-1-

1. Доказать, что векторы $\overline{e_1} = \{1;2;-1\}$, $\overline{e_2} = \{2;1;1\}$, $\overline{e_3} = \{1;2;3\}$ образуют базис. Найти разложение в этом базисе вектора $\overline{a} = \{-1;3;2\}$.

2. Найти длину вектора $\overline{a} = 3\overline{e_1} - 2\overline{e_2}$, где $|\overline{e_1}| = 1, |\overline{e_2}| = 2,$ векторы $\overline{e_1}$ и $\overline{e_2}$ образуют угол в 30^0 .

3. В плоскости xOy найти единичный вектор $\overline{s}$, перпендикулярный вектору $\overline{a} = \{2;1;-1\}$ и образующий острый угол с осью Ox.

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(1;-1;2)$, $B(2;1;-1)$, $C(-1;1;3)$. Найти его площадь и высоту, опущенную из вершины B .

5. Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости $A(1;-1;2)$, $B(3;4;5)$, $C(2;-1;1)$, $D(2;1;3)$.

-2-

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(2;1;-1)$, $B(1;-1;2)$, $C(3;2;-1)$. Найти координаты четвёртой вершины D .

2. Найти угол между векторами $\overline{a} = 3\overline{e_1} + 2\overline{e_2}$ и $\overline{b} = \overline{e_1} - 3\overline{e_2}$, где $\overline{e_1}$ и $\overline{e_2}$ единичные векторы, образующие угол в 120^0 .

3. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a} = \{-1;2;1\}$, $\overline{b} = \{2;1;-1\}$ и удовлетворяет условию $(\overline{x}, 2\overline{i} - \overline{j} + \overline{k}) = 1.$

4. Даны вершины тетраэдра $A(1;-1;2)$, $B(2;1;-1)$, $C(-1;2;0)$, $D(0;-1;2)$. Найти его объём и длину высоты, опущенной из вершины D .

5. Выяснить, лежат ли точки $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-4;5)$ на одной прямой .

1. Доказать, векторы $\overline{a}+\overline{b}$, $\overline{b}+\overline{c}$, $\overline{c}-\overline{a}$ – компланарны.

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}=\overline{m}+3\overline{n}$ и $\overline{b}=2\overline{m}-\overline{n}$, где $|\overline{m}|=2, |\overline{n}|=3$ и угол между векторами $\overline{m}$ и $\overline{n}$ равен 30^0 .

3. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он коллинеарен вектору $\overline{a}=\{2;-1;3\}$, $|\overline{x}|=3$ и вектор $\overline{x}$ образует тупой угол с осью Oy.

4. Вычислить площадь и высоты параллелограмма, построенного на векторах
$$\overline{a}=2\overline{i}+3\overline{j}-\overline{k}\ ,\quad \overline{b}=\overline{i}-2\overline{j}+3\overline{k}\ .$$

5. Даны три вектора $\overline{a}=\{2;-1;1\}$, $\overline{b}=\{1;1;-1\}$, $\overline{c}=\{3;2;0\}$. Найти $np_{\overline{b}+2\overline{c}}\overline{a}$.

---

1. Доказать, что векторы $\overline{a}=\{1;-1;2\}$, $\overline{b}=\{2;1;0\}$, $c=\{1;2;-2\}$, $\overline{d}=\{2;1;0\}$ компланарны и найти разложение вектора $\overline{d}$ по векторам $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$.

2. Найти угол между векторами $\overline{a}=3\overline{e}_1+\overline{e}_2$, $\overline{b}=\overline{e}_1-2\overline{e}_2$, где $\overline{e}_1,\overline{e}_2$ – единичные векторы, образующие угол 60^0 .

3. Найти единичный вектор, перпендикулярный к вектору $\overline{a}=\{1;-1;2\}$ и оси абсцисс, и образующий тупой угол с осью Oz.

4. Даны вершины треугольника $A(-1;2;0)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;0;2)$. Найти внутренние углы этого треугольника.

5. Даны вершины треугольной пирамиды $A(-1;2;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-2;0;1)$, $D(1;2;-3)$. Вычислить её объём и длину высоты, опущенной из вершины D.

-5-

1. Даны векторы $\overline{e}_1 = \{2;0;1\}$, $\overline{e}_2 = \{-1;1;2\}$, $\overline{e}_3 = \{1;-10\}$. Найти разложение вектора $\overline{a} = \{-1;2;3\}$ по базису $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$.

2. Определить длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = 2\overline{e}_1 - \overline{e}_2$ и $\overline{b} = \overline{e}_1 + 3\overline{e}_2$, где $\overline{e}_1, \overline{e}_2$ – векторы, образующие угол в 30^0 и $|\overline{e}_1| = 2$, $|\overline{e}_2| = 3$.

3. Найти единичный вектор, образующий с осью Oy угол в 60^0 и с осью Oz – 120^0 .

4. Даны последовательные вершины четырёхугольника $A(2;-1;0)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;1;1)$, $D(1;0;3)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

5. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{AB} = 2\overline{i} - 3\overline{j}$, $\overline{AC} = \overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{AD} = 3\overline{i} - \overline{j}$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины A .

-6-

1. Может ли вектор составлять с осями координат углы в 45^0 , 60^0 , 30^0 ?

2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} = -\overline{e}_1 + 3\overline{e}_2$, $\overline{b} = 2\overline{e}_1 + \overline{e}_2$, где $\overline{e}_1$ и $\overline{e}_2$ векторы, образующие угол в 60^0 и $|\overline{e}_1| = 2, |\overline{e}_2| = 1$.

3. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a} = \{2;1-1\}$, $\overline{b} = \{1;0;-2\}$, образует тупой угол с осью Ox и $|\overline{x}| = 2$.

4. Даны вершины треугольника $A(1;-1;2)$, $B(2;0;-1)$, $C(0;0;1)$. Определить внешний угол этого треугольника при вершине A .

5. Показать, что векторы $\overline{a} = \{-1;2;0\}$, $\overline{b} = \{2;-1;1\}$, $\overline{c} = \{1;1;1\}$ компланарны и получить разложение вектора $\overline{c}$ по векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

1. Выяснить, лежат ли данные точки на одной прямой $A(2;-1;0)$, $B(-1;0;2)$, $C(0;1;-1)$.

2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{e}_1 = \bar{m} + 2\bar{n}$, $\bar{e}_2 = \bar{m} - 3\bar{n}$, где $|\bar{m}| = 3, |\bar{n}| = 1$. $(\bar{m},\hat{}\ \bar{n}) = \pi / 6$.

3. Найти вектор $\bar{x}$, если он перпендикулярен вектору $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, оси Oz, образует с осью Ox тупой угол и $|\bar{x}| = 3$.

4. Треугольник построен на векторах $\overline{AB} = \bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$, $\overline{AC} = \bar{i} + \bar{k}$. Найти длину высоты этого треугольника, опущенную на направление вектора $\overline{AC}$.

5. Объём треугольной пирамиды $V = 3$. Три её вершины находятся в точках $A(1;-2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(2;3;-2)$. Найти координаты четвёртой вершины D, если она находится на оси Ox.

---

1. Даны три вектора $\bar{p} = \{-1;2;0\}$, $\bar{q} = \{2;-1;1\}$, $\bar{r} = \{1;1;2\}$. Найти разложение вектора $\bar{c} = \{2;-1;0\}$ по базису $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$.

2. Найти $np_{\bar{b}}\bar{a}$, где $\bar{a} = 2\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$, $\bar{b} = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$, $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ – единичные векторы, образующие угол в 60^0.

3. Найти вектор $\bar{x}$, длина которого $|\bar{x}| = 4$, образующий с осью абсцисс острый угол и коллинеарный вектору $\bar{a} = \{-1;2;-1\}$.

4. Даны вершины треугольника $A(-1;2;0)$, $B(0;1;-1)$, $C(-1;0;2)$. Найти внутренние углы этого треугольника.

5. Выяснить, лежат ли четыре точки $A(-1;2;0)$, $B(0;1;-1)$, $C(2;3;1)$, $D(1;1;1)$ в одной плоскости.

-9-

1. Векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ взаимно перпендикулярны и $|\overline{a}| = 3, |\overline{b}| = 5$. Найти $|\overline{a}+\overline{b}|$ и $|\overline{a}-\overline{b}|$.

2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} - 2\overline{n}$, $\overline{b} = 3\overline{m} + \overline{n}$, если $|\overline{m}| = 2, |\overline{n}| = 1$, $(\overline{m},^\wedge \overline{n}) = 60^0$.

3. Найти единичный вектор $\overline{p}$, перпендикулярный к вектору $\overline{a} = \{-1;2;-1\}$ и к оси Oz.

4. Даны вершины треугольника $A(-1;2;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(1;2;-1)$. Найти $np_{\overline{AC}}\overline{AB}$.

5. Найти объём пирамиды с вершинами в точках $A(2;-1;1)$, $B(-1;2;-1)$, $C(3;1;0)$, $D(0;0;1)$ и вычислить длину высоты, опущенной из вершины D.

-10-

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-1;2;3)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;2)$. Найти координаты четвёртой вершины этого параллелограмма.

2. Вычислить внутренние углы треугольника, построенного на векторах $\overline{AB} = \overline{e}_1 - 2\overline{e}_2$, $\overline{AC} = 3\overline{e}_1 + \overline{e}_2$, где $\overline{e}_1 \perp \overline{e}_2$ и $|\overline{e}_1| = 2, |\overline{e}_2| = 3$.

3. В плоскости yOz найти вектор $\overline{p}$, перпендикулярный вектору $\overline{q} = \overline{i} - 2\overline{j} + 2\overline{k}$, имеющий одинаковую с ним длину и образующий острый угол с осью Oz.

4. Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;2;0)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;0;2)$. Найти длину высоты этого треугольника, опущенную из вершины B.

5. Найти объём и высоты параллелограмма, построенного на векторах
$\overline{a} = \{-1;2;0\}$, $\overline{b} = \{2;1;-1\}$, $\overline{c} = \{0;2;1\}$.

-11-

1. Даны три вектора $\overline{p}=\{3;1;-2\}$, $\overline{q}=\{-1;2;1\}$, $\overline{r}=\{2;1;0\}$. Найти разложение вектора $\overline{a}=\{2;0;0\}$ по базису $\overline{p},\overline{q},\overline{r}$.

2. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB}=2\overline{m}+\overline{n}$, $\overline{AD}=\overline{m}-\overline{n}$, где $|\overline{m}|=2, |\overline{n}|=3$, векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$ образуют угол в 120^0 .

3. Найти вектор $\overline{x}$ перпендикулярный векторам $\overline{a}=\{2;-1;1\}$, $\overline{b}=\{-1;2;0\}$ и удовлетворяющий условию $(\overline{x},2\overline{i}+\overline{k})=1.$

4. При каком значении α векторы $\overline{a}=\alpha\cdot\overline{i}-3\overline{j}+\overline{k}$ и $\overline{b}=2\overline{i}-\overline{j}-\alpha\cdot\overline{k}$ взаимно перпендикулярны?

5. Даны вершины треугольной пирамиды $A(0;2;-1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;-2)$, $D(2;1;-1)$. Найти длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .

-12-

1. На плоскости даны два вектора $\overline{p}=\{-1;2\},\overline{q}=\{2;0\}$. Найти разложение вектора $\overline{a}=\{-3;1\}$ по базису $\overline{p},\overline{q}$.

2. Найти проекцию вектора $\overline{a}=2\overline{e}_1-\overline{e}_2+\overline{e}_3$ на направление вектора $\overline{b}=\overline{e}_1-\overline{e}_2+\overline{e}_3$, где $\overline{e}_1,\overline{e}_2,\overline{e}_3$ – попарно перпендикулярные векторы и $|\overline{e}_1|=1,|\overline{e}_2|=3,|\overline{e}_3|=2.$

3. В плоскости xOz найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a}=\{-1;2;1\}$ и и удовлетворяющий условию $(\overline{x},\overline{i}-\overline{j}+\overline{k})=1.$

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(2;0;-1)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины A .

5. Проверить, лежат ли четыре точки $A(1;2;-1)$, $B(2;3;0)$, $C(0;-1;2)$, $D(2;1;0)$ в одной плоскости.

-13-

1. Проверить лежат ли точки $A(2;-1;0)$, $B(1;0;2)$, $C(4;-3;-4)$ на одной прямой.

2. Найти $\left|\bar{a}+\bar{b}\right|$ и $\left|\bar{a}-\bar{b}\right|$, где $\left|\bar{a}\right|=3, \left|\bar{b}\right|=1$, $(\bar{a},\hat{}\ \bar{b})=60^0$.

3. Найти вектор $\bar{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\bar{a}=\{1;1;0\}, \bar{b}=\{2;0;-1\}$, образует с осью Oz тупой угол и $\left|\bar{x}\right|=3.$

4. Вычислить длину высоты треугольника, построенного на векторах $\bar{a}=\{1;-2;1\}$ и $\bar{b}=\{2;1;0\}$. Высота опущена на направление вектора $\bar{b}$.

5. Вычислить объём тетраэдра с вершинами в точках $A(0;-1;2)$, $B(3;2;0)$, $C(-1;1;2)$, $D(0;-1;2)$. Найти длину высоты тетраэдра, опущенной из вершины D .

-14-

1. Даны векторы $\bar{e}_1=\{1;-1;2\}$, $\bar{e}_2=\{0;3;1\}$, $\bar{e}_3=\{2;-1;0\}$. Разложить вектор $\bar{a}=\{0;0;1\}$ по базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$.

2. Найти $np_{\bar{b}}\bar{a}$, если $\bar{a}=2\bar{m}-\bar{n}$, $\bar{b}=\bar{m}+\bar{n}$, где $\left|\bar{m}\right|=2, \left|\bar{n}\right|=3$, $(\bar{m},\hat{}\ \bar{n})=60^0$.

3. Найти вектор $\bar{x}$, зная, что он перпендикулярен вектору $\bar{a}=\{-1;2;1\}$ и удовлетворяет условиям $(\bar{x},2\bar{i}+\bar{j}-\bar{k})=1$, $(\bar{x},\bar{i}-2\bar{j}+\bar{k})=-1$.

4. Определить внутренние углы треугольника с вершинами в точках $A(3;0;-1)$, $B(1;2;-1)$, $C(2;0;-1)$.

5. Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости $A(3;5;1)$, $B(2;4;2)$. $C(1;5;3)$, $D(4;4;5)$.

-15-

1. Векторы $\overline{AC} = \overline{m}$ и $\overline{BD} = \overline{n}$ служат диагоналями параллелограмма $ABCD$. Выразить через векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$, являющиеся сторонами этого параллелограмма.

2. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} + 2\overline{n}$ и $\overline{b} = \overline{m} - 3\overline{n}$, где $|\overline{m}| = 2, |\overline{n}| = 3$, $(\overline{m},^\wedge \overline{n}) = 30^0$.

3. Найти единичный вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a} = \{1;-1;2\}$, $\overline{b} = \{2;2;1\}$ и образует с осью Oy тупой угол.

4. Даны три вектора $\overline{a} = \{-1;2;-1\}$, $\overline{b} = \{2;0;1\}$, $\overline{c} = \{1;-1;0\}$. Найти вектор $\overline{x}$, удовлетворяющий условиям $(\overline{a},\overline{x}) = 0$, $(\overline{b},\overline{x}) = 1$, $(\overline{c},\overline{x}) = 3$.

5. Даны вершины треугольной пирамиды $A(2;1;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(1;2;-1)$, $D(4;3;-1)$. Найти длину высоты этой пирамиды, опущенной из вершины D.

-16-

1. Векторы $\overline{AB} = \overline{p}$ и $\overline{AF} = \overline{q}$ служат двумя смежными сторонами правильного шестиугольника. Выразить через $\overline{p}$ и $\overline{q}$ векторы $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}$, идущие по сторонам этого шестиугольника.

2. Найти угол между векторами $\overline{a} = 2\overline{e}_1 - 3\overline{e}_2$, $\overline{b} = \overline{e}_1 + 2\overline{e}_2$, где $\overline{e}_1$ и $\overline{e}_2$ – единичные векторы, образующие угол в 120^0.

3. В плоскости yOz найти вектор, длина которого равна трём и который перпендикулярен вектору $\overline{a} = \{-1;2;1\}$.

4. Даны вершины треугольника $A(0;1;-2)$, $B(-1;0;1)$, $C(2;-1;1)$. Найти $np_{\overline{BC}} \overline{AB}$.

5. Проверить, лежат ли четыре точки $A(2;1;-1)$, $B(-1;3;1)$, $C(0;2;-1)$, $D(-3;4;1)$ в одной плоскости.

-17-

1. В треугольнике ABC проведена медиана AD. Выразить вектор $\overline{AD}$ через векторы $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

2.Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} - \overline{n}$, $\overline{b} = 2\overline{m} + \overline{n}$, где $|\overline{m}| = 2, |\overline{n}| = 1$ и $(\overline{m},\hat{}\ \overline{n}) = \pi / 3$.

3. В плоскости yOz найти вектор, перпендикулярный вектору $\overline{a} = \{-1;2;2\}$ и имеющий одинаковую с ним длину .

4. Вычислить площадь и высоты параллелограмма, построенного на векторах
$$\overline{a} = 3\overline{i} - 2\overline{j} + \overline{k} \ , \quad \overline{b} = \overline{i} + 2\overline{j} - 2\overline{k} \ .$$

5. Даны вершины тетраэдра A(0;-1;2) , B(2;1;1) , C(-1;2;0) , D(3;2;-1) . Вычислить его объём и высоту, опущенную из вершины A .

-18-

1. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD угла A . Выразить вектор $\overline{AD}$ через векторы $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

2. Зная две стороны треугольника $\overline{AB} = 3\overline{e}_1 + \overline{e}_2$ и $\overline{AC} = -\overline{e}_1 + 2\overline{e}_2$, вычислить длину его высоты CD , если $|\overline{e}_1| = 2, |\overline{e}_2| = 1, \overline{e}_1 \perp \overline{e}_2$.

3. Вектор $\overline{q}$ коллинеарен вектору $\overline{a} = \{-1;3;-2\}$ и образует острый угол с осью Ox . Зная, что $|\overline{q}| = 3$, найти его координаты.

4. Даны вершины треугольника A(0;-1;2) , B(2;3;1) , C(1;1;0) . Найти его внешний угол при вершине B .

5. Даны три точки A(2;-1;1) , B(-1;0;4) , C(0;1;2) . На оси Ox найти такую точку D, чтобы точки A,B,C,D лежали в одной плоскости.

-19-

1. Доказать, что векторы $\bar{e}_1 = \{1;-2;0\}$, $\bar{e}_2 = \{0;1;-1\}$, $\bar{e}_3 = \{2;1;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\bar{a} = \{3;2;0\}$ в этом базисе.

2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2$ и $\bar{b} = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2$, если $|\bar{e}_1| = 1, |\bar{e}_2| = 3$ и $(\bar{e}_1,^\wedge \bar{e}_2) = 30^0$.

3. В плоскости xOy найти вектор $\bar{q}$, длина которого равна трём и который удовлетворяет условию $(\bar{q}, \bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}) = 1$.

4. Найти внутренние углы треугольника, с вершинами в точках $A(3;-2;0)$, $B(-2;1;-3)$, $C(1;0;-1)$.

5. Объём тетраэдра $V = 1$. Три его вершины находятся в точках $A(-1;0;2)$, $B(-2;1;0)$, $C(1;-1;3)$. Найти координаты четвёртой вершины D , если известно, что она лежит на оси Ox .

-20-

1. Выяснить, лежат ли три данные точки $A(1;-1;2)$, $B(2;0;-1)$, $C(3;-1;2)$ на одной прямой .

2. Найти длину вектора $\bar{a} = 3\bar{m} + 2\bar{n}$, где $|\bar{m}| = 1, |\bar{n}| = 3$ и $(\bar{m},^\wedge \bar{n}) = 60^0$.

3. Найти вектор $\bar{q}$, перпендикулярный вектору $\bar{a} = \{-1;2;3\}$ и оси Oy , зная, что он образует острый угол с осью Oz и $|\bar{q}| = 2.$

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1;2;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Найти $np_{\overline{AC}}\overline{AB}$.

5. Найти объём тетраэдра с вершинами в точках $A(-1;2;-1)$, $B(2;2;1)$, $C(0;2;1)$. $D(0;1;-1)$ и высоту, опущенную из вершины C .

-21-

1. Точки K, L, служат серединами сторон BC и CD параллелограмма $ABCD$. Полагая $\overline{AK} = \overline{m}$ и $\overline{AL} = \overline{n}$, выразить через векторы $\overline{m}, \overline{n}$ векторы $\overline{BC}$ и $\overline{CD}$.

2. Найти угол между векторами $\overline{a} = 3\overline{m} - \overline{n}$ и $\overline{b} = \overline{m} + 2\overline{n}$, если $|\overline{m}| = 2, |\overline{n}| = 3, \overline{m} \perp \overline{n}$.

3. Найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a} = \{-1;2;1\}$ и удовлетворяющий условиям $(\overline{x}, \overline{i} - 2\overline{j} + 3\overline{k}) = 3$, $(\overline{x}, 2\overline{i} + \overline{j} - \overline{k}) = 1$.

4. Найти площадь треугольника с вершинами в точках A(-1;2;3), B(-1;0;2), C(1;1;-2), а также длину высоты, опущенной из точки A.

5. Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости A(-1;2;3), B(2;0;-1), C(1;-2;1), D(0;2;2).

-22-

1. Доказать, что если $\alpha \cdot \overline{a} + \beta \cdot \overline{b} + \gamma \cdot \overline{c} = 0$, то векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ компланарны.

2. Найти длину вектора $\overline{a} = 3\overline{e}_1 - 2\overline{e}_2$, где $|\overline{e}_1| = 1, |\overline{e}_2| = 2$, $(\overline{e}_1, \hat{}\ \overline{e}_2) = \pi / 3$.

3. Найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный оси Ox и удовлетворяющий условиям
$$(\overline{x}, 3\overline{i} + 2\overline{j} - \overline{k}) = 1, \quad |\overline{x}| = 3.$$

4. Найти высоту треугольника с вершинами в точках A(-1;2;0), B(2;2;-1), C(1;0;1), опущенную из вершины B.

5. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах
$$\overline{a} = \{2;1;-1\}, \quad \overline{b} = \{-1;0;2\}, \quad \overline{c} = \{3;2;1\}.$$

1. Может ли вектор образовывать с осями координат углы $\alpha = \pi/3; \beta = \pi/4; \gamma = \pi/3$?

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = 0.5\bar{m} + \bar{n}$, $\bar{b} = \bar{m} - 0.5\bar{n}$, где $\bar{m}$ и $\bar{n}$ – единичные векторы, образующие угол в 45^0 .

3. Найти вектор $\bar{x}$, коллинеарный вектору $\bar{a} = \{2;-1;2\}$, образующий с осью Ox тупой угол и длина, которого равна трём.

4. Найти внутренние углы треугольника с вершинами в точках $A(3;-1;0)$, $B(1;2;-1)$, $C(2;-1;5)$.

5. Найти объём тетраэдра с вершинами в точках $A(-1;2;3)$, $B(2;3;4)$, $C(-1;0;2)$, $D(1;0;-1)$ и длину высоты, опущенной из вершины B .

---

1. Даны векторы $\bar{p} = \{2;1\}, \bar{q} = \{-1;2\}$. Разложить вектор $\bar{a} = \{0;1\}$ по базису $\bar{p}, \bar{q}$.

2. Найти проекцию вектора $\bar{a} = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2$ на направление вектора $\bar{b} = \bar{e}_1 + 3\bar{e}_2$, где $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ – единичные векторы, образующие угол в 60^0 .

3. Найти вектор $\bar{x}$, перпендикулярный векторам $\bar{p} = \{2;-1;1\}$ и $\bar{q} = \{1;0;2\}$, длина которого равна трём.

4. Даны вершины треугольника $A(2;1;3)$, $B(0;2;1)$, $C(-1;1;0)$. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины B .

5. Вычислить объём треугольной пирамиды и её высоту, опущенную из точки A , если вершины пирамиды находятся в точках $A(-3;2;0)$, $B(2;1;3)$, $C(0;0;1)$, $D(2;1;0)$

-25-

1. На векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, где $|\overline{a}| = 3, |\overline{b}| = 2$, $(\overline{a},\hat{}\ \overline{b}) = 60^0$, построен параллелограмм . Найти длины диагоналей этого параллелограмма.

2. Найти угол между векторами $\overline{a} = \overline{m} - 2\overline{n}$, $\overline{b} = 2\overline{m} + \overline{n}$, где $|\overline{m}| = 2, |\overline{n}| = 3, \overline{m} \perp \overline{n}$.

3. Найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный векторам $\overline{a} = \{-1;2;1\}$, $\overline{b} = \{2;1;0\}$, образующий острый угол с осью Oz , длина которого равна двум.

4. Найти проекцию вектора $\overline{a} = \{2;-1;-1\}$ на направление вектора $\overline{d} = \{-1;3;2\}$.

5. Даны вершины тетраэдра $A(-1;2;0)$, $B(2;0;1)$, $C(1;-1;2)$, $D(3;-1;0)$. Вычислить объём этого тетраэдра и высоту, опущенную из вершины C .

-26-

1. На векторах $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ построен параллелепипед. Составить векторы – диагонали этого параллелепипеда.

2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{e}_1 - 2\overline{e}_2$ и $\overline{b} = 3\overline{e}_1 + \overline{e}_2$, если $|\overline{e}_1| = 2, |\overline{e}_2| = 3, \overline{e}_1 \perp \overline{e}_2$.

3. Найти вектор $\overline{x}$ перпендикулярный векторам $\overline{a} = \{2;1;-1\}$ и $\overline{b} = \{-1;0;2\}$, модуль которого равен двум и который образует острый угол с осью Ox .

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;2)$, $C(1;2;-1)$. Найти $np_{\overline{BC}}\overline{AB}$.

5. Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости $A(2;-1;0)$, $B(-1;0;2)$, $C(1;-1;2)$, $D(1;-1;2)$.

-27-

1. Представить вектор $\bar{a} = \{1;-7\}$ как линейную комбинацию векторов $\bar{b} = \{4;2\}$ и $\bar{c} = \{3;5\}$.

2. На векторах $\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q}$ и $\bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}$, где $|\bar{p}| = 1, |\bar{q}| = 2, (\bar{p},\hat{}\ \bar{q}) = 60^0$, построен параллелограмм. Найти угол между диагоналями этого параллелограмма.

3. Найти вектор $\bar{x}$, который перпендикулярен вектору $\bar{a} = \{-1;1;2\}$ и оси ординат, если $|\bar{x}| = 4$.

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(1;-1;2)$. Найти его площадь и высоту, опущенную из вершины B.

5. Объём тетраэдра равен единице и три его вершины находятся в точках $A(2;-1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;0;-1)$. Найти координаты четвёртой вершины D, если она находится на оси Oz.

-28-

1. На векторах $\overline{AB} = 2\bar{m} - \bar{n}$ и $\overline{AC} = \bar{m} - 3\bar{n}$ построен треугольник. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины В .

2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2$ и $\bar{b} = \bar{e}_1 - 3\bar{e}_2$, если $|\bar{e}_1| = 1, |\bar{e}_2| = 3, \bar{e}_1 \perp \bar{e}_2$.

3. В плоскости yOz найти единичный вектор, перпендикулярный вектору $\bar{a} = \{-1;2;0\}$ и образующий острый угол с осью Oy.

4. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;3;-1)$. Найти внешние углы этого треугольника.

5. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах
$$\bar{a} = \{-1;2;0\}, \quad \bar{b} = \{2;1;-3\}, \quad \bar{c} = \{3;2;-1\}.$$