Вариант 1

1. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = ?$, 2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $A^2 - 3A + 5E = ?$

3. $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B^{-1} = ?$, 4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $X = ?$

.

5. $\begin{cases} -2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$

6. Доказать, что векторы $\bar{e}_1 = \{1,2,-1\}$, $\bar{e}_2 = \{2,1,1\}$, $\bar{e}_3 = \{1,2,3\}$ образуют базис, и найти разложение в этом базисе вектора $\bar{a} = \{-1,3,2\}$.

7. Найти длину вектора $\bar{a} = 3\bar{e}_1 - 2\bar{e}_2$, где $|\bar{e}_1| = 1$, $|\bar{e}_2| = 2$, векторы $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ образуют угол 30^0.

8. В плоскости XOY найти единичный вектор $\bar{E}$, перпендикулярный вектору $\bar{a} = \{2,1,-1\}$ и образующий острый угол с осью OX.

9. Дан треугольник с вершинами в точках A(1,-1,2), B(2,1,-1), C(-1,1,3). Найти его площадь и длину высоты, опущенной из вершины B.

10. Найти точку пересечения медиан треугольника, зная координаты его вершин A(1,2), B(2,3), C(-1,3).

11. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из точки A(1,-1,2) на прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1} .$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A(2,-1,3) и через прямую

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}.$$

Вариант 2

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = ?$, 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $A^2 - 3A + 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$, 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

6.Найти угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{b} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$, $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 120^0$.

7 .Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\bar{e}_1 = \{-1,2,1\}$, $\bar{e}_2 = \{2,1,-1\}$ и удовлетворяет условию $(\vec{x}, 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 1$.

8. Даны вершины тетраэдра: A(1,-1,2), B(2,1,-1), C(-1,2,0), D(0,-1,2). Найти его объём и длину высоты, опущенной из вершины D.

9. Выяснить, лежат ли данные точки A(2,-1,2), B(1,2,1), C(3,-4,5) на одной прямой.

10. Через точку A(1,2) провести прямую так, чтобы она отсекала от координатного угла треугольник, площадь которого равна 6.

11. Найти расстояние от точки P(2,4,-5) до прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

Вариант 3

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = ?$, 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A + 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$, 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 14x_4 + x_5 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 + 15x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$, где $(\vec{m}, \vec{n}) = 30^0$, $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он коллинеарен вектору $\vec{a} = \{2, -1, 3\}$, вектор $\vec{x}$ образует тупой угол с осью Oy и $|\vec{x}| = 3$.

8. Вычислить площадь и высоты параллелограмма, построенного на векторах
$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \qquad \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}.$$

9. Даны три вектора: $\vec{a} = \{3,2,0\}, \vec{b} = \{1,1,-1\}, \vec{c} = \{3,2,0\}$. Найти проекцию вектора $\bar{a}$ на направление, определяемое вектором $\vec{b} + 2\vec{c}$.

10. Через точку M(2,1) провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между осями координат, делился в данной точке пополам.

11. Найти расстояние между двумя прямыми
$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{2}, \qquad \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}.$$

12. Проверить, что прямые пересекаются и составить уравнение плоскости, через них проходящей
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}, \qquad \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{3}.$$

Вариант 4

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & -2 \end{bmatrix} = ?$. 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A + 3E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 6 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ \quad x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 \quad + 4x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 4, \\ x_1 -+5x_2 - x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 6x_1 - 12x_2 + 17x_3 - 9x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{b} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$, $(\vec{e}_1, \ \vec{e}_2) = \pi/3$.

7. Найти единичный вектор, перпендикулярный к вектору $\vec{a} = \{1,-1,2\}$ и оси абсцисс, и образующий тупой угол с осью Oz.

8. Даны вершины треугольника A(-1, 2, 0) , B(2, 1, -1), C(-2, 0, 1) . Найти внутренние углы этого треугольника.

9. Даны вершины треугольной пирамиды: A(-1,2,1), B(2,1,0), C(-2,0,1), D(1,2,-3). Вычислить её объём и длину высоты, опущенной из вершины D.

10. Составить уравнения высот треугольника, зная уравнения его сторон

$3x + y - 5 = 0, \quad 4x + 3y - 5 = 0, \quad x + 2y - 5 = 0.$

11. Дана прямая .$3x + 4y - 4 = 0$. Составить уравнение прямой, параллельной данной и проходящей через точку $M_0(1,2)$.

12. Найти точку пересечения прямой

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$$

и плоскости

$$2x - y + z - 3 = 0.$$

Вариант 5

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 2 & 6 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2\,. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 8x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

6. Даны векторы $\vec{e}_1 = \{2,0,1\}$, $\vec{e}_2 = \{-1,1,2\}$, $\vec{e}_3 = \{1,-1,0\}$. Найти разложение вектора $\vec{a} = \{-1,2,3\}$ по базису $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

7. Определить длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ и $\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = 2, |\vec{e}_2| = 3$, $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/6$.

8. Даны последовательные вершины четырёхугольника A(2,-1,0), B(-1,2,1), C(3,1,1), D(1,0,3). Доказать, что его диагонали взаимно-ортогональны.

9.Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах: $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 3\vec{i} - \vec{j}$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины A.

10. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин A(1,-2) и уравнения двух высот

$$x - y + 1 = 0, \quad x + 2y - 3 = 0.$$

11. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1} \quad , \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-1}.$$

12. Проверить, пересекаются ли две данные прямые

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1} \quad , \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Вариант 6

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} -8 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$, $A^2 - 5A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \\ -9 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_2 - 4x_3 = 2, \\ x_1 - x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 5x_2 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2,1,-1\}$, $\vec{b} = \{1,0,-2\}$, образует тупой угол с осью Ox и $|\vec{x}| = 2$.

7. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{b} = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = 2$, $|\vec{e}_2| = 1$, $(\vec{e}_1, \ \vec{e}_2) = \pi/3$.

8. Даны вершины треугольника A(1,-1,2), B(2,0,-1), C(0,0,1). Определить внешний угол этого треугольника при вершине A.

9. Показать, что векторы $\vec{a} = \{-1,2,0\}$, $\vec{b} = \{2,-1,1\}$, $\vec{c} = \{1,1,1\}$ компланарны и получить разложение вектора $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$

10. Найти точку симметричную точке (1,-2) относительно прямой
$$2x - y + 1 = 0.$$

11. Через точку M(2,1) провести прямую так, чтобы она прошла на одинаковом расстоянии от точек A(-1,0), B(4,2).

12. Составить уравнение прямой, проходящей через точку (2,-1,0) параллельно прямой
$$\begin{cases} 2x + y - 2z - 1 = 0, \\ x - 2y + z - 3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 7

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 3 \\ -6 & 0 & 4 \end{bmatrix} = ?$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 6 & 3 & 0 \\ -4 & 2 & 9 \end{bmatrix}$, $A^2 + 3A - 6E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 3 & 9 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} -x_1 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0, \\ 6x_1 - 10x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{e}_1 = \vec{m} + 2\vec{n}$, $\vec{e}_2 = \vec{m} - 3\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 3$, $|n| = 1$, $(\vec{m}, \ \vec{n}) = \pi/6$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, если он перпендикулярен вектору $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, оси Oz, образует с осью Ox тупой угол и $|\vec{x}| = 3$.

8. Треугольник построен на векторах $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{k}$. Найти длину его высоты, опущенной на сторону AC.

9. Объём тетраэдра V = 3. Три его вершины находятся в точках A(1,-2,1), B(2,0,-1), C(2,3,-1). Найти координаты четвёртой вершины D, если она находится на оси Ox.

10. Через точку A(0,1) провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между прямыми $x - 3y + 10 = 0$, $2x + y - 8 = 0$, делился в этой точке пополам.

-

11. Найти точку, симметричную точке M(-1,2,0) относительно плоскости

$$x - 2y + z - 1 = 0.$$

12. Проверить, лежит ли прямая

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$$

в плоскости

$$3x - 2y - 2z - 9 = 0.$$

Вариант 8

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A - 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 = -14. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$, где $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, $\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, причём $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$, $(\vec{e}_1 \quad \vec{e}_2) = \pi/3$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = \{-1,2,-1\}$, длина которого $|\vec{x}| = 4$, и образующий с осью абсцисс острый угол.

8. Даны вершины треугольника A(-1,2,0), B(0,1,-1), C(-1,0,2). Найти внутренние углы этого треугольника.

9. Выяснить, лежат ли данные четыре точки A(-1,2,0), B(0,1,-1), C(2,3,!), D(1,1,1) в одной плоскости.

10. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку пересечения прямых $x - 2y + 1 = 0$, $2x + y - 2 = 0$ и точку M(3,-2).

11. Составить уравнение биссектрисы угла между прямыми

$$x + 2y - 1 = 0, \quad 3x + 2y + 1 = 0.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(2,-1,1) параллельно прямым

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}, \qquad \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}.$$

Вариант 9

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 6 \\ -7 & 1 & 4 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & -5 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A - 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 3 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & -4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 5. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec a = 3\vec e + \vec e$, $\vec b = \vec e - 2\vec e$, где $|\vec e_1| = 2$, $|\vec e_2| = 1$, $(\vec e_1 \ \ \vec e_2) = \pi/3$.

7. Найти единичный вектор $\vec e$, перпендикулярный к вектору $\vec a = \{-1,2,-1\}$ и к оси Oz.

8. Даны вершины треугольника A(-1,2,0), B(2,0,-1), C(1,2,-1). Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{AC}$.

9. Найти объём пирамиды с вершинами в точках A(2,-1,1), B(-1,2,-1), C(3,1,0), D(0,0,1). и вычислить длину высоты, опущенной из вершины D.

10. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 3y + 2 = 0$, $3x + y - 1 = 0$ и одна из его вершин (-1,2). Составить уравнения двух других его сторон.

11. Найти площадь квадрата, зная координаты одной из его вершин (2,-1) и уравнение одной из его сторон $x - y + 2 = 0$.

12. Найти проекцию точки M(-1,2,1) на плоскость $x - 2y + z - 3 = 0$.

Вариант 10

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 7 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 + 7A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -7 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 \qquad = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 6x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_4 \qquad + x_5 = 0. \end{cases}$

6. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-1,2,3), B(2,1,0), C(1,2,2). Найти координаты четвёртой вершины.

7. Вычислить внутренние углы треугольника, построенного на векторах $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, $\overrightarrow{AC} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, где $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$, $|\vec{e}_1| = 2, [\vec{e}_2] = 3$.

8. В плоскости yOz найти вектор $\vec{p}$, перпендикулярный вектору $\vec{q} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$, имеющий одинаковую с ним длину и образующий острый угол с осью Oz.

9. Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках A(-1,2,0), B(2,1,-1), C(1,0,2). Найти длину высоты этого треугольника, опущенную из вершины B.

10. Две стороны квадрата лежат на прямых $x - 3x + 1 = 0$, $x - 3y - 2 = 0$. Найти его площадь.

11. Найти точку пересечения прямой

$$\frac{x-1}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

с плоскостью $x - 2y + z = 0$.

12.Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = -1 - t \end{cases}$$

перпендикулярно плоскости $2x - y + 3z - 1 = 0$.

Вариант 11

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 7 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 7 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -8 \\ 5 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$, $A^2 + 7A - 3E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 7 & 9 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 6 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, X =?

5. $\begin{cases} -2x_1 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB} = 2\vec{m} + \vec{n}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{m} - \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \ \vec{n}) = 120^0$.

7. Найти вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2,-1,1\}$, $\vec{b} = \{-1,2,0\}$ и удовлетворяющий условию $(\vec{x}, \ 2\vec{i} + \vec{k}) = 1$.

8. При каком значении α векторы $\vec{a} = \alpha \cdot \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - \alpha \cdot \vec{k}$ взаимно перпендикулярны?

9. Даны вершины треугольной пирамиды A(0,2,-1), B(-1,0,2), C(-1,1,-2), D(2,1,-1). Найти длину высоты, опущенной из вершины A.

10. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x - y + 1 = 0$, $2x - y - 2 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей $x + y - 1 = 0$.

11. Составить уравнение прямой, проходящей на одинаковых расстояниях от двух параллельных прямых $x - 3y + 1 = 0$, $x - 3y - 2 = 0$.

12. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку (2,-1,0), параллельно плоскости $x - 2y + z - 1 = 0$ и пересекает прямую

$$\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -2 + t, \\ z = -t. \end{cases}$$

Вариант 12

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -6 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A - 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \\ 1 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 4 \\ -15 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -3, \\ x_1 - 2x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 7x_5 = -3, \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 13x_5 = -5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + x_3 - 5x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 - 11x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти проекцию вектора $\vec{a} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ на направление вектора $\vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$, где $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2, \vec{e}_1 \perp \vec{e}_3, \vec{e}_2 \perp \vec{e}_3, |\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 3, |\vec{e}_3| = 2$.

7. В плоскости xOz найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,1\}$ и удовлетворяющий условию $(\vec{x}, \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 1$.

8. Дан треугольник с вершинами A(1,2,-1), B(-1,0,2), C(2,0,-1). Найти длину высоты, опущенной из вершины A.

9. Проверить, лежат ли четыре точки A(1,2,-1), B(2,3,0), C(0,-1,2), D(2,1,0) в одной плоскости.

10. Даны вершины треугольника A(1,-1), B(2,3), C(-1,2). Составить уравнения его высот.

11. Найти точку, симметричную точке M(-1,2,1) относительно плоскости

$$2x - y + 3z - 2 = 0.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = -1 + t, \end{cases}$$

параллельно прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0, \\ 2x + y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 13

1 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 3 & 6 & -4 \\ 7 & 1 & 0 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 7 \\ 7 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 9 \end{bmatrix}$, $A^2 + 4A - 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 4 \\ 6 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 - 5x_3 = 3, \\ -4x_1 + 7x_2 - x_3 = -8, \\ -3x_1 + 5x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 9. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$

6. Проверить лежат ли точки A(2,-1,0), B(1,0,2), C(4,-3,- 4) на одной прямой.

7. Найти $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$, где $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, (\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1,1,0\}$, $\vec{b} = \{2,1,0\}$, образует с осью Oz тупой угол и $|\vec{x}| = 3$.

9. Вычислить объём тетраэдра с вершинами в точках A(0,-1,2), B(3,2,0), C(-1,1,2), D(0,-1,2). Найти длину высоты тетраэдра.

10. Найти координаты точки, симметричной точке M(-1,2) относительно прямой $2x - y + 3 = 0$.

11. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну вершину C(1,- 4), а так же уравнение высоты $x - 3y + 2 = 0$ и медианы $2x + 3y + 1 = 0$, проведённых из одной вершины.

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(-1,2,1) и прямую

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-1} .$$

Вариант 14

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ -4 & 2 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \\ 8 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $A^2 + 7A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 5 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}$, X = ?

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 4x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 13x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 18x_4 = 0. \end{cases}$

6. Даны векторы $\vec{e}_1 = \{1,-1,2\}$, $\vec{e}_2 = \{0,3,-1\}$, $\vec{e}_3 = \{2,-1,0\}$. Разложить вектор $\vec{a} = \{0,0,1\}$ по базису $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

7. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} + \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/3$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен вектору $\vec{a} = \{-1,2,1\}$ и удовлетворяет условиям $(\vec{x}, \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = 1, (\vec{x}, 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 1$.

9. Определить внутренние углы треугольника с вершинами в точках A(3,0,-1), B(1,2,-1), C(2,0,-1).

10. Составить уравнения сторон и высот треугольника с вершинами в точках A(2,-1), B(0,2), C(-1,3).

11. Даны уравнения двух высот треугольника $x + y - 4 = 0$, $y = 2x$ и одна из его вершин A(0,2). Составить уравнения сторон треугольника.

12. Проверить, лежит ли прямая

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-2}$$

в плоскости $3x + 4y - z + 4 = 0$.

Вариант 15

1. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 9 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 8 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 - 6A + 8E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 0 & 7 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 - x_2 = 0, \\ -3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 5x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

6. Векторы $\overrightarrow{AC} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{BD} = \vec{n}$ служат диагоналями параллелограмма ABCD. Выразить через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$, являющиеся сторонами этого параллелограмма.

7. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - 3\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/6$.

8. Найти единичный вектор $\vec{e}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1,-1,2\}$, $\vec{b} = \{2,2,1\}$ и образует с ось Oy тупой угол.

9. Даны вершины тетраэдра A(2,1,0), B(0,-1,1), C(1,2,-1), D(1,2,-1). Найти длину высоты этого тетраэдра, опущенной из вершины B.

10. Найти коэффициент k из условия, что прямая $y = kx + 2$ удалена от начала координат на расстояние $d = 1$.

11. Найти угол между прямой

$$\begin{aligned} x - 2y + z - 1 &= 0, \\ 2x + y - 2z + 3 &= 0 \end{aligned}$$

и плоскостью $x - 3y + 2z - 3 = 0$.

12. Доказать, что прямые

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{-1}, \qquad \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$$

пересекаются и составить уравнение плоскости через них проходящей.

Вариант 16

1. $\begin{bmatrix} 1 & -6 & 0 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -2 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 + 6A - 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 9 & 3 & 0 \\ 5 & -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$ $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 2, \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$

6.Векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ и $\overrightarrow{AF} = \vec{q}$ служат двумя смежными сторонами правильного шестиугольника. Выразить через $\vec{p}$ и $\vec{q}$ векторы $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF}$, идущие по сторонам этого шестиугольника.

7. Найти угол между векторами $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \vec{b} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 120^0$.

8. В плоскости yOz найти вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,1\}$, длина которого равна трём.

9. Даны вершины треугольника A(0,1,-2), B(-1,0,1), C(2,-1,1) . Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{BC}$.

10.Три последовательные вершины параллелограмма имеют координаты A(2,1), B(-1,3), C(1,-2). Составить уравнения диагоналей этого параллелограмма.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку (1,0,-1) и прямую

$$x = 1 - t,\ y = 2 + 3t,\ z = 1 + t.$$

12. Найти проекцию точки M(2,-1,0) на прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}.$$

Вариант 17

1. $\begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 8 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \\ 7 & 4 & 8 \end{bmatrix}$, $A^2 - 3A + 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 8 & 5 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 12, \\ x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 9x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$

.

6. В треугольнике ABC проведена медиана AD. Выразить вектор $\overrightarrow{AD}$ через векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

7. В плоскости yOz найти вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,2\}$ и имеющий с ним одинаковую длину.

8. Вычислить площадь и высоты параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}.$$

9. Даны вершины тетраэдра A(0,-1,2), B(2,1,1), C(-1,2,0), D(3,2,-1). Вычислить его объём и высоту, опущенную из вершины A.

10. Даны две противоположные вершины квадрата A(3,-2), C(1,-2). Найти координаты двух других вершин этого квадрата.

11. Составить уравнения биссектрис углов между прямыми

$$x - 2y + 1 = 0, \quad 2x + y - 2 = 0.$$

12. Найти проекцию точки (2,1,-1) на плоскость

$$2x - y + z - 1 = 0.$$

Вариант 18

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 7 & 3 & 4 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 6 & -6 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 7 & 8 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 0 & 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 4, \\ x_1 - 3x_2 + x_4 - 5x_5 = -6, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$

6. Зная две стороны треугольника $\overrightarrow{AB} = 3\vec{p} + \vec{q}, \overrightarrow{BC} = -\vec{p} + 2\vec{q}$, вычислить длину его высоты CD, если $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 1, \vec{p} \perp \vec{q}$.

7. Вектор $\vec{q}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = \{-1,2,-2\}$, образует острый угол с осью Ox. Зная, что $|\vec{q}| = 3$, найти его координаты.

8. Даны три точки A(2,-1,1), B(-1,0,4), C(0,1,2). На оси Ox найти точку D так, чтобы точки A, B, C, D лежали в одной плоскости.

9. Даны вершины треугольника A(0,-1,2), B(2,3,1), C(1,1,0). Найти его внешний угол при вершине B.

10. Показать, что прямые $x - 3y - 1 = 0$, $2x - 6y + 2 = 0$ параллельны и найти расстояние между ними.

11. Составить уравнения прямой, проходящей через точку (1,-2,0) параллельно плоскости

$$2x - y + z - 3 = 0, \qquad x + 2y - z = 0.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через две прямые

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = -1 + 2t, \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Вариант 19

1. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 5 & 6 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 & -7 \\ 1 & 8 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $A^2 - 4A + 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 9 \\ 1 & 7 & 5 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 7 & 9 & 8 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 = 11, \\ 6x_1 - x_3 = 13. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 - x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -3, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = -3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 5x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 19x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, $\vec{b} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, если $|\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 3, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/6$.

7. В плоскости xOy найти вектор $\vec{q}$, длина которого равна трём и который удовлетворяет условию $(\vec{q}, \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) = 1$.

8. Найти внутренние углы треугольника с вершинами в точках A(3,-2,0), B(-2,1,-3), C(1,0,-1).

9. Объём тетраэдра V = 1. Три его вершины находятся в точках A(-1,0,2), B(-2,1,0), C(1,-1,3). Найти координаты четвёртой вершины D, если известно, что она лежит на оси Ox.

10. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y + 2 = 0$ и отстоящих от от точки M(1,2) на расстоянии d = 2.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$$

ортогонально плоскости $2x - 3y + 2z - 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой, проходящей через точку (2,1,-2) перпендикулярно плоскости $x - 2y + z - 5 = 0$.

Вариант 20

1. $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 4 & 0 & 1 \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & -6 \\ -5 & 8 & 9 \\ 9 & 10 & 11 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 5 & 3 & 9 \end{bmatrix}$, $A^2 + 4A - 9E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 6 & 0 & 3 \\ -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 2x_2 + 5x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_3 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -4, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = -6, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/3$.

7. Найти вектор $\vec{q}$, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,3\}$ и оси Oy , зная, что он образует острый угол с осью Oz и $|\vec{q}| = 2$.

8. Найти объём тетраэдра с вершинами в точках A(-1,2,-1), B(2,2,1), C(0,2,1), D(0,1,-1) и длину высоты, опущенной из вершины C.

9. Дан треугольник с вершинами A(-1,2,1), B(2,1,0), C(1,-1,2). Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{AC}$.

10. Через точку M(2,1) провести прямую, отсекающую на оси абсцисс отрезок в два больший, чем на оси ординат.

11. Убедиться, что прямые

$$\begin{cases} x + 3y - z + 1 = 0, \\ 2x + y + z - 2 = 0, \end{cases} \qquad \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{-5}$$

параллельны и вычислить расстояние между ними.

12. Найти проекцию точки (1,-1,2) на плоскость

$$x - 2y + z - 1 = 0.$$

Вариант 21

1. $\begin{bmatrix} 5 & 3 & -3 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 7 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 4 & -2 & 8 \end{bmatrix}$, $A^2 + 7A - 8E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 4 \\ 3 & 6 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 8 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

6. Точки K, D служат серединами сторон BC и CD параллелограмма ABCD. Полагая $\overrightarrow{AK} = \vec{m}, \overrightarrow{AL} = \vec{n}$, выразить через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ векторы $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{CD}$.

7. Найти угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{m} - \vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, \vec{m} \perp \vec{n}$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,1\}$ и удовлетворяющий условиям

$$\left(\vec{x}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}\right) = 3, \left(\vec{x}, 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right) = 1$$

9. Проверить, лежат ли четыре точки A(-1,2,3), B(2,0,-1), C(1,-2,1), D(0,2,2) в одной плоскости.

10. Составить уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 60^0 к прямой

$$y = \sqrt{3}\,x + 1.$$

11. Найти геометрическое место точек, находящихся на расстоянии вдвое большем от прямой $x - 2y + 1 = 0$, чем от прямой $2x + y - 2 = 0$.

12. Определить угол между прямыми

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-1}, \qquad \begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0, \\ x - 2y + 3z + 2 = 0. \end{cases}$$

Вариант 22

1. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 9 & -5 & 2 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 5 & 8 \\ -3 & 3 & 6 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix} = ?$ $\quad$ A = $\begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 3 & 5 & 7 \\ 0 & 8 & 1 \end{bmatrix}$, A^2 - 3A +8E = ?

3. A = $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 9 \\ 5 & 0 & 9 \end{bmatrix}$, A^{-1} = ? $\quad$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & -5 & 7 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 8 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, X = ?

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$

6. Доказать, что если $\alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c} = 0$, то векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – компланарны.

7. Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 2, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/3$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный оси Ox и удовлетворяющий условиям
$$|\vec{x}| = 3, \quad (\vec{x}, 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) = 1.$$

9. Найти высоту треугольника с вершинами в точках A(-1,2,0), B(2,2,-1), C(1,0,1), опущенную из вершины B.

10. Составить уравнения сторон и найти внутренние углы треугольника с вершинами в точках A(2,-1), B(1,2), C(-3,1).

11. На прямой $x - 2y + 1 = 0$ найти точку равноудалённую от точек $M_1(-1,3)$ и $M_2(2,1)$.

12. Найти расстояние плоскости, проходящей через точки A(2,1,-1), B(-1,2,1), C(0,2,1), от начала координат.

Вариант 23

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \\ 3 & 7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 7 & 7 & 5 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix} = ?$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 7 & 3 & 3 \\ 1 & -5 & 9 \end{bmatrix}$, $A^2 + 5A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 \\ 0 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6. \end{cases}$ $\begin{cases} 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

6. Может ли вектор образовывать с осями координат углы

$$\alpha = \pi/3 \;, \quad \beta = \pi/4 \;, \quad \gamma = \pi/3 \;.$$

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$\vec{a} = 0.5\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - 0.5\vec{n}$, где $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, если $\vec{x}$ параллелен вектору $\vec{a} = \{2,-1,2\}$, $|\vec{x}| = 3$. Вектор $\vec{x}$ образует тупой угол с осью Ox.

9. Найти внутренние углы треугольника с вершинами в точках A(3,1,0), B(1,2,1), C(2,-1,5).

10. Найти точку пересечения медиан треугольника с вершинами в точках A(2,1) B(-1,3), C(-2,1).

11. Две стороны квадрата лежат на прямых

$$x + 3y - 1 = 0, \quad x + 3y + 2 = 0.$$

Вычислить его площадь.

12. Найти точку пересечения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0, \\ x - 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$$

с плоскостью

$$x - y + z + 1 = 0.$$

Вариант 24

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 9 & 7 \\ -3 & 0 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 7 & 1 & 5 \\ 0 & 8 & 1 \end{bmatrix}$, $2A^2 - 5A + 6E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4 . $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, X = ?

5 . $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x + 2x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ на направление вектора $\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = 60^0$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{p} = \{2,-1,1\}$, $\vec{q} = \{1,0,2\}$, если $|\vec{x}| = 3$.

8. Даны вершины треугольника A(2,1,3), B(0,2,1), C(-1,0,). Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины B.

9. Вычислить объём треугольной пирамиды и её высоту, опущенную из точки A, если вершины пирамиды находятся в точках A(-3,2,0), B(2,1,3), C(0,0,1), D(2,1,0).

10. Найти точку пересечения высот треугольника с вершинами в точках A(2,3), B(-1,2), C(1,-3).

11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку P(-1,2) на одинаковом расстоянии от прямых

$$3x + 4y - 1 = 0? \;\; 4x - 3y + 2 = 0.$$

12. Найти угол между прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0, \\ 2x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$$

и плоскостью

$$2x + y + 3z - 1 = 0.$$

Вариант 25

1. $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 2 & 4 & 9 \\ 5 & 7 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 10 \\ 9 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 3 \\ -2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, $3A^2 + 7A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 6 & -3 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & 9 \\ -1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 4 & 7 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5 . $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, где $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, (\vec{a}, \vec{b}) = 60^0$ построен параллелограмм. Найти длины диагоналей этого параллелограмма.

7. Найти угол между векторами $\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, \vec{m} \perp \vec{n}$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{-1,2,1\}$ и $\vec{b} = \{2,1,0\}$, образующий острый угол с осью Ox, если $|\vec{x}| = 2$.

9. Найти проекцию вектора $\vec{a} = \{2,-1,-1\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{-1,3,2\}$.

10. Составить уравнения прямых параллельных прямой $3x + 4y - 1 = 0$ и отстоящих от неё на расстоянии $d = 4$.

11. Вычислить расстояние от точки (2,-1,0) до плоскости
$$2x - 3y + 2z - 1 = 0.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

параллельно плоскости
$$x - 2y + z - 3 = 0.$$

Вариант 26

1. $\begin{bmatrix} 1 & -9 & 0 \\ 2 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 1 & 7 \\ 0 & -5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & 5 \\ -1 & 9 & -4 \end{bmatrix}$, $3A^2 - 5A + 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 5 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 9 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 4 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1, \\ 2x_2 + 8x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 - 2x_5 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 5x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 - 13x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 14x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ построен параллелепипед. Составить векторы – диагонали этого параллелепипеда.

7. Найти площадь треугольника, построенного на векторах
$\vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2, \vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, если $|\vec{e}_1| = 2, |\vec{e}_2| = 3, \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$.

8. Дан треугольник с вершинами в точках A(2,1,-1), B(-1,0,2), C(1,2,-1). Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{BC}$.

9. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2,1,1\}$, $\vec{b} = \{1,0,-2\}$, образующий острый угол с осью Ox и $|\vec{x}| = 2$.

10. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $x + 3y - 1 = 0$, $x + 3y + 2 = 0$ и одной из его диагоналей $2x - y - 1 = 0$.

11. Найти расстояние от точки (-1,2,0) до прямой

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$$

перпендикулярно плоскости $x - 2y + z - 3 = 0$.

Вариант 27

1. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 6 & 8 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 20 \\ 9 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $3A^2 - 4A + 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 5 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -5 \\ 9 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 9 & 5 \\ 0 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$

6. Представить вектор $\vec{a} = \{1,-7\}$ как линейную комбинацию векторов $\vec{b} = \{4,2\}$, $\vec{c} = \{3,5\}$.

7. На векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = 2, (\vec{p},\vec{q}) = \pi/3$, построен параллелограм. Найти угол между диагоналями этого параллелограмма.

8. Дан треугольник с вершинами в точках A(-1,2,1), B(-1,0,2), C(1,-1,2). Найти его площадь и высоту, опущенную из вершины B.

9. Найти вектор $\vec{x}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a} = \{-1,1,2\}$ и оси ординат, если $|\vec{x}| = 4$.

10. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину A(-1,2) и уравнения высот $x - 3y + 1 = 0$, $2x - y + 2 = 0$.

11. Проверить, лежат ли прямая

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y}{7} = \frac{z-2}{3}$$

на плоскости $5x - 8y - 2z - 1 = 0$.

12. Найти расстояние от точки A(2,-3,0) до прямой

$$\begin{cases} x + y - z + 2 = 0, \\ 4x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Вариант 28

1. $\begin{bmatrix} 1 & -8 & 8 \\ 6 & 5 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 \\ -9 & 4 & 1 \\ 0 & 7 & 3 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $3A^2 - 4A + 6E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -4 \\ 1 & 7 & 8 \\ 6 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 5 & 9 & 1 \\ 7 & -2 & 7 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 0 & 8 & 1 \\ 5 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 11. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 7x_5 = 30, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 7x_5 = -11 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ -14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\overrightarrow{AB} = 2\vec{m} - \vec{n}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{m} - 3\vec{n}$ построен треугольник. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведенной из вершины B.

7. В плоскости yOz найти единичный вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{-1,2,0\}$ и образующий острый угол с осью Oy.

8. Дан треугольник с вершинами в точках A(-1,2,1), B(2,-1,0), C(1,3,-1). Найти внешние углы этого треугольника.

9. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах

$\vec{a} = \{-1,2,0\}$, $\vec{b} = \{2,1,-3\}$, $\vec{c} = \{3,2,-1\}$.

10. На оси ординат найти точку, одинаково удаленную от начала координат и от прямой

$$2x - 3y + 1 = 0.$$

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку (2,-1,0) и прямую

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}.$$

12. Найти проекцию точки (-1,0,2) на плоскость

$$x - 2y + z - 7 = 0.$$

Вариант 29

1. $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 7 & 7 & 4 \\ 2 & -3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 & 9 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 9 \\ -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $5A^2 + 7A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 8 \\ 8 & -3 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & 5 & 8 \\ 6 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 7 & -1 & 7 \\ 2 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} -x_1 - 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2, \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 +- 4x_4 = -7, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -3, \\ -x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 2x_4 = 20, \\ 2x_1 + 6x_2 + 10x_3 - 6x_4 = -10. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 \qquad - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах
$\vec{a} = 2\vec{e} + \vec{e}$, $\vec{b} = \vec{e} - 3\vec{e}$, если $|\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 3, \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$.

7.Даны три вектора $\vec{a} = \{-1,2,-1\}$, $\vec{b} = \{2,0,1\}$, $\vec{c} = \{1,-1,0\}$. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условиям $(\vec{a},\vec{x}) = 0, (\vec{b},\vec{x}) = 1, (\vec{c},\vec{x}) = 3$.

8. Найти объём и высоты параллелепипеда, построенного на векторах
$\vec{a} = \{-1,2,0\}$, $\vec{b} = \{2,1,-1\}$, $\vec{c} = \{0,2,1\}$.

9. Проверить лежат ли четыре точки A(2,1,-1), B(-1,3,1), C(0,2,-1), D(-3,4,1) в одной плоскости.

10. Найти точку, симметричную точке M(-1,2) относительно прямой $x - y + 1 = 0$.

11. Через начало координат провести прямую, образующую с прямыми
$x + y - 2 = 0$, $x = 0$.
треугольник, площадь которого равна 4.

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через две прямые

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}, \qquad \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}.$$

Вариант 30

1. $\begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 5 & -2 \\ 0 & 8 & 3 \\ -2 & 9 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 7 \\ 0 & 6 & 4 \\ -4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $2A^2 - 5A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \\ 3 & 8 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 9 & 9 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 = -1, \\ 5x_1 + 4x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 6x_4 = -10, \\ x_1 - x_2 - 7x_3 + 13x_4 = -8. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2,1,-1), B(1,-1,2), C(3,2,-1). Найти координаты четвёртой вершины.

7. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \overrightarrow{AD} = 3\vec{i} - \vec{j}.$$

Найти длину его высоты, опущенной из вершины A.

8. Выяснить, лежат ли три точки A(1,-1,2), B(2,0,-1), C(3,-1,2) на одной прямой.

9. Найти вектор $\vec{x}$, параллельный вектору $\vec{a} = \{-1,2,1\}$, образующий тупой угол с осью Oz, длина которого равна 2.

10. Из точки (3,2) выходит луч света под углом 45^0 к оси абсцисс и отражается от неё. Найти уравнения падающего и отражённого луча.

11. Даны две вершины треугольника A(2,-1), B(-2,1) и точка пересечения его высот (-1,3). Составить уравнения его сторон.

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(2,-1,1) и прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{0}.$$

Вариант 31

1. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & 3 & 7 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $3A^2 + 4A - 8E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -4 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, X= ?

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3, \\ -2x_1 + x_3 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$

6. Доказать, что векторы $\vec{g}_1 = \{1,-1,-1\}$, $\vec{g}_2 = \{1,1,-1\}$, $\vec{g}_3 = \{1,1,1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{4,6,2\}$ в этом базисе.

. 7. Найти угол между векторами $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, \vec{m} \perp \vec{n}$.

8. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ и $\vec{b} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, если $|\vec{e}_1| = 2, |\vec{e}_2| = 3, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/6$.

9. Дана прямая $2x - 3y - 3 = 0$ и точка P(-5,13). Найти проекцию Q точки P на эту прямую.

10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(2,1) под углом в 45^0 к прямой $x = 1 + t,\ y = -2 - 2/3 \cdot t$.

11. Проверить лежит ли прямая

$$x = 1 + 2t,\ y = -2 - t,\ z = -1 - 2t$$

в плоскости $3x + 4y - z + 4 = 0$.

12. Найти расстояние от точки A(2,-2,1) до прямой

$$\begin{cases} x + y - z + 2 = 0, \\ 4x - 3y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 32

1. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 0 \\ 7 & -4 & 5 \end{bmatrix}$, $2A - 5A + 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, A^{-1}=?   4. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, X= ?

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 30, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -11. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти вектор $\vec{c}$ перпендикулярный векторам $\vec{m} = \{2,1,-1\}$ и $\vec{n} = \{-1,0,2\}$, если $|\vec{c}| = 2$ и вектор $\vec{c}$ образует острый угол с осью Ox.

7. Дан треугольник с вершинами в точках A(2,1,-1), B(-1,0,2), C(1,2,-1). Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{BC}$.

8. Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости: A(2,-1,0), B(1,1,2), C(1,-1,2), D(-1,0,2).

9. Составить уравнения сторон треугольника ABC, если B(2,-7),

$3x + y + 11 = 0$ – высота,

$x + 2y + 7 = 0$ – медиана,

проведённые из различных вершин.

10. Из точки (1,2) выходит луч света под углом 30^0 к оси ординат и отражается от неё. Составить уравнения падающего и отражённого лучей.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку (2,-1,0) и прямую

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}.$$

12. Найти проекцию точки (1,-2,3) на плоскость

$x + 2y - z + 1 = 0.$

Вариант 33

1. $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & 2 & 7 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix} = ?$

2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 8 & 3 & -5 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad 5A^2 - 7A + 3E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & -5 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, A^{-1} = ?$

4. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 7 \\ 6 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1. \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. Представить вектор $\vec{x} = \{1,-7\}$, как линейную комбинацию векторов $\vec{a} = \{4,2\}$, $\vec{b} = \{3,5\}$

7. На векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = 2, (\vec{p},\vec{q}) = \pi/3$, построен параллелограмм. Найти угол между диагоналями этого параллелограмма.

8. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условиям $\vec{x} \perp \vec{a} = \{-1,1,2\}$ $\vec{x} \perp \vec{j}, |\vec{x}| = 4$.

9. Составить уравнения сторон треугольника ABC, если A(1,3), уравнения его медиан

$$x - 2y + 1 = 0, \quad y - 1 = 0.$$

10. Найти точку симметричную точке M(1,-1) относительно прямой

$$x + y - 1 = 0.$$

11. Даны вершины A(1,2,-1), B(0,3,4), C(1,-1,0), D(2,-1,3) тетраэдра. Найти уравнения грани ABC и ребра CD.

12. Найти угол между прямой

$$\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0, \\ 3x + y + z = 0 \end{cases}$$

и плоскостью

$$x - 3y + 2z - 5 = 0.$$

Вариант 34

1. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, $2A^2 - 4A + 6E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_3 = -1, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\overrightarrow{AB} = \vec{m} + \vec{n}, \overrightarrow{AC} = \vec{m} - 3\vec{n}$ построен треугольник. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины B.

7. В плоскости yOz найти единичный вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{2,-1,0\}$ и образующий острый угол с осью Ox.

8. Дан треугольник с вершинами в точках A(1,-2,3), B(0,-1,2), C(1,-3,1). Найти внешние углы этого треугольника.

9. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину A(2,1) и уравнения высот $x + 3y - 1 = 0$, $2x + y - 2 = 0$.

10. Две стороны квадрата лежат на прямых $x + 2y - 3 = 0$, $2x + 4y - 5 = 0$. Вычислить его площадь.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$x = 2 + 3t,\ \ y = 1 - t,\ \ z = 3 + t$$

перпендикулярно плоскости $x + y - 2z - 4 = 0$.

12. Даны вершины тетраэдра ABCD: A(0,1,-1), B(3,4,0), C(3,6,2), D(5,4,1). Найти уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно двум плоскостям ABC и ACD.

Вариант 35

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 9 \\ 1 & 12 & 18 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & 3 & -7 \\ 6 & 2 & -5 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 5A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 - 3x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 15x_3 - 14x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$, где $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/3$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что $\vec{x} \perp \vec{a}, \vec{x} \perp \vec{b}, |\vec{x}| = 2$, он образует тупой угол с ось Ox и $\vec{a} = \{2,-1,1\}, \vec{b} = \{1,0,2\}$.

8. Найти единичный вектор, образующий с осью Oy угол в 60^0 и с осью Oz – 120^0.

9. Через начало координат провести прямую, образующую с прямыми $x - y + 2 = 0$ и $x + 1 = 0$ треугольник площадью $S = 4.5$ кв. ед.

10. Найти уравнение высоты AK и медианы BM треугольника ABC, где A(1,2), B(3,5), C(-1,2).

11. Даны вершины тетраэдра ABCD: A(1,0,0), B(4,2,1), C(3,5,3), D(4,4,2). Найти уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK тетраэдра.

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

Вариант 36

1. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 15 & 4 \\ -14 & 9 & -17 \\ 6 & -3 & 18 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}$, $5A^2 + 6A - 3E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -4 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 9x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$

6. Доказать, что векторы $\vec{g}_1 = \{9,3,0\}, \vec{g}_2 = \{2,0,3\}, \vec{g}_3 = \{0,1,-1\}$ линейно независимы и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-11,-7,1\}$ по векторам $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$.

7. Выяснить лежат ли данные точки A(2,-1,3), B(4,1,-9), C(3,0,3) на одной прямой.

8. Даны вершины треугольника A(1,2,-1), B(0,-1,3), C(2,-1,5). Найти внутренние углы этого треугольника.

9. Найти проекцию точки A(1,2) на прямую $2x - y + 4 = 0$.

10. Даны вершины треугольника ABC. Найти уравнение и длину высоты AH, если A(1,2), B(-1,3), C(2,- 4).

11. Даны вершины тетраэдра ABCD: A(-3,0,2), B(0,2,-2), C(1,1,0), D(2,2,-1). Найти уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC.

12. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из точки A(1,-1,3) на прямую

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z}{-3}.$$

Вариант 37

1. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $3A^2 - 5A + 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, X = ?

5. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_3 = 5, \\ -3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 - 7x_5 = -11. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 9x_4 = 0. \end{cases}$

6. Даны векторы $\vec{a} = \vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 1, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4$. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - 3\vec{b}$.

7. Найти угол между векторами $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ и $\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, где $|\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 3$, $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/3$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условию $\vec{x} \parallel \vec{a} = \{1,2,1\}$, $|\vec{x}| = 2$.

9. Дан треугольник с вершинами A(1,2,-1), B(-2,1,3), C(0,1,1). Найти длину медианы, проведённой из вершины C.

10. Найти уравнения двух высот треугольника, зная вершину A(1,2), высоту CA: $2x + y - 1 = 0$, сторону CB: $x - y + 2 = 0$.

11. Найти проекцию точки A(1,2,1) на прямую

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}.$$

12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A(2,-1,3) параллельно прямой

$$3x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 38

1. $\begin{bmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & -5 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $2A^2 - 4A - 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0, \\ 6x_1 - 10x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$

6. Может ли вектор образовывать с осями координат углы

$$\alpha = \pi/4, \beta = \pi/3, \gamma = \pi/6 \quad ?$$

7. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2, b = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \text{ где } |\vec{e}_1| = 2, |\vec{e}_2| = 3, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/6.$$

8. Даны вершины треугольника A(1,2,3), B(0,1,-1), C(2,1,3). Определить внешний угол при вершине B.

9. Объём тетраэдра V = 5. Три его вершины находятся в точках A(1,2,1), B(-1,3,0), C(2,-2,3). Найти координаты четвёртой вершины D, если она находится на оси Oy.

10. Через точку M(1,0) провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между прямыми

$$x - 3y + 10 = 0, \quad 2x + y - 8 = 0$$

делился в этой точке пополам.

11. Найти проекцию прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$$

на плоскость

$$x - 2y - 2z - 9 = 0.$$

Вариант 39

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \\ 3 & 7 & -1 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 7A - 9E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_2 + 7x_3 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 7x_5 = -11, \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на направление вектора $\overrightarrow{BC}$, где A(1,2,3), B(1,0,2), C(3,1,3).

7. Найти вектор $\vec{x}$, если $\vec{x} \parallel \vec{a} = \{1,2,2\}, |\vec{x}| = 3$, образует тупой угол с осью Oz.

8. Даны вершины треугольника A(1,2,3), B(0,1,2), C(3,2,1). Найти угол между медианами, проведёнными из вершин A и B.

9. При каком значении λ векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \lambda\vec{k}$ взаимно ортогональны?

10. Найти координаты точки, симметричной точке A(1,3) относительно прямой

$$x + 2y - 3 = 0.$$

11. Найти угол между прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$$

и плоскостью $x + 3y + 2z - 3 = 0$.

12. Найти угол между прямыми

$$\begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 4 - t. \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ 2x + 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 40

1. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 4 & 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 9 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, $4A^2 - 5A + 8E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = -3, \\ -x_1 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_5 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\overrightarrow{AB} = \vec{m} - 2\vec{n}, \overrightarrow{AC} = \vec{m} + 2\vec{n}$ построен треугольник. Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины C.

7. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{b} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \text{ если } |\vec{e}_1| = 2, |\vec{e}_2| = 3, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/4 .$$

8. Найти объём и длину высоты, опущенной из вершины A, параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{1,2,-1\}, \vec{b} = \{2,1,-3\}, \vec{c} = \{0,2,3\}$.

9. Дан треугольник с вершинами в точках A(-1,2,1), B(2,-1,0), C(1,3,-1). Найти угол между стороной AB и медианой, проведённой из вершины C.

10. Найти точку симметричную точке M(1,2) относительно прямой

$$x + 2y - 1 = 0.$$

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A(4,-3,1) и параллельной прямым

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

12. Составить уравнения прямой, проходящей через точку A_1 и перпендикулярной плоскости, проходящей через точки A_1, A_2, A_3, где $A_1(3,0,5)$, $A_2(4,1,2)$, $A_3(1,1,0)$.

Вариант 41

1. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$, $3A^2 - 7A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 1, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\vec{a} = \vec{q} - 2\vec{p}, \vec{b} = \vec{q} + 3\vec{p}$, где $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 1, (\vec{p}, \vec{q}) = \pi/6$, построен параллелограмм. Найти угол между его диагоналями.

7. Найти вектор $\vec{x}$, который перпендикулярен оси абсцисс и вектору $\vec{a} = \{1,2,-1\}$, если $|\vec{x}| = 6$.

8. Представить вектор $\vec{a} = \{1,3\}$, как линейную комбинацию векторов $\vec{b} = \{5,3\}$ и $\vec{c} = \{2,4\}$.

9. Дан треугольник с вершинами в точках A(-1,2,1), B(-1,0,2), C(1,-1,2). Найти угол между его медианами, проведёнными через вершины A и B.

10. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения его двух сторон $x + 2y - 1 = 0$, $2x + 4y - 5 = 0$ и одной из его диагоналей $2x + y - 1 = 0$.

11. Через точку пересечения прямой

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z-9}{3}$$

и плоскости $x + 3y - 5y - 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную данной прямой.

12. Найти расстояние от точки A(-1,0,0) до прямой

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Вариант 42

1. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -5 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -5 & 4 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 3A - 5E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$

6. На векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1, (\vec{a}, \vec{b}) = \pi/6$ построен параллелограмм. Найти длины диагоналей этого параллелограмма.

7. Найти проекцию вектора $\vec{a} = \{-1,2,1\}$ на направление вектора $\vec{b} = \{2,-1,1\}$.

8. Найти единичный вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2,-1,1\}, \vec{b} = \{3,2,0\}$ и образующий тупой угол с осью Oz.

9. Даны вершины тетраэдра A(1,2,-1), B(0,2,1), C(1,-1,2), D(1,3,0). Найти длину высоты, опущенной из вершины B.

10. Даны две вершины треугольника A(1,2), B(-1,1) и точка пересечения его высот (-1,3). Составить уравнения его сторон.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

и перпендикулярной плоскости $x - 2y - 3z - 7 = 0$.

12. Найти расстояние от точки A(7,9,7) до прямой

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}.$$

Вариант 43

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}$, $5A^2 + 7A - 3E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + 3x_2 + 6x = 10. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 20, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 7x_5 = 11. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 + x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 - 17x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 15x_2 + 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{b} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, если $|\vec{e}_1| = 1, |\vec{e}_2| = 2, (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = \pi/4$.

7. Найти вектор $\vec{x}$ параллельный вектору $\vec{a} = \{2,1,-1\}$, модуль которого равен 3, образующий тупой угол с осью Oy.

8. Дан треугольник с вершинами в точках A(-1,2,0), B(2,1,-1), C(1,2,-1). Найти проекцию вектора $\overrightarrow{BC}$ на направление вектора $\overrightarrow{AB}$.

9. Проверить лежат ли четыре точки A(1,-1,0), B(2,-1,0), C(-1,0,2), D(1,-1,2) в одной плоскости.

10. Найти точку пересечения высот треугольника с вершинами в точках A(3,2), B(-1,3), C(1,-3).

11. Определить угол между прямой

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{0}$$

и плоскостью $2x + y - 3z = 1$.

12. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M(2,1,0) на прямую

$$x = 3z - 1, \; y = 2z.$$

Вариант 44

1. $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -5 & 6 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $3A^2 + 6A - 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -5 & 6 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1}=?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 7 & 2 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 12, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7, \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 - 4x_4 = 0. \end{cases}$

6. Может ли вектор образовывать с осями координат углы

$$\alpha = \pi/2, \beta = \pi/4, \gamma = 3\pi/4 \ ?$$

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}, \vec{b} = \vec{m} - 0.5\vec{n}, \quad \text{где} \quad |\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 1, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4.$$

8. Найти внешние углы треугольника с вершинами в точках A(-3,2,0), B(2,1,3), C(0,0,1).

9. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = \{1/2, 2, -1\}, |\vec{x}| = 4$. Вектор $\vec{x}$ образует тупой угол с осью Ox.

10. Найти точку пересечения медиан треугольника с вершинами в точках A(2,1), B(1,-1), C(2,0).

11. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку M(-1,-1,2) и перпендикулярной к плоскостям $x + 2y - 2z + 4 = 0$, $x - 2y + z - 4 = 0$.

12. Выяснить, как расположена каждая из прямых

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}, \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{3}, \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$$

по отношению к плоскости $2x + y - z = 0$.

Вариант 45

1. $\begin{bmatrix} 2 & -8 & 7 \\ 4 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 7A - 8E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 1, \\ -3x_1 + 5x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 5, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 10. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - 7x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти разложение вектора $\vec{a} = \{2,1\}$ по базису $\vec{m} = \{-1,0\}, \vec{n} = \{1,-2\}$.

7. Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ на направление вектора $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 2, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/3$.

8. Даны вершины треугольника A(2,0,1), B(-1,0,1), C(1,3,2). Составить вектор, совпадающий с медианой этого треугольника, проведённой из вершины A.

9. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1,-2,0\}, \vec{b} = \{2,1,1\}$, длина которого равна 2.

9. Найти вершины прямоугольного равнобедренного треугольника, если дана вершина прямого угла C(2,-1) и уравнение гипотенузы $x - 2y + 3 = 0$.

10. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, параллельную оси Oy.

12. Найти угол между прямой

$$\begin{cases} y = 2z, \\ 2z = x \end{cases}$$

и плоскостью $x - z = 1$.

Вариант 46

1. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 0 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, $3A^2 + 7A - 6E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & -3 \\ -5 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 6x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$

6. Точки M и N служат серединами сторон AB и BC параллелограмма ABCD. Полагая $\overrightarrow{DM} = \vec{m}, \overrightarrow{DK} = \vec{n}$, выразить через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$.

7. Найти угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 3, |\vec{n}| = 1, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/3$.

8. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условиям $(\vec{x}, -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = 0, (\vec{x}, \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 3,$ $(\vec{x}, \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 1$.

9. Найти площадь треугольника с вершинами в точках A(1,2,-1), B(0,-1,2), C(-2,1,1), а также длину высоты, опущенной из точки B.

10. Составить уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом $\pi/3$ к прямой $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - 1$.

11. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки A(1,-1,-2), B(3,1,1) и перпендикулярна к плоскости $x - 2y + 3z - 5 = 0$.

12. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямой

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{5}$$

с плоскостью $3x - 4y + 2z - 1 = 0$ и точку M(3,-3,0).

Вариант 47

1. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -5 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 4A + 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 11 & 4 & 6 \\ 12 & 12 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$; $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -8, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 - 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

6. Найти длину вектора $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 2, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4$.

7. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный оси Oy и удовлетворяющий условиям

$$(\vec{x}, 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}) = 2, |\vec{x}| = 3.$$

8. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах

$$\vec{a} = \{1,2,3\}, \vec{b} = \{-1,0,1\}, \vec{c} = \{1,0,1\},$$

а также длину высоты, опущенной из вершины A.

9. Найти угол между медианами, проведёнными из точек A и B, треугольника с вершинами в точках A(-1,2,0), B(2,2,-1), C(10,1).

10. Диагонали ромба, равные двум и трём единицам длины, находятся на осях координат. Составить уравнения сторон ромба.

11. Найти угол между плоскостью $x - y + z = 0$ и плоскостью, проходящей через ось Ox и точку A(1,1,1).

12. Вычислить расстояние между прямыми

$$\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = -6 - 6t, \\ y = 1 - 4t, \\ z = 4t. \end{cases}$$

Вариант 48

1. $\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & -4 & 5\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & -3 & 0\\ 5 & -7 & 1\\ 6 & -5 & 3\end{bmatrix} = ?$ 2. $A = \begin{bmatrix}14 & 5 & 2\\ 2 & -7 & 0\\ 4 & 3 & 1\end{bmatrix}$, $5A^2 - 4A\ 7E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $A^{-1} = ?$ 4. $X\cdot\begin{bmatrix}3 & 0 & 5\\ 5 & 0 & 7\\ 6 & 2 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 14 & -3\\ 5 & 2 & 1\\ 6 & 0 & 3\end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix}5 & 7 & -1\\ 2 & 3 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{bmatrix}\cdot X = \begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$, $X = ?$

5. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 8,\\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4,\\ 8x_1 + x_2 - x_3 = 3.\end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 2,\\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 2,\\ 4x_1 - 8x_2 - 5x_3 + 5x_4 - x_5 = 2\\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 \qquad - 7x_5 = -2.\end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 0,\\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 0,\\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0,\\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0.\end{cases}$

6. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{-1,2,1\}, \vec{q} = \{2,1,0\}, \vec{r} = \{1,-1,2\}$ образуют базис, и найти разложение вектора $\vec{a} = \{0,3,2\}$ в этом базисе.

7. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}, \vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$, если $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 2, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/3$.

8. В плоскости yOz найти вектор $\vec{x}$, длина которого равна двум и который удовлетворяет условию $\left(\vec{x}, \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}\right) = 1$.

9. Объём тетраэдра $V = 3$. Три его вершины находятся в точках $A(1,-2,0)$, $B(-1,1,1)$, $C(-1,0,2)$. Найти координаты четвёртой вершины D, если известно, что она лежит на оси Oy.

10. Вычислить длины высот треугольника с вершинами в точках $A(2,1)$, $B(1,-1)$, $C(1,3)$. Найти их уравнения.

11. Найти расстояние от точки $A(5,1,-1)$ до прямой
$$\frac{x}{6} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}.$$

12. Найти точку N, симметричную точке $M(1,-1,1)$, относительно плоскости, проходящей через точки $A(5,6,7)$, $B(-2,-17,-8)$, $C(1,0,-2)$.

Вариант 49

1. $\begin{bmatrix} 12 & 0 & 11 \\ 12 & 4 & 15 \\ 8 & 6 & 14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} = ?$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 5 & 5 & 0 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$, $2A^2 - 5A - 4E = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, A^{-1}=?

4. $X \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$, X=?

5. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах
$\vec{a} = 2\vec{m} - \vec{n}, \vec{b} = 3\vec{m} + \vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 4, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4$.

7. В плоскости xOy найти вектор, перпендикулярный вектору $\vec{a} = \{1, -2, 2\}$ и имеющий одинаковую с ним длину.

8. Даны вершины треугольника A(1,-1,2), B(0,1,3), C(2,3,1). Найти его внешний угол при вершине A.

9. Даны три точки A(2,-1,1), B(-1,0,4), C(0,1,2). На оси Oy найти точку D такую, чтобы точки ABCD лежали в одной плоскости.

10. Через точку M(-1,3) провести прямую, образующую с положительным направлением оси абсцисс угол в два раза больший, чем его образует прямая $y = \sqrt{3x} + 1$.

11. Найти уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку A(-1,2,3).

12. Найти проекцию точки M(1,2,1) на прямую
$$\begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = -t, \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Вариант 50

1. $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 8 & 9 & 1 \end{bmatrix} = ?$ 2. A= $\begin{bmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $5A^2 - 7A + 9E = ?$

2. A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, A^{-1}=? 4. $X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, X = ?

5. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 9, \\ -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 10, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -4, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

6. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах
$\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n}, \vec{b} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi/6$.

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{-1,2,1\}, \vec{b} = \{2,0,-1\}, \vec{c} = \{1,0,-1\}$. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условиям $(\vec{x}, \vec{a}) = 1, (\vec{x}, \vec{b}) = 0, (\vec{x}, \vec{c}) = 2$.

8. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, определяемую вектором $\overrightarrow{CD}$, где A(-1,0,1), B(-1,0,2), C(2,1,-1), D(-1,3,1).

9. Даны вершины треугольной пирамиды A(1,2,0), B(0,1,-1), C(1,2,-1), D(4,3,2). Найти длину высоты этой пирамиды, опущенной из вершины B.

10. Даны две вершины треугольника A(2,1), B(-1,1) и точка M(-2,1) пересечения его высот. Составить уравнения сторон треугольника.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\begin{cases} 4x - y + 3z - 6 = 0, \\ x + 5y - z + 10 = 0 \end{cases}$$

перпендикулярно плоскости

12. Вычислить угол между прямой

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y}{12} = \frac{z-1}{3}$$

и плоскостью, проходящей через точки A(0,0,0), B(1,6,6), C(2,2,-3).