



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет»  
ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ  
ОТДЕЛЕНИЕ ГЕОЛОГИИ  
Направление «СТРАТЕГИЧЕСКИЕ МЕТАЛЛЫ»



# КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

профессор РАЕ  
**В. А. Домаренко**

Томск-2019

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

## **ОДНОМЕРНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ СВОЙСТВ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

# РАССМАТРИВАЕМЫЕ ВОПРОСЫ

- ✘ *Общее понятие одномерных статистических моделей*
- ✘ *Условия применения одномерных статистических моделей*
- ✘ *Примеры точечных оценок*

**Статическое моделирование** состоит в

математическом описании свойств

исследуемых объектов по результатам их изучения выборочным методом на основе индуктивного обобщения эмпирических данных

Статистические модели используются чаще, чем динамические, в связи со сложностью и разнообразием геологических объектов

- ✘ **Статистическими моделями** называются математические выражения, содержащие, одну или несколько случайных компонент, (значение которой нельзя пересказать точно). Статистические модели достаточно адекватно учитывают случайные колебания экспериментальных данных (по сравнению с динамическими)
- ✘ **Одномерные статистические модели** изучают закономерности одного признака какой-либо системы.

# Статическое моделирование предусматривает:

- преобразование геологической информации в вид, удобный для анализа;
- выявление закономерностей в массовых и случайных замерах свойств горно-геологических объектов;
- математическое описание выявленных закономерностей (определение математической модели);
- использование полученных количественных характеристик для решения конкретных геологических задач

# ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ОДНОМЕРНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

по среднему содержанию  $\text{SiO}_2$

- решается вопрос о принадлежности интрузивных пород к кислым, основным или средним

по средним параметрам тел полезных ископаемых – их мощности, содержанию полезного компонента в руде, объемной массы руды, содержанию вредных примесей

- Осуществляется промышленная оценка месторождений

средние значения размеров обломочных частиц

- В основе классификации терригенных пород (песчаники, алевролиты, гравеллиты и т. д.)

**В основе статистического моделирования лежат два понятия: *о генеральной совокупности* — множестве возможных значений определенного признака изучаемого объекта или явления и *о выборке*—совокупности наблюденных значений этого признака.**

**Геологические объекты** рассматриваются как совокупности бесконечно большого количества элементарных участков, каждый из которых соответствует по размеру отдельной пробе или месту единичного замера изучаемого свойства.

# Требования к выборочной совокупности:

**массовость** (статистические закономерности проявляются лишь в массовых явлениях),

**однородность** (выборочная совокупность должна состоять из наблюдений, принадлежащих одному объекту и выполненных одинаковым способом измерения),

**случайность** (непредсказуемость результата единичного выборочного наблюдения),

**независимость** (результаты каждого наблюдения не зависят от результатов предыдущих и последующих наблюдений, а при наблюдениях на площади или в объеме результаты не зависят от координат пространства)

# Понятия, используемые в математическом моделировании:

- ✗ вероятность,
- ✗ событие (напр., появление определенного содержания щелочей при анализе образца нефелинового сиенита)
- ✗ частота и частность появления события
- ✗ выборка
- ✗ ряд распределения

# Требования к выборке

**Выборка** – это любая геологическая информация (результаты химического анализа, замеры физических свойств пород и руд и т.д.). Выборка – это часть генеральной совокупности, характеризующей явление в целом.

- ✘ представительность
- ✘ достаточность по объёму
- ✘ способ отбора данных (простой случайный, типический, серийный и механический)

Основой для изучения выборочной совокупности является **ряд распределения** — упорядоченная совокупность значений, принимаемых признаком, и соответствующие им частоты

- 
- ✘ **Способы исследования** ряда распределения: аналитический (!), графический
  - ✘ **Показатели, характеризующие** ряд распределения: **среднее значение, дисперсия**, среднеквадратичное отклонение, показатели асимметрии, эксцесса и др.

# Дисперсионный анализ в геологии

Выявление факторов воздействия на геологические объекты и оценка степени их влияния на изменчивость (неоднородность) свойств изучаемых объектов

## Задачи:

- проверяются гипотезы о влиянии литологических, петрофизических, геохимических, структурных и других факторов на локализацию оруденения;
- выявляются элементы зональности различных геологических объектов;
- определяется влияние способа отбора проб на их достоверность и представительность;
- оценивается влияние ландшафтных условий на интенсивность проявления различных поисковых признаков;
- выявляются факторы, определяющие прочностные свойства грунтов и пород и т. д.

✘ **Свойства геологических объектов по выборочным данным наиболее часто оцениваются с помощью:**

✘ **Выборочной дисперсии**

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

где  $x_i$  - все значения случайной величины в выборке;  $\bar{x}$  - среднее значение,  $n$  - количество точек наблюдения в выборке.

✘ **Средних значений**

- *среднеарифметическое,*
- *среднелогарифмическое,*
- *среднеквадратическое,*
- *среднее гармоническое,*
- *среднее геометрическое,*
- *среднее взвешенное*



**В зависимости от изменчивости свойств используются различные оценки среднего значения:**

**Аи, г/т****Мощность  
золото-  
кварцевой  
жилы, м**

1	1
1	2
1	1
20	0,5
25	0,25
30	0,1
5	2
5	1
5	0,5
5	1

# ПРИМЕР РАСЧЕТА СРЕДНЕВЗВЕШЕННОГО

Среднеарифметическое содержание золота в пробах из кварцевой жилы (без учета её мощности) равно 9,8 г/т.

$$x_{взв} = \frac{(1 \times 1) + (2 \times 1) + (1 \times 1) + (0,5 \times 20) + (0,25 \times 25) + (0,1 \times 30) + 2 \times 5 + (1 \times 5) + (0,5 \times 5) + (1 \times 5)}{1 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0,1 + 2 + 1 + 0,5 + 1} = \frac{46,75}{9,35} = 5$$

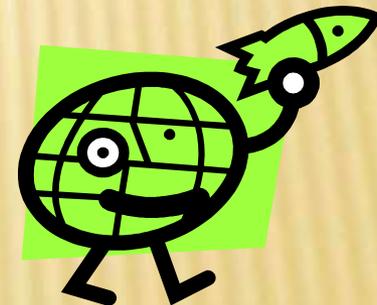
**Средневзвешенное – 5 г/т**

# ДВУМЕРНЫЕ И МНОГОМЕРНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ



# Содержание:

1. Сущность и условия применения
2. Корреляционный анализ
3. Регрессивный анализ



**Моделирование геологических образований, процессов и явлений** как сложных природных систем часто обуславливает необходимость совместного рассмотрения комплекса их свойств с целью выяснения общей структуры исследуемого объекта

Так, при изучении полезных ископаемых по керну скважин одновременно определяют *мощность залежи, содержание в ней полезных компонентов и породообразующих минералов, значения пористости или другие различные свойства вмещающих пород и руд.*

При этом в одних случаях изучаемые свойства геологических объектов проявляются независимо друг от друга, а в других — между ними могут быть выявлены определенные взаимосвязи.

## Выявление и изучение взаимосвязей между значениями свойств геологических образований способствует:

- ✓ более глубокому пониманию особенностей геологических процессов
- ✓ установлению факторов, влияющих на эффективность методов исследования геологических и геолого-промышленных объектов

## В двумерной статистической модели

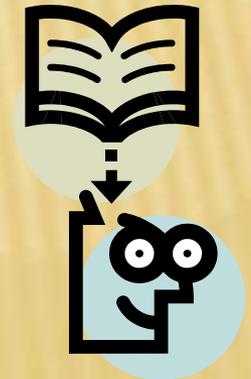
объект исследования рассматривается как двумерная статистическая совокупность, а ее основной характеристикой является двумерная функция распределения случайных величин  $X$  и  $Y$ .

Между двумя случайными величинами проявляются вероятностные связи, когда заданному значению случайной величины  $X = x$  соответствует не какое-либо значение величины  $Y$ , а набор ее значений  $y_1, y_2, \dots, y_n$  каждому из которых свойственна определенная вероятность  $p_1, p_2, \dots, p_n$

Любое геологическое явление может быть охарактеризовано множеством признаков, поддающихся наблюдению и измерению.

Так, магматические горные породы сходного минерального и химического составов могут обладать некоторыми петрохимическими особенностями, определяющими их специфическую рудоносность. Эти особенности не поддаются выявлению с первого взгляда, но могут быть установлены путем статистической обработки химических анализов пород.

При решении подобных задач предусматривается совместное рассмотрение комплекса изучаемых признаков, т.е. создание **многомерной статистической модели**



✓ В качестве **математической модели значений** комплекса признаков рассматривается **многомерная случайная величина**, которая часто называется **случайным вектором**

✓ Многомерные модели подразумевают вероятность нормального статистического распределения рассматриваемых случайных величин или хотя бы возможности их нормализации

## **К многомерным моделям, используемым в геологии, относят:**

- ✓ многомерный корреляционный анализ
- ✓ множественную регрессию
- ✓ кластер-анализ данных
- ✓ метод главных компонент и др.

# *Корреляционный*

## *анализ*

Примерами корреляционных зависимостей в геологии могут служить связи :

- ✓ между содержаниями изучаемого компонента и плотностью руды
- ✓ между содержаниями определенных элементов в породе и ее радиоактивностью
- ✓ между величиной давления бурового снаряда на забой и скоростью бурения и т.п.

Между случайной переменной  $X$ , принимающей значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , и  $Y$  принимающей значения  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , существует **корреляционная зависимость**, если каждому значению независимой переменной  $X$  соответствует некоторое распределение  $Y$ , причем с изменением  $x_i$ , закономерно изменяются математические ожидания  $y_i$ , этих распределений.

➤ **по тесноте различают связь:**

сильную, среднюю и слабую

➤ **по характеру** — прямую (с увеличением одного параметра возрастает значение другого) и обратную (с ростом значения одного падает значение другого)

➤ **по форме** — линейную и нелинейную

Изучение корреляционных зависимостей проводится **табличным**, **графическим** и **аналитическим** методами

При табличном изучении корреляционных связей зависимость между величинами  $X$  и  $Y$  задается **двумерной** таблицей распределения или **корреляционной решеткой**

Таблица распределения составляется тем же способом, что и ряды распределения, но здесь следует разносить каждую пару данных одновременно по классам значений  $x_i$  и  $y_i$ . На основе данных таблицы распределения можно сделать вывод о характере зависимости между  $X$  и  $Y$ . Однако ясного ответа на вопрос о силе и форме связи таблица не дает.

Графическим изображением совокупности всех пар значений  $(x_i, y_i)$  является множество точек плоскости, образующих поле корреляции (рис.1).

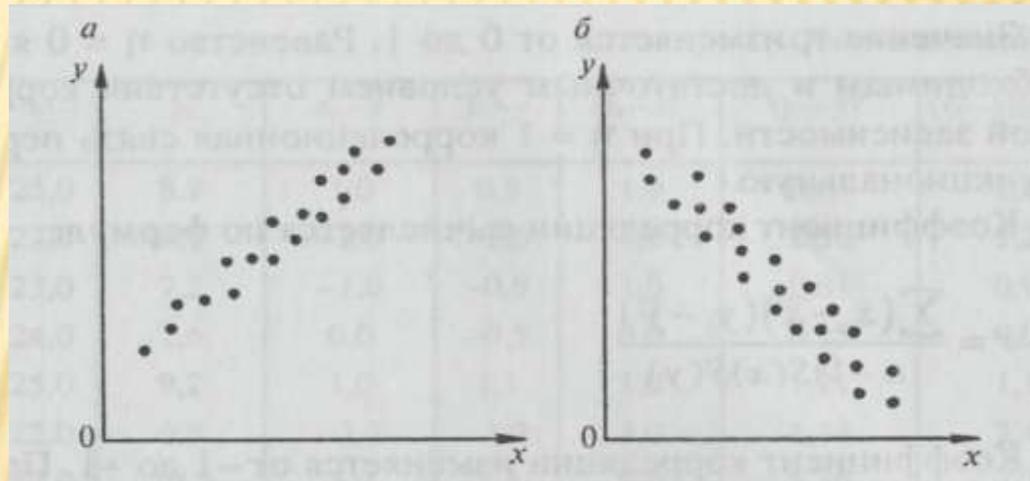


Рис.1 График значений пар случайных величин  $x, y$ :  
**а-с положительной корреляцией; б- с отрицательной корреляцией**

Поле корреляции также не дает четкого представления о характере зависимости между  $X$  и  $Y$ .

Более четко эта зависимость проявляется при построении графика зависимости между значениями  $x_i$  и переменной  $X$  или средними значениями  $u_i$  и переменной  $Y$ .

Такой график дает наглядное представление о зависимости между величинами  $X$  и  $Y$  и позволяет делать выводы о характере и форме зависимости (рис. 2)

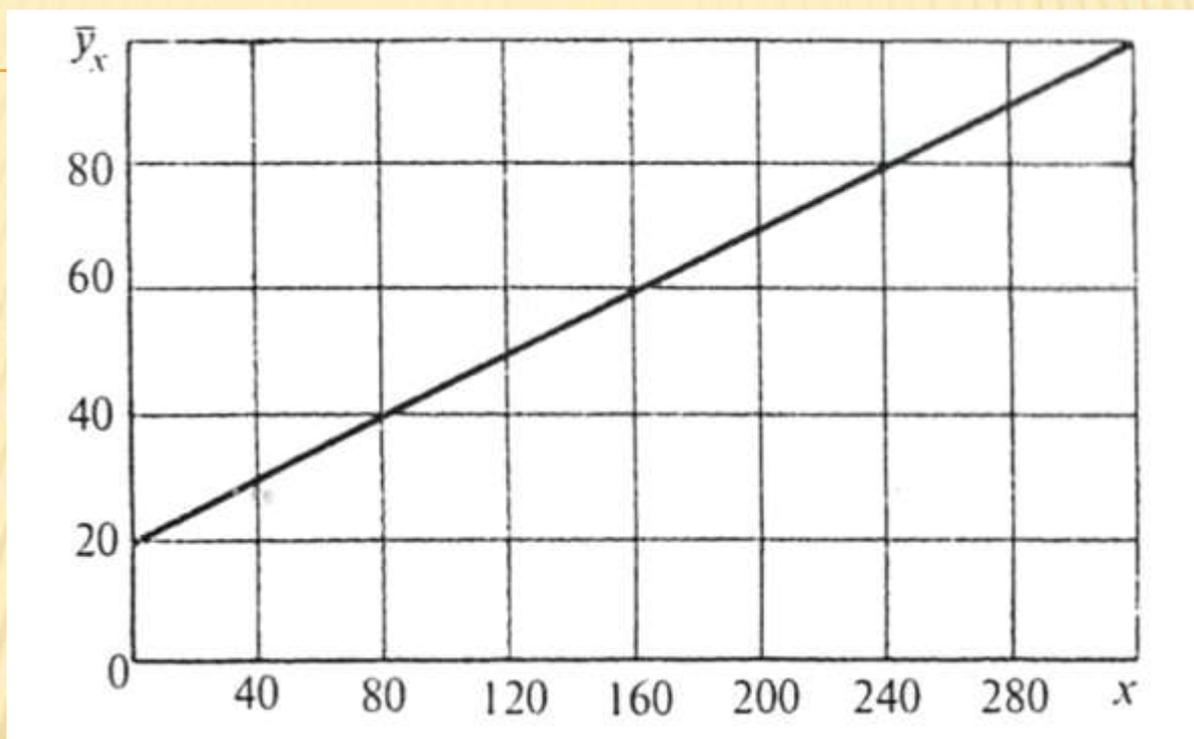


Рис 2. Эмпирическая линия регрессии  $\bar{y} = f(x)$

---

Наиболее полный метод изучения корреляционных зависимостей — **аналитический**, состоящий в установлении числовых показателей меры и формы зависимости между  $X$  и  $Y$ .

Основными из них являются **корреляционное отношение** и **коэффициент корреляции**

Корреляционным отношением  $\tilde{\eta}$  - отношение меры рассеяния условных средних зависимостей переменной к мере рассеяния всех значений переменной, т.е.  $\tilde{\eta} = \sigma(y_i) / \sigma(y)$

где  $y$  — значения, принимаемые зависимой переменной;  $y_i$  — условные, средние, соответствующие значениям  $x_i$

По выборочным данным вычисляется выборочное корреляционное отношение:  $\eta = S(y_i) / S(y)$

Значение  $\eta$  изменяется от 0 до 1. Равенство  $\eta = 0$  является необходимым и достаточным условием отсутствия корреляционной зависимости.

При  $\eta = 1$  корреляционная связь переходит в функциональную.

**КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ  
ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ПО ФОРМУЛЕ:**

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n - 1)S(x)S(y)}$$



# Коэффициент корреляции изменяется от $-1$ до $+1$

При  $r > 0$  зависимость прямая

$r < 0$  зависимость обратная

$r = 0$  свидетельствует об  
отсутствии линейной связи, но еще не  
является полным доказательством  
независимости  $X$  и  $Y$

При  $|r| = 1$  между  $X$  и  $Y$  устанавливается линейная функциональная зависимость вида  $y = ax + b$ . Доказано, что всегда  $\eta \geq |r|$

Равенство  $\eta = |r|$  имеет место только тогда, когда зависимость между  $X$  и  $Y$  линейная, т.е. это равенство может служить простейшим критерием линейности зависимости между  $X$  и  $Y$ .

Более строгим критерием линейности связи является критерий  $t = k/s_k$

где,

$k = \eta^2 - r^2$  - мера криволинейности

$s_k$  — ошибка определения величины  $k$ , вычисляемая по формуле:

$$s_k = \sqrt{k + k^2(2 - \eta^2 - r^2)/\sqrt{n}}$$

Если  $t_{\text{амп}} < t_a$ , то связь может быть признана *линейной*

Для вычисления корреляционного отношения необходимо сгруппировать исходные данные по значениям независимой переменной и применить формулу  $\eta = S(y_i) / S(y)$

Для расчетов удобнее пользоваться следующими формулами вычисления квадратичных отклонений:

$$s(\bar{y}_i) = \sqrt{(\sum y_i^2 n_i) / n \bar{y}^2}$$

$$s(y) = \sqrt{(\sum y_i^2 / n) - \bar{y}^2}$$

Если полученные значения  $r$  и  $\eta$  близки к единице, то можно утверждать, что связь между содержаниями элементов в изучаемых рудах тесная, линейная

Мерой рассеяния  $r$  и  $\eta$  служат их  
основные ошибки, вычисляемые

---

по формулам:

$$Sr = (1 - r^2)/\sqrt{n}$$

$$S = (1 - \eta^2)/\sqrt{n}$$

Значимость коэффициента корреляции может быть проверена по таблице критических значений коэффициента корреляции для различных объемов выборки и принятых уровнях значимости

*Таблица*

***Критические значения коэффициента корреляции***

f	r <sub>0</sub>	f	r <sub>0</sub>	f	r <sub>0</sub>	f	r <sub>0</sub>	f	r <sub>0</sub>
4	0,81	10	0,58	16	0,47	30	0,35	70	0,23
5	0,75	11	0,55	17	0,46	35	0,32	80	0,22
6	0,71	12	0,53	18	0,44	40	0,30	90	0,21
7	0,67	13	0,52	19	0,43	45	0,29	100	0,1
8	0,63	14	0,50	20	0,42	50	0,27		
9	0,60	15	0,48	25	0,38	60	0,25		

# МНОЖЕСТВЕННАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Корреляция двух случайных величин  $X$  и  $Y$  — частный случай более распространенных в окружающей нас действительности явлений множественной корреляции, когда изменение одной из переменных зависит от изменений множества других

При исследовании таких связей возникают две существенно отличные друг от друга задачи:

- 1) определение тесноты связи между парами факторов, когда влияние других исключено
- 2) определение тесноты линейной зависимости между одним из факторов (функцией) и всеми остальными (аргументами)

Показателем, характеризующим тесноту линейной связи между двумя признаками  $X$  и  $Y$ , когда влияние других факторов исключено, является **частный коэффициент корреляции**

Для трех факторов  $X, Y, Z$  могут быть вычислены следующие коэффициенты корреляции:

✓ взаимодействие между  $x$  и  $y$  при фиксированном  $z$  —

$$r_{xy,z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{yz}^2)}}$$

✓ взаимодействие между  $x$  и  $z$  при фиксированном  $y$  —

$$r_{xz,y} = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{yz}^2)}}$$

✓ взаимодействие между  $y$  и  $z$  при фиксированном  $x$  —

$$r_{yz,x} = \frac{r_{yz} - r_{xy}r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{yz}^2)}}$$

**Показателем тесноты связи** между одним из факторов и всеми остальными является коэффициент множественной корреляции

Для зависимости  $X$  от  $Y$  и  $Z$  он вычисляется по формуле:

$$R_x = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}}$$

где  $R_x$  — положительное число, изменяющееся от 0 до 1.

Равенство  $R_x = 0$  свидетельствует об **отсутствии линейной** связи между  $X$  и остальными переменными  
при  $R_x = 1$  связь **линейная функциональная**

Множественный коэффициент корреляции всегда меньше соответствующих парных коэффициентов корреляции:

$$R_x \geq |r_{xy}|$$

$$R_x \geq |r_{xz}|.$$

Значимость коэффициента множественной корреляции определяется с помощью табл. *(критические значения коэффициента корреляции)* при  $f-n-t-2$ , где  $t$  — число признаков

# СТАТИСТИКИ СВЯЗИ ДЛЯ ПОРЯДКОВЫХ И КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ

В горно-промышленной геологии встречается немало задач, в которых необходимо оценить тесноту зависимости между признаками, не поддающимися количественному измерению, например, между двумя элементами, содержания которых оценены значениями не обнаружено, следы,  $< 0,001$ , или установить, есть ли связь между ориентацией магнитной аномалии (меридиональная, северо-восточная, широтная, северо-западная и т.п.) и природой возмущающего объекта (рудная, нерудная).

В первом случае рассматриваются два признака, каждый из которых может быть упорядочен по своим значениям, т.е. расположен в порядке возрастания или убывания этих значений.

Во втором случае возможно только сгруппировать объекты изучения по принадлежности к той или иной качественной группе (ориентировке, рудоносности)

Мерой связи для зависимостей **первого** вида является показатель корреляции рангов  $r$ , для второго — коэффициент взаимной сопряженности  $k$

# КОРРЕЛЯЦИЯ РАНГОВ

Совокупность будет называться ранжированной, если пронумеровать объекты, упорядоченные по какому-либо признаку

**Пример 1.** В результате анализа шести проб гранодиоритов получены следующие значения содержаний элемента А (%): 0,7; 0,5; 0,6; 0,2; 0,4; 0,8. Расположив их в порядке возрастания и пронумеровав, получим ранжированную совокупность:

<i>содержание</i>	<i>ранг</i>	<i>содержание</i>	<i>ранг</i>
0,2	1	0,6	4
0,4	2	0,7	5
0,5	3	0,8	6

Если среди объектов есть несколько, обладающих одним и тем же значением признака  $X$  (численным или качественным), то их предварительно располагают один за другим, а затем каждому присваивают ранг, равный среднему арифметическому их предварительных рангов

# КОЭФФИЦИЕНТ ВЗАИМНОЙ СОПРЯЖЕННОСТИ

Рассмотрим зависимость между двумя качественными признаками  $A$  и  $B$ , которые принимают следующие значения:  $A_1, A_2, \dots, A_t$  и  $B_1, B_2, \dots, B_l$ . Мерой зависимости между  $A$  и  $B$  будет коэффициент взаимной сопряженности, вычисляемый по формуле:

$$K = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\sqrt{(t-1)(l-1)}}$$

где  $K$  — коэффициент взаимной сопряженности;  $n$  — число проб;  $t$  — число градаций признака  $A$ ;  $l$  — число градаций признака  $B$

$$\chi^2 = \sum (n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2 / n_{ij}$$

$n_{ij}$  — эмпирические, а  $\tilde{n}_{ij}$  — теоретические частоты появления объектов, обладающих значениями признаков  $A_i$  и  $B_j$

Значимость коэффициента взаимной сопряженности оценивается с помощью таблицы значений  $\chi^2$  при имеющемся числе степеней свободы  $f=(m - 1(1 - 1))$

### Значения критерия $\chi^2$

Уровень значимости	Число степеней свободы f						
	1	2	3	4	5	6	7
0,20	1,642	3,21 9	4,642	5,989	7,289	8,558	9,803
0,10	2,706	4,60 5	6,251	7,779	9,236	10,645	12,017
0,05	3,841	5,99 1	7,815	9,488	11,070	12,592	14,067
0,01	6,635	9,21	11,341	13,277	15,086	16,812	18,475

Если вычисленное значение  $\chi^2$  больше табличного то можно утверждать, что между характером возмущающего объекта и характером гравитационного поля существует определенная связь

# Регрессивный анализ

Коэффициент корреляции и корреляционное отношение позволяют установить характер и тесноту связи между случайными переменными

Однако, не менее важным, а часто и необходимым для исследователя является **математическое описание установленной зависимости**, позволяющее анализировать изучаемое явление

Для этого используют **регрессивный анализ**, который включает в себя три этапа:

- ✓ *выбор формы зависимости (типа уравнения)*
- ✓ *вычисление коэффициентов выбранного уравнения*
- ✓ *оценка достоверности полученного уравнения*

# ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Если коэффициент корреляции значим и близок к корреляционному отношению, а график эмпирической зависимости близок к прямой линии, то зависимость между  $X$  и  $Y$ —линейная и выражается уравнением:

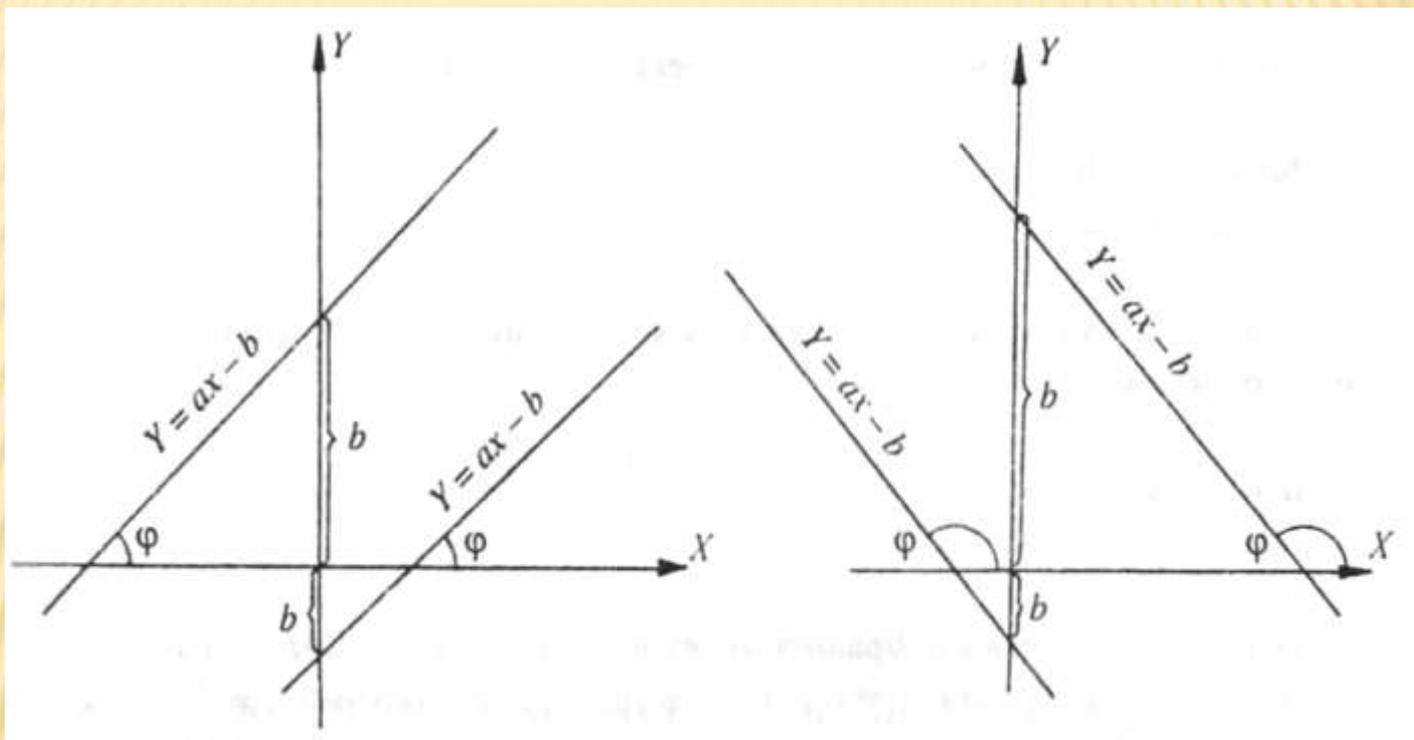
$$y = ax + b$$

Из аналитической геометрии известно, что коэффициент при независимой переменной  $X$  есть тангенс угла наклона прямой к положительному направлению  $OX$ , т.е.  $\alpha = \operatorname{tg}\varphi$

Этот коэффициент характеризует скорость изменения зависимой переменной  $y$  при изменении переменной  $x$ .

Положение прямой при различных значениях  $\varphi$  показано на рис. 3. Коэффициент  $b$  — начальная ордината, определяет значение  $y$  при  $x = 0$ . Графически это отрезок, отсекаемый прямой на оси  $Y$ .

Один из простых способов вычисления коэффициентов уравнения регрессии (не только линейной) — **метод наименьших квадратов**. Сущность метода в том, что наилучшим считается то положение линии регрессии, при котором сумма квадратов отклонений эмпирических точек по ординатам от теоретических (расчетных) является минимальной



**РИС 3. ГРАФИКИ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ**

Значения  $a$  и  $b$  определяются из систем нормальных уравнений

$$a \sum x_i n_i + bn = \sum \bar{y}_i n_i$$

$$a \sum x_i^2 n_i + b \sum x_i n_i = \sum \bar{y}_i x_i n_i$$

где суммирование ведется по всем значениям  $x_i$

# НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Если  $r$  (коэффициент корреляции) и  $\eta$  (корреляционное отношение) существенно различаются, то корреляцию следует считать нелинейной, а линию регрессии — отличной от прямой. Подбор уравнения связи определяется видом эмпирической линии регрессии и анализом изучаемого явления. Выбор уравнений нелинейной регрессии весьма обширен (рис. 4).

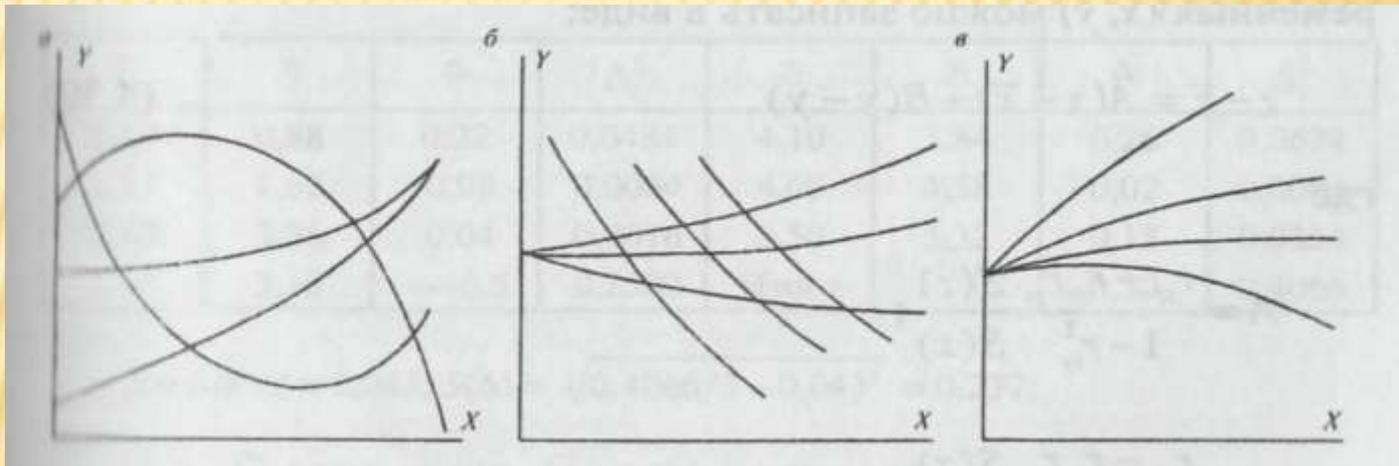


Рис 4. Графики параболической (а), гиперболической (б) и показательной (в) функций

## Уравнения нелинейной регрессии

- $y = ax^2 + bx + c;$
1. Полином второй, третьей и более высоких степеней:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
  2. Гиперболические кривые:  $y = a/x + b; y = 1 / (a + bx)$

Уравнения гиперболического вида  $y = a/x + b$  ( $x \neq 0$ ) легко приводятся к линейному  $y - ax_1 + b$ , где  $x_1 = 1/x$  и система нормальных уравнений имеет вид:

$$an_i + b \sum x_{1i}n_i = \sum \bar{y}_i n_i$$

$$a \sum x_{1i}n_i + b \sum x_{1i}^2 n_i = \sum x_{1i} \bar{y}_i n_i$$

Вычисление коэффициентов уравнений регрессии производится методом наименьших квадратов. Число нормальных уравнений равно числу определяемых параметров. Составляются они аналогично составлению нормальных уравнений для прямой. Так, для многочлена 2-го порядка система нормальных уравнений будет иметь вид:

$$a \sum x_i^2 n_i + b \sum x_i n_i + c n_i = \sum \bar{y}_i n_i$$

$$a \sum x_i^3 n_i + b \sum x_i^2 n_i + c \sum x_i n_i = \sum x_i \bar{y}_i n_i$$

$$a \sum x_i^4 n_i + b \sum x_i^3 n_i + c \sum x_i^2 n_i = \sum x_i^2 \bar{y}_i n_i$$

# МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ

Уравнение, устанавливающее зависимость между одним из признаков  $x_1$  (функцией) и несколькими другими  $x_2, x_3, \dots, x_T$  (аргументами), называется **уравнением множественной регрессии**

В общем случае его можно записать в виде  $x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_T)$ . Различают линейную и нелинейную множественную регрессию. В случае линейной зависимости уравнение регрессии имеет вид:

$$x_1 = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_m x_m$$

Этому уравнению соответствует так называемая гиперплоскость, т.е. плоскость  $m$ -мерного пространства. Для уравнения вида  $z = b_1 + b_2x_2 + b_3y$ , т.е. когда  $z$  есть функция двух независимых переменных, получают обычную плоскость в трехмерном пространстве, коэффициенты которой  $b_1, b_2, b_3$  могут быть вычислены тем же методом наименьших квадратов

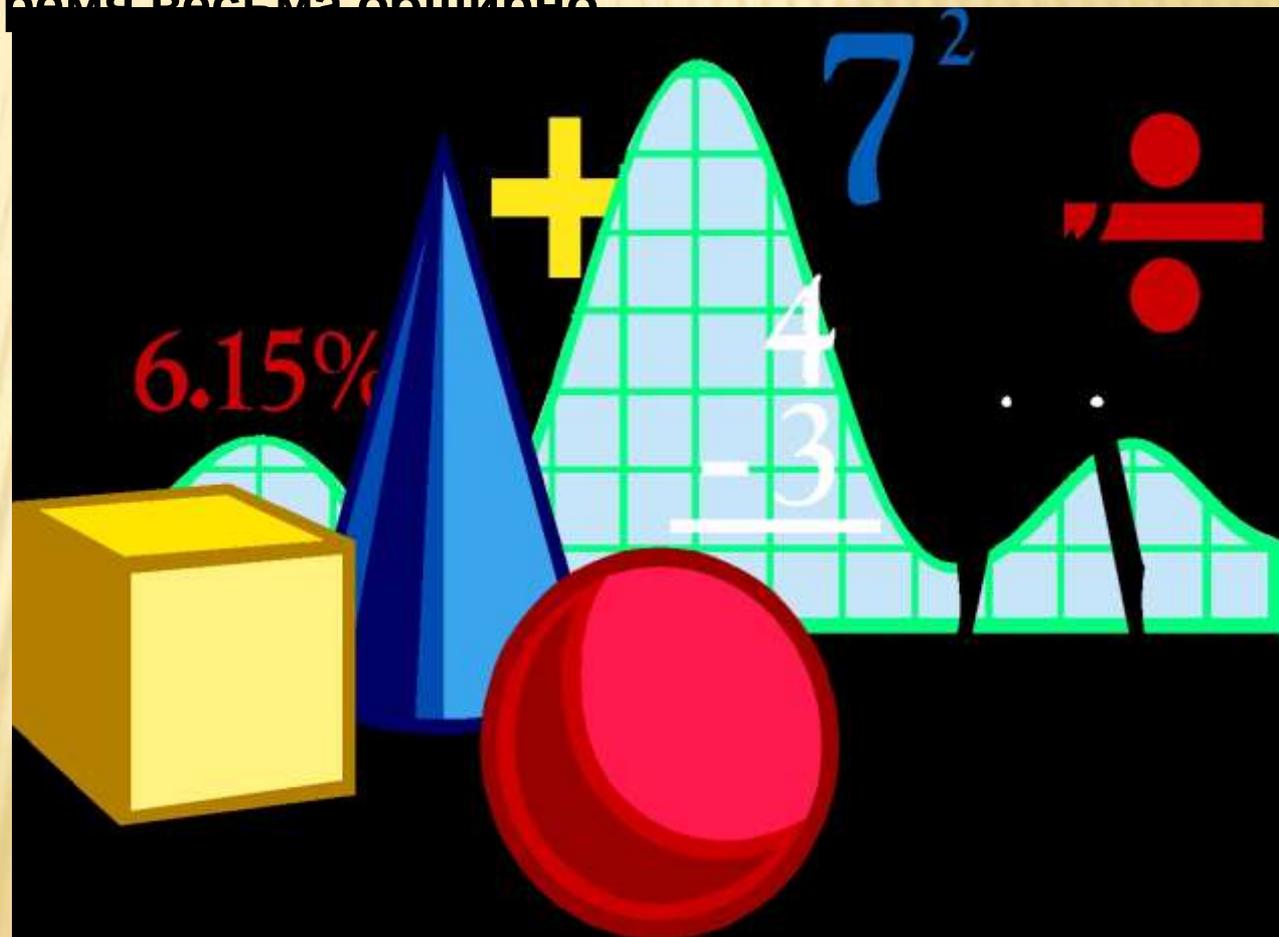
*Уравнения линейной регрессии для двух независимых переменных  $(x, y)$  можно записать в виде:*

$$z - \bar{z} = A(x - \bar{x}) + B(y - \bar{y})$$

$$A = \frac{r_{zx} - r_{xy}r_{yz}}{1 - r_{xy}^2} \frac{S(z)}{S(x)} \quad B = \frac{r_{yz} - r_{xy}r_{zx}}{1 - r_{xy}^2} \frac{S(z)}{S(y)}$$

# **«Типы, принципы и методы геолого-математического моделирования»**

Моделирование как средство познания закономерностей широко используется в самых различных областях науки и техники. Оно представляет собой метод исследования строения сложных природных объектов, динамики процессов или основных особенностей систем. Понятие модели в настоящее время весьма обширно.



В качестве математических моделей в геологии используются числа и формулы, описывающие взаимосвязи и закономерности изменения свойств геологических образований или параметров геологических процессов



*Хорошо организованные системы* состоят из ограниченного количества элементов, между которыми существуют строго определенные и однозначные зависимости. Их свойства и состояния могут быть количественно описаны с помощью законов физики и химии.

К *плохо организованным системам* относятся сложные природные объекты и явления, на состояние и свойства которых влияет множество факторов различной природы.

Геологические объекты представляют собой классические «плохо организованные природные системы», что объясняется сложностью минералообразующих породо- и рудообразующих процессов

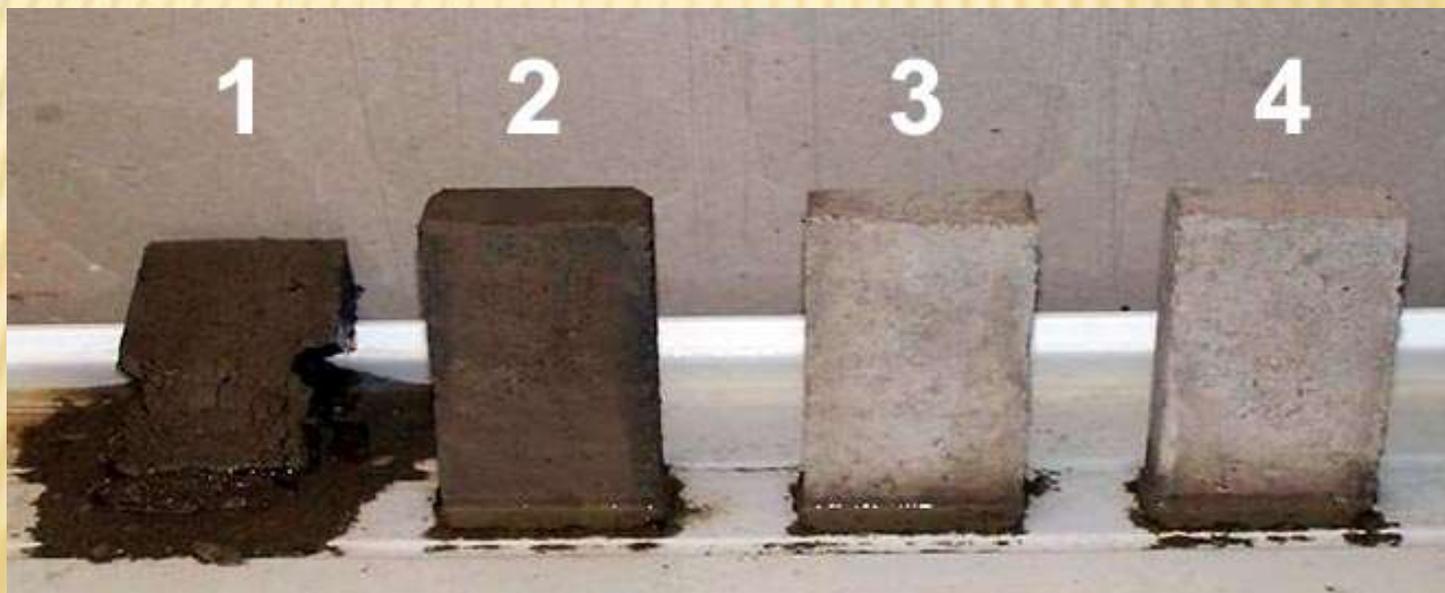


**Предметным** называется моделирование, в ходе которого исследование ведется на модели, воспроизводящей определенные геометрические, физические, динамические либо функциональные характеристики объекта

При **знаковом** моделировании в качестве моделей выступают **схемы, чертежи, формулы, мысли, высказанные или записанные на каком-либо языке**



При промышленной оценке месторождений предметное моделирование применяется для изучения технологических свойств руд по лабораторным и полупромышленным пробам. При этом лабораторные установки, имитирующие процесс переработки руды, являются действующими моделями оборудования будущей обогатительной фабрики



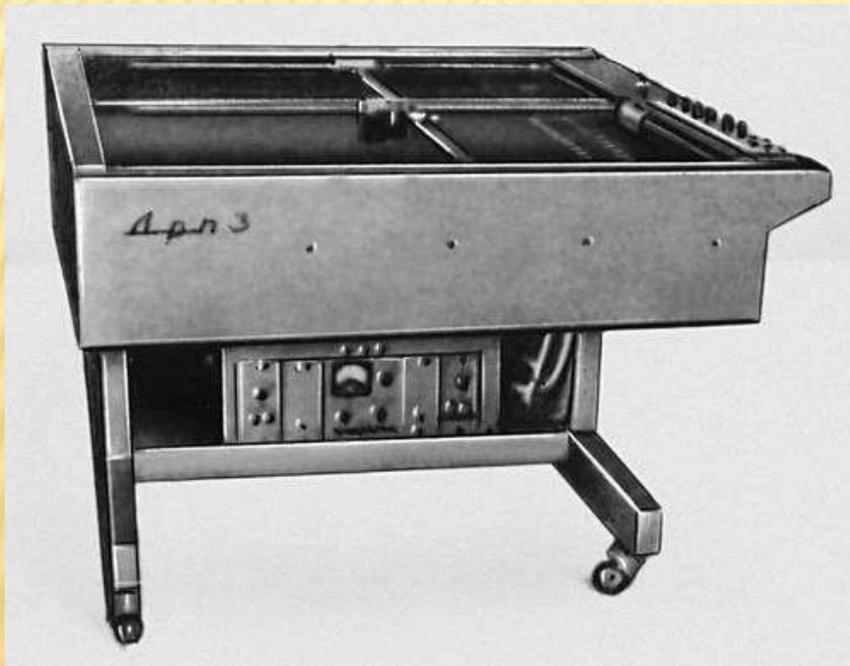
Ведущую роль в науках о Земле играют различные методы знакового (информационного) моделирования. По характеру информации их можно разделить на словесные, графические и математические.

К **словесным** моделям можно отнести многочисленные классификации, понятия и определения, которыми изобилуют все геологические дисциплины.

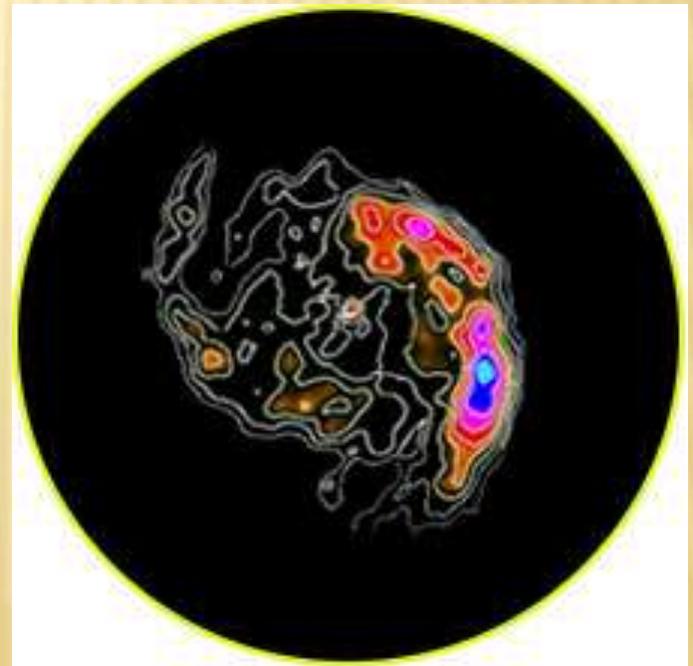
К **графическим** моделям следует отнести все разнообразные графические геологические документы - карты, планы, разрезы, проекции и т.п., в связи с тем, что они отражают свойства реальных объектов недр упрощенно и приблизительно.

В качестве **математических** моделей в геологии используются числа и формулы, описывающие взаимосвязи и закономерности изменения свойств геологических образований или параметров геологических процессов

В последние годы в связи с широким внедрением в практику геологических исследований моделирования на ЭВМ с использованием разнородной геологической информации границы между этими видами моделей становятся в известной степени условными. Картографическая информация с помощью номинальной шкалы измерений переводится в цифровую, а результаты замеров при геохимических и геофизических съемках с помощью графопостроителей или графических дисплеев изображаются в виде карт изолиний



Графопостроитель

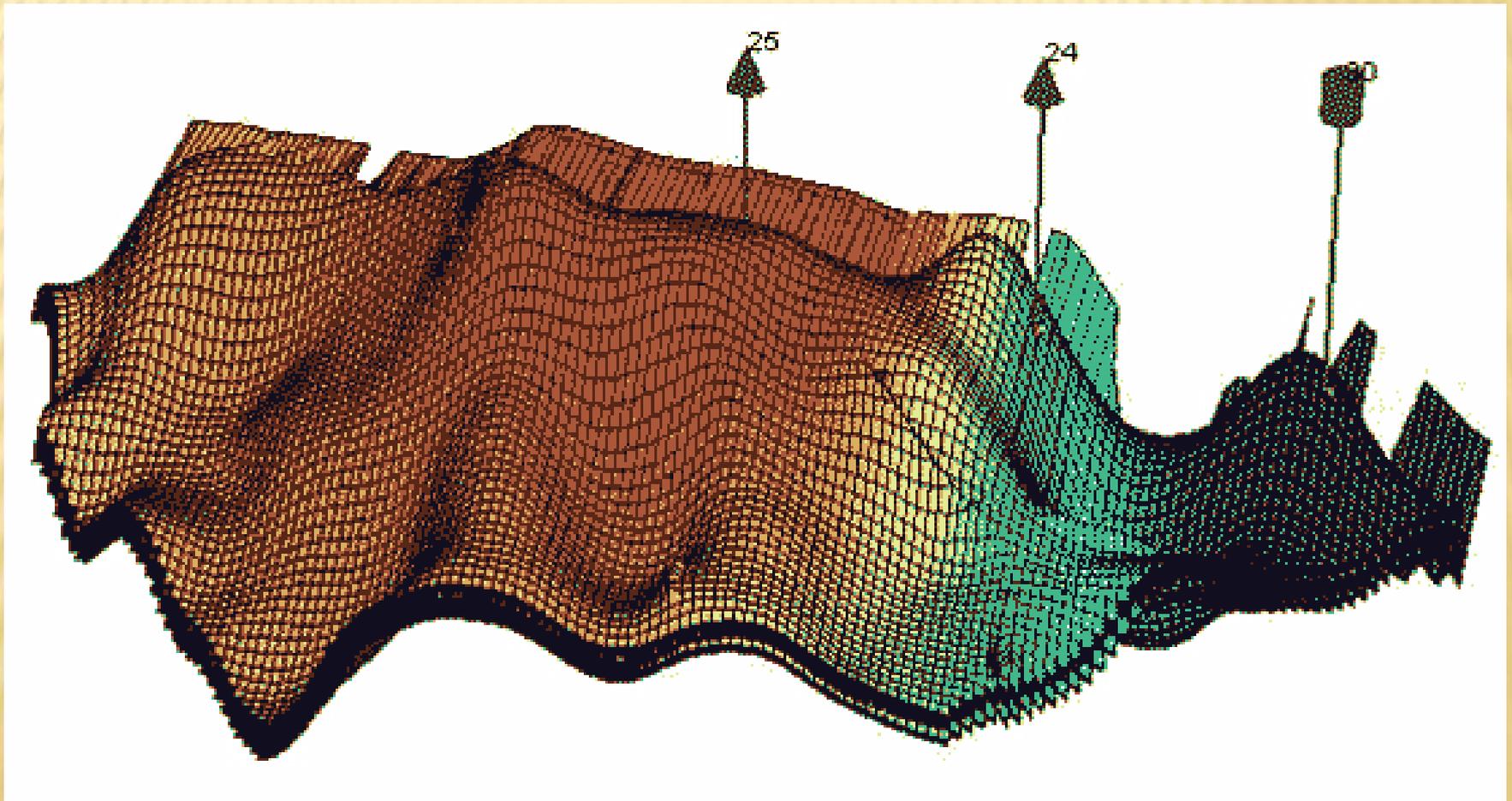


Карта изолиний радиояркости

**Статическое моделирование** заключается в математическом описании свойств исследуемых объектов по результатам их изучения выборочным методом на основе индуктивного обобщения эмпирических данных.

**Динамическое моделирование** использует приемы дедуктивного метода, когда свойства конкретных объектов выводятся из общих представлений о его структуре и законах, определяющих его свойства.

Применение математического моделирования в геологии сопряжено с рядом трудностей. Математическая модель, как и любая другая, является упрощенным аналогом исследуемого объекта. Из-за сложности геологических объектов ни одна математическая модель не может воспроизвести все их свойства.



**Природные геологические объекты обладают рядом специфических особенностей, которые в значительной мере определяют методику их изучения:**

- горные породы и содержащиеся в них скопления полезных ископаемых скрыты в недрах и практически недоступны для непосредственного наблюдения;**
- размеры большинства изучаемых объектов несоизмеримо больше, чем размеры естественных или искусственных обнажений, по которым производится их изучение:**
- изучаемые объекты — природные минеральные скопления и многие массивы горных пород — часто обладают сложным внутренним строением.**

**Поэтому для описания различных свойств одного и того же объекта часто приходится использовать различные математические модели. При этом необходимо убедиться в том, что выбранная модель достаточно полно отражает именно те свойства объекта, которые непосредственно влияют на решение поставленной задачи.**



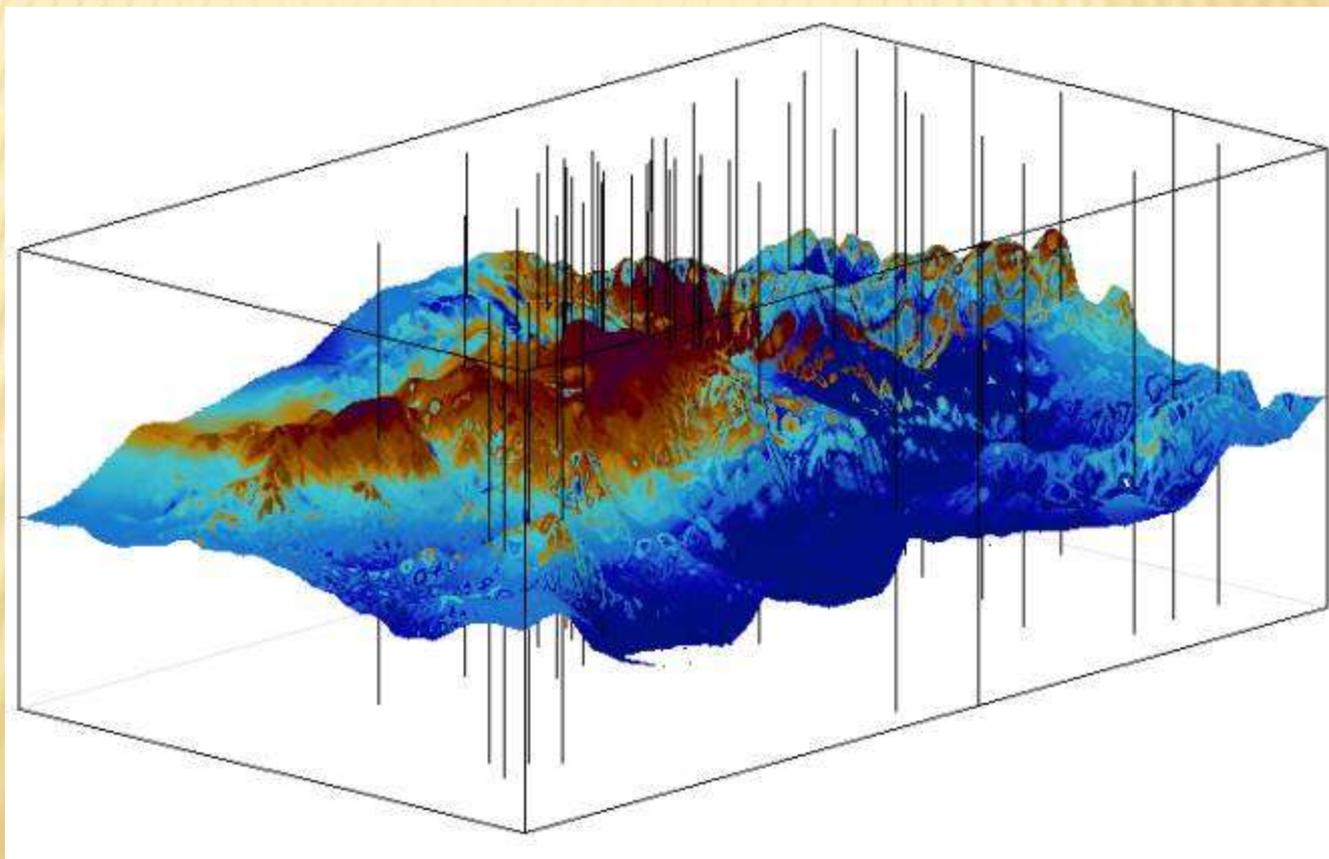
- 1. Математическое описание свойств природных геологических объектов должно проводиться на основе системного подхода к оценке особенностей их внутреннего строения.**
- 2. Природная сложность и недоступность геологических объектов, несопоставимость их размеров с размерами отбираемых проб, ограниченность экспериментальных данных и прерывистость сети наблюдений не способствуют широкому применению детерминированных математических моделей. В этих условиях экспериментальные данные представляют собой совокупность случайных, а не детерминированных величин, из-за чего большинство математических моделей в геологии строится на вероятностной основе.**
- 3. Выбор наиболее приемлемой математической модели определяется условием соответствия ее свойств свойствам объекта моделирования.**
- 4. В рамках математического моделирования невозможно полное описание свойств изучаемого объекта.**

- 1) формулировка геологической задачи;**
- 2) определение геологической совокупности, то есть установление границ геологического объекта или временного интервала геологического процесса;**
- 3) выявление главных свойств объекта или параметров процесса в рамках поставленной задачи;**
- 4) переход от геологической совокупности к опробуемой и выборочной с учетом особенностей методов исследования;**
- 5) выбор типа математической модели;**
- 6) формулировка математической задачи в рамках выбранной математической модели;**
- 7) выбор метода решения математической задачи;**
- 8) решение математической задачи на основе вычисления параметров математической модели объекта;**
- 9) интерпретация полученных результатов применительно к геологической задаче;**
- 10) оценка вероятности и величины возможной ошибки за счет неадекватности модели и объекта.**

Таким образом, этапу собственно математического моделирования предшествуют этапы создания геологической модели (опробуемой и выборочной геологической совокупности). Поэтому модели, используемые для решения геологических задач математическими методами, можно назвать **геолого-математическими**.



**Таким образом, специфическая особенность геолого-математического моделирования заключается в том, что моделируются не истинные геологические структуры и свойства природных объектов, а изменчивость этих свойств, наблюдаемая на изучаемом уровне строения объекта**



# **КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

# СОДЕРЖАНИЕ

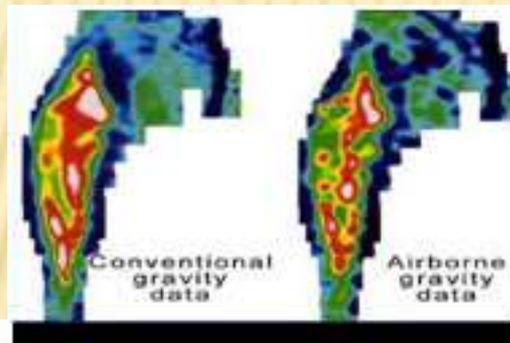
1. Понятие компьютерного моделирования в геологии
2. Краткая история внедрения компьютерного моделирования в геологию
3. Основные компьютерные модели в геологии
4. Компьютерное моделирование в геологии полезных ископаемых
  - 4.1. Моделирование месторождений углеводородов
  - 4.2. Моделирование месторождений нерудных полезных ископаемых
  - 4.3. Моделирование месторождений рудных ПИ

# 1. ПОНЯТИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГЕОЛОГИИ

Компьютерное моделирование синтезирует в себе геометрическую (графическую) и математическую составляющие моделирования.

Компьютерная модель месторождения формируется с помощью программной реализации алгоритмов, связывающих числовые характеристики и геометрические элементы месторождения. Любая информация, используемая для моделирования, должна иметь пространственно-координатную привязку.

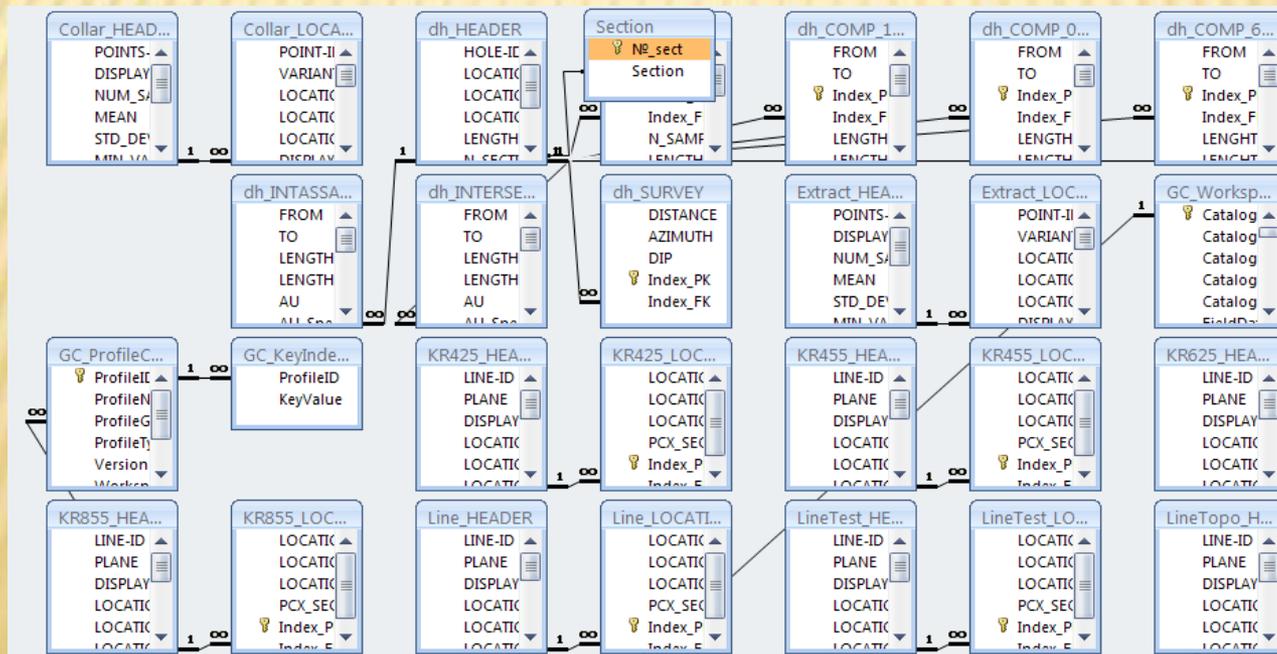
Поэтому все программные пакеты, функционально пригодные для моделирования месторождений, являются геоинформационными системами (ГИС), способными накапливать, хранить, востребовать, отображать и обрабатывать пространственно-координированные данные.



В мировой практике известно много таких программ, к ним можно отнести **MapInfo, ArcView, Datamine, Micromine, Techbase, Geoblok, Autocad Map, Surfer**, и другие. В российских программных пакетах наиболее полно эта функция представлена в компьютерной геолого-маркшейдерской системе, созданной **ВИОГЕМ** на основе теоретических и алгоритмических разработок ученых МГГУ.

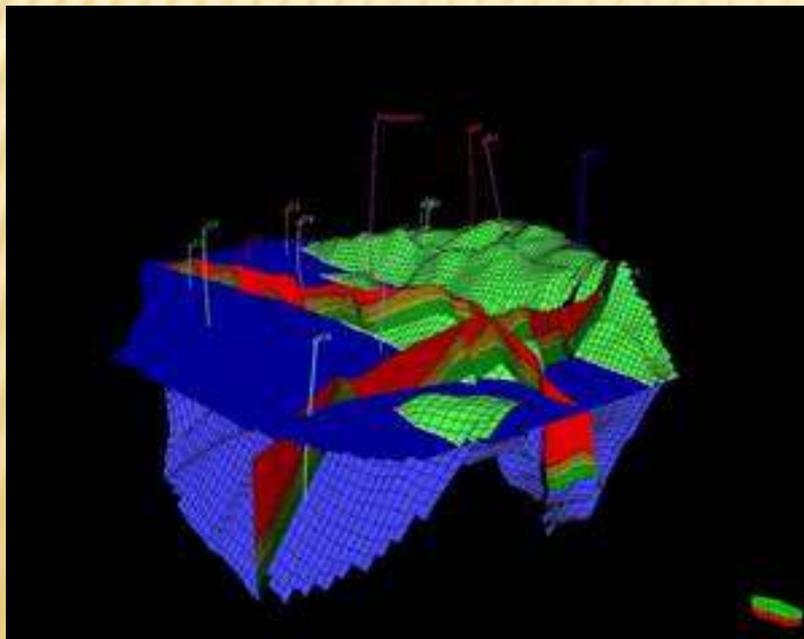
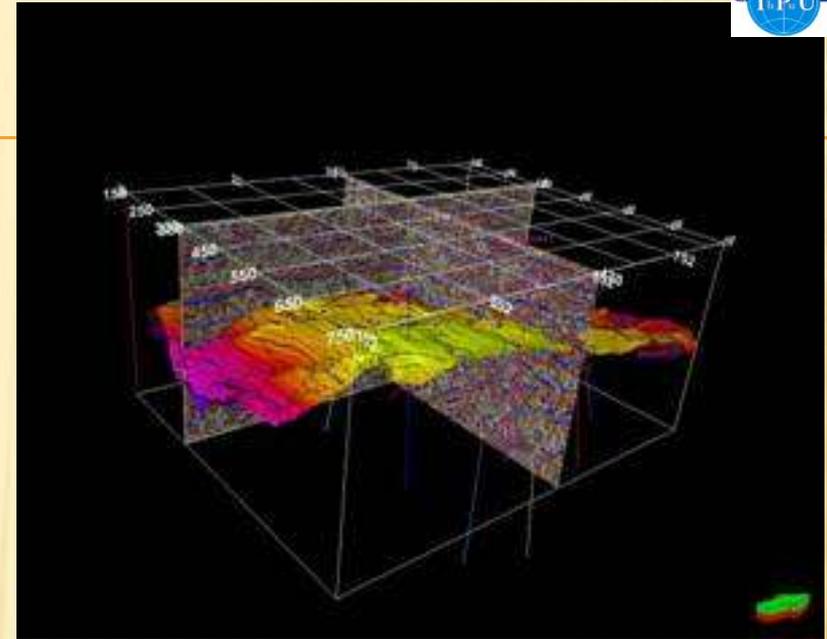
## 2. КРАТКАЯ ИСТОРИЯ ВНЕДРЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГЕОЛОГИЮ

В середине 90-х годов сформировалась новая общая стратегия развития геокартирования — создание баз цифровой картографической информации на основе современных компьютерных технологий.



Пример реляционной базы данных в MS Access

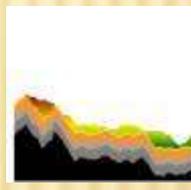
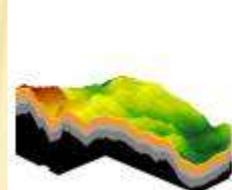
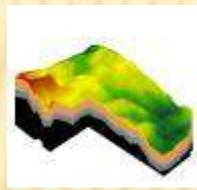
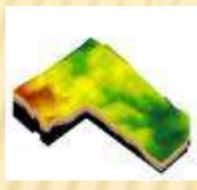
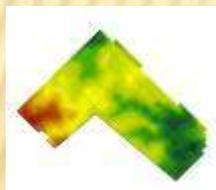
Проблема развития минерально-сырьевой базы и инженерного освоения территорий обуславливает необходимость глубинного изучения недр в трехмерном цифровом виде. В связи с этим, возникла **необходимость перехода к объемному компьютерному картированию и к трехмерным геоинформационным системам.**



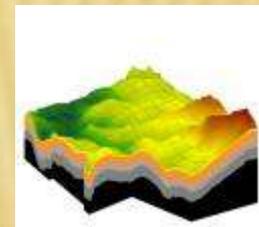
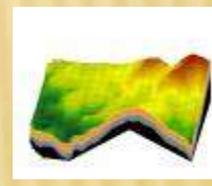
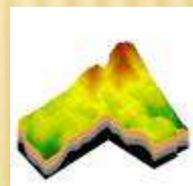
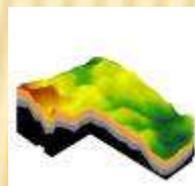
На основе данных бурения скважин, сейсмических профилей и всех видов геофизических данных в цифровом виде строится вероятностная геометрия всех выделяемых геологических тел на глубине.

## Трехмерные геологические модели могут позволить:

- **построить разрез** по любой вертикальной, горизонтальной или иной другой геометрии поверхности;
- **выделять любые геологические тела** и **рассматривать их с любой точки** (вращать, влезать вглубь и так далее);
- **строить объемные карты с показом литофаций** и любых других характеристик (например, пористости, обводненности, геохимических характеристик, контуров рудных тел).



Динамика изменения угла наблюдения модели



Динамика вращения модели вокруг центральной точки

В настоящее время цифровые 3D- модели широко применяются при ведении государственного мониторинга состояния недр (ГМСН).

Следующим шагом в построении геологических моделей является **переход к четырехмерному моделированию, т. е. введению четвертого измерения – времени.** Построение четырехмерных моделей даст возможность изучать развитие геологических структур во времени.

Такого рода работы важны как для решения прикладных задач, например, таких как поиски скоплений углеводородов, которые в процессе геологической эволюции осадочного покрова мигрировали в земных недрах, так и для фундаментальных теоретических исследований региональной и глобальной геологии и геодинамики.



# 3. ОСНОВНЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ В ГЕОЛОГИИ

- Геологоразведочная
- Картографическая
- Каркасная
- Блочная



# ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНАЯ МОДЕЛЬ

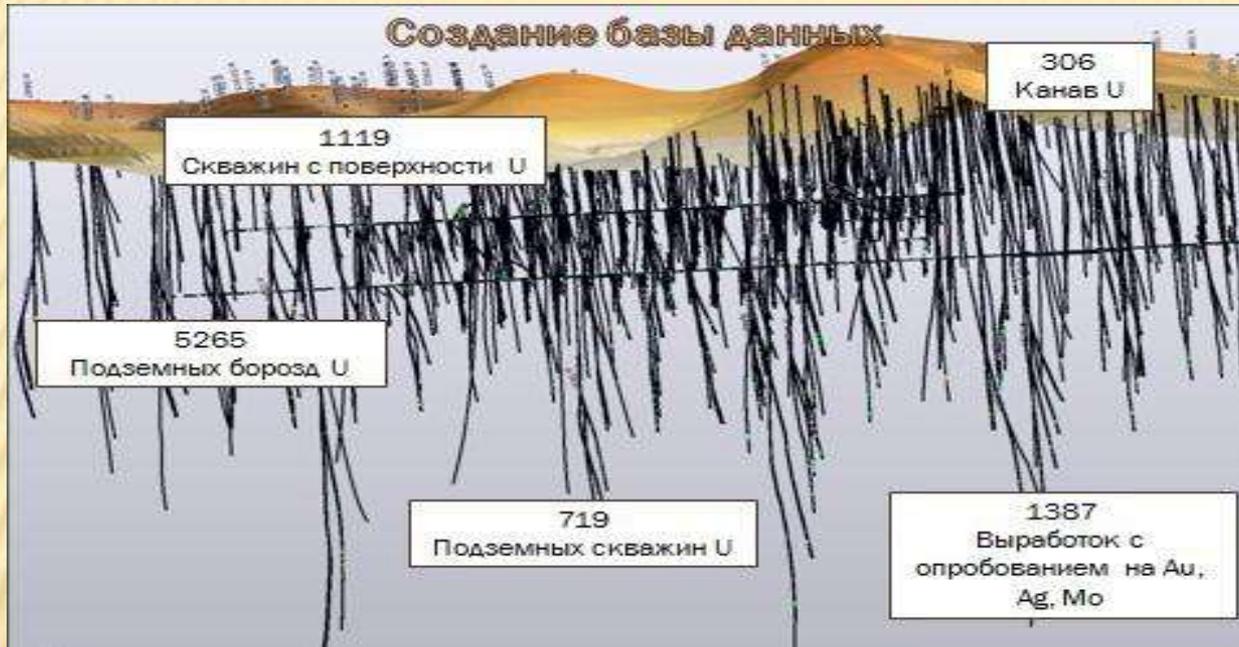
Моделирование же месторождения начинается с создания **геологоразведочной модели**, которая отражает пространственное размещение первичных задокументированных данных о месторождении. Эта модель является фактографической и базовой для формирования других моделей.

Это **совокупность** задокументированных линейных пересечений, т.е. **геологоразведочных выработок, пройденных в соответствии с принятой системой разведки.**

Построение скважинной модели начинается с позиционирования пространственного положения стволов скважин, для чего необходимы идентификатор (номер) скважины, координаты ее устья, данные инклинометрических замеров (значения азимутального и зенитного углов касательной к оси скважины в точке замера, т.е. на определенном расстоянии от устья скважины).

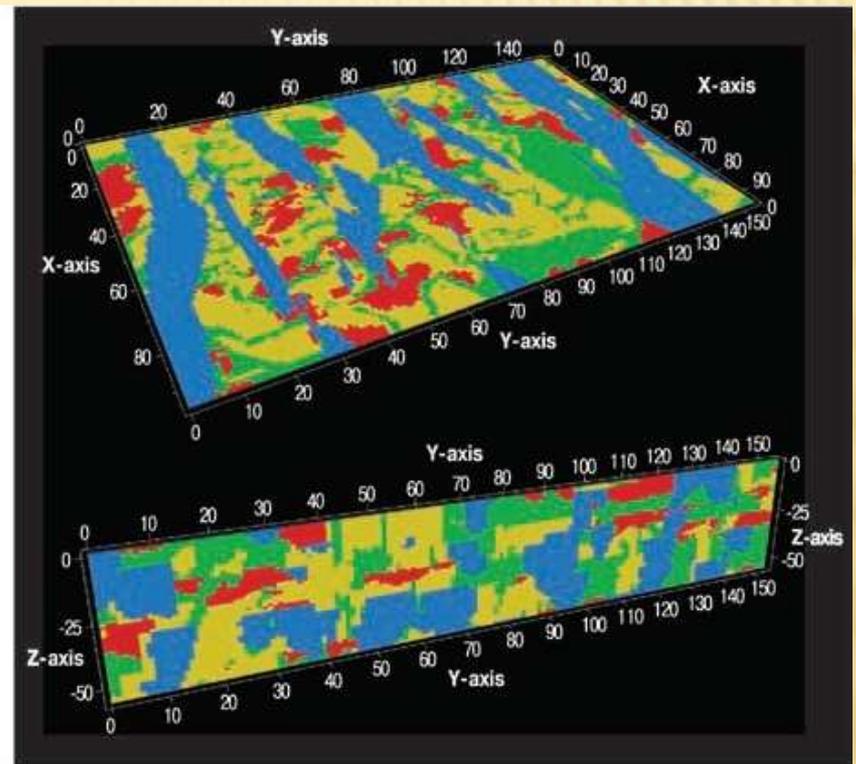
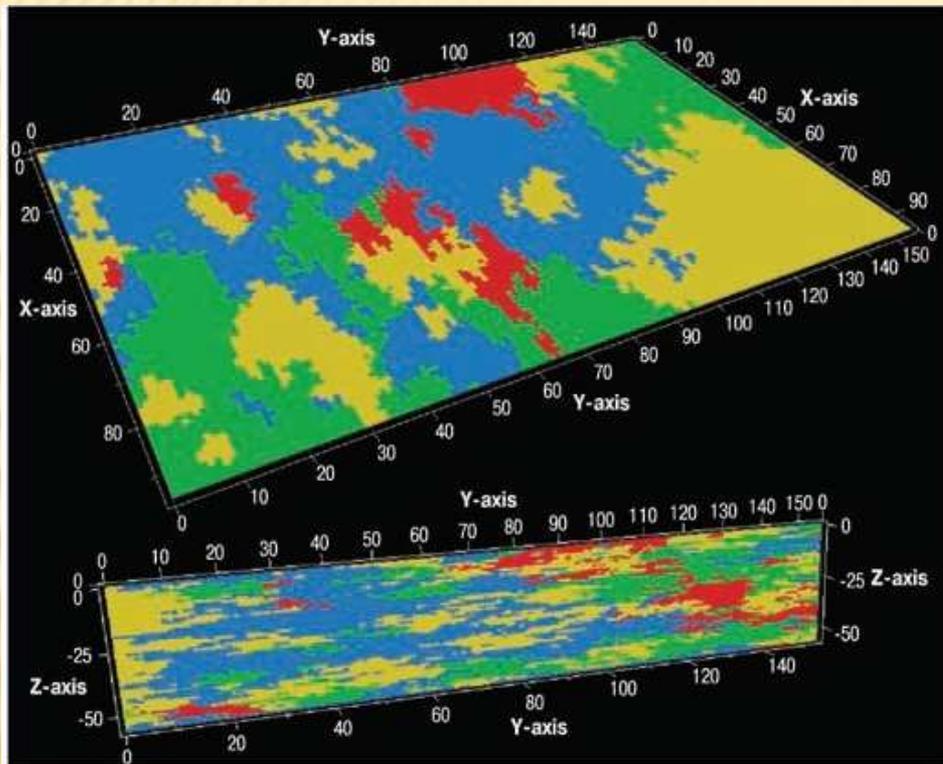
Суть такого позиционирования — расчет координат точек, в которых выполнены инклинометрические замеры по стволу скважины с использованием алгоритма расчета координат двух соседних точек кривой на основе известного направления касательных к ней в каждой точке и расстояния между ними по стволу скважины. Между этими точками кривая трассы ствола скважины описывается гиперболическим сплайном.

Пространственное положение стволов скважин может быть представлено в виде проекции на горизонтальную плоскость (плана) или в трехмерном изображении.



Геологоразведочная модель  
Южной группы  
месторождений Эльконского  
УРР

После выполнения процедуры позиционирования ствола скважины рассчитываются координаты начала и конца интервалов, представленных определенным типом горной породы (руды), интервалов секционного опробования, координаты точек отбора образцов и т.п. Затем в принятых условных знаках по стволу скважины отражают геологический разрез, т.е. смену с глубиной различных типов горных пород. По разрезу скважины может быть представлена и любая другая информация, которая была получена при изучении керна или проведении геофизических и гидрогеологических исследований.



При этом чем больше было начальных точек, тем точнее и правдоподобнее получится модель.

# КАРТОГРАФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В поисковой геологии для прогноза месторождений традиционно используются специфические критерии или факторы: литолого-стратиграфический, фациальный, структурно-тектонический, геоморфологический, геофизический. А при прогнозе каких-либо явлений учитываются факторы, непосредственно определяющие это явление. Эти **факторы могут быть представлены в виде картографических объектов**. В этом и состоит суть геолого-картографического моделирования, как **анализа факторов-объектов и установления наличия или отсутствия связи между ними**.

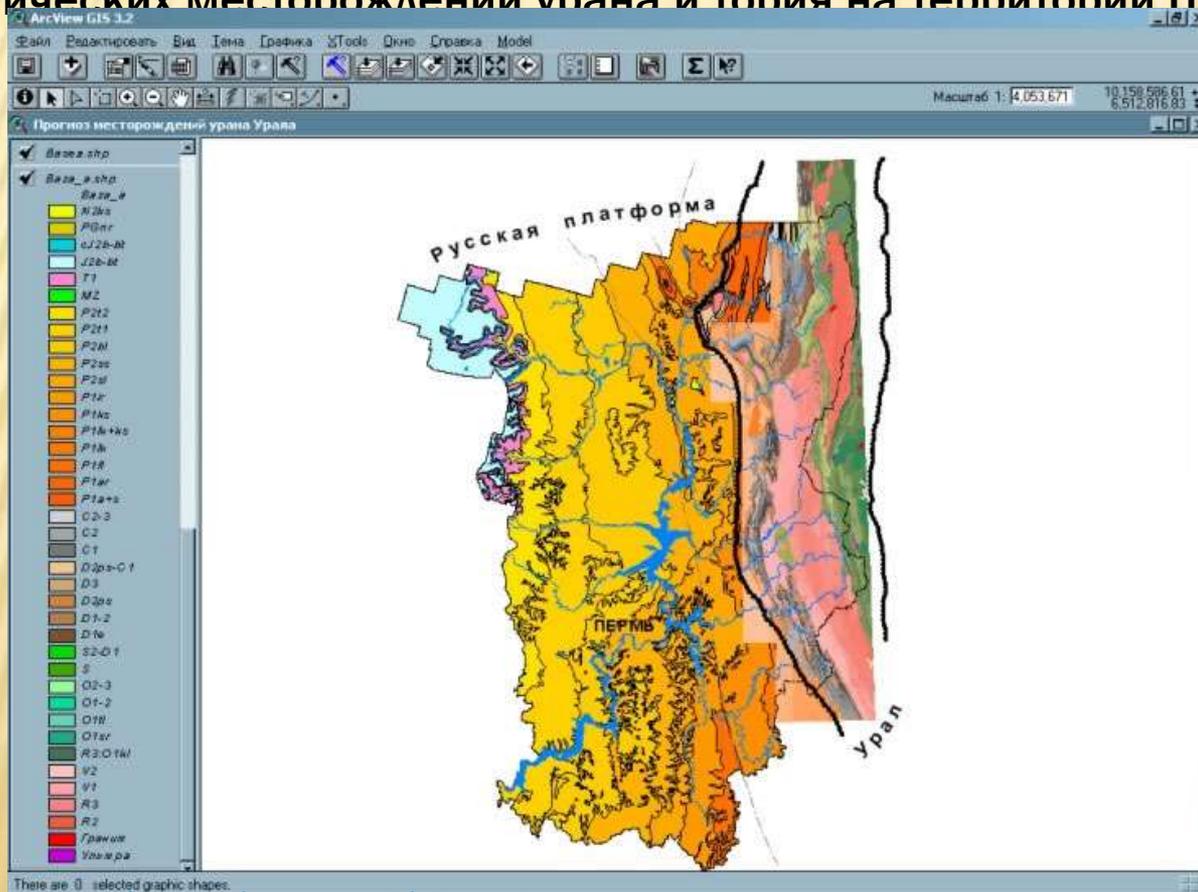
Методы геолого-картографического моделирования можно разделить на четыре основные группы: абстрактное, теоретическое, фактологическое моделирование и анализ факторов подобия. **Абстрактное** моделирование основано на гипотезах и представлениях, **теоретическое** – на эмпирических данных, **фактологическое** – на данных апробации и дистанционного зондирования (ДЗ), а **анализ факторов подобия** – на факторах связи, взаимосвязи между ними. При анализе факторов подобия одним из важнейших моментов является установление минимально допустимого количества факторов для компетентного решения задачи с получением представительного результата. Исследователю требуется установить количество объектов, необходимых для моделирования. Из всего множества объектов  $N$  картографической информации необходимо исключить объекты  $h$ , которые не имеют логической связи с объектами анализа:

$$n = N - h,$$

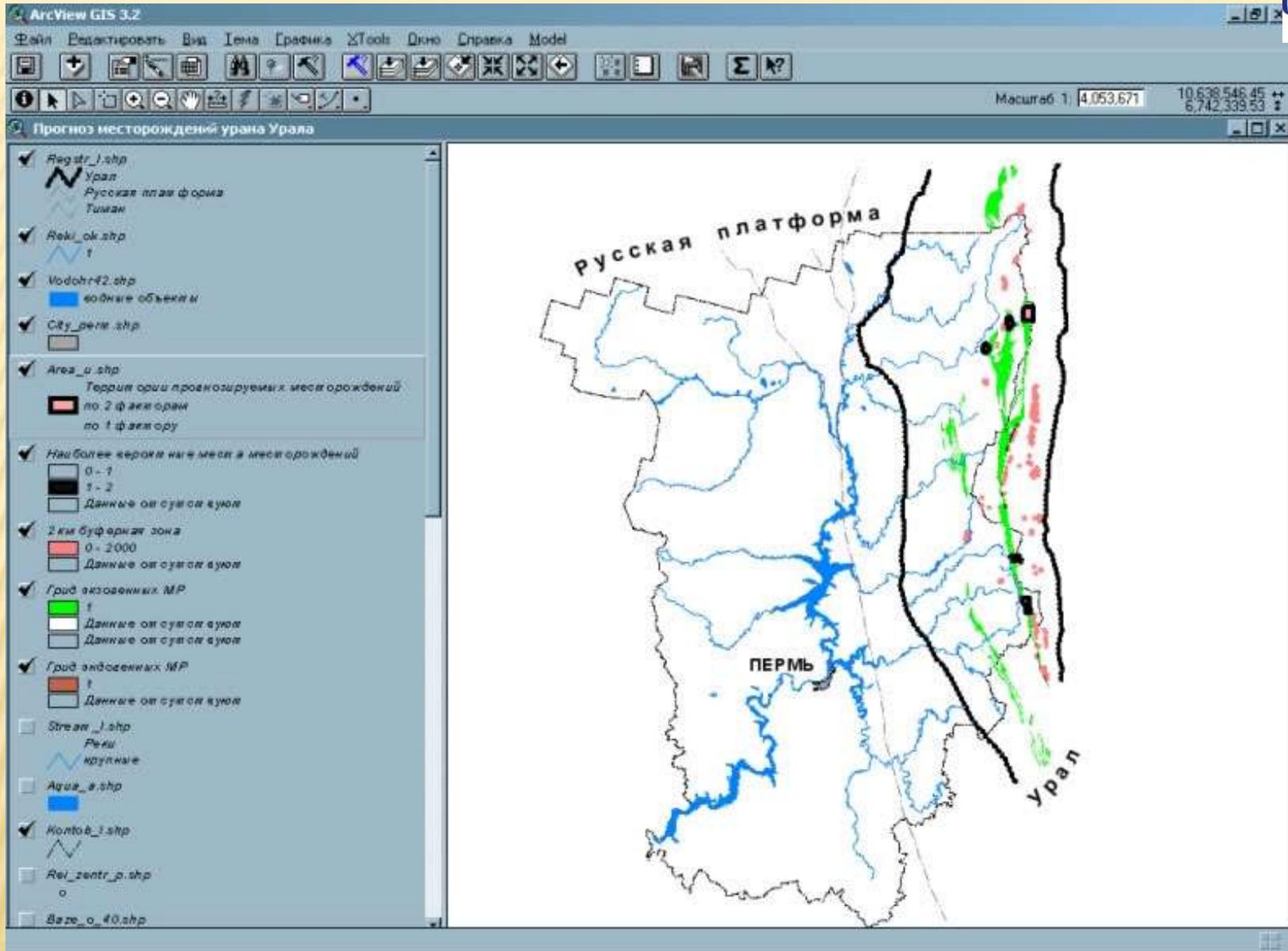
где  $n$  – объекты моделирования. Например, при прогнозировании месторождения определенного вида полезного ископаемого объектами  $h$  являются объекты инфраструктуры, растительности, административного районирования.

После установления количества объектов-факторов проводится непосредственное моделирование, основную роль в котором играет анализ факторов подобия. Этот метод принципиально сводится к сложению (наложению) факторов или к пересечению множеств объектов с образованием нового множества. При работе с картографическими объектами производятся иные допустимые действия, причем результат континуализации уже дает смоделированный объект.

В качестве примера минимально-приближенной модели приведем прогноз гипотетических месторождений урана и тория на территории Пермского края.

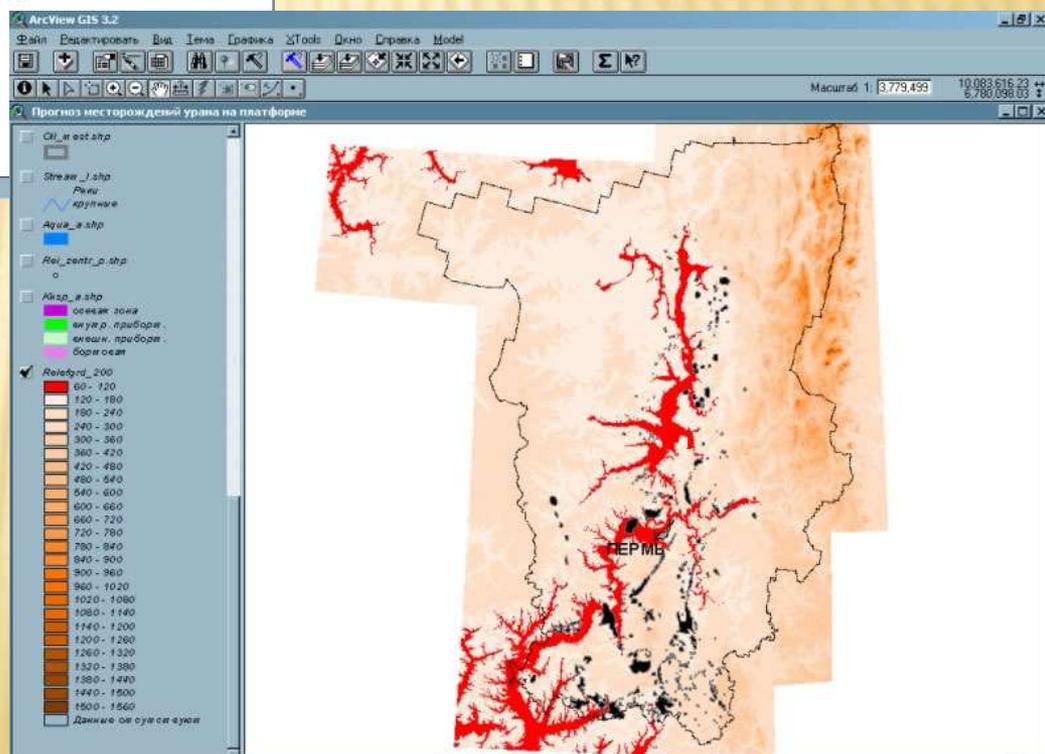
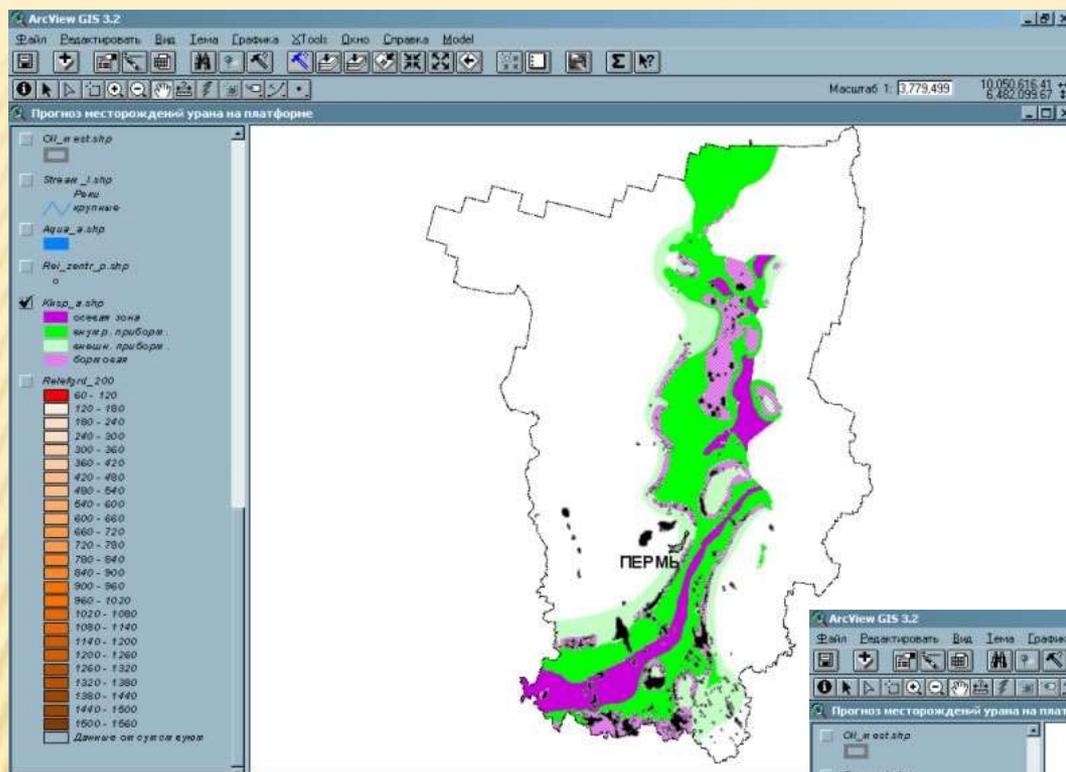


Территория Пермского края. Две части: Русская платформа и складчатый Урал. Геологическая основа, используемая для моделирования.

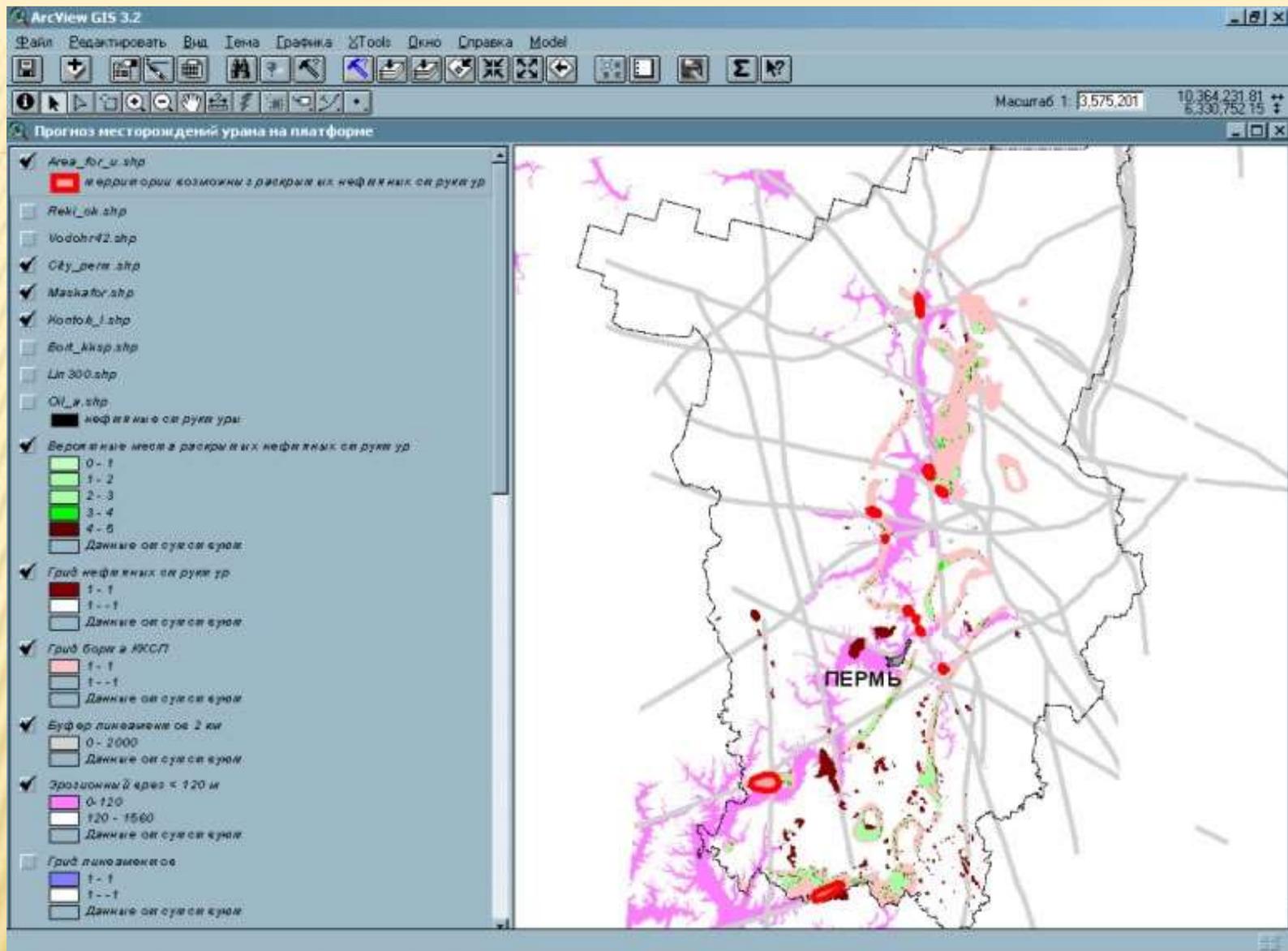


Результат моделирования – выявлены участки вероятного развития месторождений урана и тория Урала

## Камско-Кинельская система прогибов (ККСП)



Основной эрозионный врез на  
 цифровой модели рельефа  
 Пермского края



Результаты моделирования на основе анализируемых факторов (эрозионный врез, борт ККСП, нефтяные структуры, региональные разломы).

Области возможного развития урано-битумных месторождений показаны красным цветом

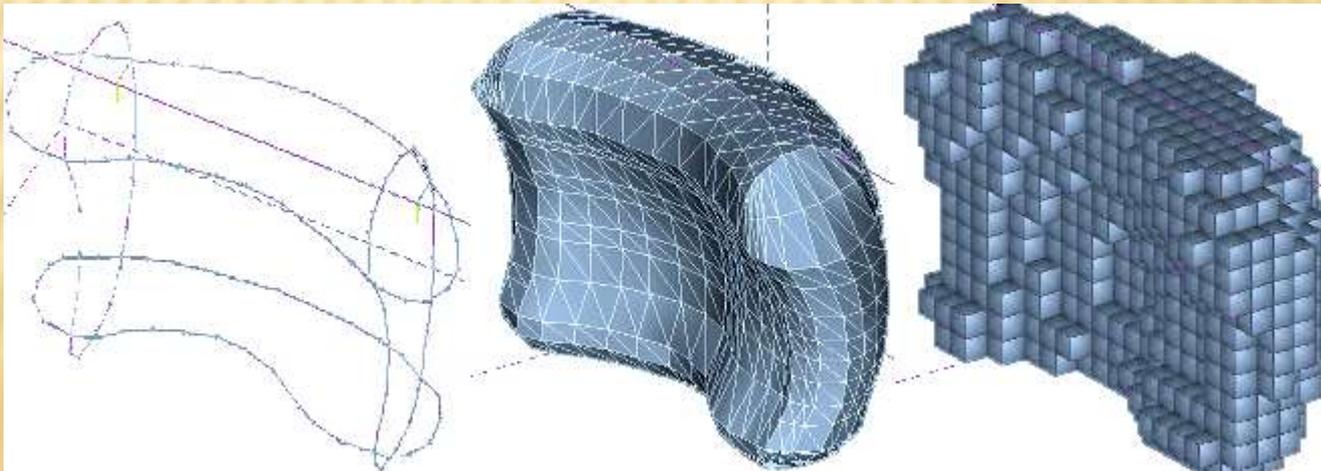
# КАРКАСНАЯ МОДЕЛЬ

Формированию **каркасных моделей** предшествует создание векторных моделей тел. Векторная модель - точки или отрезки, объединенные в контуры (списки), цвет которых соответствует цвету соответствующего элемента.

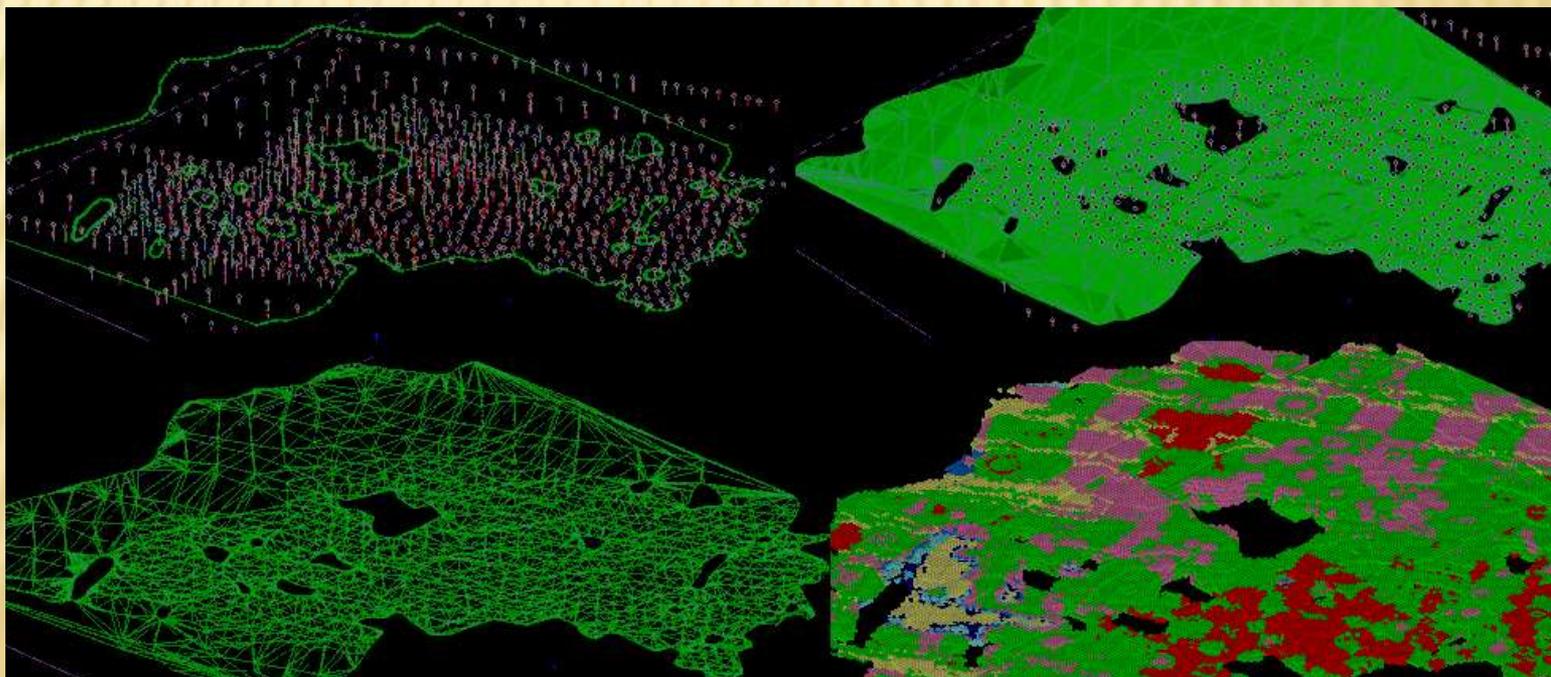
*Векторные модели* могут создаваться с использованием модели геологических проб, которые, в свою очередь, могут быть представлены в виде кондиционных (рудных) интервалов.

Каркасная модель - треугольники, построенные на точках контуров соответствующих элементов. Каркасные модели тел в зависимости от способа создания могут быть **слоевыми или поверхностными**. С ними возможно выполнение операций сложения, вычитания, объединения, пересечения, отсечения. Операция отсечения части тела производится с помощью модели незамкнутой поверхности (обычно это топоповерхность). Обычно модель месторождения состоит из моделей нескольких геологических тел, разделенных естественными (например, свита пластов или несколько зон минерализации) или условными (например, балансовые и забалансовые руды единой зоны минерализации) границами. В зависимости от ситуации эти объекты могут быть включены в одну модель или в разные.

Применительно к **моделям геологических тел не пластообразной формы** наиболее приемлемой является **слоевая каркасная модель**, для управления построением которой используются "сцепки". При создании каркасной модели, ориентированной на одну систему разрезов (обычно это модели, построенные по данным поисковой разведки) используются, как правило, "сцепки" в форме отрезков, соединяющих точки контуров на соседних разрезах. В этом случае можно говорить о том, что форма поверхности между разрезами интерполируется по линейному закону. Такой способ позволяет с приемлемой точностью моделировать тела, изменчивость которых между разрезами невелика. При создании каркасной модели, ориентированной на две системы разрезов (обычно это модели, построенные одновременно по данным поисковой и эксплуатационной разведки) используются, как правило, сцепки в форме полилиний, соединяющих точки контуров на соседних разрезах по траектории, заданной контурами второй системы разрезов. При создании каркасных моделей этого типа применяется *метод Кунса*, использование которого проиллюстрировано рисунком. Начало и конец слоевой каркасной модели может моделироваться замкнутым и разомкнутым контуром. Если это замкнутый контур, то в нем также могут назначаться "сцепки", позволяющие создавать модели поверхности любой степени сложности.



*Моделирование пластовых тел* имеет свои особенности. Местоположение точек поверхности кровли и почвы пласта, как правило, заданы кондиционными интервалами скважинного опробования, что определяет гипсометрию соответствующих поверхностей. Внешние и внутренние границы пласта, представленные спроецированными на эти поверхности контурами, формируются на основе анализа рудных и безрудных скважин. При этом, внутренние границы создают отверстия в теле пласта. Таким образом, векторная модель пласта состоит из точек отрезков, задающих гипсометрию кровли и почвы пласта, и точек контуров, ограничивающих эти поверхности в пространстве. Каркасная модель пласта строится в два этапа: сначала формируется модель, на границе которой тело имеет нулевую мощность, затем эти границы автоматически уточняются, исходя из кондиционной мощности.

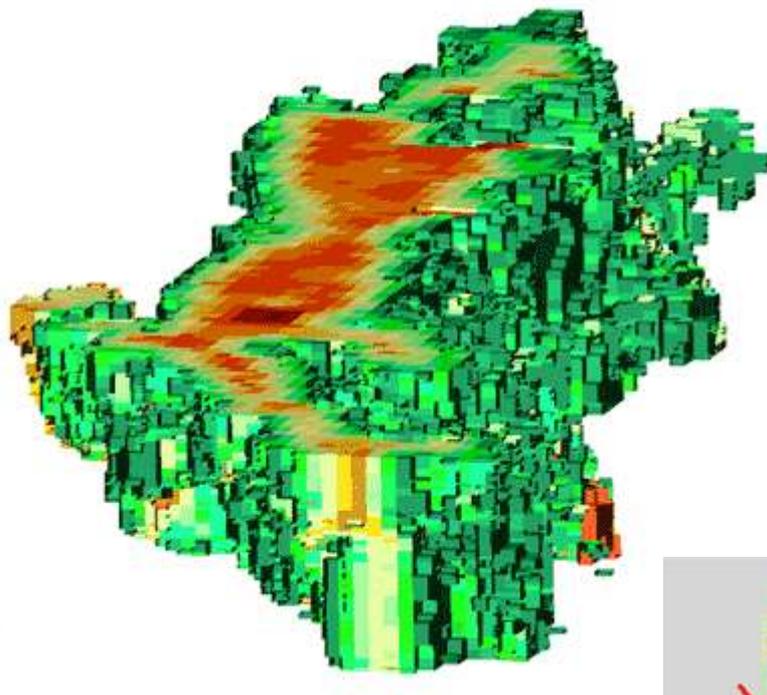


# БЛОЧНАЯ МОДЕЛЬ

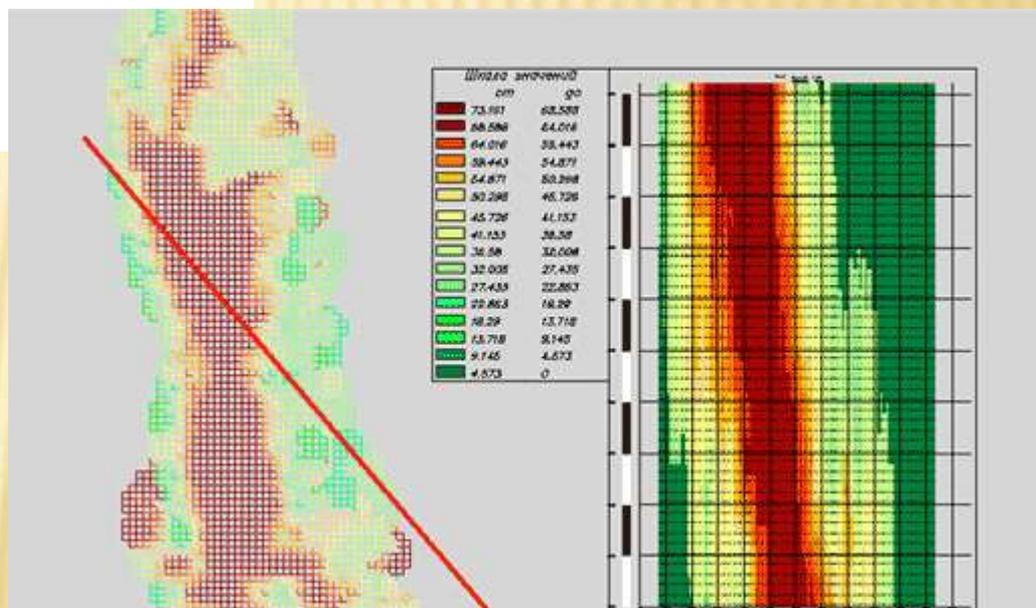
**Блочная модель** - упорядоченное множество прямоугольных параллелепипедов, размещенных внутри замкнутой каркасной поверхности. Для лучшего моделирования формы тела вблизи его границы могут быть использованы блоки меньшего, чем в целом по телу размера. Максимальное уменьшение размера блока за счет дробления может достигать восьми крат по каждой из осей. Каждый из блоков имеет свое значение геологических показателей (содержание химических компонентов, тип породы или полезного ископаемого и т.п.).

Формирование блочной модели геологического тела возможно только при наличии каркасной модели. Для каждого проекта, связанного с моделированием месторождения или его части, предусмотрены возможности установления параметров блочной модели, которые включают в себя:

- ✓ Размеры основного блока в каждом из тех направлений, моделируемой "коробки месторождения".
- ✓ Степень дробления основного блока на границе триангуляционной поверхности. Максимальное число дроблений по каждому из направлений может достигать восьми крат.
- ✓ Начальное число компонент/характеристик, которые будут храниться в блочной модели тела.



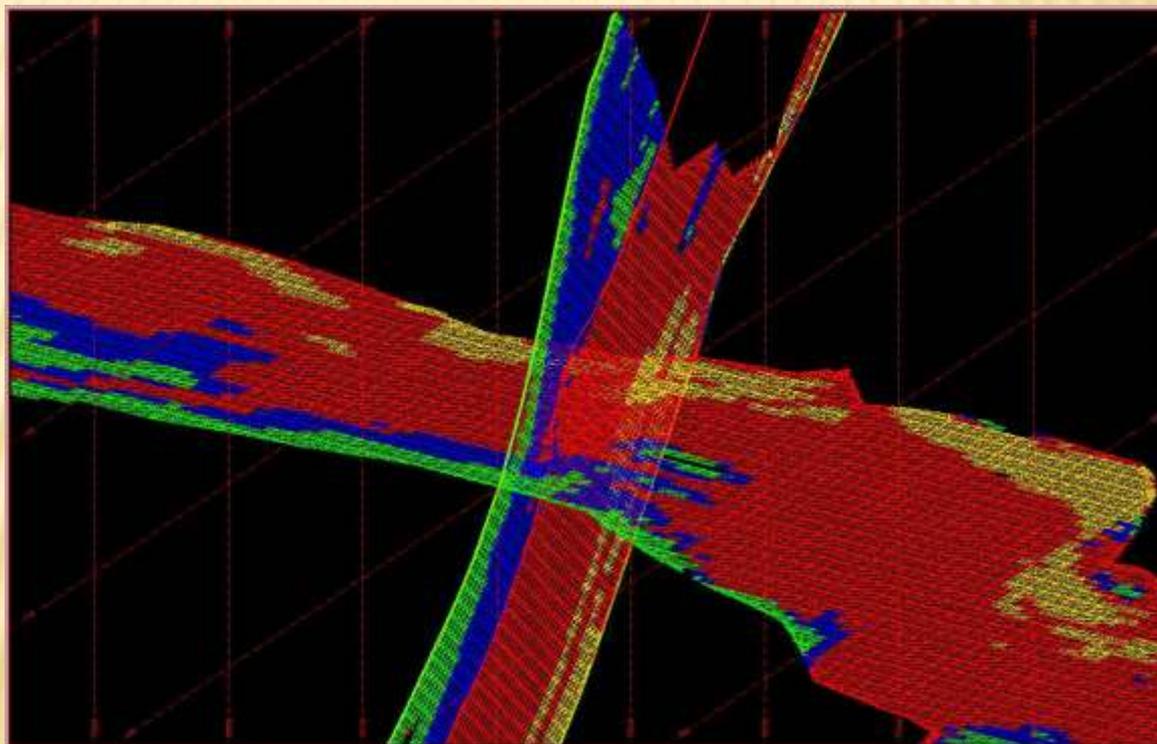
Блочная модель железорудного тела в 3D, отрисованная объектами AutoCAD



Построение вертикального разреза по заданной траектории. Имеется возможность задавать различные масштабы для вертикальной и горизонтальной составляющей, изменять цвет сетки

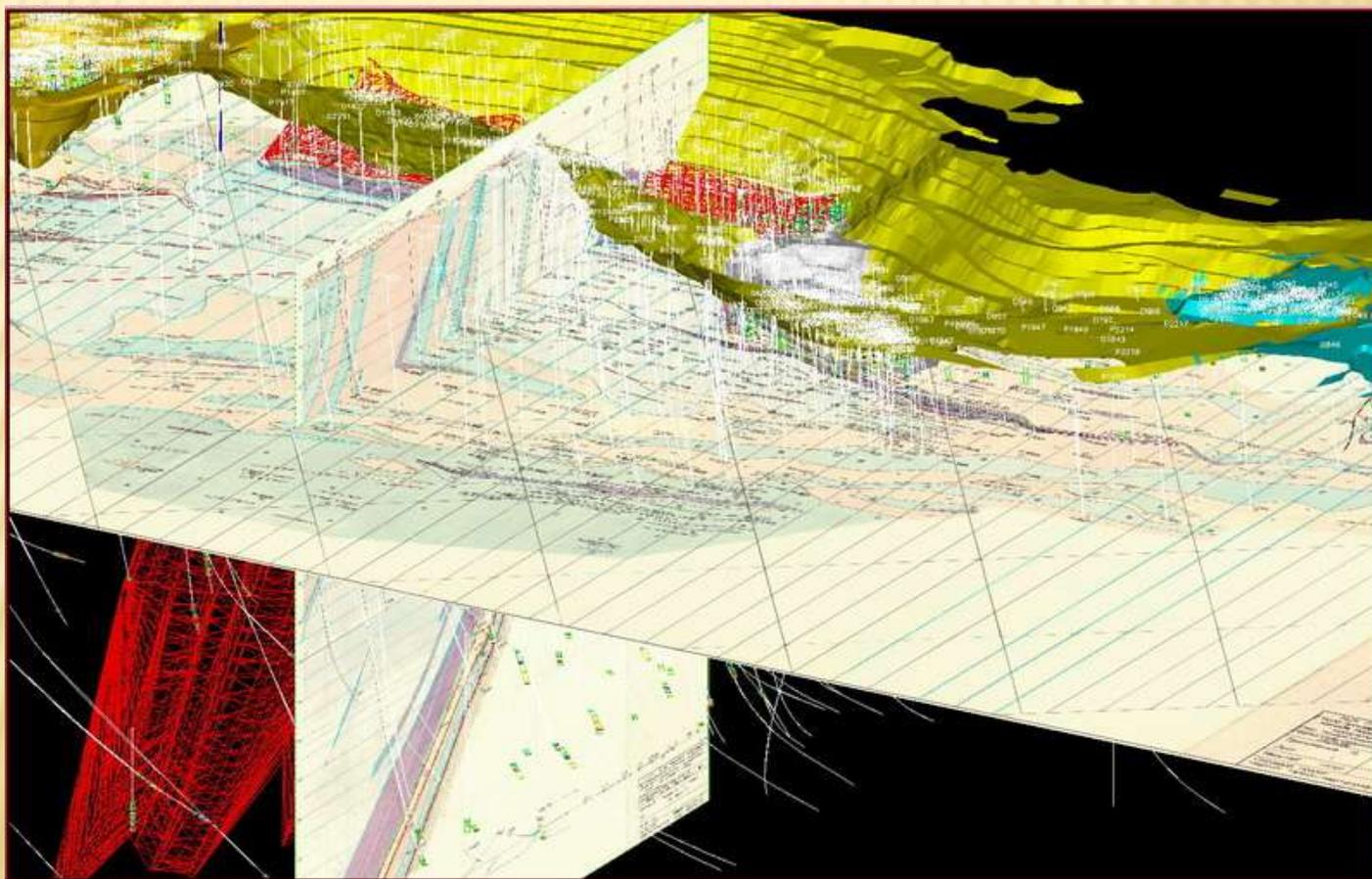
**Запасы** (сырья или полезного компонента) оцениваются в каждом элементарном блоке. **Подсчет запасов** в заданном контуре осуществляется путем суммирования запасов элементарных блоков, входящих в этот контур, отдельно по типам и сортам полезного ископаемого в соответствии с принятыми кондициями.

*Простота, сравнительно легкая программная реализация, высокая оперативность подсчета запасов* обусловили широкое применение блочного моделирования месторождений полезных ископаемых.



Разделение запасов по бортовым содержаниям. Оконтуривание запасов по бортовым содержаниям - технологические границы балансовых запасов (на этом этапе принимается решение о включении безрудных и бедных зон в контур балансовых запасов при различных бортовых содержаниях).

Вместе с тем, блочная модель имеет ряд недостатков, главными из которых являются: слишком упрощенное отражение строения месторождения и невозможность перехода к графическим моделям, т.е. она не позволяет получить геологическую графику в традиционной форме. Поэтому наиболее приемлемым считается **сочетание картографического, каркасного и блочного моделирования месторождений.**



# 4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГЕОЛОГИИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Рассмотрим модели месторождений полезных ископаемых, создаваемых при помощи ГИС K-MINE.

Главным отличием этих моделей является возможность их дальнейшего использования и уточнения по результатам обработки месторождения.

При формировании трехмерных моделей месторождений, в зависимости от структуры и вида полезных ископаемых, используются различные методы.



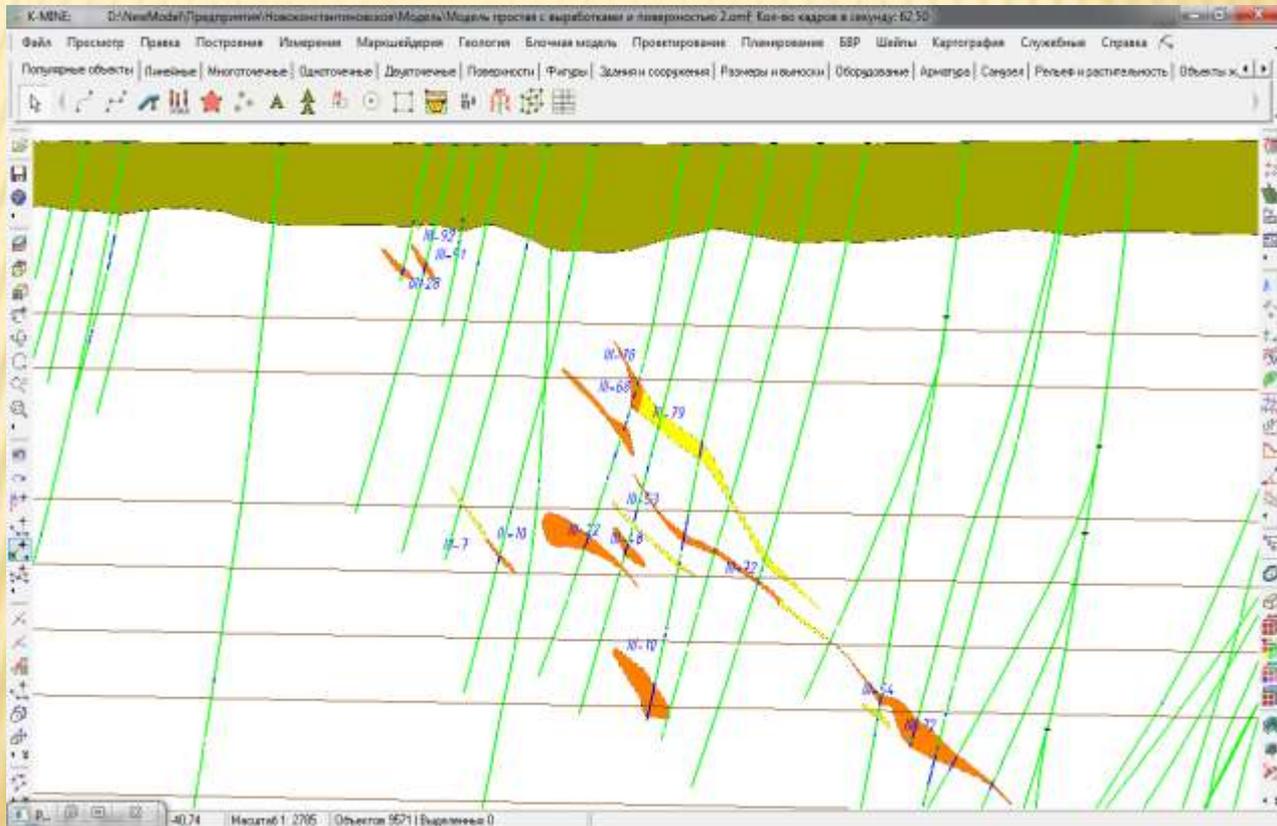
Схема формирования цифровых моделей месторождений с использованием ГИС K-MINE

## 4.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ РУДНЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Одной из основных особенностей формирования и ведения базы разведочных скважин для месторождений рудных полезных ископаемых является **наличие механизма усреднения интервалов первичного геологического опробования.**

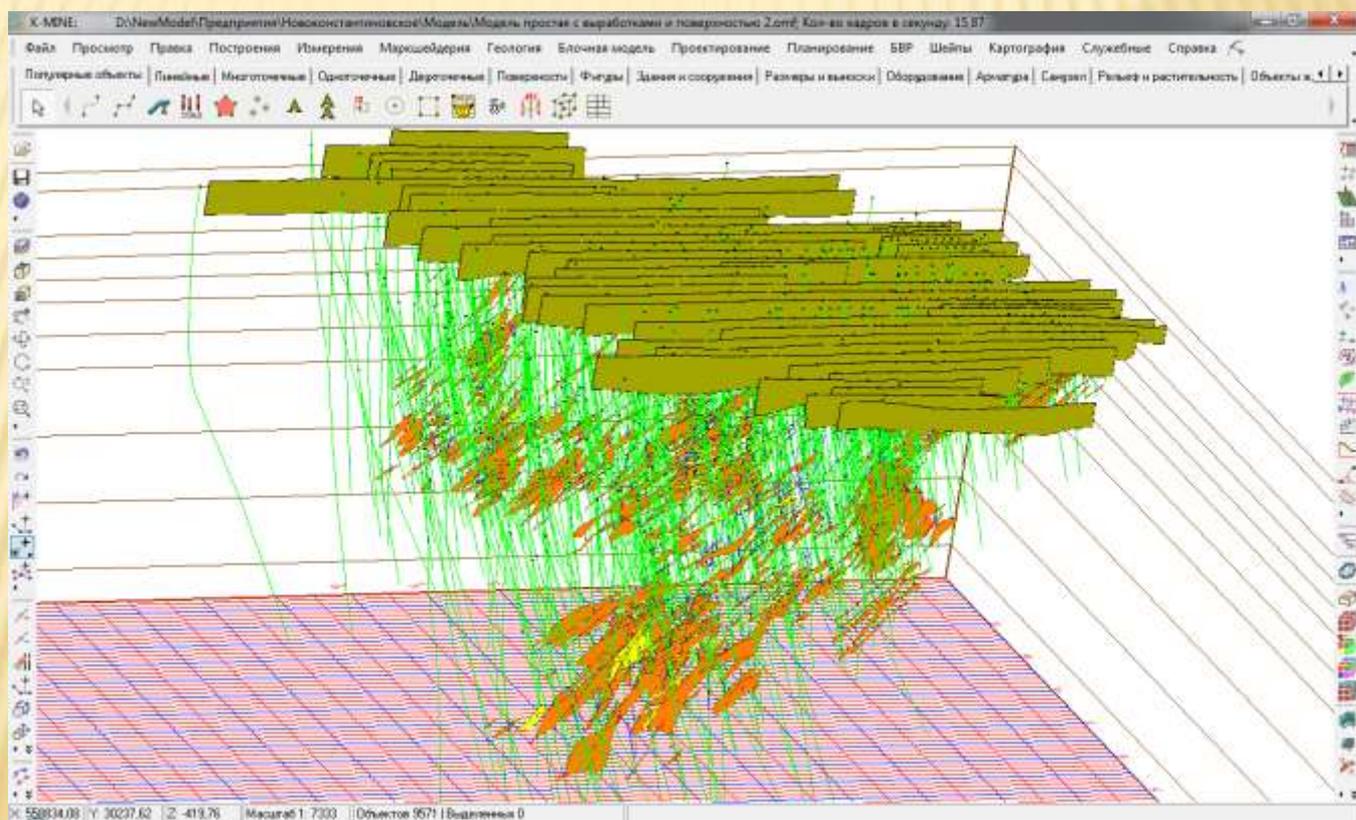
С помощью аппарата математической статистики определяют *правильность ввода первичных данных, а также наличие смешанных популяций содержания, бортовое содержание полезного компонента в руде.* Также этот аппарат позволяет выявить закономерности распределения содержания в выборке для оценки возможности использования различных методов и способов интерполяции распределения значений в пространстве.

Для выполнения **интерпретации геологических данных в скважинах** используются стратиграфические и литологические индексы пород, а также данные опробования (химическое или физико-технологическое). Оконтуривание зон минерализации выполняется по значениям бортового содержания полезного компонента. В результате интерпретации создаются замкнутые контуры, которые описывают минеральные разновидности и породы.



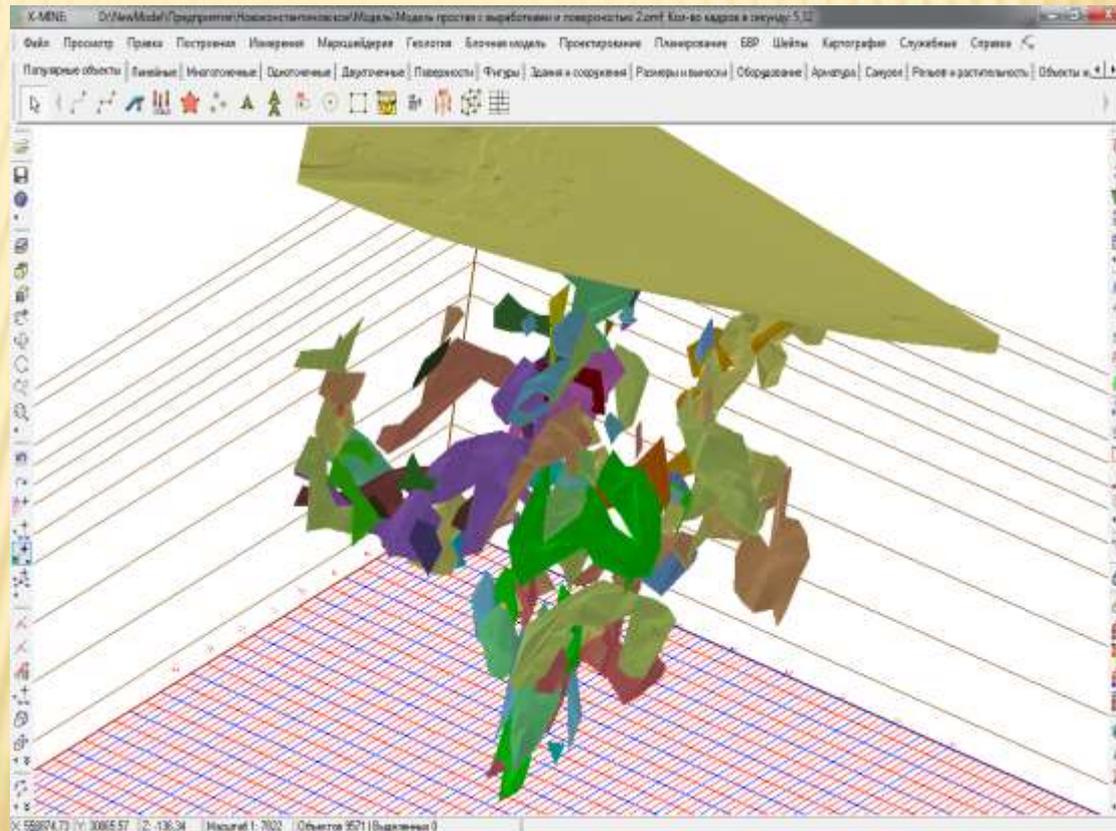
Интерпретация рудных тел по данным разведочных скважин для одного разведочного профиля

Подобным образом выполняется **оконтуривание рудных тел для всех геологических профилей**. После интерпретации данных они загружаются в трехмерное пространство для проверки правильности построения и увязки .



Интерпретация рудных тел по разведочным профилям

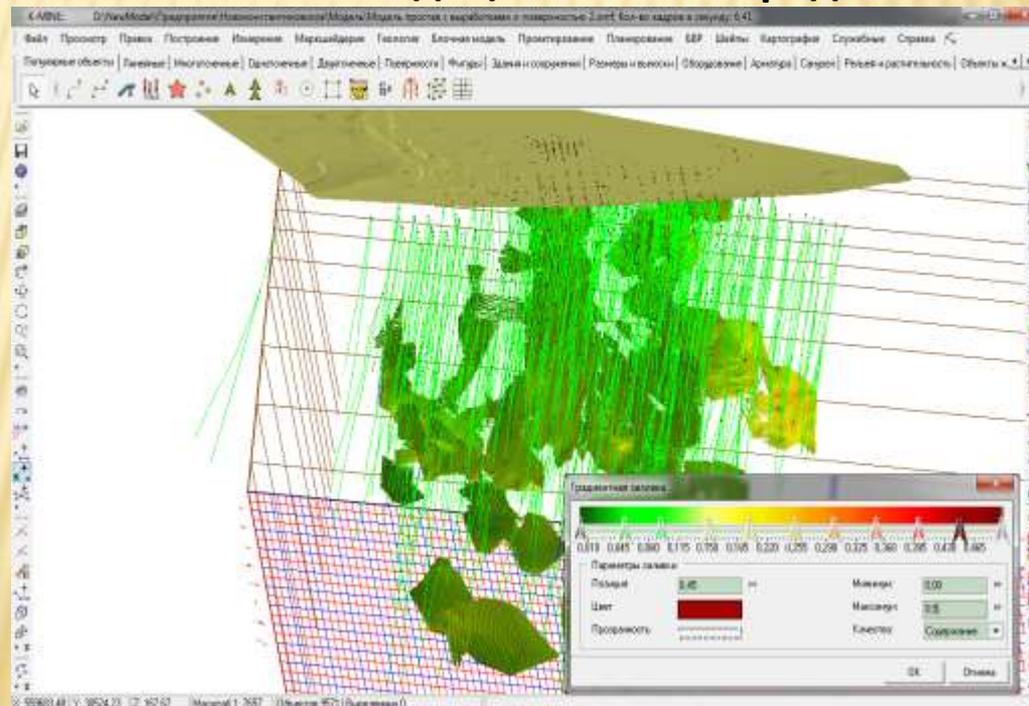
Следующим этапом моделирования является **создание каркасных моделей**. Они строятся для рудных тел, для минеральных разновидностей в контурах рудных тел и разновидностей пород вскрыши (пустых пород). При создании каркасов используются различные алгоритмы связывания граней каркасных фигур, а также ограничения на распространение каркасов на участках с различной конфигурацией.



Результат каркасного моделирования месторождения

Завершающим этапом для создания моделей месторождений руд является **блочное моделирование**. Этот процесс заключается в создании пустых блочных моделей, ограниченных каркасами; интерполяция значений содержания компонентов на базе установленного закона распределения и уточнение контуров пород по заданным кондициям.

При моделировании распределения компонентов учитывается большое число факторов: характер изменчивости геологических характеристик, структура и морфология месторождения, густота и равномерность разведочной сети. После формирования блочной структуры выполняют **корректировку каркасных моделей** путем исключения областей с некондиционными породами.



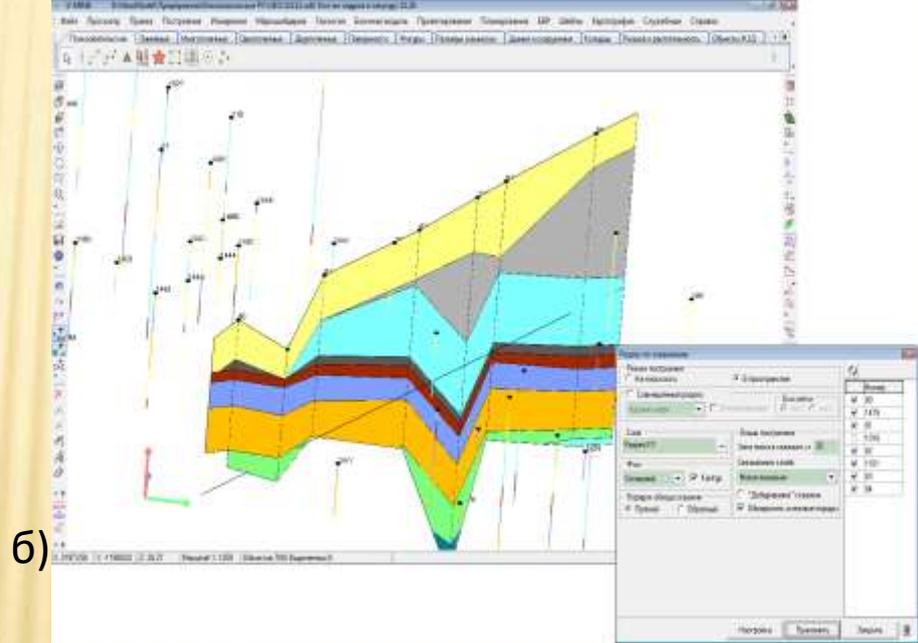
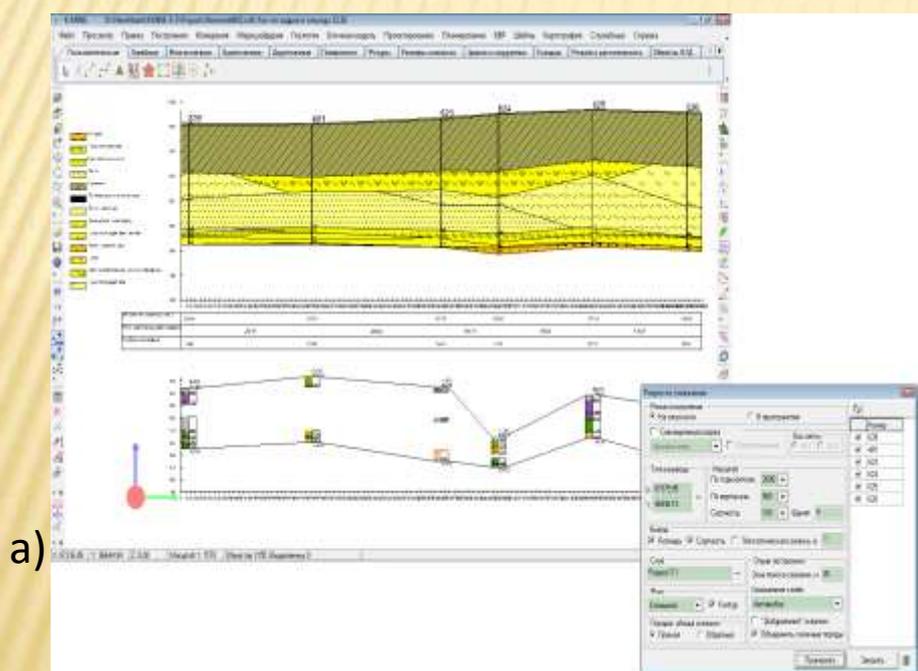
Блочная модель месторождения для различных видов полезного компонента

## 4.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НЕРУДНЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

ГИС K-MINE нашла свое применение при моделировании месторождений *гранитов, огнеупорных и тугоплавких глин, кварцевых песков, мела, известняков, доломитов, каолинов, сырья для кирпичной промышленности, строительных русловых песков* и др.

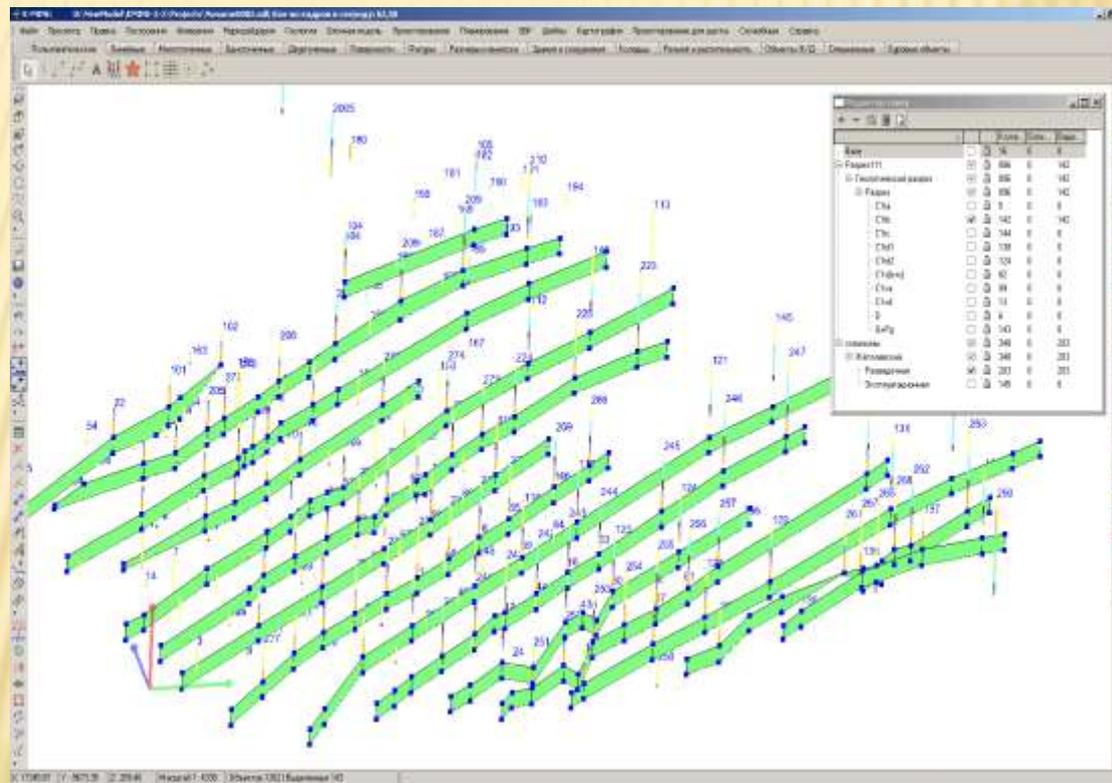
При формировании моделей месторождений нерудных полезных ископаемых используются подходы аналогичные и для месторождений руд. Однако специфика каждого вида сырья вносит свои коррективы. Так, для гранитов, очень важным является четкое определение зон выветривания и контактов пород, радиологические показатели и трещиноватость массива; для огнеупорных глин и каолинов – пространственная изменчивость мощности пласта и разделение глин на сорта по химическим показателям опробования для дальнейшей селективной добычи; для известняков и доломитов – точное определение зон выветривания и карстообразования и т.д.

В составе модуля геологического моделирования для нерудных полезных ископаемых интегрирован блок интерпретации данных в разведочных профилях. Блок содержит **набор функций для построения геологических разрезов**. Среди них функции геометрического построения с моделированием пород по чередованию сверху вниз, снизу вверх, по мощности пород, автовыбор, моноклиально с возможностью восстановления скважин по глубине по средним значениям мощности слоя и т.д.



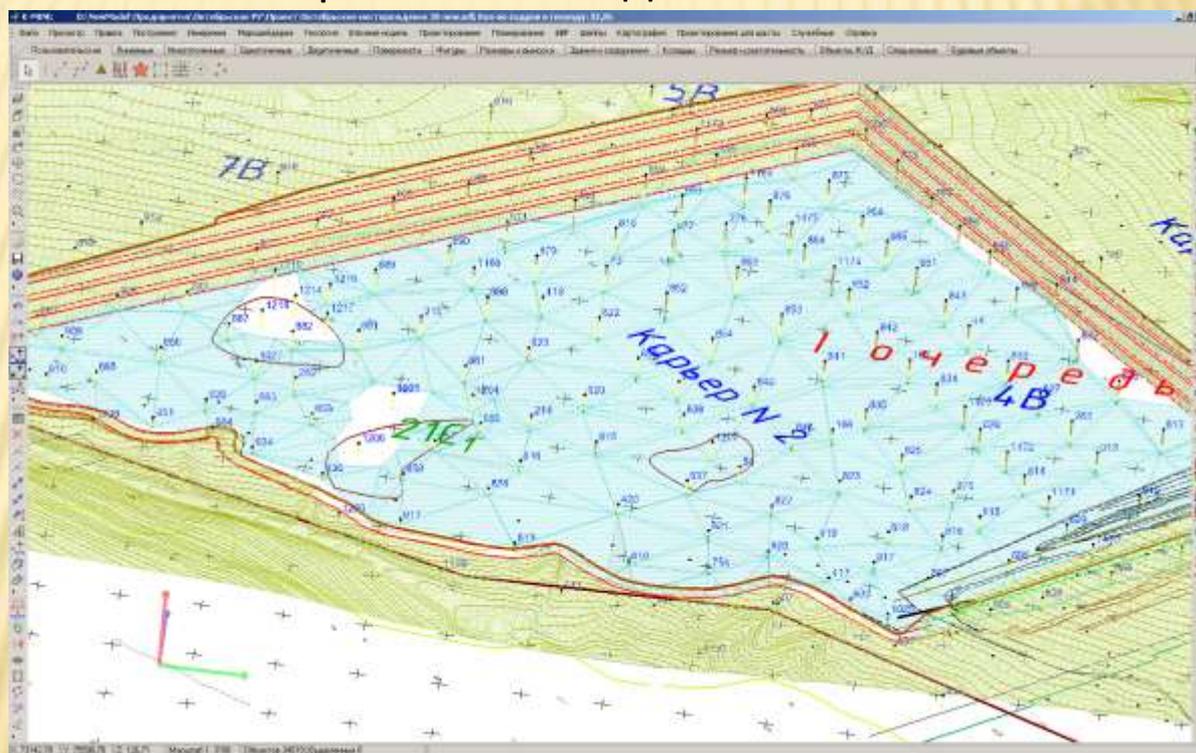
Построение геологических разрезов разными способами: а) пластовые месторождения огнеупорных глин, режим моделирования «автовыбор»; б) месторождение известняков, режим моделирования «моноклиальный»

Для получения точной картины при моделировании месторождения, интерпретация разрезами может быть выполнена **между произвольными парами скважин в пространстве**. При этом создаваемые контуры сразу же разносятся и группируются по слоям, что позволяет использовать их для последующего моделирования объемных фигур – каркасов .



Структурирование интерпретированных данных при построении геологических разрезов

Для решения технологических задач используются комбинированные каркасные модели, совмещенные со скважинами. При этом количественные показатели пород рассчитываются по каркасам, а качественные показатели рассчитываются динамически по данным скважин, ограниченных каркасными моделями.



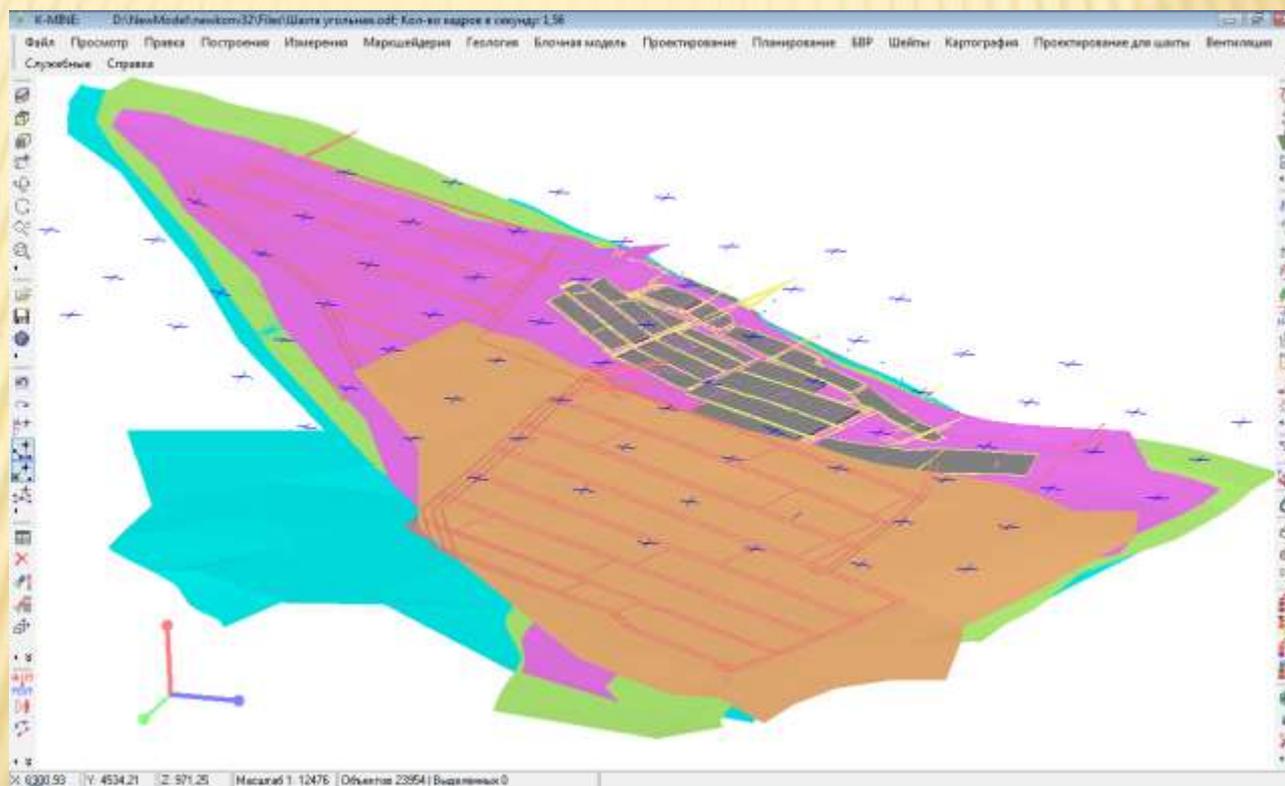
Каркасная модель пластового месторождения огнеупорных глин

## 4.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ УГЛЕВОДОРОДОВ

Если месторождения каменного угля имеют пластовую структуру, и для их моделирования используется математический аппарат пластовых месторождений, то модели месторождений нефти и газа рассматриваются как динамические системы с изменяющимися во времени и пространстве параметрами.

Месторождения углей характеризуются параметрами пространственной изменчивости мощности пластов, характеристик, сортов и марок углей. При их моделировании используются подходы характерные, например, месторождениям огнеупорных и тугоплавких глин, каолинов. То есть, первоосновой для формирования моделей являются скважины детальной и прочих разведок, которые бурятся с поверхности, а также эксплуатационные скважины, буримые с горизонтов.

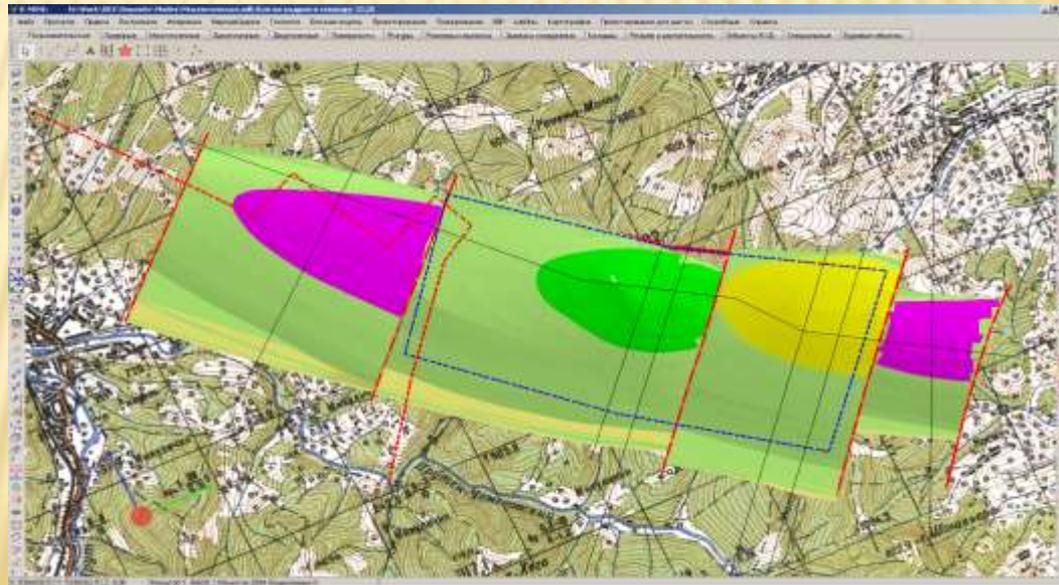
Для получения точной картины при моделировании **угольных месторождений**, интерпретация разрезами может быть выполнена между произвольными парами скважин в пространстве. При этом создаваемые контуры сразу же разносятся и группируются по слоям, что позволяет использовать их для последующего моделирования объемных фигур – каркасов.



Трехмерная модель угольного месторождения, совмещенная с горными работами

Основой создания геологических моделей для месторождений нефти и газа являются данные разведочных скважин, геофизических исследований территорий (сейсмические, гравиметрические, магнитные, электрические и пр.), проницаемости коллекторов, параметры неоднородности и связности пород и др. Особенностью моделирования месторождений нефти и газа является их недостаточно высокая изученность из-за больших площадей месторождений, большая глубина, и в связи с этим, острая нехватка разведочных данных, полученных по геологическим скважинам.

Результатом моделирования **месторождений углеводородного сырья** в ГИС K-MINE являются статические каркасные модели пластов, ловушек и подсчета запасов, а также гидродинамические модели перетоков.

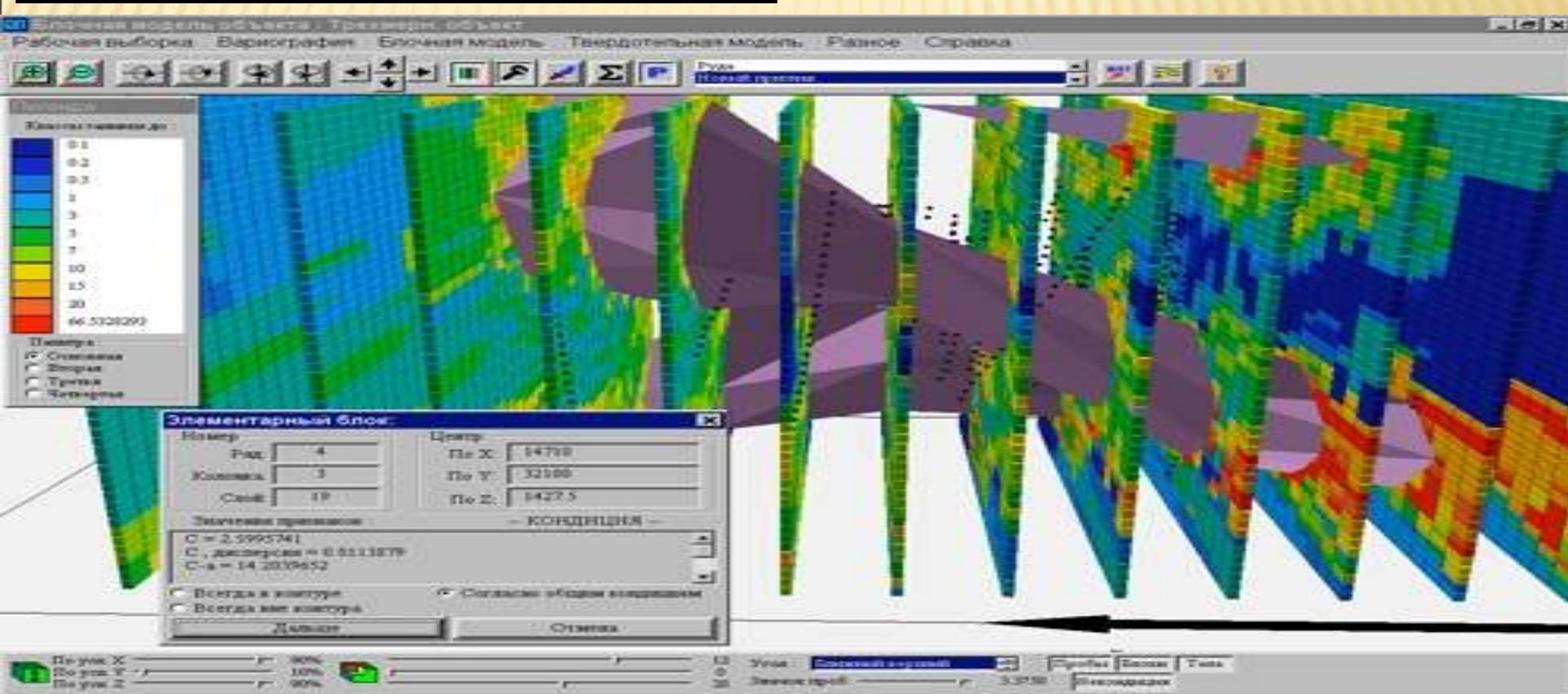


Трехмерная геологическая модель нефтегазоконденсатного месторождения

# **Основы автоматизированной геометризации недр**

Твердые полезные ископаемые в недрах имеют весьма разнообразные, часто очень сложные, но вполне определенные пространственные формы; залегают они в самых различных условиях и имеют многообразный, но также определенный в данный период характер размещения свойств в этих формах.

Каждый из этих показателей имеет свою геометрию, свою функцию пространственного размещения. *Выявление и геометрическое выражение этих функций с определенной степенью точности является геометризацией месторождения.*



Под **геометризацией месторождений полезных ископаемых** понимают совокупность наблюдений, измерений, вычислительных и графических работ, имеющих целью получить геометрическое выражение форм, свойств полезных ископаемых, условий их залегания и процессов, происходящих в недрах.

**Теоретическими основами методики геометризации МПИ служат:**

- теория геологического (геохимического) поля, учение о топографических функциях и математических действиях с ними;
- теория вероятностей и математическая статистика;
- учение о проекциях, позволяющие выявить, математически охарактеризовать и наглядно геометрически выразить закономерности размещения показателей недр

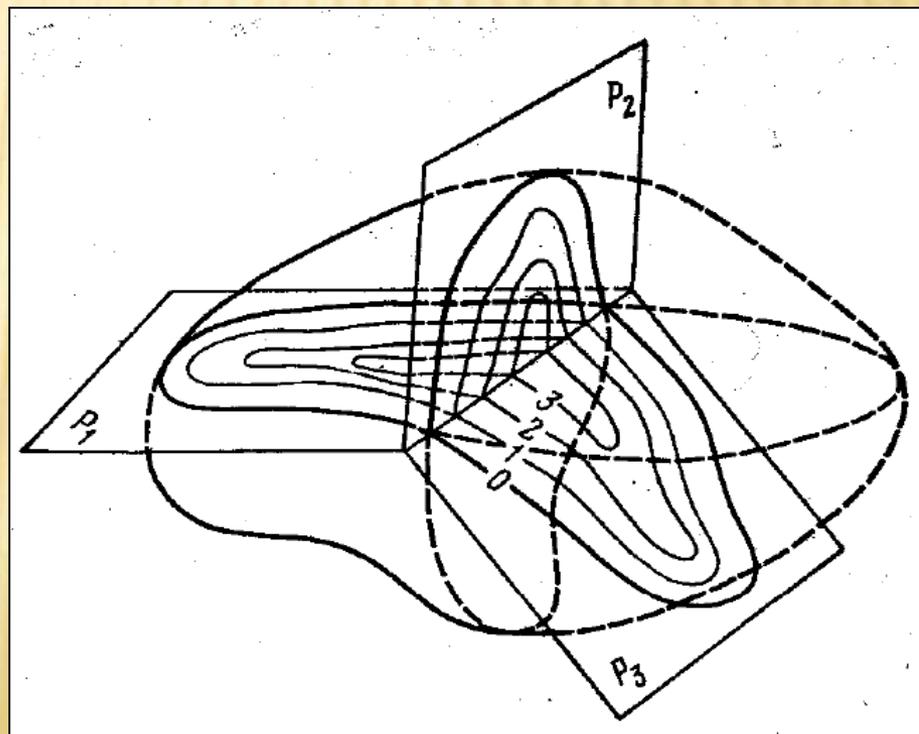
Геологические наблюдения  
Геодезическо-маркшейдерские  
съёмки  
Измерения в обнажениях горных  
пород  
Данные разведочных скважин  
Геофизические наблюдения  
Лабораторные исследования

Геометризация МПИ

Методика и техника разведки  
Вскрытие месторождений  
Системы разработки месторождений  
Комплексная механизация производства горных работ  
и др.

Существующие методы геометризации базируются на представлении о размещении показателей месторождения в недрах как в геохимическом поле, которое может быть описано некоторой функцией координат точки пространства  $P = f(x, y)$  или  $P = f(x, y, z)$  в зависимости от того, какой это показатель — структурный или качественный.

**Модель  
геохимического  
поля**





**Общая схема геометризации недр**

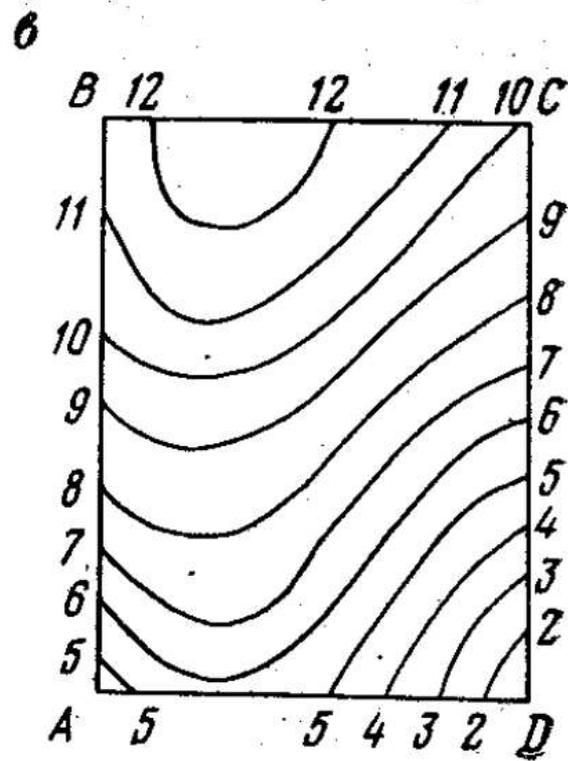
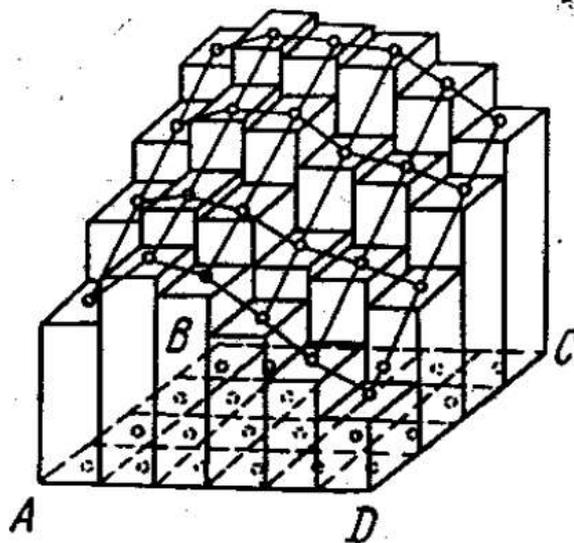
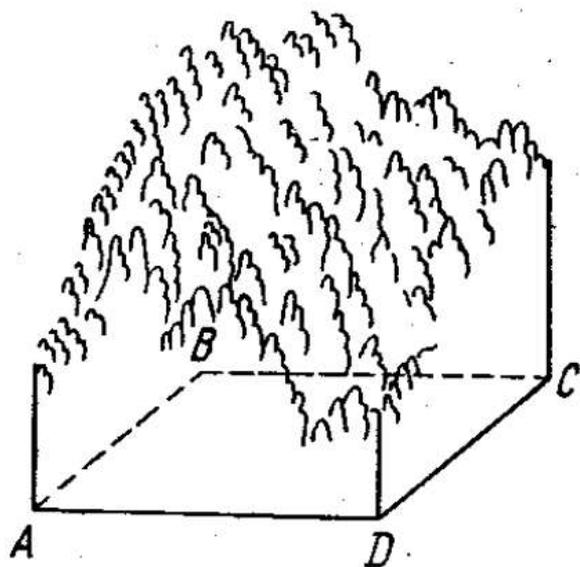
Численное значение некоторого свойства в пространстве недр можно рассматривать как функцию от пространственного положения точки или центра элементарного объема и времени  $t$ :

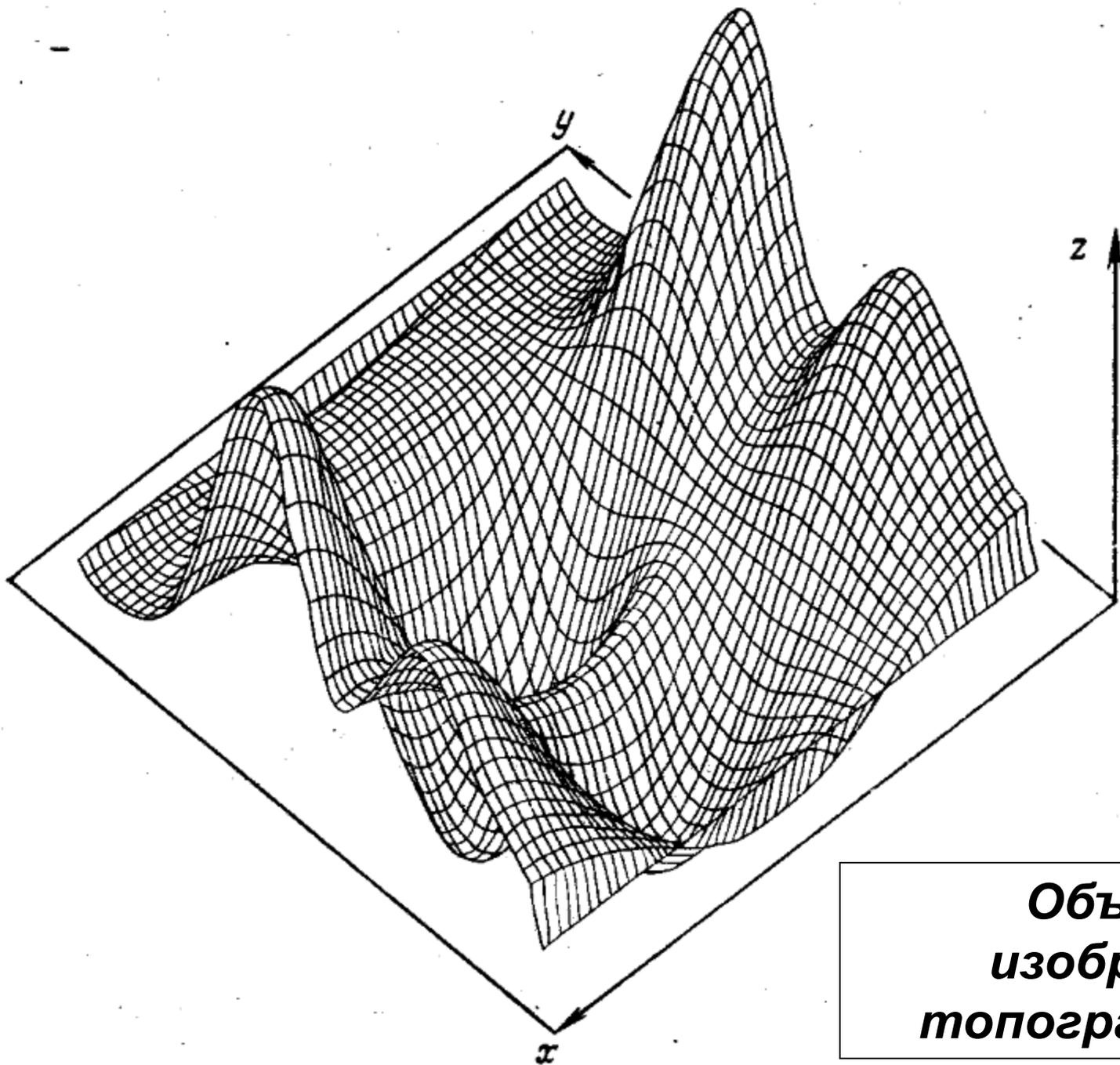
$$P = f(x, y, z, t)$$

В практике из уравнения убирается время  $t$ , поэтому формула принимает вид:

$$P(z) = F(x, y)$$

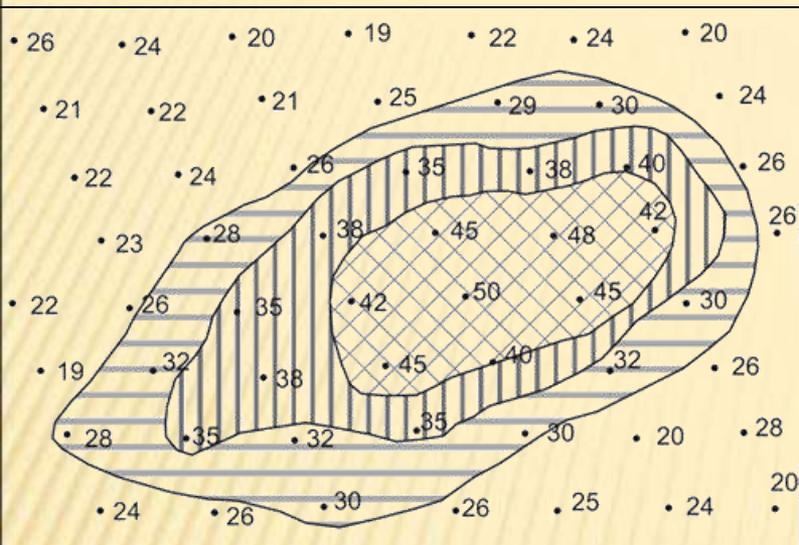
Отсюда **любое свойство геохимического поля в любом плоском сечении (слое)** геометрически выражается системой непересекающихся изолиний.



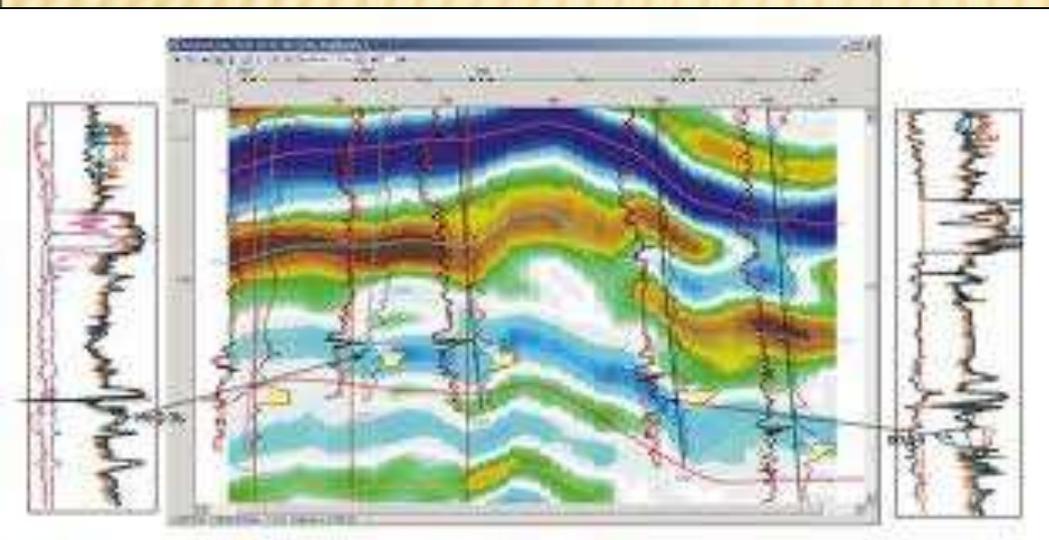


**Объемное  
изображение  
топографической  
поверхности**

## Метод изолиний

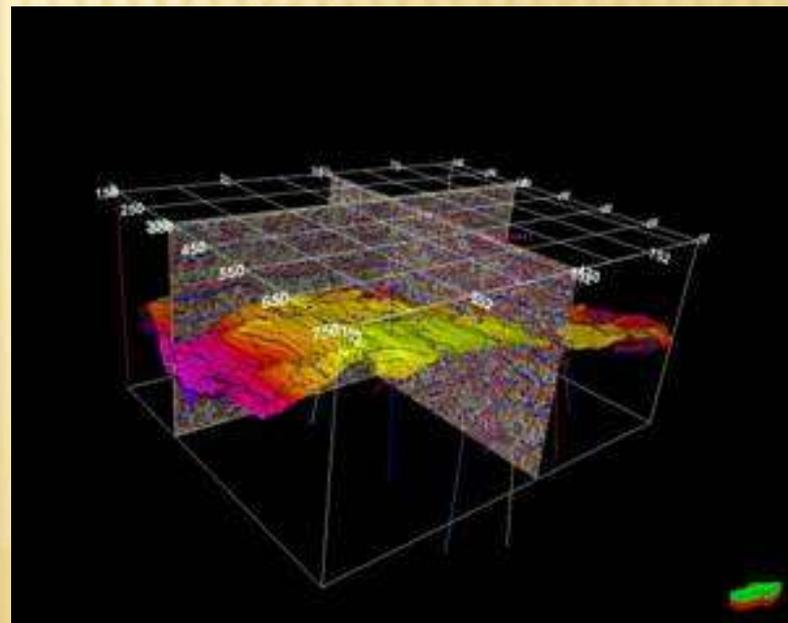


## Метод геологических разрезов и профилей



## Методы геометризации недр

Метод объемных  
наглядных графиков и  
моделирования



Методом изолиний при геометризации недр изображаются поверхности не только реальные, но и условные.

В зависимости от степени изученности месторождения, формы представления исходных данных (регулярное, нерегулярное или непрерывное опробование) и количественных характеристик изменчивости показателя метод изолиний реализуется одним из следующих вариантов:

- ***инвариантных линий и скатов;***
  - ***многогранника;***
  - ***профилей;***
- ***статистическим***
  - ***косвенным.***

1. *Метод инвариантных линий и скатов.* На плане с заданными точками, в которых определен признак, намечаются инвариантные линии и скаты изображаемой поверхности. На линиях скатов находятся ступенчатые отметки для заданного набора сечений.
2. *Метод многогранника.* Заключается в аппроксимации изображаемой поверхности многогранником, каждая грань которого представляет собой треугольник с вершинами в близлежащих точках с заданными числовыми отметками.
3. *Метод профилей.* На план наносятся проекции профилей изображаемой поверхности и исходные точки. Затем линии равных высот соединяются.
4. *Статистический метод.* Предусматривает построение изолиний поверхности по средним групповым отметкам. Используются не исходные данные опробования, а результаты, преобразованные с помощью статистического сглаживания на регулярную квадратную или прямоугольную сеть.
5. *Косвенный метод.* Применяется в случае, когда исходными данными являются, например, вертикальные разрезы с изображением на них показателя. В этом случае с разрезов на план по линиям разрезов переносят точки

## Этапы автоматизированной геометризации

***Горно-геометрический анализ исходных данных и выбор конкретного метода графического моделирования или комбинации этих методов***

Устанавливаются общие закономерности размещения показателя в недрах, на этом этапе намечаются инвариантные линии и скаты изображаемой поверхности, находятся границы областей геометризации

***Преобразование исходных данных на индуцированную сеть***

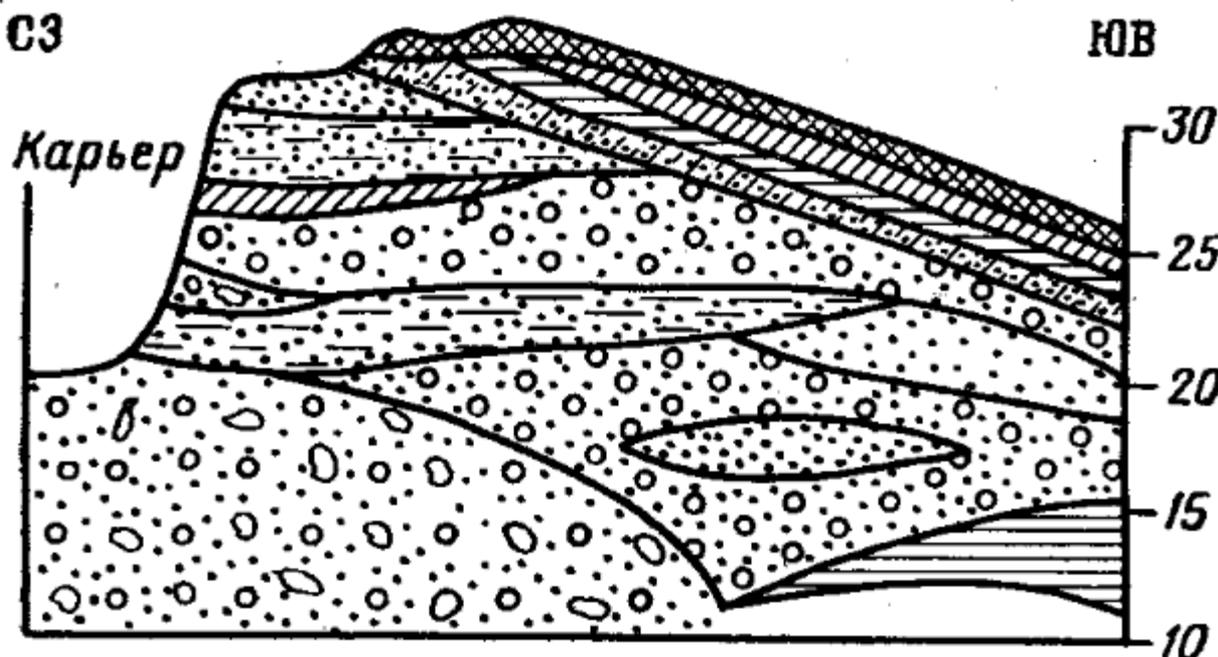
***Построение изолиний в линейном приближении с последующим сглаживанием***

Осуществляется с помощью аналитических моделей размещения или метода сглаживания, включая методы оптимальной статистической интерполяции (кригинг)

***Оформление графического документа***

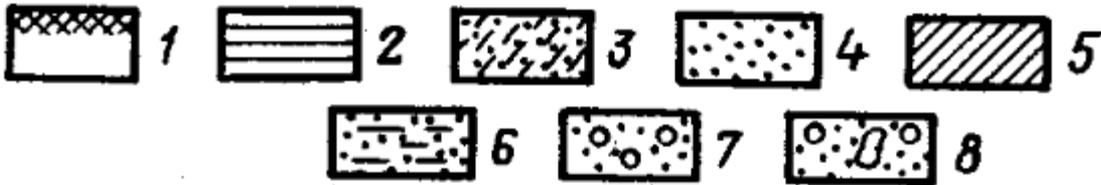
**Способ геологических разрезов** позволяет отображать форму полезного ископаемого и представлять его положение среди вмещающих пород в данном сечении – вертикальном, горизонтальном и наклонном.

При горизонтальном и вертикальном залегании пластовых залежей с выдержанной мощностью система геологических разрезов – вертикальных или горизонтальных – является основной графической документацией, отображающей морфологию и условия залегания месторождения.

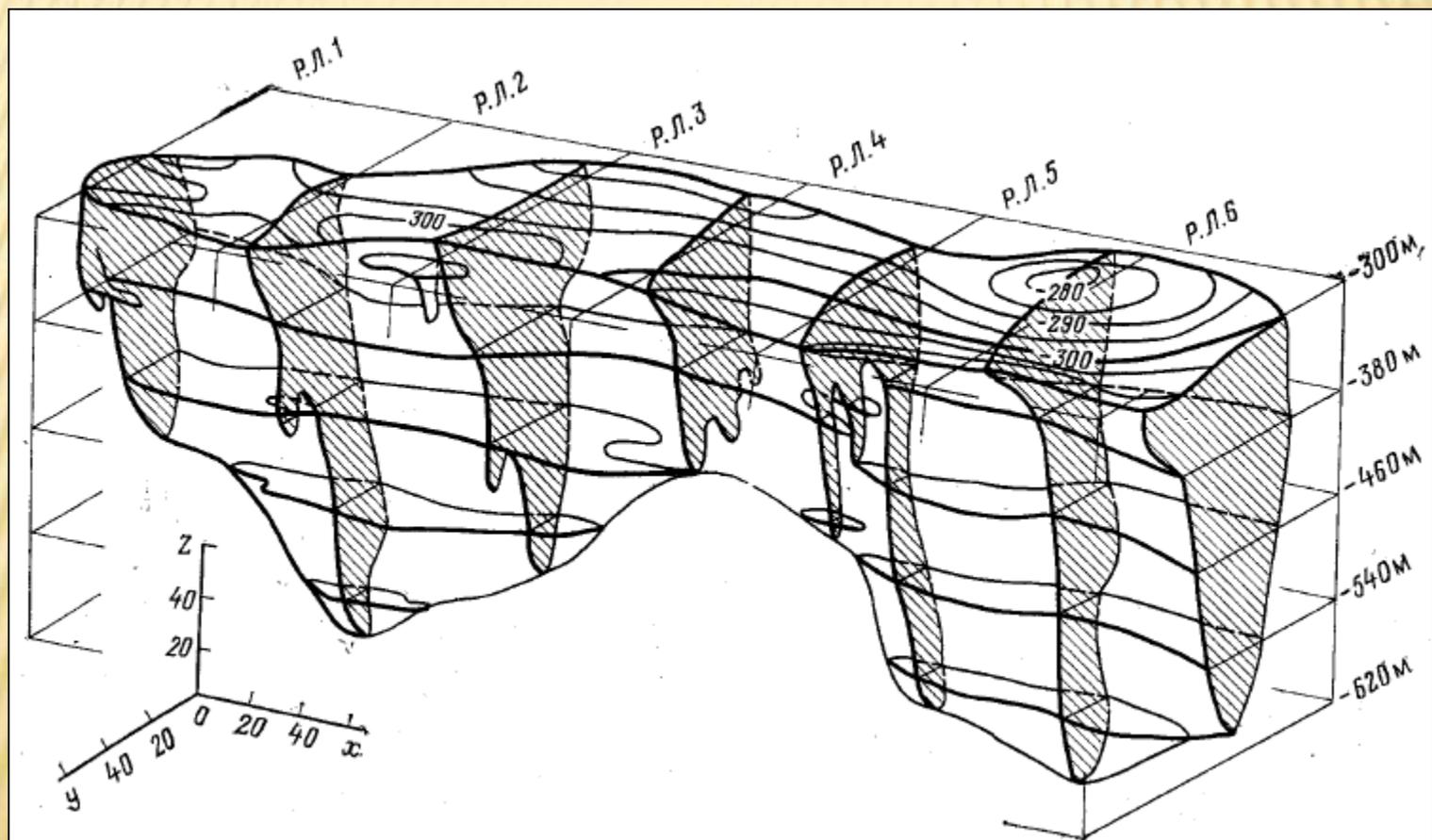


**Литологический разрез Тучковского песчано-гравийного месторождения**

- 1 – почвенный слой
- 2 – глина
- 3 – супесь
- 4 – пески
- 5 – суглинок
- 6 – глинистые пески
- 7 – пески с гравием
- 8 – пески с гравием-галечником



**Метод объемных наглядных графиков** применяют для наглядного изображения формы, свойств залежей и горных выработок со сложным характером их размещения в недрах. Исходными данными служат планы, разрезы, профили, а также координаты характерных точек изображаемых объектов.







**БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!**