарны и найти разложение вектора $2\bar{a} + \bar{b}$ по векторам \bar{a} и \bar{b} .
 2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{m} - \bar{n}$, $\bar{b} = 2\bar{m} + 3\bar{n}$, где $|\bar{m}| = 2; |\bar{n}| = 1; (\bar{m}, \bar{n}) = 60^\circ$.
 3. Даны вектора $\overline{OA} = \{1; -1; 3\}$, $\overline{OB} = \{-2; 2; 1\}$, $\overline{OC} = \{3; -2; 5\}$. Найти высоту грани OBC тетраэдра $OABC$, опущенную из конца вектора \overline{OB} .
 4. Смешанное произведение трёх векторов, свойства, вычисление.
-

-2-

1. Найти единичный вектор, образующий с осью Oy угол в 30° и с осью Oz — 135° .
 2. Объём тетраэдра $V = 4$. Три его вершины находятся в точках $A(1; 1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(1; -1; 1)$. Найти координаты четвёртой вершины D , если известно, что она лежит на оси Oz .
 3. Дано $|\bar{a}| = 2; |\bar{b}| = 3; |\bar{c}| = 1$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \pi/3; \bar{c} \perp \bar{a}; \bar{c} \perp \bar{b}$. Найти $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$.
 4. Векторное произведение, свойства, вычисление.
-

-3-

1. Вычислить объём параллелепипеда построенного на векторах $\overline{AB} = 2\bar{i} - 3\bar{j}$, $\overline{AC} = 2\bar{j} - 3\bar{k}$, $\overline{AD} = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$.
2. Доказать, что векторы $\bar{e}_1 = \{1; -2; 0\}$, $\bar{e}_2 = \{0; 1; -1\}$, $\bar{e}_3 = \{2; 1; 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\bar{a} = \{2; -2; 3\}$ в этом базисе.
3. Даны три вершины параллелограмма $A(3; -5)$, $B(5; -3)$, $C(-1; 3)$. Определить четвёртую вершину D , противоположную B .
4. Скалярное произведение векторов, свойства, вычисление.

1. Найти $np_{BC}\overline{AB}$, где $A(1;-2;3)$, $B(1;0;3)$, $C(0;0;-1)$.
 2. Найти вектор \overline{q} , перпендикулярный вектору $\overline{a} = \{1;-2;3\}$ и оси Ox , если он образует с осью Oy острый угол и $|\overline{q}| = 4$.
 3. Вектор \overline{m} перпендикулярен векторам $\overline{p} = \{2;-3;1\}$ и $\overline{q} = \{1;-2;3\}$ и удовлетворяет условию $(\overline{m}, \overline{i} + 2\overline{j} - 7\overline{k}) = 10$. Найти его координаты.
 4. Определение базиса на плоскости и в пространстве. Система координат. Координаты вектора и точки.
-

1. Найти угол между векторами $\overline{a} = 3\overline{e}_1 + 2\overline{e}_2$ и $\overline{b} = 2\overline{e}_1 - 3\overline{e}_2$, где $|\overline{e}_1| = |\overline{e}_2| = 1$, $(\overline{e}_1, \overline{e}_2) = 120^\circ$.
 2. Вычислить высоты параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = 3\overline{i} - 2\overline{j} + \overline{k}$ и $\overline{b} = \overline{i} + 2\overline{j} - 2\overline{k}$.
 3. Вектор \overline{x} , перпендикулярен к оси Oz и вектору $\overline{a} = \{8;-15;3\}$, образует острый угол с осью Ox . Зная, что $|\overline{x}| = 51$, найти его координаты.
 4. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на скаляр).
-

1. Даны три точки $A(2;-1;1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;1;2)$. На оси Ox найти точку D так, чтобы точки A, B, C, D лежали в одной плоскости.
2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{e}_1 + 2\overline{e}_2$; $\overline{b} = 3\overline{e}_1 - \overline{e}_2$, если $|\overline{e}_1| = 1, |\overline{e}_2| = 3$, $(\overline{e}_1, \overline{e}_2) = \pi/6$.
3. Даны вершины треугольника $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$, $C(1;3;-1)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .
4. Линейнозависимые и линейнонезависимые векторы.

1. Найти объём пирамиды с вершинами в точках $A(2;-1;1)$, $B(-1;2;-1)$, $C(3;1;0)$, $D(0;0;1)$.
 2. Точки M и N служат серединами сторон BC и CD параллелограмма $ABCD$. Полагая $\overline{AM} = \overline{m}$, $\overline{AN} = \overline{n}$, выразить через векторы $\overline{m}, \overline{n}$ векторы \overline{BC} и \overline{CD} .
 3. Вектор \overline{a} , коллинеарный вектору $\overline{m} = \{6;-8;-7.5\}$, образует острый угол с осью Oz . Зная, что $|\overline{a}| = 50$, найти его координаты.
 4. Проекция вектора на ось, свойства, вычисление.
-

1. В плоскости xOy найти вектор, перпендикулярный вектору $\overline{m} = \{2;-1;1\}$, длина которого равна единице.
 2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} - \overline{n}$; $\overline{b} = 2\overline{m} + 3\overline{n}$, где \overline{m} и \overline{n} единичные векторы, образующие угол в 45° .
 3. Даны вершины четырёхугольника $A(1;-2;2)$, $B(1;4;0)$, $C(-4;1;1)$, $D(-5;-5;3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.
 4. Векторное произведение векторов, свойства, вычисление.
-

1. При каком значении α векторы $\overline{a} = \alpha \cdot \overline{i} - 3\overline{j} + \overline{k}$ и $\overline{b} = 2\overline{i} - \overline{j} - \alpha \cdot \overline{k}$ взаимно ортогональны?
2. Даны вершины треугольника $A(2;1;3)$, $B(0;2;1)$, $C(-1;1;0)$. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины B .
3. Даны точки $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$. Определить высоту тетраэдра $ABCD$, опущенную из вершины B .
4. Смешанное произведение, свойства, вычисление.

-10-

1. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = 2\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$ и $\bar{b} = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2$, где $|\bar{e}_1| = 1, |\bar{e}_2| = 2, (\bar{e}_1, \bar{e}_2) = \pi/3$.
 2. В плоскости xOz найти вектор, перпендикулярный вектору $\bar{a} = \{-1; 2; 1\}$, длина которого равна четырём.
 3. Векторы \bar{a} и \bar{b} образуют угол $\varphi = \pi/6$. Зная, что $|\bar{a}| = \sqrt{3}, |\bar{b}| = 1$, вычислить угол между векторами $\bar{a} - 2\bar{b}$ и $2\bar{a} + \bar{b}$.
 4. Проекция вектора на ось, свойства проекции, вычисление.
-

-11-

1. Выяснить, лежат ли четыре точки $A(-1; 2; 0), B(0; 1; -1), C(2; 3; 1), D(1; 1; 1)$ в одной плоскости.
 2. Вычислить внутренние углы треугольника, построенного на векторах $\overline{AB} = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2, \overline{AC} = 3\bar{e}_1 + \bar{e}_2$, где $|\bar{e}_1| = 3, |\bar{e}_2| = 4, \bar{e}_1 \perp \bar{e}_2$.
 3. Вектор \bar{m} составляет с координатными осями Ox и Oy углы 60° и 120° , соответственно. Вычислить его координаты при условии, что $|\bar{m}| = 2$.
 4. Векторное произведение, свойства, вычисление.
-

-12-

1. Найти $np_{\bar{b}}\bar{a}$, где $\bar{a} = 2\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{b} = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$, \bar{e}_1 и \bar{e}_2 — единичные векторы, образующие угол в 60° .
2. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1; 2; 1), B(-1; 0; 2), C(2; 0; 1)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины A .
3. Дано разложение вектора \bar{c} по базису $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$: $\bar{c} = 16\bar{i} - 15\bar{j} + 12\bar{k}$. Определить разложение по этому же базису вектора \bar{a} , параллельного вектору \bar{c} и противоположного с ним направления, при условии, что $|\bar{a}| = 75$.
4. Скалярное произведение векторов, свойства, вычисление.

-13-

1. Треугольник построен на векторах $\overline{AB} = \bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$, $\overline{AC} = \bar{i} + \bar{k}$. Найти длину высоты, опущенной на сторону AC .
 2. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB} = 2\bar{m} + \bar{n}$, $\overline{AD} = \bar{m} - \bar{n}$, где $|\bar{m}| = |\bar{n}| = 3$, $(\bar{m}, \bar{n}) = 120^\circ$.
 3. Три силы $\bar{M}, \bar{P}, \bar{Q}$, приложенные к одной точке, имеют взаимно ортогональные направления. Определить величину и направление их равнодействующей \bar{R} , если $|\bar{M}| = 2, |\bar{P}| = 10, |\bar{Q}| = 11$.
 4. Базис на плоскости. Координаты вектора и точки на плоскости.
-

-14-

1. Выяснить, лежат ли данные точки $A(2;-1;0), B(-1;0;2), C(0;1;-1)$ на одной прямой
 2. Найти $np_{\bar{b}}\bar{a}$, если $\bar{a} = 2\bar{m} - \bar{n}$, $\bar{b} = \bar{m} + \bar{n}$, где $|\bar{m}| = 2, |\bar{n}| = 3$, $(\bar{m}, \bar{n}) = \pi/3$.
 3. Найти проекцию вектора \overline{AB} на ось, образующую с координатными осями Ox и Oy углы в 60° и 120° , соответственно, а с координатной осью Oz – тупой угол, при условии, что $A(1;2;3), B(2;-1;0)$.
 4. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на скаляр).
-

-15-

1. Даны вершины треугольника $A(1;-1;2), B(2;0;-1), C(0;0;1)$. Определить внешний угол этого треугольника при вершине A .
2. Даны вершины треугольной пирамиды $A(2;1;0), B(0;-1;1), C(1;2;-1), D(4;3;-1)$. Найти длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
3. Даны вершины треугольника $A(2;1;3), B(0;2;1), C(-1;0;1)$. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённого из вершины B .
4. Линейнозависимые и линейнонезависимые векторы.

1. Найти площадь треугольника, построенного на векторах

$$\bar{a} = 3\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \quad \bar{b} = -\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \quad \text{где } |\bar{e}_1| = |\bar{e}_2| = 2, \quad (\bar{e}_1, \bar{e}_2) = \pi/3.$$

2. В плоскости xOy найти вектор, перпендикулярный вектору

$$\bar{a} = \{1; -2; 1\}, \quad \text{длина которого равна пяти.}$$

3. Найти вектор \bar{x} перпендикулярный векторам $\bar{p} = \{2; -1; 1\}$ и $\bar{q} = \{1; 0; 2\}$, если $|\bar{x}| = 3$.

4. Проекция вектора на ось, свойства, вычисление.
