

Олимпиада по математике
II–IV курсы
ТПУ, 16 марта 2011 года

Задача 1. Вычислить неопределенный интеграл

$$\int \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) e^{\left(x + \frac{1}{x}\right)} dx.$$

Задача 2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D |y^2 - x^2| dx dy,$$

где $D : x^2 + y^2 \leq 1$.

Задача 3. Доказать, что выражение вида

$$-y dx + x dy + 2011 dz$$

не имеет интегрирующего множителя, т.е. множителя вида $\mu(x, y, z)$, при умножении на который выражение становится полным дифференциалом некоторой функции.

Задача 4. Решить задачу Коши

$$x^3(y' - x) = y^2, \quad y(1) = 2.$$

Задача 5. Действительные числа x, y, z, t таковы, что

$$x + y + z + t = 0, \quad x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = 0.$$

Найти $x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} + t^{2011}$.

Задача 6. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2012} - 2\sqrt{n+2011} + \sqrt{n+2010}).$$

Задача 7. Найти геометрическое место точек пространства, равноудаленных от двух скрещивающихся прямых.

Решение каждого задания оформляется на отдельном листе бумаги и оценивается в 10 баллов

Желаем успеха!