

# **МОДЕЛИ АТОМНЫХ ЯДЕР**

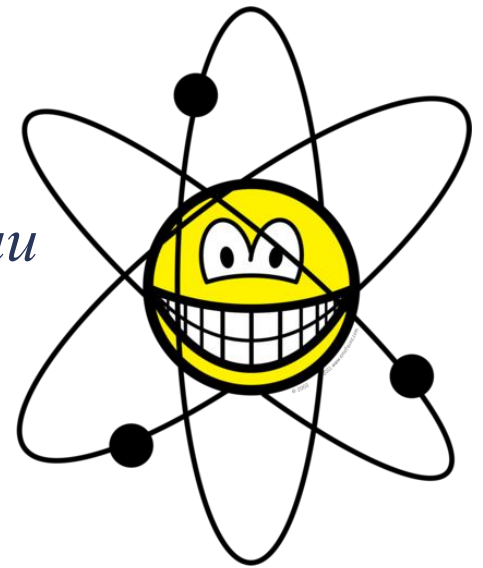
# МОДЕЛИ АТОМНЫХ ЯДЕР

## Основные трудности:

- *Недостаточность знаний о ядерном взаимодействии*
- *Чрезмерная громоздкость квантовой задачи многих тел*

## Решение проблемы:

- *Модели с простой математикой*
- *Описание только определенных свойств ядра*



# МОДЕЛИ АТОМНЫХ ЯДЕР



ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

# КАПЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

*Аналогии с каплей жидкости*

$$n = \frac{A}{V} = 10^{38} \text{ нуклон} / \text{см}^3$$

$$\rho = n m_N = 10^{14} \text{ г} / \text{см}^3$$

$$r = \sqrt[3]{V/A} = 2 * 10^{-13} \text{ см}$$

Не сжимаемость



- На частицы действуют силы быстро убывающие с расстоянием
- На отделение частицы требуется в среднем одинаковая энергия
- Объем капли пропорционален числу частиц

# ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

Первое приближение

$$\Delta E \sim A$$

Введем коэффициент пропорциональности

$$\Delta E = \alpha A$$

Второе приближение

Поверхностное натяжение

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3}$$

Третье приближение

Кулоновское отталкивание

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

# ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

Четвертое приближение

Нуклонная симметрия

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \zeta \frac{(A/2 - Z)^2}{A}$$

Масса ядра

$$\begin{aligned} M_{\text{яд}}(A, Z) &= Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta E = \\ &= Zm_p + (A - Z)m_n - \alpha A + \beta A^{2/3} + \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \zeta \frac{(A/2 - Z)^2}{A} \end{aligned}$$

Коэффициенты можно найти **сопоставлением** с известными  $\Delta E$

# ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

Нахождение  $\gamma$

Найдем энергию электростатического отталкивания протонов ядра **предположив** равномерное распределение заряда  $+Ze$  **внутри** сферы  $R$

$$\gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}$$

Так как  $R = r_0 A^{1/3}$

$$\gamma = \frac{3 e^2}{5 r_0}$$

# ПОЛУЭМПЕРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

Найдем  $\zeta$

Условие минимума массы ядра

$$\frac{\partial M(A, Z)}{\partial Z} = 0$$
$$\frac{\partial M(A, Z)}{\partial Z} = m_p - m_n + 2\gamma \frac{Z}{A^{1/3}} - \frac{2\zeta}{A} \left( \frac{A}{2} - Z \right) = 0$$
$$2\gamma \frac{Z}{A^{1/3}} = \frac{2\zeta}{A} \left( \frac{A}{2} - Z \right)$$
$$\zeta = \frac{2\gamma A^{2/3}}{A - 2Z}$$

---

Соотношение, связывающие  $A$  и  $Z$  для стабильных ядер с минимальным  $A$



# ПОЛУЭМПЕРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

Нахождение  $\alpha$  и  $\beta$

Путем **сравнения** с известными **массами** атомов

---

Точность значения масс – до второго знака с  $A$  – нечетное  
меньшая точность с  $A$  - четное

**Пятое приближение**

Масса ядер с  $A$  – четное меняется **скачкообразно** при изменении  $Z$  на единицу.

Необходимо введение нового коэффициента

$$\delta A^{-3/4}$$

$$\delta A^{-3/4} = \begin{cases} +|\delta| & \text{– для четно – четных ядер} \\ 0 & \text{– для нечетных } A \\ -|\delta| & \text{– для нечетно – нечетных ядер} \end{cases}$$

# ПОЛУЭМПЕРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

$$\Delta E = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \zeta \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}$$

*Значения коэффициентов*

$$\alpha = 15,7$$

$$\beta = 17,8$$

$$\gamma = 0,71 \quad \text{МэВ}$$

$$\zeta = 23,7$$

$$\delta = 34,0$$

# ПОЛУЭМПЕРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВАЙЦЗЕККЕРА

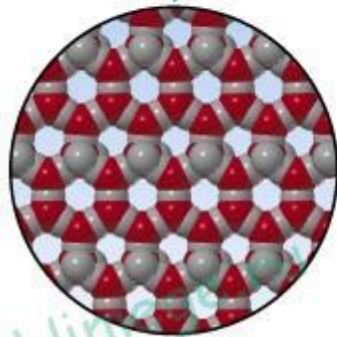
## *Позволяет определить*

- массу ядер
- удельную энергию ядра
- энергию связи протона, нейтрона, альфы-частицы, других частиц в ядре
- устойчивость изобар по отношению к бета-распаду
- энергетические условия закономерностей альфа- и бета-распадов
- построить полуколичественную теорию деления ядер

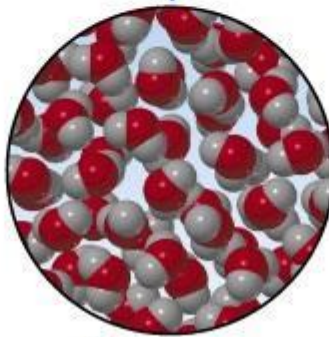
## *Капельная модель не затрагивает*

- индивидуальные характеристики основных и возбужденных состояний ядер
- некоторые особенности альфа- и бета-распадов
- распространённость различных ядер в природе
- закономерности размещения ядер-изомеров среди других ядер
- явление ассиметричного деления ядер

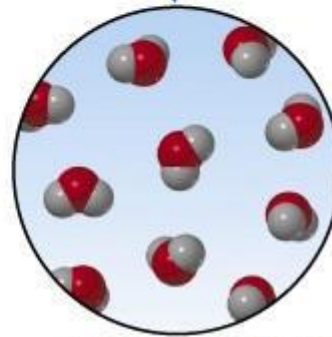
# ГИПОТЕТИЧЕСКИЕ СВЕРХПЛОТНЫЕ ЯДРА



Твердое



Жидкое



Газообразное

# МОДЕЛЬ ФЕРМИ-ГАЗА

Ширина R  
Глубина U

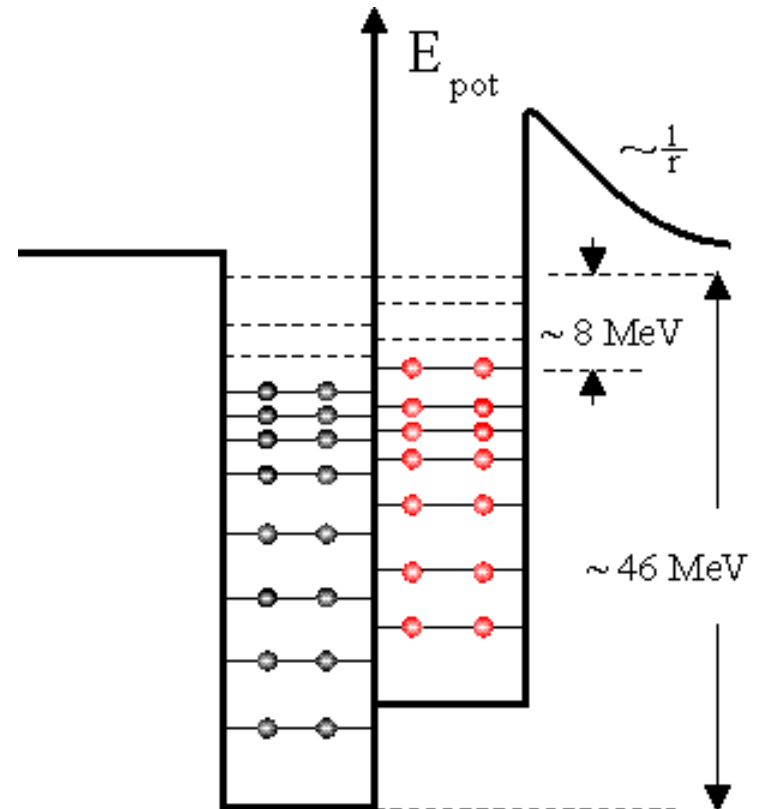
Полное число нуклонов

$$N = \int_0^{p_{\text{макс}}} \frac{dN}{dp} dp$$

$$\frac{dN}{dp} = 2 \frac{4\pi p^2 V}{(2\pi\hbar)^3}$$

$$N = \frac{V p_{\text{макс}}^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

$$T_{\text{макс}} = 32 - 38 \text{ МэВ}$$



# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

1. Особо устойчивые ядра с магическими числами: наибольшая энергия связи

Магические числа	
n	2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184
p	2, 8, 20, 28, 50, 82, 114

2. Крайне высокая стабильность дважды магических ядер

# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

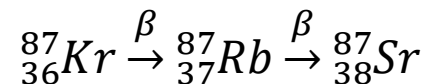
## 3. Повышенная распространенность магических ядер в природе

- ${}_{18}^{36}\text{Ar}$      ${}_{20}^{40}\text{Ca}$      ${}_{22}^{44}\text{Ti}$   
0,3%    97%    нет
- Изотоны с четным N – 3-4 штуки  
N=20 – 5 штук  
N=50 – 6 штук  
N=82 – 7 штук
- Высокая распространённость изотопа элемента со средним значением массы, кроме N=50 и N=82
- Олово  ${}_{50}\text{Sn}$  – 10 стабильных изотопов

# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

## 4. Закономерности распадов

- Свинец  ${}_{82}\text{Pb}$
- Ядра полония  ${}_{84}\text{Po}$  испускают наиболее высокоэнергетические  $\alpha$ -частицы по сравнению с ядрами, следующими за ним
- $\alpha$ -частицы с наибольшей энергией по сравнению с соседними ядрами встречаются у ядер с  $N=128, 84; Z=84$
- Наибольшая энергия  $\beta$ -распада наблюдается при  $\beta$ -переходах на магические ядра, наименьшая при распадах магических ядер



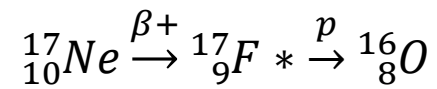
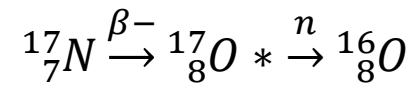
3,6МэВ

0,27МэВ



# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

- 

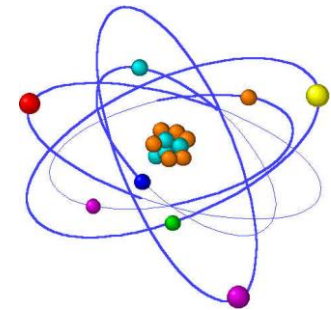


# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

Принцип построения оболочечной модели

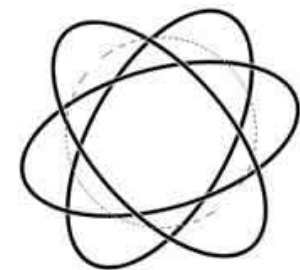
## АТОМ

1. Силовой центр
2. Слабое взаимодействие
3. Принцип Паули



## ЯДРО

1. Нет силового центра
2. Сильное взаимодействие
3. Принцип Паули



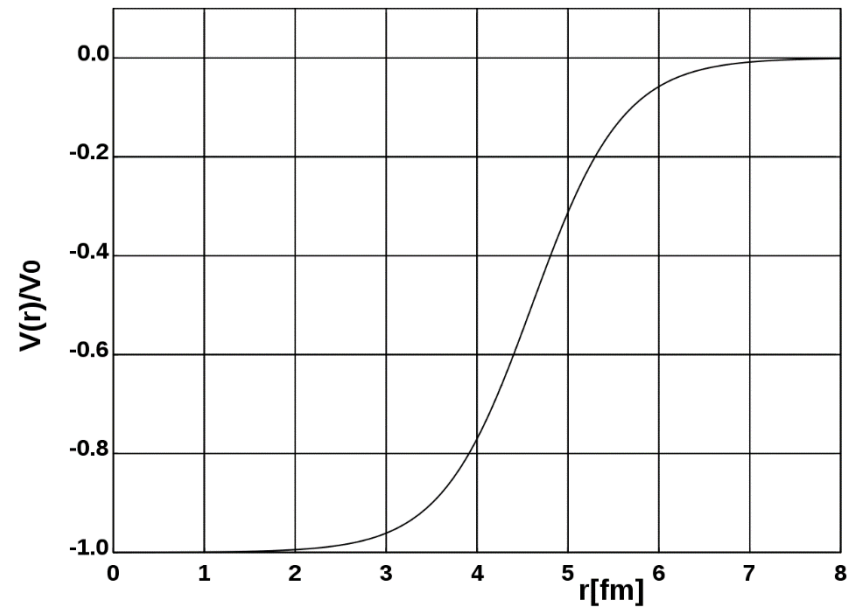
# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

Потенциал взаимодействия

$$P=V(r) +U(r)$$

$$V_{BC}(r) = -\frac{V_0}{1+e^{(r-R)/a}}$$

$$U(r) = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r}$$



# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

Спин-орбитальное взаимодействие приводит к расщеплению уровня с данным значением  $l$  на два состояния

$$l + 1/2 \text{ и } l - 1/2.$$

состояние с  $l + 1/2$  смещается **вниз** по энергии

состояние с  $l - 1/2$  - **вверх**

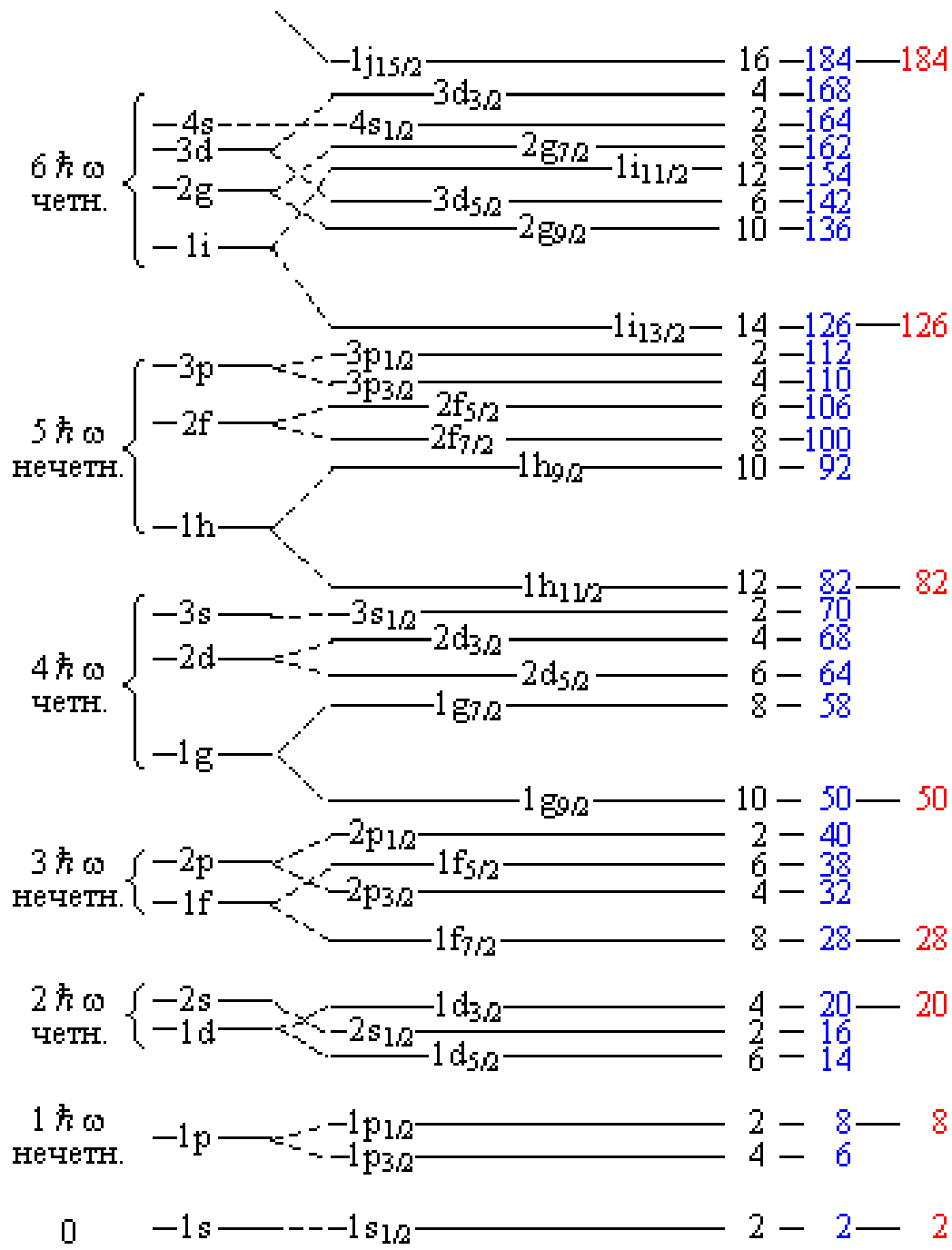
при  $l > 3$  сильное смещение вниз по энергии - среди уровней предыдущей оболочки

На каждом энергетическом подуровне может находиться  $2(l \pm 1/2) + 1$  нуклонов

Заполнение происходит с  $l + 1/2$

# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

Оболочка	Состояние	$m=2i+1$	$N=\sum m$
I	$1s_{1/2}$	2	2
II	$1p_{3/2} 1p_{1/2}$	$4+2=6$	8
III	$1d_{5/2} 2s_{1/2} 1d_{3/2}$	$6+2+4=12$	20
IV	$1f_{7/2} 2p_{3/2} 1f_{5/2} 2p_{1/2} 1g_{9/2}$	$8+4+6+2+10=30$	50
V	$1g_{7/2} 2d_{5/2} 2d_{3/2} 3s_{1/2} 1h_{11/2}$	$8+6+4+2+12=32$	82
VI	$1h_{9/2} 2f_{7/2} 2f_{5/2} 3p_{3/2} 3p_{1/2} 1i_{13/2}$	$10+8+6+4+2+14=44$	126



# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

## *Достоинства*

*В целом хорошо объясняет многие свойства ядер в основном и слабо возбуждённом состояниях. В этой области модель правильно описывает достаточно много экспериментальных данных и закономерностей:*

*Магические числа;*

*Спины и магнитные моменты легких ядер;*

*Совпадение теории и эксперимента в данном случае не является критерием правильности модели. Поскольку именно эти величины использованы при ее построении. Есть несколько следствий из модели которые можно независимо сравнить с экспериментом:*

*Области ядерной изомерии;*

*Правила отбора для бета-распада;*

# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

## Недостатки

Несмотря на достигнутые успехи, область применения капельной модели весьма ограничена. Главные недостатки:

1. При постепенном заполнении нуклонной ямы наблюдаются случаи расхождения между предсказанными и экспериментальными значениями спинов;
2. Не объясняет наличие у ряда чётно-чётных ядер относящихся к середине заполнения оболочек вращательных уровней;
3. Дает заниженные значения квадрупольных электрических моментов ядер, соответствующих заполнению середины оболочки;
4. Не даёт удовлетворительного объяснения поведению сильновозбуждённых ядер.



# МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК

*Причины отмеченных недостатков следует искать в тех предположениях которые лежат в основе модели:*

- 1. Сферическая симметрия потенциала;*
- 2. Отсутствие взаимодействия между нуклонами;*
- 3. Справедливость принципа Паули для нуклонов.*

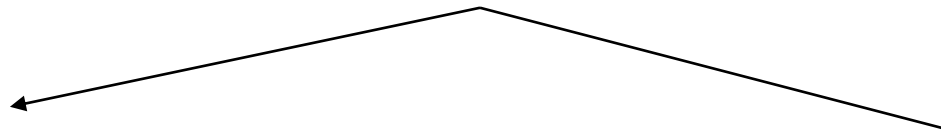
*Естественным путем устранения недостатков в данном случае является **введение несферичности, порождаемой взаимодействием.***

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

Взаимодействие нуклонов в ядре



Возникновение потенциала взаимодействия



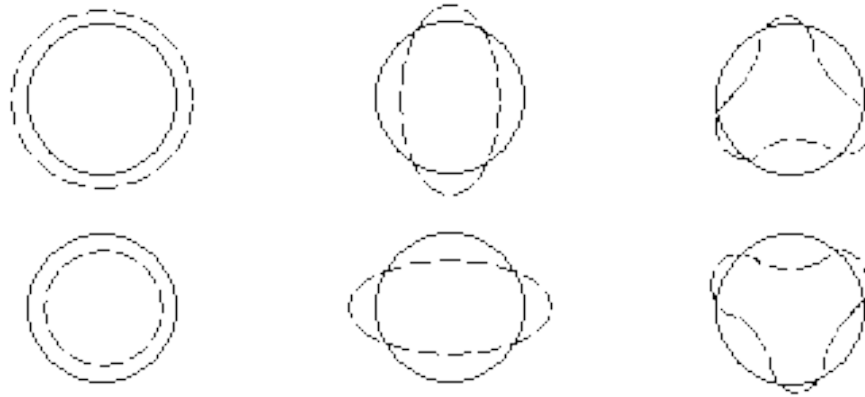
Сферически-симметричный  
(модель ядерных оболочек)

**Несимметричный**

Зависимость от движения и  
взаимодействия нуклонов

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

Несимметричный = нестабильная форма ядра



---

## Возникновение новых степеней свободы

1. Колебательные уровни – взаимодействие избыточных нуклонов с поверхности ядра
2. Вращательные уровни – при большом избытке нуклонов сверх заполненной оболочки ядра
3. Гигантские резонансы – колебание нуклонов при сильном возбуждении

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

## Достоинства

1. Получены правильные значения спинов для некоторых ядер
2. Получено согласие между расчетными и экспериментальными значениями магнитных моментов
3. Объяснены вращательные уровни
4. Объяснены колебательные спектры
5. Дано наглядное представление о сущности гигантских резонансов

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

## Достоинства

1. Получены правильные значения спинов для некоторых ядер
2. Получено согласие между расчетными и экспериментальными значениями магнитных моментов
3. Объяснены вращательные уровни
4. Объяснены колебательные спектры
5. Дано наглядное представление о сущности гигантских резонансов