



УДК 621.311.24

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕТРОТУРБИНЫ МАЛОЙ МОЩНОСТИ В MATLAB SIMULINK

*С.Г. Обухов, Е.Ж. Сарсикеев*

Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
634050 Томск, пр. Ленина, д. 30  
Тел.: (3822) 564-210, факс: (3822) 563-501, e-mail: sarsikeev@tpu.ru

Заключение совета рецензентов: 10.02.12 Заключение совета экспертов: 15.02.12 Принято к публикации: 20.02.12

В статье представлена математическая модель ветротурбины малой мощности, реализованная в программном продукте Matlab Simulink. Подробно приведены этапы разработки модели на примере ветротурбины Scirocco E5.6-6 и результаты ее тестирования.

Ключевые слова: моделирование малых ветротурбин, аэродинамические и рабочие характеристики, математическая модель.

## THE MATHEMATICAL MODEL OF SMALL-SCALE WIND TURBINE USING MATLAB SIMULINK SOFTWARE

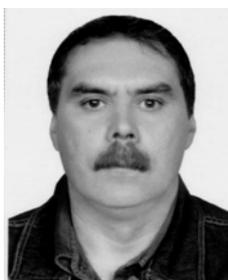
*S.G. Obukhov, E.Zh. Sarsikeyev*

Tomsk Polytechnic University  
30 Lenin str., Tomsk, 634050, Russia  
Tel.: (3822) 564-210, fax: (3822) 563-501, e-mail: sarsikeev@tpu.ru

Referred: 10.02.12 Expertise: 15.02.12 Accepted: 20.02.12

In this paper the mathematical model of small-scale wind turbine is presented. The model is realised in the Matlab Simulink software. The detailed stages of model development based on the example of Scirocco E5.6-6 wind turbine and the results of its simulation are reported.

Keywords: simulation of small-scale wind turbines, aerodynamic and operating characteristics, mathematical model.

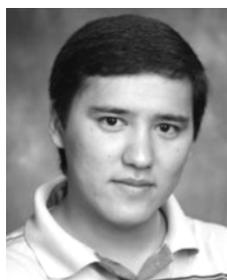


*Сергей Геннадьевич  
Обухов*

**Сведения об авторе:** Национальный исследовательский Томский политехнический университет, докторант кафедры электроснабжения промышленных предприятий, канд. техн. наук.

**Область научных интересов:** энергетика, возобновляемая энергетика.

**Публикации:** 70



*Ермек Жасланович  
Сарсикеев*

**Сведения об авторе:** Национальный исследовательский Томский политехнический университет, аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий.

**Область научных интересов:** малая энергетика, возобновляемая энергетика.

**Публикации:** 12

## Введение

Перспективным направлением повышения энергетической эффективности автономных систем электроснабжения является использование в качестве генерирующих источников ветроэнергетических установок (ВЭУ) малой мощности. Автономные системы электроснабжения, построенные на базе ВЭУ, получают в настоящее время все большее распространение, что вызывает необходимость проведения различных научных исследований, связанных с оптимизацией, управлением и регулированием рабочих режимов генерирующего оборудования.

В качестве основного инструмента исследования подобных энергетических систем удобно использовать методы математического моделирования, в результате чего возникает задача создания математической модели ветротурбины малой мощности, адекватно отражающей поведение ВЭУ как в статических, так и в динамических режимах работы.

Основной проблемой, с которой сталкивается разработчик при создании математической модели малых ветротурбин, является крайне ограниченный объем информации, который предоставляют производители ВЭУ в технической спецификации на электроустановку. В работе [1] представлен оригинальный метод моделирования ветротурбин малой мощности по данным их технической спецификации. В настоящей статье показан пример практического использования предлагаемого метода для создания математической модели ветротурбины в программном комплексе Matlab.

## Объект моделирования

В качестве исходных данных моделирования использованы технические характеристики двухлопастной ветротурбины с горизонтальной осью вращения, выпускаемой под торговой маркой Scirocco E5.6-6 французской компанией Eoltec.

Выбор данной модели ВЭУ в качестве объекта исследований определялся тем обстоятельством, что в ее конструкции применены самые передовые технологии малой ветроэнергетики: полые лопасти из стеклопластика, отсутствие мультипликатора, синхронный генератор на постоянных магнитах. Кроме того, в рекламном буклете на ВЭУ производитель приводит зависимость частоты вращения ветроколеса от скорости ветра, которая может быть использована для оценки качества построенной модели.

Основные технические характеристики ВЭУ Scirocco E5.6-6 представлены в табл. 1.

Зависимость выходной электрической мощности  $P_{ВЭУ}$  ветроэнергетической установки от скорости ветра  $V$ , заявленная производителем, приведена в табл. 2.

Таблица 1  
Технические характеристики  
ветроэнергетической установки  
Scirocco E5.6-6

Table 1  
Technical information of the wind turbine  
Scirocco E5.6-6

Характеристики	Значение
Номинальная мощность $P_{ном}$ , Вт	6000
Номинальная скорость ветра $V_{ном}$ , м/с	12
Диаметр ветроколеса $D_{вт}$ , м	5,6
Материал лопастей	стеклопластик
Количество лопастей $i$ , шт.	2
Номинальная частота вращения $n_{ном}$ , об/мин	245
Стартовая скорость ветра $V_{min}$ , м/с	2,7
Максимальная скорость ветра $V_{max}$ , м/с	20
Метод регулирования скорости	вывод ветроколеса из-под ветра
Тип генератора	синхронный, на постоянных магнитах
Вес ветродвигателя в сборе $m_{ВЭУ}$ , кг	202
Высота башни $h$ , м	18/24/30

Таблица 2  
Выходная электрическая мощность ВЭУ

Table 2  
Output power of the wind turbine

$V$ , м/с	$P_{ВЭУ}$ , кВт
3	0,05
4	0,28
5	0,66
6	1,22
7	1,98
8	2,92
9	4,02
10	5,06
11	5,72
12	6,0
13	6,0
14	5,8
15	5,6
16	5,4
17	5,3
18	5,2
19	5,1
20	5,0

### Структурная схема модели ВЭУ

Структурная схема модели ВЭУ представлена на рис. 1.

Уравнение динамики механических частей ВЭУ представляется в виде уравнения равновесия моментов:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_r - k_{тр} \omega, \quad (1)$$

где  $J$  – момент инерции вращающихся масс ВЭУ;  $M_m$  – механический момент на валу ветротурбины;

$M_r$  – электромагнитный момент генератора;  $k_{тр}$  – коэффициент трения;  $\omega$  – угловая скорость ветроколеса.

Механический момент ветротурбины зависит от частоты ее вращения и скорости ветра  $V(t)$ , величина электромагнитного момента генератора определяется частотой его вращения и электрической нагрузкой  $Z(t)$ . Для безредукторной конструкции ВЭУ частоты вращения ветроколеса и вала генератора одинаковы.

Коэффициент трения введен в модель для учета механических потерь в ветроэнергетической установке (обычно составляют 2-3% от номинальной мощности).

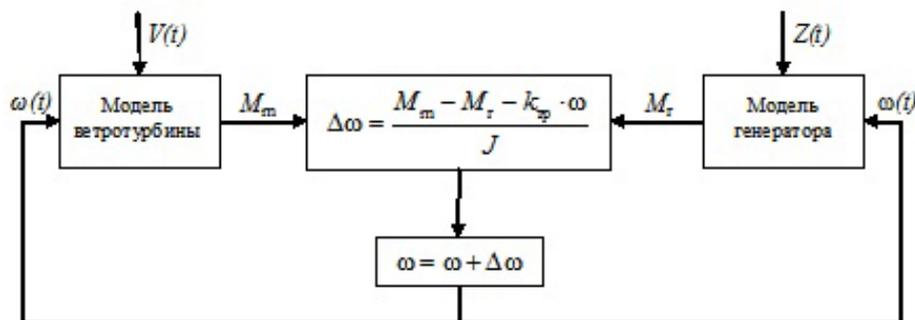


Рис. 1. Структурная схема модели  
Fig. 1. The structure of the model

Как правило, ВЭУ малой мощности не содержат систем прямого регулирования скорости вращения ветроколеса, поэтому частота вращения ветротурбины определяется только скоростью ветра и электрической нагрузкой генератора.

### Разработка математической модели

#### Построение рабочих характеристик ВЭУ

На основании данных табл. 2 необходимо построить рабочую характеристику ВЭУ  $P_{ВЭУ} = f(V)$  и определить зависимость коэффициента использования энергии ветра  $C_p$  от скорости набегающего на ветроколесо воздушного потока  $V$ , рассчитав ее по выражению

$$C_p = \frac{2P_{ВЭУ}}{\eta_{ВЭУ} \rho \pi R^2 V^3}, \quad (2)$$

где  $\eta_{ВЭУ}$  – полный коэффициент полезного действия ветродвигателя (с учетом КПД генератора и трансмиссии);  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $R$  – радиус ветроколеса, м.

Плотность воздуха в расчетах принята равной  $\rho = 1,225$  кг/м<sup>3</sup>, радиус ветроколеса определен по данным технической спецификации  $R = 2,8$  м.

В рассматриваемой модели ВЭУ используется прямое присоединение генератора к ветротурбине (мультипликатор отсутствует), поэтому полный КПД ветродвигателя будет определяться только коэффициентом полезного действия электрического генератора  $\eta_r$ , соответственно,  $\eta_{ВЭУ} = \eta_r$ .

Для определения типичных значений КПД синхронных генераторов на постоянных магнитах можно использовать технические данные ветрогенераторов, производства НПО «ЭРГА», согласно которым в расчетах принято  $\eta_{ВЭУ} = 0,9$ .

По построенному графику  $C_p = f(V)$  определяется максимальное значение коэффициента использования энергии ветра, которое в рассматриваемом случае соответствует  $V = 7$  м/с и составляет  $C_{p\_max} = 0,425$ .

#### Расчет аэродинамических параметров ветроколеса

Аэродинамические параметры ветроколеса определяются по результатам решения оптимизационной задачи, целевой функцией которой является максимальное значение коэффициента использования энергии ветра  $C_p$ , а искомыми переменными – коэффициент торможения воздушного потока  $e$  и нормальное число модулей  $Z_n$  при зафиксированном значении обратного качества крыла:

$$C_p = f(e, Z_n) \Rightarrow \max \text{ при } \mu = \text{const}. \quad (3)$$

Для расчетов используются выражения, приведенные в [1]. Выполнение вычислений удобно производить с использованием математических прикладных программ, например Microsoft® Office Excel.

Окончательный результат решения оптимизационной задачи представлен в табл. 3.

Таблица 3  
 Расчетные аэродинамические характеристики  
 ветротурбины Scirocco E5.6-6  
 Table 3  
 Calculated aerodynamic characteristics of the  
 wind turbine Scirocco E5.6-6

Показатель	Значение
Обратное качество крыла $\mu$	0,031
Коэффициент торможения воздушного потока $e$	0,301
Концевые потери $\bar{P}_j$	0,132
Профильные потери $\bar{P}_p$	0,181
Потери на кручение струи $\bar{P}_{ts}$	0,010
Потери поверхности $\bar{P}_s$	0,023
Относительный коэффициент полезного действия ветроколеса $\eta$	0,74
Число относительных модулей $Z_n$	8,41
Нормальное число модулей (быстроходность) $Z_n$	5,86
Синхронное (максимальное) число модулей $Z_0$	10,5
Идеальный коэффициент использования энергии ветра $C_{pi}$	0,647
Максимальный коэффициент использования энергии ветра $C_{p\_max}$	0,425

По найденным численным значениям  $C_{p\_max}$ ,  $Z_0$  и  $Z_n$  рассчитываются аэродинамические характеристики ветроколеса, которые представляют собой зависимости коэффициента использования энергии ветра  $C_p$  и отвлеченного момента  $\bar{M}$  от быстроходности  $Z$ :  $C_p = f(Z)$  и  $\bar{M} = f(Z)$ . Для расчетов используются аппроксимированные выражения, приведенные в [1].

#### Расчет механических характеристик ветротурбины

Механические характеристики ветродвигателя  $P_m = f(V, n)$  и  $M_m = f(V, n)$  получают из его аэродинамической характеристики  $C_p = f(Z)$ , задавая значениями быстроходности  $Z$  от нуля до синхронной  $Z_0$ .

Определив соответствующие заданному числу модулей  $Z$  коэффициенты использования энергии ветра  $C_p$ , можно рассчитать значения выходной механической мощности ветроколеса  $P_m$ , механического момента  $M_m$  и соответствующую им частоту вращения ротора  $n$ . Для вычислений используются выражения, приведенные в [1].

Расчетные мощностные и механические характеристики ветротурбины Scirocco E5.6-6 представлены на рис. 2.

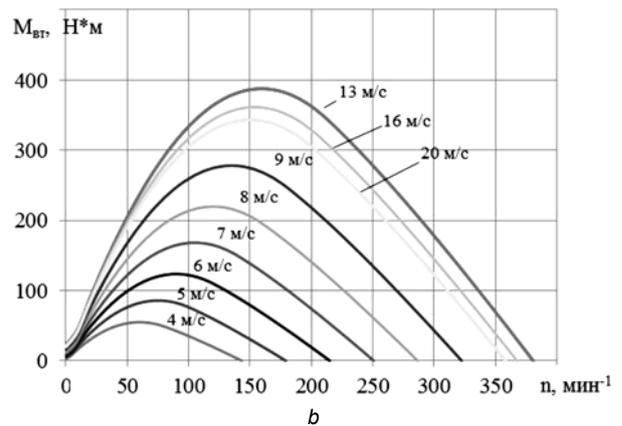
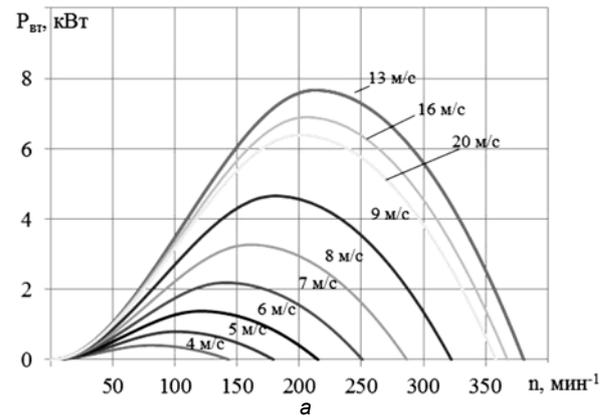


Рис. 2. Мощностные (а) и механические (б) характеристики ветротурбины Scirocco E5.6-6  
 Fig. 2. Power (a) and mechanical (b) characteristics of the wind turbine Scirocco E5.6-6

#### Расчет момента инерции вращающихся масс

Суммарный момент инерции вращающихся частей ВЭУ  $J$  складывается из моментов инерции ротора ветрогенератора  $J_r$  и момента инерции ветроколеса  $J_{BK}$ :

$$J = J_{BK} + J_r. \quad (4)$$

Момент инерции ротора генератора определяется по выражению

$$J_r = GD^2/4, \quad (5)$$

где  $G$  – вес ротора, кг;  $D$  – диаметр ротора, м.

Момент инерции ветроколеса, представляющего собой пропеллер с горизонтальной осью вращения, определяется как сумма моментов инерции лопастей:

$$J_{BK} = iJ_{лоп}, \quad (6)$$

где  $i$  – количество лопастей ветроколеса.

Так как диаметр ветроколеса значительно превышает диаметр ротора генератора, момент инерции лопастей является определяющим в суммарном моменте инерции вращающихся масс ВЭУ.

Момент инерции лопасти определяется выражением

$$J_{\text{лоп}} = mR_G^2, \quad (7)$$

где  $m$  – масса лопасти, кг;  $R_G$  – расстояние от оси вращения до центра тяжести лопасти, м.

Лопастей большинства современных ВЭУ имеют специальный аэродинамический профиль, который обеспечивает наибольший коэффициент использования энергии ветра. При этом распространенной ситуацией для ВЭУ малых мощностей, как зарубежных, так и отечественных производителей, является отсутствие справочной информации о применяемом профиле лопастей.

Очевидно, что масса лопасти зависит от ее длины, профиля и материала изготовления. Если лопасти ВЭУ изготовлены из однородного материала и известны их геометрические размеры, для определения момента инерции лопасти можно использовать аппроксимированные выражения, приведенные в [2]. Однако в настоящее время все большее распространение получают полые лопасти из пластика, армированные стеклотканью или углеродным волокном, определение массы и момента инерции которых является трудноразрешимой задачей.

Для определения момента инерции полых лопастей ВЭУ большой мощности часто используют упрощенную формулу

$$J_{\text{лоп}} = k_J mL^2, \quad (8)$$

где  $L$  – длина лопасти, м;  $k_J$  – коэффициент, принимаемый в пределах 0,18-0,22.

При этом массу лопасти приближенно определяют через ее длину, используя степенную аппроксимацию вида  $m = \alpha L^\beta$ , значения коэффициентов которой рассчитывают путем статистической обработки известных каталожных данных ВЭУ [3].

Данный подход можно использовать и при определении момента инерции лопастей ВЭУ малой мощности.

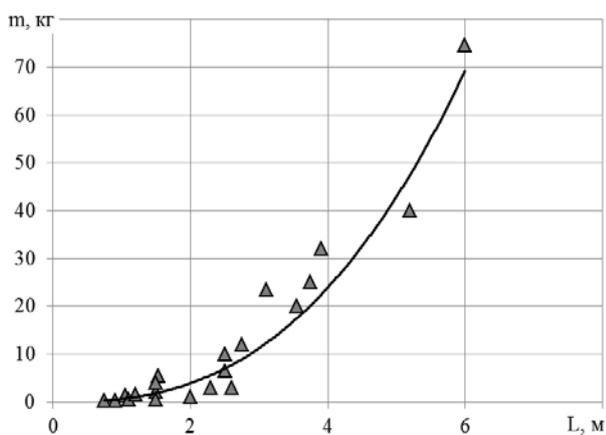


Рис. 3. Зависимость массы лопасти ВЭУ от ее длины  
Fig. 3. The dependence of the blade mass on its length

На рис. 3 приведены реальные соотношения между весом лопасти и ее длиной, характерные для ВЭУ малой мощности, выявленные авторами из множества каталогов и научных публикаций, посвященных малой ветроэнергетике.

Обработка имеющихся статистических данных по 26 ВЭУ мощностью от 0,3 до 20 кВт позволила получить степенную аппроксимацию, связывающую массу и длину лопасти ВЭУ малой мощности:

$$m = 0,63L^{2,62}. \quad (9)$$

С использованием выражений (4)-(9) определен момент инерции вращающихся масс ветротурбины Scirocco E5.6-6, который составил  $J_{\text{ВК}} = 29,3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

### Модель ветротурбины в программном комплексе Matlab

С точки зрения практического использования целесообразно реализовать модель ветротурбины в среде Matlab Simulink, что позволяет легко интегрировать ее в состав исследуемой энергетической системы.

Для моделирования механических характеристик ветротурбины удобно использовать набор инструментальных средств Model-Based Calibration Toolbox (МВСТ), предназначенный для создания и проверки математических моделей, заданных в виде числовых массивов.

Для непосредственного использования исходных данных в среде МВСТ численные массивы семейства механических характеристик ВЭУ необходимо преобразовать к стандартному для данной оболочки виду, используя в качестве входных переменных модели скорость ветра  $V$  (м/с) и угловую скорость  $\Omega$  (рад/с), а в качестве выходного параметра – механический момент ветротурбины  $M_m$  (Н·м).

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что для рассматриваемой задачи допустимую погрешность моделирования обеспечивает простая одноступенчатая модель, а наибольшую точность обеспечивают радиальные базисные функции RBF, на которых и был остановлен выбор.

Программный комплекс позволяет провести сравнительный анализ всех возможных к реализации RBF моделей по критериям RMSE (средняя квадратичная ошибка) и PRESS RMSE (предполагаемая средняя квадратичная ошибка). Используя в качестве критерия выбора минимизацию обеих ошибок, производится выбор оптимальной моделирующей функции.

На рис. 4 изображены механические характеристики моделируемой ветротурбины в трехмерном виде, полученные в МВСТ.

После экспортирования созданной модели в программную среду Matlab Simulink получаем модель блока ветротурбины E5.6-6 с необходимыми входными и выходными параметрами.

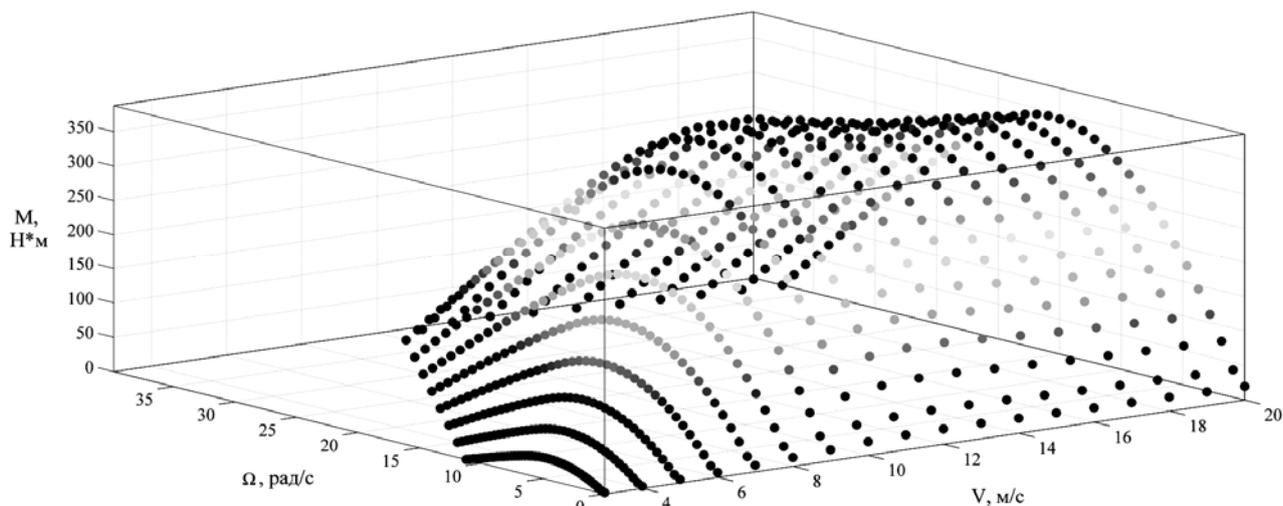


Рис. 4. Механические характеристики ветротурбины Scirocco E5.6-6  
 Fig. 4. The mechanical characteristics of the wind turbine Scirocco E5.6-6

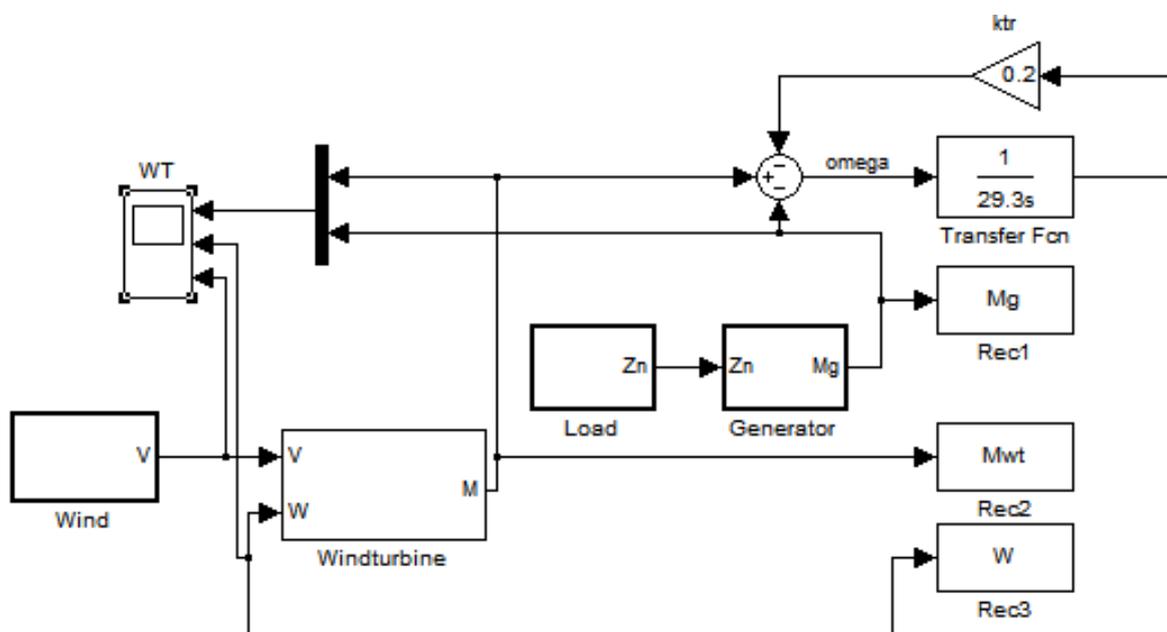


Рис. 5. Модель ветротурбины малой мощности в Simulink  
 Fig. 5. Simulink model of small wind turbine

Для создания динамической модели ветротурбины необходимо добавить в модель блок уравнения движения. Законченная модель ветротурбины в Matlab Simulink представлена на рис. 5. Входными переменными модели являются скорость ветра и электромагнитный момент генератора, которые рассчитываются в соответствующих блоках общей модели энергетической системы (в настоящей статье вопросы построения модели ветра и генератора не рассматриваются).

### Результаты моделирования

Характерными режимами работы ВЭУ являются увеличение/уменьшение мощности нагрузки и/или скорости ветра. Эти причины обуславливают переходный процесс в системе «ветротурбина-генератор-нагрузка». В качестве примера на рис. 6 приведены результаты опыта, в котором первоначально ветротурбина разгоняется на холостом ходу, затем в момент времени  $t_1 = 6$  с производится наброс момента нагрузки  $M_n = 150$  Н·м, после этого в момент времени  $t_2 = 10$  с производится увеличение скорости ветра с 8 до 12 м/с.

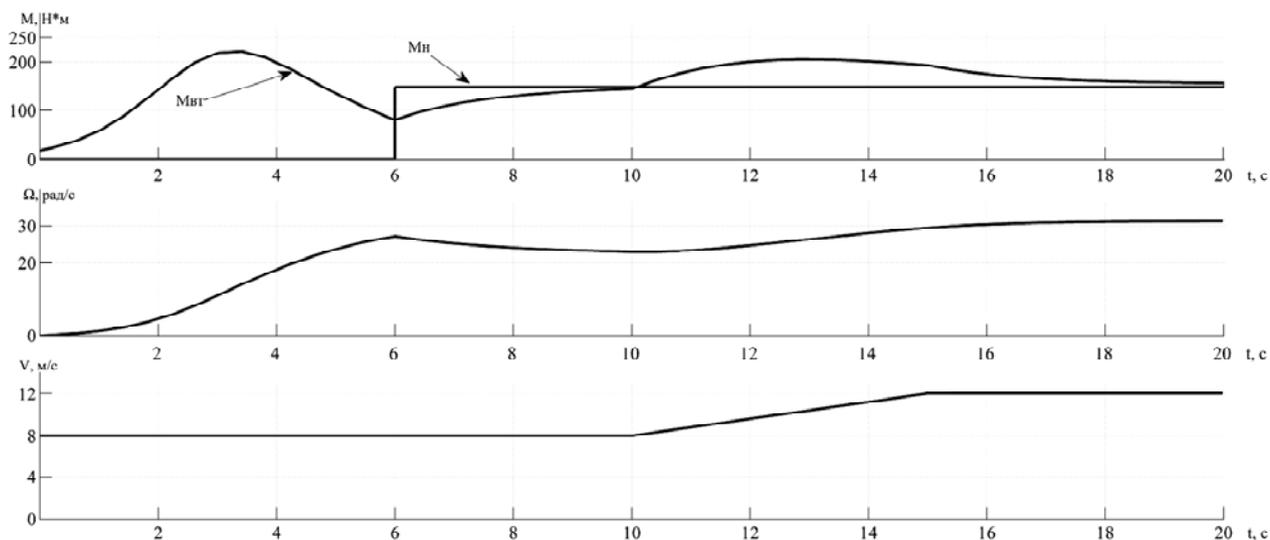


Рис. 6. Результаты моделирования  
Fig. 6. Simulation results

Анализируя полученные данные, можно сказать, что модель демонстрирует адекватный переходный процесс, длительность которого составляет приблизительно 6 с, соответственно механическая постоянная времени приблизительно равна  $\tau_{\text{мех}} = t_{\text{пер.пр}}/5 = 1,2$  с. Очевидно, что механическая постоянная времени в большей степени зависит от массогабаритных и аэродинамических характеристик конкретной ВЭУ.

### Выводы

Разработанная математическая и реализованная компьютерная модели протестированы на ряде ВЭУ малых мощностей, существующих на рынке. Результаты опытов доказывают простоту и адекватность разработанной модели.

Реализованная в среде Simulink модель позволяет исследовать энергетические характеристики ВЭУ малой мощности по техническим параметрам, приводимым в рекламных проспектах. Отличительной особенностью модели является возможность исследования динамических режимов работы, которые позволяют оптимально настроить систему управления с целью повышения энергоэффективности как ВЭУ, так и гибридной станции в целом.

Настоящие исследования проведены в рамках реализации ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы» по направлению «Проведение проблемно-ориентированных поисковых исследований в области создания эффективных накопителей электрической энергии для нужд централизованной и автономной энергетики».

### Список литературы

1. Обухов С.Г. Метод моделирования механических характеристик ветротурбин малой мощности // Альтернативная энергетика и экология – ISJAEE. 2011. № 1. С. 10-15.
2. Кривцов В.С. Неисчерпаемая энергия. Кн.1. Ветроэнергетика / В.С. Кривцов, А.М. Олейников, А.И. Яковлев. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т (ХАИ); Севастополь: Севастоп. нац. техн. ун-т, 2004.
3. González Rodriguez A.G., González Rodriguez A., Burgos Payán M.. Estimating wind turbines mechanical constants / International conference on renewable energies and power quality (ICREPQ'07), Sevilla 28, 29 and 30 Mach 2007, paper # 361.

