

-1-

Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 1. \end{cases}$$

-2-

Определить вершины и внутренние углы треугольника, стороны которого заданы уравнениями

$$x - 2y + 3 = 0, 2x + 3y - 1 = 0, 3x + y - 5 = 0.$$

-3-

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 1)$ параллельно
Прямой

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}, \quad \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}.$$

-4-

Проверить лежит ли прямая

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z-2}{3}$$

на плоскости

$$2x - y + 4z - 15 = 0.$$

-5-

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

-6-

На векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 1, |\vec{q}| = 2, (\vec{p}, \vec{q}) = 60^\circ$, построен параллелограмм. Найти угол между его диагоналями.

-7-

Проверить лежат ли четыре точки в одной плоскости:

$$A(2; -1; 0), D(-1; 0; 2), C(1; -1; 2), D(1; -1; 2).$$

-8-

Найти точку, симметричную точке $M(-1; 2)$ относительно прямой

$$x - y + 1 = 0.$$

-9-

Дан треугольник с вершинами в точках $A(2;1;-1), B(-1;0;2), C(1;2;-1)$. Найти проекцию вектора \overline{AB} на направление вектора \overline{BC} .

-10-

Найти проекцию точки $(1;-1;2)$ на плоскость $x - 2y + 3z - 1 = 0$.

-11-

Решить систему по формулам Крамера

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

-12-

Найти матрицу обратную к матрице

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & 4 \\ 7 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

-13-

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(-1;2)$ и уравнения его высот

$$x - 3y + 1 = 0, 2x - y + 2 = 0.$$

-14-

Дан треугольник с вершинами в точках $A(-1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(1;-1;2)$. Найти его площадь и длину его высоты, опущенной из вершины B .

-15-

Вычислить расстояние от точки $(2;-1;0)$ до плоскости $2x - 3y + 2z - 1 = 0$.

-16-

В плоскости yOz найти единичный вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1;2;0\}$ и образующий острый угол с осью Oy .

-17-

Найти вектор \vec{x} , перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 0; 2\}$ модуль которого равен 2, образующий острый угол с осью Ox .

-18-

Найти расстояние между двумя прямыми

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2} .$$

-19-

Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} .$$

-20-

Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{b} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \quad \text{если} \quad |\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 3, \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2 .$$

-21-

Через начало координат провести прямую, образующую с прямыми

$$x + y - 2 = 0 \quad \text{и} \quad x = 0$$

треугольник площадью $S = 4$ кв.ед.

-22-

Найти угол между прямой

$$\begin{cases} x - 3y + z - 1 = 0, \\ 2x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$$

и плоскостью

$$2x + y + 3z - 1 = 0.$$

-23-

Найти точку пересечения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0, \\ x - 3y + z + 3 = 0 \end{cases}$$

и плоскости

$$x - y + z + 1 = 0.$$

-24-

Через точку $M(2;1)$ провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между осями координат, делился в данной точке пополам.

-25-

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;2;1)$ и прямую

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-1} .$$

-26-

Найти точку пересечения медиан треугольника с вершинами в точках $A(2;3)$, $B(-1;2)$, $C(1;-3)$.

-27-

Решить матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

-28-

Найти площадь треугольника, построенного на векторах

$$\bar{a} = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2, \bar{b} = 3\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \text{ если } |\bar{e}_1| = 2, |\bar{e}_2| = 3, \angle(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = \pi/6 .$$

-29-

Две стороны квадрата лежат на прямых
 $x - 3y + 1 = 0, x - 3y - 2 = 0$

Найти его площадь.

-30-

На оси ординат найти точку, одинаково удалённую от начала координат и от прямой

$$2x - 3y + 1 = 0.$$