

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

3-е издание, дополненное

Составители А.Л. Саруев, А.В. Рудаченко

Издательство
Томского политехнического университета
2021

УДК 622.692.4.004:539.37(075.8)

ББК 39.77:30.121я73

И88

И88

Исследования напряженно-деформированного состояния трубопроводов : учебное пособие / сост. А.Л. Саруев, А.В. Рудаченко ; Томский политехнический университет. – 3-е изд. доп. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2021. – 146 с.

В пособии рассматривается напряженно-деформированное состояние газонефтепроводов и методы их контроля. Особое внимание уделено особенностям прочностных расчетов магистральных нефтепроводов, численному анализу прочности трубопроводов. Приводятся расчеты трубопровода в сложных инженерно-геологических условиях, методы и критерии оценки напряженно-деформированного состояния стенки трубопровода, напряженно-деформированного состояния кривых труб. Изложены основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров и трубопроводов.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 21.04.01 «Нефтегазовое дело», профиль подготовки «Надежность и безопасность объектов транспорта и хранения углеводородов»

УДК 622.692.4.004:539.37(075.8)

ББК 39.77:30.121я73

Рецензенты

Кандидат технических наук
инженер отдела экспертизы промышленной безопасности
ООО «Русэнерго»
А.Н. Школьный

Кандидат технических наук
доцент кафедры строительных и дорожных машин ТГАСУ
Д.Ю. Орлов

© Составление. ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2020

© Саруев А.Л., Рудаченко А.В., составление, 2020

© Саруев А.Л., Рудаченко А.В., составление,
с изменениями, 2021

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
1. Структура и основные характеристики линейной части магистральных нефтепроводов	8
2. Нагрузки и воздействия	10
2.1. Постоянные нагрузки	10
2.2. Длительные временные нагрузки	12
2.3. Кратковременные нагрузки	13
3. Особенности прочностных расчетов магистральных нефтепроводов.....	15
3.1. Предварительные замечания	15
3.2. Расчетные схемы для основных несущих элементов линейной части трубопроводов	19
3.3. Расчет напряжений в стенке трубопровода	26
4. Методы контроля напряженно-деформированного состояния магистральных нефтепроводов	29
4.1. Методы неразрушающего контроля	29
4.2. Тензометрирование	33
5. Численный анализ прочности магистральных нефтепроводов.....	35
5.1. Постановка задач теории упругости.....	35
5.2. Метод конечных элементов.....	39
5.3. Моделирование НДС конструкции промышленных трубопроводных систем.....	52
5.3.1. Балочное приближение.....	53
5.3.2. Оболочечные модели	55
5.3.3. Объемные модели	56
5.3.4. Анализ НДС и оценка прочности промышленных трубопроводных систем	58
5.4. Вариант реализации МКЭ для анализа НДС промышленных трубопроводных систем.....	59
6. Расчет трубопровода в сложных инженерно-геологических условиях.....	62
6.1. Особенности работы линейной части в многолетнемерзлых грунтах.....	62
6.2. Расчетная схема трубопроводов	64
6.3. Расчет пространственных трубопроводов с учетом геометрической нелинейности.....	67
6.4. Методы и критерии оценки напряженно-деформированного состояния стенки оболочковых конструкций высокого давления	77

7. Расчет на прочность отдельных несущих элементов трубопровода	82
7.1. Напряженно-деформированное состояние кривых труб	82
7.2. Расчет напряженно-деформированного состояния в коническом переходе	86
8. Основные положения теории тонких упругих оболочек применительно к расчету резервуаров и трубопроводов	88
8.1. Геометрические характеристики оболочек резервуаров и трубопроводов	88
8.2. Основные уравнения линейной теории тонких упругих оболочек	92
8.3. Безмоментное напряженное состояние оболочек	100
8.3.1. Основные уравнения безмоментной теории оболочек вращения с произвольной формой меридиана	101
8.3.2. Применение тригонометрических рядов к расчету оболочек вращения	104
8.3.3. Уравнения безмоментной теории цилиндрических оболочек	106
8.4. Моментное напряженное состояние оболочек при осесимметричном нагружении	107
8.4.1. Основные уравнения теории краевого эффекта оболочек вращения	107
8.4.2. Краевой эффект в замкнутых цилиндрических оболочках	109
8.5. Граничные условия при расчете оболочек резервуаров и трубопроводов	120
9. Расчет сопряжения магистрального нефтепровода и арматуры	122
10. Исследование напряженно-деформированного состояния линейной части магистрального нефтепровода	126
10.1. Программы и возможности конечно-элементного анализа	126
10.2. Создание расчетной модели нефтепровода	133
10.3. Тест программы	134
10.4. Результаты расчета модели нефтепровода в программном комплексе Ansys	135
Вопросы и задания для самоконтроля	138
Заключение	140
Список литературы	142

ВВЕДЕНИЕ

Роль трубопроводного транспорта в системе нефтегазовой отрасли промышленности чрезвычайно высока. Он является основным и одним из дешевых видов транспорта нефти от мест добычи на нефтеперерабатывающие заводы и экспорт. Магистральный трубопроводы, обеспечивая энергетическую безопасность страны, в то же время позволяют разгрузить железнодорожный транспорт для перевозок других важных для народного хозяйства грузов.

Трубопроводные системы являются одной из основных составляющих нефтегазовых и нефтехимических производств, поэтому от технического состояния трубопроводов в значительной мере зависит их безопасность. В наиболее неблагоприятных условиях эксплуатации находятся трубопроводные системы насосных и компрессорных установок, испытывающие значительные вибрационные воздействия со стороны как машин, так и транспортируемой среды. Эти воздействия имеют сложную природу и вызваны пульсацией давления, срывом потока, изменением направления и скорости его движения, акустическими резонансами, взаимодействием потоков в местах ветвления трубопровода и другими факторами. В ряде случаев вибрационное воздействие передается на опоры трубопровода через грунт.

При проектировании трубопроводных систем практически невозможно учесть взаимодействие перечисленных выше факторов, оценить уровень и параметры вибрационных воздействий на трубопроводную систему и, следовательно, определить ресурс безопасной эксплуатации трубопроводов. Ресурс трубопроводов, испытывающих вибрационное воздействие, определяется уровнем циклически изменяющихся напряжений, которые приводят к накоплению повреждений на наиболее нагруженных участках и последующему усталостному разрушению или нарушению герметичности соединений. Поэтому для прогнозирования ресурса необходимо уметь правильно оценить напряженно-деформируемое состояние эксплуатируемых трубопроводных систем.

Как известно, магистральный трубопровод состоит из головных сооружений, линейной части, промежуточных перекачивающих или компрессорных станций, оборудования конечных пунктов и т. п. Отказ в работе любого из этих элементов приводит к остановке транспорта продукта, однако систематизация и анализ надежности трубопровода показывает, что решающее влияние на надежность рассматриваемой системы оказывает надежность ее линейной части. Магистральные трубопроводы, несмотря на внешнюю конструктивную простоту, принципиально отличаются от других сооружений сложной схемой

действующих силовых факторов, следовательно, неопределенностью уровня напряженно-деформированного состояния, масштабностью и т. п. Сложность осмотра и приборного освидетельствования трубопроводов при эксплуатации увеличивает вероятность возникновения отказов. Поэтому повышение надежности линейной части становится актуальной проблемой на всех этапах: проектирования, сооружения и эксплуатации трубопроводных систем. Весьма важно установить адекватность поведения сооруженного трубопровода под действием эксплуатационных и внешних воздействий к расчетной схеме, принятой в нормах и правилах, т. е. необходимо исследовать конструктивную надежность магистральных трубопроводов.

Повреждаемость металла при эксплуатации усиливается в локализованных участках конструктивных элементов с дефектами металлургического, строительного-монтажного и ремонтного происхождения. Предварительная пластическая деформация, возникающая в процессе производства и транспортировки труб, выполнения строительного-монтажных и ремонтных работ, ускоряет процессы деформационного старения и охрупчивания материала.

В связи с этим назрела практическая необходимость в разработке методов оценки ресурса конструктивных элементов нефтепроводов с учетом фактического, технического состояния и временных факторов повреждаемости материала.

На первый план решения проблемы надежности выдвигаются задачи расчета на прочность, устойчивость, долговечность. Для их решения необходимы: информация о нагрузках и воздействиях на трубопровод, анализ напряженно-деформированного состояния, что в итоге позволит сделать расчеты надежности и остаточного ресурса трубопровода.

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) магистральных трубопроводных конструкций, базирующийся на методах сопротивления материалов и строительной механики, не позволяет провести адекватный анализ прочности трубопроводов топливно-энергетического комплекса с требуемой точностью, а в некоторых случаях может дать неверную качественную картину НДС конструкции. В настоящее время интенсивное развитие получают численные методы, позволяющие значительно расширить класс и постановку решаемых задач за счет более полного учета реальных условий нагружения и свойств используемых материалов. Среди этих методов наибольшее распространение получил метод конечных элементов (МКЭ). К достоинствам МКЭ следует отнести и минимум требований к исходной информации, и оптимальную форму результатов. Учет температурного

влияния и работы конструкции не вносит в реализацию метода принципиальных затруднений.

Следует отметить, что на сегодняшний день все ведущие разработчики универсальных коммерческих программ в области прочностного нелинейного анализа трехмерных конструкций («ANSYS», «LS-DYNA», «MSC/NASTRAN», «ABAQUS» и др.) используют численные алгоритмы на основе МКЭ.

Информация, полученная в результате оценки НДС линейной части магистральных нефтепроводов, позволяет определить участки с предаварийной ситуацией (в том числе до появления дефектов) и предпринять все необходимые меры для их устранения, повышая тем самым надежность трубопроводной системы.

1. СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ НЕФТЕПРОВОДОВ

В состав линейной части магистральных нефтепроводов в соответствии со СП 86.13330.2012 [26] входят:

- трубопровод (от места выхода с промысла подготовленной к дальнейшему транспорту товарной продукции) с ответвлениями и лупингами, запорной арматурой, переходами через естественные и искусственные препятствия, узлами пуска и приема очистных устройств, а также блокировочные трубопроводы, установки электрохимической защиты трубопроводов от коррозии, линии и сооружения технологической связи, средства телемеханики трубопроводов;
- линии электропередач, предназначенные для обслуживания трубопроводов и устройства электроснабжения и дистанционного управления запорной арматурой и установками электрохимической защиты трубопроводов;
- противопожарные средства, противозерозионные и защитные сооружения трубопроводов;
- емкости для хранения и разгазирования конденсата, земляные амбары для аварийного выпуска нефти, нефтепродуктов, конденсата и сжиженных углеводородов;
- здания и сооружения линейной службы эксплуатации трубопроводов;
- постоянные дороги и вертолетные площадки, расположенные вдоль трассы трубопровода, и подъезды к ним, опознавательные и сигнальные знаки местонахождения трубопроводов;
- пункты подогрева нефти и нефтепродуктов;
- указатели и предупредительные знаки.

Линейная часть в отношении выбора трасс, переходов через естественные и искусственные препятствия, устройства защитных сооружений, расчетов нефтепроводов на прочность и устойчивость (в том числе определения толщины стенок труб), противозерозионных и противооползневых мероприятий, защиты от коррозии, материалов и изделий должна проектироваться в соответствии со СНиП 2.05.06-85* [1].

К основным характеристикам конструкции линейной части относятся следующие группы данных:

- конструктивная схема прокладки трубопровода;
- координаты, определяющие ориентацию продольной оси трубопровода на всем протяжении трассы;

- основные пространственные характеристики конструктивных элементов с указанием допустимых отклонений от номинальных размеров, включая искажения формы изделий (номинальный наружный D_n и внутренний D_v диаметры труб, толщина стенки δ , допустимый нормативный разброс этих значений, допустимое отклонение поперечного сечения трубы от круговой формы, геометрические характеристики формы сварных швов и т. п.);

- физико-механические характеристики, включая прочностные свойства применяемых материалов и аналогичные характеристики металлов в зоне сварных швов. Состав и объем необходимой информации должны быть сформированы или скорректированы с учетом выбранных для реализации расчетных схем;

- данные о начальной и (или) текущей дефектности материала труб, включая перечень возможных дефектов, данные о плотности и размещении дефектов в теле трубы.

Диаметр трубопроводов линейной части определяется расчетом в соответствии с нормами технологического проектирования.

При отсутствии необходимости в транспортировании продукта в обратном направлении трубопроводы проектируют из труб со стенкой различной толщины в зависимости от падения рабочего давления по длине трубопровода и условий эксплуатации.

Допустимые радиусы изгиба трубопровода в горизонтальной и вертикальной плоскостях определяют расчетом из условия прочности, местной устойчивости стенок труб и устойчивости положения. Минимальный радиус изгиба трубопровода из условия прохождения очистных устройств составляет не менее пяти его диаметров.

2. НАГРУЗКИ И ВОЗДЕЙСТВИЯ

Напряженно-деформированное состояние любого несущего элемента линейной части магистрального нефтепровода однозначно определяется характеристиками воздействующих на него нагрузок. Эти нагрузки изменяются в зависимости от характеристик окружающей среды, параметров перекачиваемого продукта и т. д. Для линейной части трубопроводов основными из нагрузок являются внутреннее давление, давление грунта, собственный вес труб и продукта, а из воздействий – температура, просадка и пучение грунта, давление оползающих грунтов.

В соответствии с принятой методикой расчета прочности по предельным состояниям различают расчетные и нормативные нагрузки. Под нормативными понимают нагрузки $N^{(0)}$, устанавливаемые нормативными документами и определяемые на основании статистического анализа при нормальной эксплуатации сооружения. Расчетной называют нагрузку, учитывающую возможное отклонение от нормативной и определяемую путем умножения на коэффициент надёжности по нагрузке (0,95 или $1,1 \cdot n$).

Коэффициенты надёжности n для различных видов нагрузки и воздействий регламентируются согласно СНиП 2.05.06-85* [1].

Все нагрузки и воздействия на магистральный нефтепровод подразделяются на постоянные и временные, которые, в свою очередь, подразделяются на длительные, кратковременные и особые.

2.1. Постоянные нагрузки

К *постоянным* нагрузкам и воздействиям относят те, которые действуют в течение всего срока строительства и эксплуатации трубопровода.

1. Собственный вес трубопровода, учитываемый в расчетах как вес единицы длины трубопровода:

$$q_{\text{тр}} = n \cdot \pi D_{\text{ср}} \cdot \delta \cdot \gamma_{\text{ст}}, \quad (1)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1,1$); коэффициенты надёжности n для различных видов нагрузки и воздействий регламентируются СНиП 2.05.06-85;

$D_{\text{ср}}$ – средний диаметр трубопровода, м;

δ – толщина стенки труб, м;

$\gamma_{\text{ст}}$ – удельный вес стали, Н/м³.

2. Вес изоляционного покрытия и различных устройств, которые могут быть на трубопроводе. Для надземных трубопроводов ориентировочно можно принимать равным примерно 10 % от собственного веса трубы. Точнее вес изоляционного покрытия определяют по формуле

$$q_{\text{из}} = n \cdot \gamma_{\text{из}} \cdot \frac{\pi}{4} (D_{\text{из}}^2 - D_{\text{н}}^2), \quad (2)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1,1$);

$\gamma_{\text{из}}$ – удельный вес материала изоляции, Н/м^3 ;

$D_{\text{из}}$ и $D_{\text{н}}$ – соответственно диаметр изолированного трубопровода и его наружный диаметр, м.

3. Давление грунта на единицу длины трубопровода. Для практических расчётов можно определить по формуле

$$q_{\text{гр}} = n \cdot \gamma_{\text{гр}} \cdot h_{\text{ср}} \cdot D_{\text{из}}, \quad (3)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1,2$);

$\gamma_{\text{гр}}$ – удельный вес грунта, Н/м^3 ;

$h_{\text{ср}}$ – средняя глубина заложения оси трубопровода, м;

$D_{\text{из}}$ – диаметр изолированного трубопровода, м.

4. Гидростатическое давление воды на единицу длины трубопровода, определяемое весом столба жидкости над подводным трубопроводом:

$$q_{\text{гс}} = n \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot h \cdot D_{\text{ф}}, \quad (4)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1,0$);

$\gamma_{\text{в}}$ – удельный вес воды с учётом засоленности и наличия взвешенных частиц, Н/м^3 ;

h – высота столба воды над рассматриваемой точкой, м;

$D_{\text{ф}}$ – диаметр изолированного и футерованного трубопровода, м.

5. Выталкивающая сила воды, приходящаяся на единицу длины полностью погруженного в воду трубопровода:

$$q_{\text{в}} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{\text{ф}}^2 \cdot \gamma_{\text{в}}, \quad (5)$$

где $D_{\text{ф}}$ – наружный диаметр трубы с учётом изоляционного покрытия и футеровки, м;

$\gamma_{\text{в}}$ – удельный вес воды с учётом засоленности и наличия взвешенных частиц, Н/м^3 .

6. Воздействие предварительного напряжения, создаваемое за счёт упругого изгиба при поворотах оси трубопровода:

$$\sigma_{\text{пр}}^{\text{из}} = \pm \frac{E \cdot D_{\text{н}}}{2\rho}, \quad (6)$$

где $\sigma_{\text{пр}}^{\text{из}}$ – максимальное продольное напряжение в стенках трубы, обусловленное изгибом трубопровода, МПа;

E – модуль упругости ($E = 206\,000$ МПа);

$D_{\text{н}}$ – наружный диаметр трубопровода, м;

ρ – радиус изгиба оси трубопровода, м.

2.2. Длительные временные нагрузки

К длительным временным нагрузкам относят следующие:

1. *Внутреннее давление*, которое устанавливается проектом. Внутреннее давление создаёт в стенках трубопровода кольцевые и продольные напряжения. Кольцевые напряжения определяют по формуле

$$\sigma_{\text{кц}} = \frac{n \cdot P \cdot D_{\text{вн}}}{2\delta}, \quad (7)$$

где n – коэффициент перегрузки по внутреннему давлению ($n = 1,1; 1,15$);

P – нормативное значение внутреннего давления, МПа;

$D_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы, м;

δ – толщина стенки трубы, м.

Продольные напряжения в стенке трубы от внутреннего давления определяются по формуле

$$\sigma_{\text{пр}} = \mu \cdot \sigma_{\text{кц}} = \mu \cdot \frac{n \cdot P \cdot D_{\text{вн}}}{2\delta}, \quad (8)$$

где μ – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Для сталей $\mu = 0,26 \dots 0,33$, т. е. среднее значение $\mu = 0,3$.

2. *Вес перекачиваемого продукта* на единицу длины трубопровода определяют по формуле

$$q_{\text{прод}} = n \cdot 10^{-4} \cdot \rho_{\text{н}} \cdot g \frac{\pi D_{\text{вн}}^2}{4}, \quad (9)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1$);

$\rho_{\text{н}}$ – плотность транспортируемой нефти, кг/м³;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

$D_{\text{вн}}$ – внутренний диаметр трубы, см.

3. *Температурные воздействия*, которые при невозможности деформаций вызывают в стенках трубопровода продольные напряжения

$$\sigma_{\text{прт}} = -\alpha \cdot E \cdot \Delta t, \quad (10)$$

где α – коэффициент линейного расширения ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ 1/град);

E – модуль упругости, МПа;

$\Delta t = t_0 - t_{\phi}$, здесь t_0 – максимально или минимально возможная температура стенок трубы при эксплуатации; t_{ϕ} – наименьшая или наибольшая температура, при которой фиксируется расчётная схема трубопровода (укладка трубы в траншею или на опоры).

2.3. Кратковременные нагрузки

К *кратковременным* нагрузкам и воздействиям на трубопровод относятся следующие:

1. *Снеговая нагрузка*, приходящаяся на единицу длины трубопровода:

$$q_{\text{сн}} = n \cdot \mu \cdot S_0 \cdot D_{\text{из}}, \quad (11)$$

где n – коэффициент надёжности по нагрузке ($n = 1,4$);

μ – коэффициент перехода от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на трубопровод ($\mu = 0,4$);

S_0 – нормативное значение веса снегового покрова на 1 м² горизонтальной поверхности земли;

$D_{\text{из}}$ – диаметр изолированного трубопровода, м.

2. *Нагрузка от обледенения* наземного трубопровода, приходящаяся на единицу длины трубопровода:

$$q_{\text{лед}} = n \cdot 0,17 \cdot v \cdot D_{\text{из}}, \quad (12)$$

где $n = 1,3$; v – толщина слоя гололеда, мм, принимаемая согласно СП 20.13330.

$D_{\text{из}}$ – диаметр изолированного трубопровода, см.

3. *Ветровая нагрузка* на единицу длины трубопровода, перпендикулярная его осевой вертикальной плоскости:

$$q_{\text{вет}} = n \cdot \omega_0 \cdot k \cdot c \cdot D_{\text{из}}, \quad (13)$$

где $n = 1,2$;

ω_0 – нормативное значение ветрового давления, определяемое в соответствии со СНиП 2.01.07-85, Н/м²;

k – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления по высоте и тип местности, определяется в соответствии со СНиП 2.01.07-85;
 c – аэродинамический коэффициент ($c = 0,5$).

Особыми нагрузками и воздействиями на магистральные трубопроводы принято называть те, которые возникают в результате селевых потоков, деформаций земной поверхности в карстовых районах и районах подземных выработок, а также деформаций грунта, сопровождающихся изменением его структуры. Эти нагрузки должны определяться на основании данных анализа грунтовых условий и их возможного изменения в процессе строительства и эксплуатации трубопровода.

3. ОСОБЕННОСТИ ПРОЧНОСТНЫХ РАСЧЕТОВ МАГИСТРАЛЬНЫХ НЕФТЕПРОВОДОВ

3.1. Предварительные замечания

Нормативное значение давления транспортируемой среды устанавливается проектом. Нормативный температурный перепад в трубопроводе принимается равным разнице между максимально или минимально возможной температурой стенок трубопровода в процессе эксплуатации и наименьшей или наибольшей температурой, при которой фиксируется расчетная схема трубопровода (свариваются захлесты, производится засыпка трубопровода и т. п., т. е. когда фиксируется статически неопределенная система).

Нормативное значение воздействия от предварительного напряжения трубопровода определяется по принятому конструктивному его решению.

Нагрузки и воздействия от неравномерных деформаций грунта определяются на основании анализа грунтовых условий и их возможного изменения в процессе строительства и эксплуатации трубопровода.

Расчет трубопровода по предельным состояниям первой и второй групп (т. е. выполнение условия прочности и условий деформаций) выполняется с учетом наиболее неблагоприятных сочетаний нагрузок или соответствующих им усилий и проводится согласно [3]. Эти сочетания устанавливаются из анализа вариантов одновременного действия различных нагрузок для рассматриваемой стадии работы трубопровода или грунта с учетом возможности появления разных схем приложения временных нагрузок или при отсутствии некоторых из них.

В зависимости от учитываемого состава нагрузок различаются, как указано в работе [4]:

- 1) основные сочетания нагрузок, состоящие из постоянных, длительных и кратковременных;
- 2) особые сочетания нагрузок, состоящие из постоянных, длительных, кратковременных и одной из особых нагрузок.

При разработке данного метода расчета пространственного трубопровода в слабонесущих и оттаивающих ММГ учитываются следующие сочетания нагрузок и воздействий: основные – постоянные (масса трубопровода и грунта, упругий изгиб) и временные длительные нагрузки (внутреннее давление продукта, температурный перепад, неравномерные деформации грунта, не сопровождающиеся изменением его структуры); особые – нагрузки и воздействия, перечисленные выше (неравномерные деформации грунта, сопровождающиеся изменением его структуры).

Прочностной расчет трубопроводов осуществляется по методу предельных состояний. Сущность метода заключается в том, что рассматривается такое напряженное состояние трубопровода, при котором дальнейшая его эксплуатация невозможна. Первое предельное состояние – несущая способность (разрушение его под воздействием внутреннего давления), второе – предельно допустимые деформации. Характеристикой несущей способности трубопровода является временное сопротивление металла труб (предел прочности).

Первое предельное состояние характеризуется в общем виде зависимостью

$$\sigma_p \leq f(R_1, S), \quad (14)$$

где σ_p – напряжение в трубопроводе от расчетных внешних нагрузок и воздействий и их сочетаний, Па;

R_1 – одно из расчетных сопротивлений материала, Па;

S – геометрические характеристики труб.

Для второго предельного состояния

$$f \leq f_{\text{доп}}, \quad (15)$$

где f – деформация трубопровода, м;

$f_{\text{доп}}$ – допустимое значение деформации, м.

При определении напряженного состояния трубопровода для проверки первого предельного состояния учитываются только те напряжения, которые влияют на разрушающее давление. На основании экспериментальных исследований установлено, что к ним относятся кольцевые напряжения от внутреннего давления и продольные осевые напряжения от всех нагрузок и воздействий.

Критерием выполнения первого предельного состояния является условие, при котором эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}$ не должно превышать расчетное сопротивление материала трубы:

$$\sigma_{\text{экв}} \leq R_1. \quad (16)$$

Для оценки прочности трубопровода необходимо определить наиболее напряженное сечение, т. е. такое сечение, где совокупность действующих напряжений (эквивалентное напряжение) оказывается наибольшей.

По четвертой (энергетической) теории прочности, которая наиболее совпадает с опытами для пластичных материалов, для сложного напряженного состояния эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)}, \quad (17)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения, т. е. напряжения, действующие на элементарных площадках.

Расчет эквивалентных напряжений для тонкостенных ($p < 10$ МПа) и толстостенных ($p > 10$ МПа) трубопроводов ведется по различным формулам. Разграничение расчета эквивалентных напряжений по значению внутреннего давления подтверждается следующими расчетными данными: так, например, толщины стенок, рассчитанные с учетом теории тонкостенных и толстостенных оболочек при давлении 10 МПа, отличаются на 6 %, а при давлении 30 МПа – уже на 18 %.

Для тонкостенных трубопроводов при давлении транспортируемой среды $p < 10$ МПа одно из главных напряжений равно нулю. Для определения главных напряжений предварительно находим значения напряжений по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma' &= 1/2 \cdot \left[\sigma_{\text{кц}} + \sigma_{\text{пр}} + \sqrt{(\sigma_{\text{кц}} - \sigma_{\text{пр}})^2} \right]^2 + 4 \cdot \tau_k^2; \\ \sigma'' &= 1/2 \cdot \left[\sigma_{\text{кц}} + \sigma_{\text{пр}} - \sqrt{(\sigma_{\text{кц}} - \sigma_{\text{пр}})^2} \right]^2 + 4 \cdot \tau_k^2; \\ \sigma''' &= 0,\end{aligned}\tag{18}$$

где $\sigma_{\text{кц}}$ – кольцевые напряжения от расчетного внутреннего давления, определяемые в соответствии с [4] по безмоментной теории тонкостенных цилиндрических оболочек, Па;

$\sigma_{\text{пр}}$ – продольные напряжения в трубопроводе от расчетных нагрузок, воздействий и их сочетаний, Па;

τ_k – касательные напряжения от крутящего момента M_k , Па.

Продольное напряжение $\sigma_{\text{пр}}$ определяется для крайних волокон сечения трубы с учетом пространственных перемещений трубопровода по формуле

$$\sigma_{\text{пр}} = \sigma_N \pm \sigma_M,\tag{19}$$

где $\sigma_N = N / F$ – напряжение от продольной силы N , Па;

F – площадь поперечного сечения трубы, м^2 ;

$\sigma_M = M_{\text{и}} / W$ – напряжение от действия изгибающего момента $M_{\text{и}}$, Па;

W – момент сопротивления поперечного сечения трубы, м^3 .

Касательные напряжения от крутящего момента M_k

$$\tau_k = M_k / W_p,\tag{20}$$

где W_p – полярный момент сопротивления.

Найденные напряжения σ' , σ'' , σ''' переименовываем на σ_1 , σ_2 , σ_3 в порядке алгебраического убывания $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Для тонкостенных трубопроводов при давлении транспортируемой среды $p < 10$ МПа радиальные напряжения малы по сравнению с кольцевыми и в расчете учитываются максимальные кольцевые напряжения от давления на внутренней поверхности трубопровода.

Для толстостенных трубопроводов при $p < 10$ МПа радиальные напряжения сравнимы с кольцевыми, проверку прочности делаем как для наружной, так и для внутренней поверхности трубопровода.

Для определения эквивалентных напряжений на наружной поверхности трубопровода пользуемся формулами (18), приведенными для плоского случая, при этом $\sigma_{кц}$ определяются в соответствии с теорией толстостенных оболочек.

Для ограничения пластических деформаций СНиП 2.05.06–85 [1] предусматривает проверку трубопровода по второму предельному состоянию, которое выражается через напряжения. Критерием выполнения второго предельного состояния является условие, при котором эквивалентные напряжения не должны превышать значений, определяемых нормативным пределом текучести металла труб:

$$\sigma_{\text{экр}} \leq \frac{m}{K_2 \cdot K_n} \cdot R_2, \quad (21)$$

где m – коэффициент условий работы, принимаемый в соответствии с [1];

K_2 – коэффициент надежности по материалу, принимаемый в соответствии с [1];

K_n – коэффициент надежности по назначению, принимаемый в соответствии с [1];

R_2 – нормативный предел текучести металла труб, МПа.

Эквивалентное напряжение определяется, как и для первого предельного состояния, но продольное напряжение $\sigma_{пр}$ рассчитывается от нормативных нагрузок и воздействий, а кольцевое $\sigma_{кц}$ – от рабочего (нормативного) давления. Причем перемещения трубопровода при подземной прокладке не ограничиваются при условии обеспечения его прочности и сохранения значения защитного слоя грунта над трубопроводом, принятого по проекту.

3.2. Расчетные схемы для основных несущих элементов линейной части трубопроводов

Конструктивно-силовая схема линейной части магистрального подземного трубопровода (совокупность связанных между собой силовых элементов) в основном состоит из следующих частей: прямолинейного участка, упругоискривленного участка, криволинейного участка из гнутых труб, стыка, сварного колена, тройника.

По геометрическому типу эти элементы при выборе расчетной схемы можно подразделить на тонкостенную оболочку, брус или жесткую нить, как указано в [6].

В зависимости от условий нагружения, опирания элементы трубопровода приводятся к следующим расчетным схемам: осесимметрично нагруженная оболочка в упругой среде, стержень в упругой среде, балка на упругом основании, балка в жесткопластичной среде, брус малой кривизны в упругой среде, цилиндрическая оболочка с криволинейной осью, жесткая нить в упругой среде, сопряженные цилиндрические оболочки.

Рассмотрим расчетные схемы основных элементов трубопровода.

Прямолинейный участок

При определении кольцевых напряжений прямолинейный участок трубопровода рассматривается как тонкостенная цилиндрическая оболочка, нагруженная осесимметричной нагрузкой (внутренним давлением).

При нормальной глубине заложения трубопровода $H = (0,8 \dots 1)$ м кольцевые напряжения от давления грунта, как правило, не учитываются, так как они не превышают величины внутреннего давления. Однако при больших глубинах заложения ($H \geq 20$ м), переходах через реки возникает необходимость в учете кольцевых напряжений от давления воды и грунта. В этом случае расчетная схема трубопровода приводится к тонкостенному кольцу, нагруженному давлением грунта и воды на половине окружности и силами упругого отпора грунта в интервале центрального угла β от $\pi/4$ до $(7/4)\pi$. Расчетная схема приведена на (рис. 3.1, а).

При определении продольных напряжений прямолинейный участок по принципу общности расчетных схем может быть классифицирован следующим образом:

- прямолинейный трубопровод в грунте, в котором просадки невозможны;
- прямолинейный трубопровод в грунте, в котором просадки невозможны и действуют сосредоточенные силы (пригрузка);

- прямолинейный трубопровод в грунте, в котором возможны просадки (переход через реки с возможным размывом русла под трубопроводом, трубопровод на оползневых участках и в вечномёрзлых грунтах);
- прямолинейный участок, сооруженный в горах (на значительных уклонах).

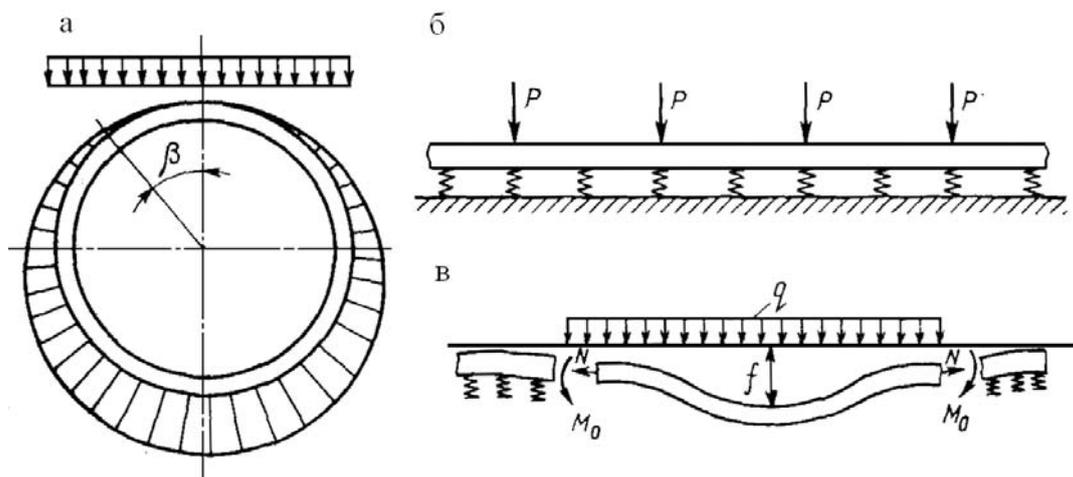


Рис. 3.1. Расчетные схемы: а – кольца; б – прямолинейного участка второго типа; в – прямолинейного участка третьего типа

Участок первого типа рассматривается обычно как цилиндрическая оболочка бесконечной длины, которая подвергается действию внутреннего давления и температуры.

Расчетная схема участка второго типа по сравнению со схемой участка первого типа дополняется бесконечной длины балкой на упругом основании, нагруженной сосредоточенными силами. Определяя изгибные напряжения, не следует принимать во внимание нагрузки, которые должны быть исключены при нормальной эксплуатации трубопровода.

Расчетная схема участка второго типа приведена на рис. 3.1, б.

Аналогичное замечание можно высказать по поводу того, что в рассматриваемых расчетных схемах нецелесообразно учитывать строительные дефекты (вмятины, забоины, царапины и т. п.), влияние которых на надежность системы должно уменьшаться в результате повышения качества строительства.

Для участков трубопровода третьего типа расчетная схема может быть приведена к виду, представленному на рис. 3.1, в. Схема состоит из средней, провисающей части трубопровода и двух сопряженных с ней полубесконечных участков, представляющих собой балки на упругом основании. При малых прогибах провисающей части ($f \geq 0,001$) последнюю можно рассматривать как балку, а при более значительных прогибах – как жесткую нить, т. е. следует учитывать наличие продоль-

ных сил наряду с изгибающим моментом. В некоторых случаях (медленное движение оползня) среднюю часть трубопровода целесообразно рассматривать как жесткую нить в упругой среде с коэффициентом постели значительно меньшим, чем на боковых участках.

При определении продольных напряжений в сечениях трубопровода, сооруженного на значительных уклонах, его следует рассматривать как стержень в упругой среде (рис. 3.2). При этом учитываются дополнительные усилия от веса трубы, продукта, грунта.

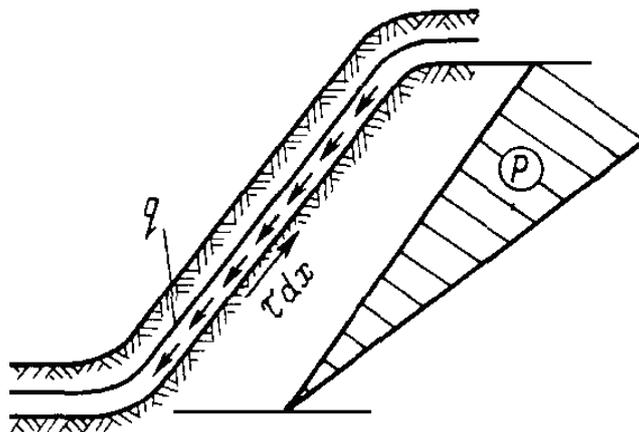


Рис. 3.2. Расчетная схема стержня в упругой на сдвиг среде

Как видно из приведенного анализа, несмотря на разнообразие условий, в которых работают прямолинейные участки трубопровода, и обилие нагрузок, действующих на них, все случаи могут быть приведены к четырем основным расчетным схемам.

Упругоискривленный участок

Упругоискривленный участок при определении кольцевых напряжений рассматривается как прямолинейная и тонкостенная оболочка, а при определении продольных напряжений – как брус малой кривизны.

Продольные напряжения зависят от свойств грунта, в котором расположен криволинейный участок. Здесь обычно рассматриваются два случая, которым соответствуют две расчетные схемы:

- трубопровод не перемещается в радиальном направлении (этот случай соответствует укладке трубопровода в скальный грунт);
- трубопровод перемещается в радиальном направлении, испытывая при этом упругое сопротивление грунта.

В первом случае трубопровод рассматривается как брус малой кривизны, нагруженный на концах изгибающими моментами (случай чистого изгиба). Следует отметить, что такая расчетная схема не полностью отражает действительные условия нагружения упругоискривленного участка, так как после засыпки участок находится в равновесии не

под действием изгибающих моментов, приложенных на концах участка, а под действием неравномерно распределенных по длине участка нормальных сил взаимодействия с породой. Во втором случае расчетная схема упругоискривленного участка может быть представлена как брус малой кривизны на упругом основании, изображенная на рис. 3.3.

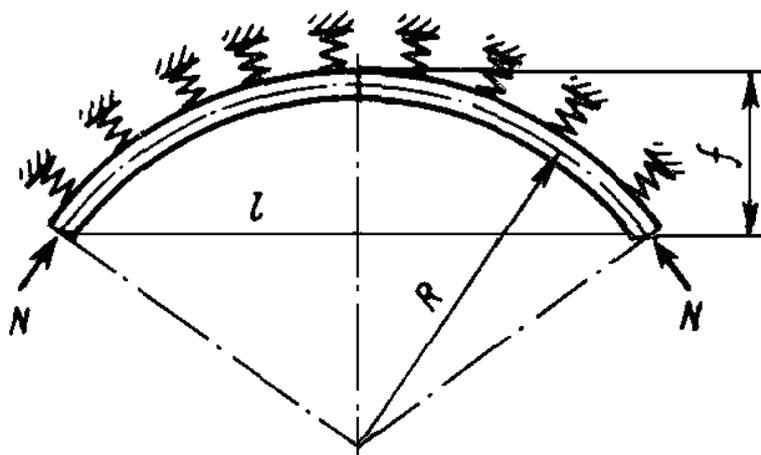


Рис. 3.3. Расчетная схема упругоискривленного участка

Необходимо отметить, что рассмотренные элементы трубопровода нуждаются при наличии температурных воздействий в проверке на устойчивость. При определении критических сил трубопровод рассматривается как балка на упругом основании (показана на рис. 3.4, а) или как брус в жесткопластической среде (показана на рис. 3.4, б). Действительная расчетная схема грунта занимает некоторое промежуточное положение.

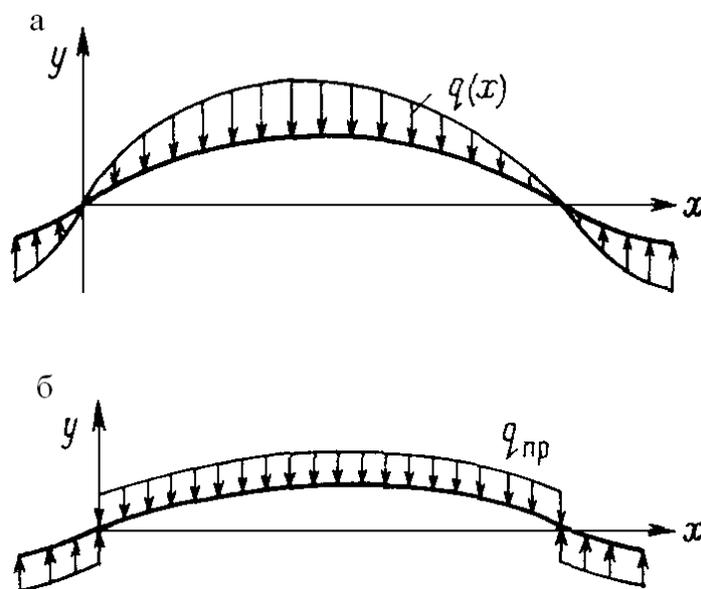


Рис. 3.4. Расчетная схема при определении критических сил:
а – трубопровод как балка на упругом основании; б – трубопровод как брус
в жесткопластической среде

Криволинейный участок из гнутых труб

В криволинейных трубах возникают продольные и кольцевые напряжения под действием давления и сил, сплющивающих поперечное сечение. Колена такого типа представляют собой замкнутую по θ тонкостенную торообразную оболочку, изображенную на рис. 3.5.

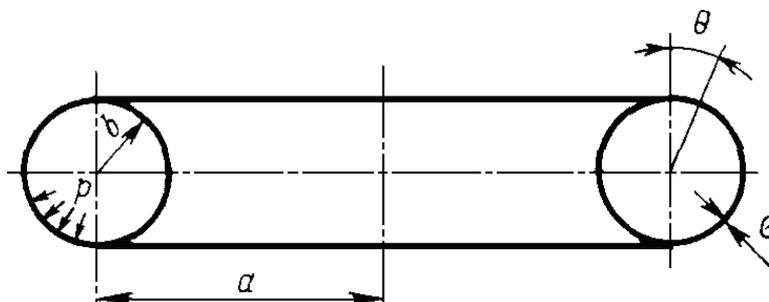


Рис. 3.5. Расчетная схема участка на действие внутреннего давления

При условии, что $\lambda^3 > 5 \dots 6$, где

$$\lambda = \sqrt[3]{12(1-\mu^2)}(\alpha\beta)^{1/3}; \quad \alpha = b/a; \quad \beta = b/\delta, \quad (22)$$

где μ – коэффициент Пуассона, и при значениях α , не очень близких к единице, для определения кольцевых и продольных напряжений от действия внутреннего давления можно воспользоваться безмоментной теорией.

При определении продольных напряжений от действия изгибающего момента колена следует рассматривать как тонкостенную оболочку кольцевого сечения, нагруженную изгибающими моментами (чистый изгиб). При решении задачи целесообразно воспользоваться гипотезой плоских сечений, схематичное изображение которых представлено на рис. 3.6, а. Кроме того, необходимо учитывать деформацию контура поперечного сечения трубы, возникающую вследствие эффекта Кармана, изображенного на рис. 3.6, б. Решение может быть осуществлено на основании теории тонких оболочек с учетом упрощений, вносимых полубезмоментной теорией.

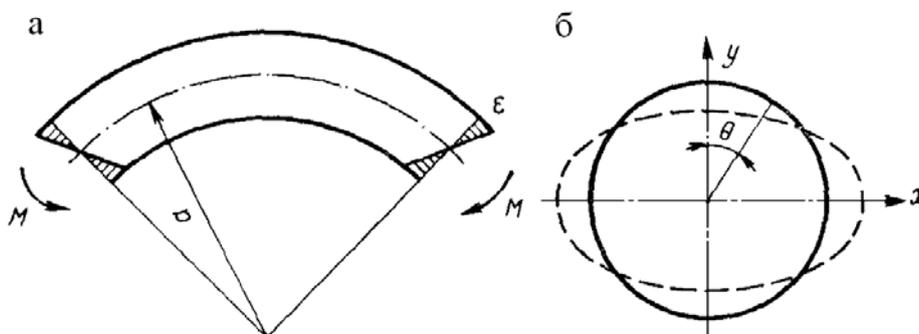


Рис. 3.6. Расчетная схема участка на изгиб: а – с учетом гипотезы плоских сечений; б – с учетом эффекта Кармана

Тройник

При определении напряженно-деформированного состояния тройникового соединения необходимо рассматривать несколько расчетных схем в зависимости от геометрии тройника и условий нагружения. Так, при радиальном присоединении патрубка к основной трубе и нагружении внутренним давлением обычно рассматриваются бесконечно длинные круговые цилиндрические оболочки (длины оболочек – это зоны красного эффекта, возникающего в месте их сопряжения) с граничными условиями на концах в виде равномерно распределенных нормальных сил в поперечном сечении (рис 3.7). В зависимости от диаметров патрубка и основной трубы линия пересечения может быть принята как плоская кривая, представляющая собой окружность (при отношениях диаметров патрубка и основной трубы менее 1:3), а при больших размерах патрубка – как кривая, изогнутая из плоскости по цилиндрической поверхности основной трубы. Таким образом, имеем две расчетные схемы (исходя из геометрии соединения, толщины соединяемых оболочек одинаковы), исследование которых можно вести поэлементно: вначале выполнить расчет основного цилиндра, а затем – расчет патрубка с учетом сопряжения по линии пересечения.

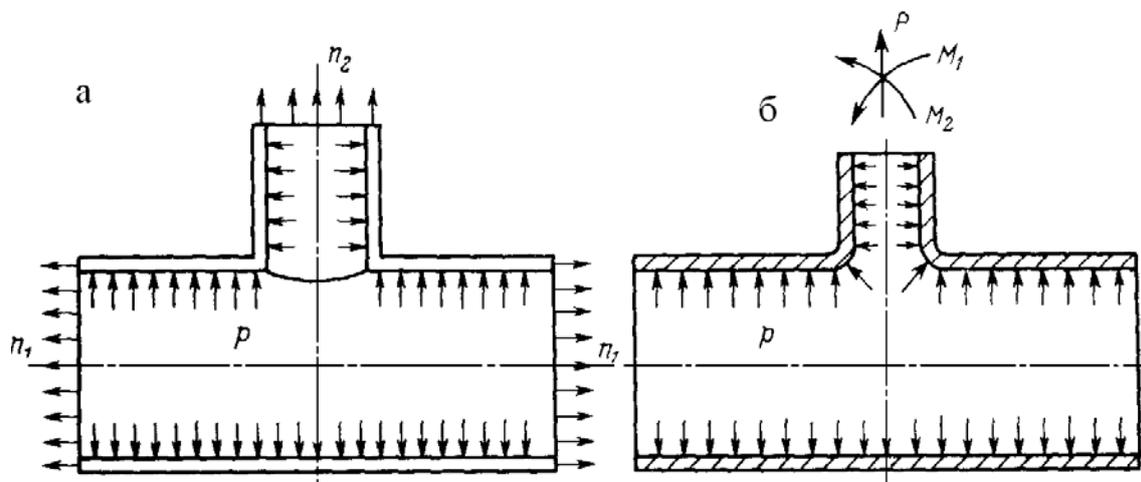


Рис. 3.7. Расчетная схема тройника, нагруженного внутренним давлением: а – без отбортовки; б – с отбортовкой (граничные условия на торцах не показаны)

На патрубок тройника обычно передаются и все внешние нагрузки от присоединенного к нему трубопровода, возникающие в результате температурной деформации, весовых нагрузок и т. д. В общем случае нагружения на патрубок могут передаваться одновременно шесть силовых факторов, рассмотрение которых в совокупности представляет весьма сложную задачу. Исходя из конструктивных особенностей магистрального трубопровода, наибольший интерес представляют действие изгибающих моментов на патрубок в плоскости тройника и перпенди-

кулярной плоскости, а также действие продольной силы. Конструктивная часть расчетной схемы в этом случае не изменится, но новыми будут граничные условия, отражающие определенный вид внешней нагрузки.

Если основная труба имеет отбортовки, то расчетная схема такой конструкции строится для сочетания трех тонкостенных оболочек равной толщины. Внешние нагрузки принимаются такими же, как и в обычном тройнике: избыточное внутреннее давление, изгибающие моменты, продольная сила. Причем, исходя из геометрии соединения (при отношениях диаметров патрубка и основной трубы меньше 1:3), следует рассматривать ось тора как плоскую кривую, представляющую собой окружность; при больших отношениях диаметров необходимо построить другую расчетную схему с учетом искривления оси тора.

Исследование напряженно-деформированного состояния тройника обычно ведется с использованием моментной теории оболочек.

Угловое колено

Основными нагрузками на угловое колено трубопровода являются внутреннее давление и изгибающие моменты, действующие по торцам углового колена в его и в перпендикулярной плоскостях.

В качестве расчетной схемы углового колена обычно принимается сочленение двух скошенных по одному краю тонкостенных оболочек, подверженных указанным нагрузкам (рис. 3.8).

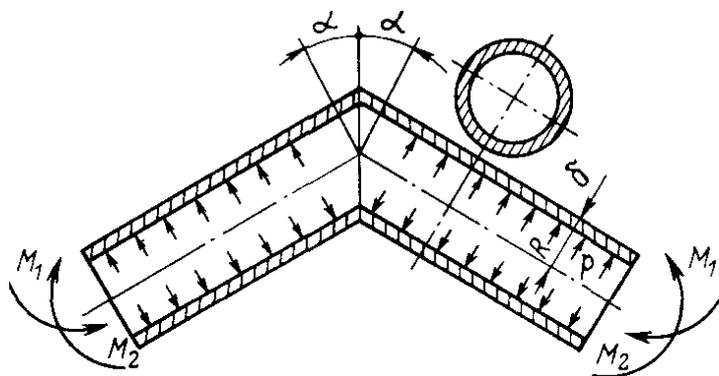


Рис. 3.8. Расчетная схема углового колена

Напряженно-деформированное состояние углового колена определяется, как правило, с использованием моментной теории тонкостенных цилиндрических оболочек. Отдельным расчетным элементом на всех участках линейной части трубопровода следует считать сварное соединение труб–стык, показанное на рис. 3.9, так как его напряженно-деформированное состояние зависит не только от условий, которые определяют напряженно-деформированное состояние участка, но и от овальности и несоосности труб из-за разной толщины, от ширины зазо-

ра при сварке и т. д. Наиболее перспективным методом расчета напряженно-деформированного состояния данного несущего элемента является метод конечных элементов.

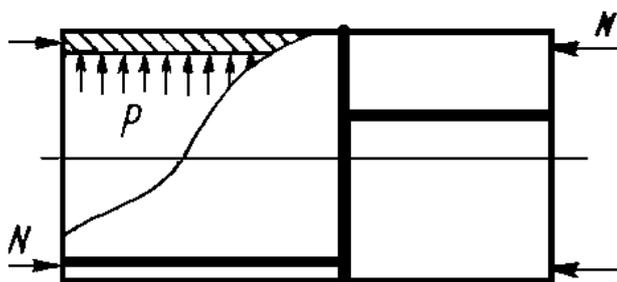


Рис. 3.9. Расчетная схема стыка

3.3. Расчет напряжений в стенке трубопровода

1. Произведем расчет эквивалентных напряжений в стенке участка трубопровода, находящегося под действием внутреннего давления перекачиваемой жидкости. Участок трубопровода изображен на рис. 3.10.

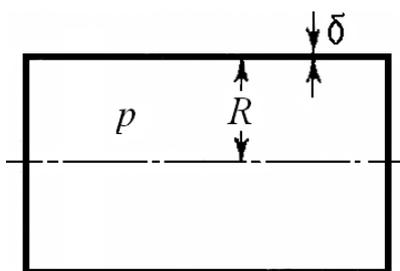


Рис. 3.10. Расчетная схема

2. Данные для расчета:

- внутреннее давление $p = 3 \cdot 10^6$ Па;
- диаметр трубопровода $D = 1020$ мм;
- толщина стенки $\delta = 14$ мм.

3. Расчет ведем по методике, изложенной в [7]. Вычислим внутренний радиус трубопровода:

$$R = \frac{D}{2} - \delta = \frac{1,02}{2} - 0,014 = 0,51 - 0,014 = 0,496 \text{ м.} \quad (23)$$

4. Отсекаем поперечным сечением часть трубопровода и составляем для него уравнение равновесия:

$$P = \sigma_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \delta, \quad (24)$$

где σ_m – продольные напряжения в трубопроводе, Па;

R – внутренний радиус трубопровода, м;

δ – толщина стенки трубопровода, м.

Продольные напряжения, возникающие в трубопроводе, изображены на рис. 3.11.

Если на какую-либо поверхность действует равномерно распределенное давление, то, независимо от формы поверхности, проекция равнодействующих сил давления на заданную ось равна произведению давления p и площади поверхности, перпендикулярной заданной оси трубопровода.

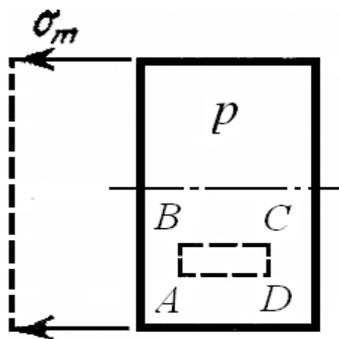


Рис. 3.11. Схема отсеченной части трубопровода

Отсюда можно записать

$$P = \pi \cdot R^2 \cdot p, \quad (25)$$

где P – осевая составляющая сил давления, Н;

R – внутренний радиус трубопровода, м;

p – внутреннее давление, Па.

Приравнявая левые части в уравнениях (24) и (25), получим продольные напряжения

$$\sigma_m = \frac{p \cdot R}{2 \cdot \delta} = \frac{3 \cdot 10^6 \cdot 0,496}{2 \cdot 0,014} = 53 \cdot 10^6 \text{ Па} = 53 \text{ МПа}. \quad (26)$$

5. Для нахождения кольцевых напряжений воспользуемся известной формулой Лапласа

$$\frac{p}{\delta} = \frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t}, \quad (27)$$

где ρ_m – радиус кривизны дуги меридиана срединной поверхности, м;

ρ_t – радиус кривизны нормального сечения, м;

σ_t – значение кольцевых напряжений, Па.

Для трубопровода $\rho_m = \infty$, $\rho_t = R$. Поэтому из формулы (27) находим значение кольцевых напряжений:

$$\sigma_t = \frac{p \cdot R}{\delta} = \frac{3 \cdot 10^6 \cdot 0,496}{0,014} = 106 \cdot 10^6 \text{ Па} = 106 \text{ МПа}. \quad (28)$$

Так как элемент $ABCD$, выделенный из цилиндрической оболочки, находится в двухосном напряженном состоянии, изображенном на рис. 3.12, то

$$\sigma_1 = \sigma_t, \sigma_2 = \sigma_m, \sigma_3 = 0,$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – три главных напряжения (с учетом, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$).

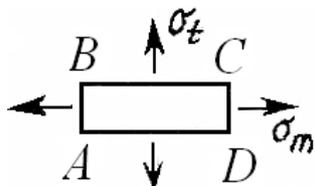


Рис. 3.12. Элемент стенки трубопровода

6. Эквивалентное напряжение найдем, используя теорию предельных состояний Мора

$$\sigma_{\text{экр}} = \sigma_1 - \kappa \cdot \sigma_3, \quad (29)$$

где κ – отношение предела текучести при растяжении к пределу текучести при сжатии.

Для стали принимаем $\kappa = 1$. Отсюда эквивалентные напряжения равны

$$\sigma_{\text{экр}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 106 \cdot 10^6 - 0 = 106 \cdot 10^6 \text{ Па} = 106 \text{ МПа}.$$

Отсюда делаем вывод, что полученные эквивалентные (равноопасные) напряжения равны кольцевым напряжениям, возникающим в поперечном сечении трубопровода.

4. МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАГИСТРАЛЬНЫХ НЕФТЕПРОВОДОВ

Для выполнения задачи оценки напряженно-деформированного состояния в условиях эксплуатации применяются различные методы:

- натурные наблюдения и съемки пространственного положения трубопровода с последующей аналитической оценкой его напряженно-деформированного состояния (НДС);
- оценка уровня действующих напряжений в стенках трубопровода методами и средствами неразрушающего контроля (магнитный метод, акустический, вихретоковый и др.);
- натурные методы тензометрирования, выполняемые в полевых условиях.

4.1. Методы неразрушающего контроля

К основным методам неразрушающего контроля можно отнести: магнитные, акустические методы контроля, контроль методами вихревых токов и просвечивания.

1. *Магнитные методы контроля* основаны на регистрации магнитных полей рассеяния, возникающих над дефектами, или на определении магнитных свойств контролируемых изделий. Магнитные методы контроля классифицируют по способам регистрации магнитных полей рассеяния или определения магнитных свойств контролируемых изделий. Классификация приведена на рис. 4.1.

Для выявления дефектов типа нарушений сплошности металла в ферромагнитных изделиях применяют все магнитные методы, подробно изложенные в работе [8].

Кроме обнаружения дефектов типа несплошностей материала (трещин, волосовин, закатов, флокенов и др.), магнитные методы позволяют решать задачи исследования структуры, определять качество термообработки деталей, наличие и количество остаточного аустенита, магнитную анизотропию, контролировать процесс распада твердого раствора и дисперсионного твердения, определять механические характеристики ферромагнитных сталей и чугунов по изменению их магнитных характеристик, а также контролировать толщину цементированного или азотированного слоев и толщину слоев поверхностной закалки изделий.

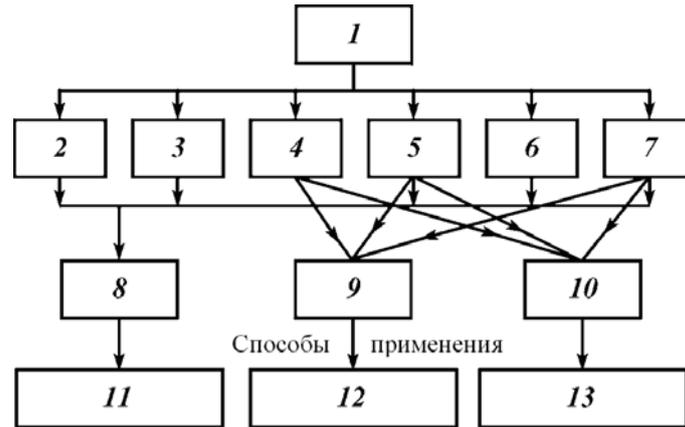


Рис. 4.1. Классификация магнитных методов и области применения:
 1 – магнитные методы контроля; 2 – магнитопорошковый;
 3 – магнитографический; 4 – феррозондовый; 5 – преобразователя Холла;
 6 – индукционный; 7 – пондеромоторный; 8 – дефектоскопия;
 9 – измерение толщины; 10 – контроль за структурой и механическими свойствами; 11 – определение поверхностных и подповерхностных дефектов типа нарушений сплошности металла в ферромагнитных изделиях; 12 – определение толщины немагнитных и слабомагнитных покрытий на ферромагнитных изделиях, толщины азотированного и цементированного слоев, слоя поверхностной закалки; 13 – определение качества термообработки, количества магнитной фазы в немагнитных сплавах, механических характеристик ферромагнитных сталей, остаточного аустенита, магнитной анизотропии

2. С помощью акустических методов в заготовках и изделиях, изготовленных практически из любых материалов, можно обнаруживать поверхностные и внутренние дефекты, представляющие собой нарушение сплошности, неоднородность структуры, зоны поражения межкристаллитной коррозией, дефекты склейки, пайки, сварки и т. п. Акустические методы позволяют измерять геометрические параметры, например толщину при одностороннем доступе к изделию, а также физико-механические свойства материалов без их разрушения.

В последнее время эти методы с успехом используют для изучения кинетики начальной стадии разрушения образцов и изделий при усталостных испытаниях в работах [8, 9, 10].

На рис. 4.2 показаны области применения акустических методов неразрушающего контроля.

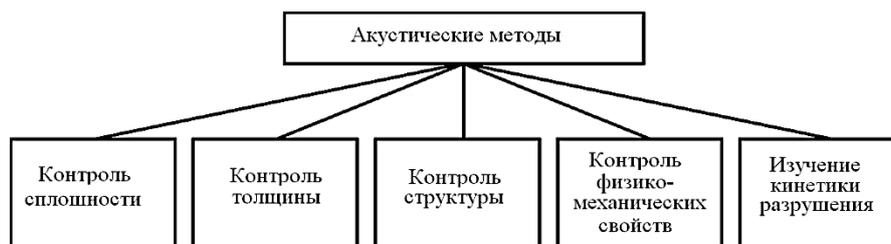


Рис. 4.2. Области применения акустических методов

Важным преимуществом акустических методов является возможность их применения для контроля элементов конструкций в условиях эксплуатации без их демонтажа, особенно в тех случаях, когда требуется обеспечить надежную работу дорогостоящих и уникальных объектов, а также машин и конструкций ответственного назначения.

К преимуществам контроля акустическими методами относятся:

- высокая чувствительность, позволяющая выявлять мелкие дефекты;
- большая проникающая способность, позволяющая обнаруживать внутренние дефекты в крупногабаритных изделиях;
- возможность определения места и размеров дефекта;
- практически мгновенная индикация дефектов, позволяющая автоматизировать контроль;
- возможность контроля при одностороннем доступе к изделию;
- простота и высокая производительность контроля;
- полная безопасность работы оператора и окружающего персонала.

К недостаткам акустических методов относятся необходимость разработки специальных методик контроля деталей отдельных типов, необходимость сравнительно высокой частоты обработки поверхности контролируемых объектов и наличие мертвых зон, снижающих эффективность контроля.

3. При контроле *методом вихревых токов* (МВТ) в работах [8, 9] используют зависимость амплитуды, фазы, траекторий, переходных характеристик и спектра частот токов, возбуждаемых в изделии, от его формы и размеров, физико-механических свойств и сплошности материала, расстояния до датчика, частоты и скорости перемещений, в том числе вибрации.

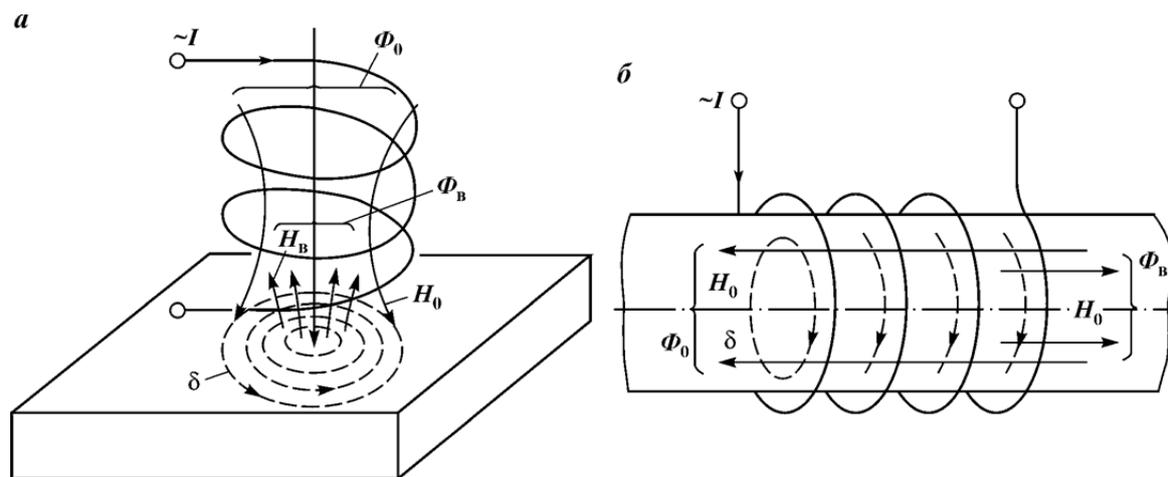


Рис. 4.3. Линии напряженности магнитных полей H_0 , $H_в$ и плотности вихревых токов δ при контроле с помощью накладных (а) и проходных (б) датчиков

Для контроля все изделие и его часть помещают в поле датчика, схематично изображенного на рис. 4.3. Вихревые токи (ВТ) возбуждают переменным магнитным потоком Φ_0 . Информацию о свойствах изделия датчик получает через магнитный поток Φ_B , созданный ВТ, с плотностью δ . Векторы напряженности возбуждающего поля H_0 и поля ВТ H_B направлены навстречу друг другу; ЭДС в обмотке датчика пропорциональна разности потоков $\Phi_0 - \Phi_B$.

К особенностям МВТ относятся:

- возможность проверки большого числа параметров изделия;
- возможность проверки слоев материала небольшой толщины;
- отсутствие необходимости электрического и даже механического контакта датчика с изделием;
- большая скорость и незначительная трудоемкость контроля;
- сравнительная простота реализации дистанционного контроля деталей, установленных в малодоступных местах машин;
- возможность измерения толщины листа, стенки труб и деталей при одностороннем доступе;
- электрическая природа сигнала, быстрдействие, что позволяет легко автоматизировать контроль;
- возможность контроля быстро движущихся изделий.

4. Методы просвечивания оптически непрозрачных объектов основаны на законе ослабления интенсивности излучения, проходящего через контролируемый объект. Интенсивность излучения меняется в зависимости от плотности материала и толщины.

Схема просвечивания рентгеновским излучением показана на рис. 4.4.

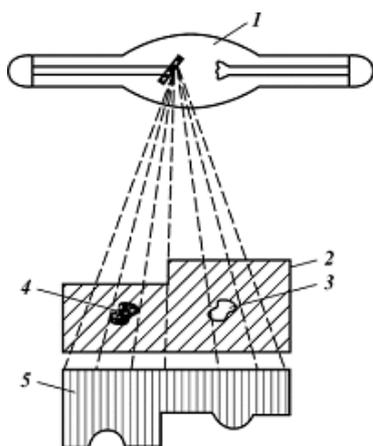


Рис. 4.4. Схема просвечивания:

- 1 – источник излучения;
- 2 – контролируемый объект;
- 3 – раковина;
- 4 – плотное включение;
- 5 – эюра интенсивности излучения за объектом

По результатам измерения интенсивности излучения за объектом определяют наличие в нем дефектов (раковин, включений и т. д.).

Классификация методов просвечивания по используемым видам ионизирующего излучения приведена на рис. 4.5 [8, 11].



Рис. 4.5. Классификация радиационных методов неразрушающего контроля

Способы регистрации радиационных изображений подразделяются на три группы:

- 1) радиографические;
- 2) радиоскопические, называемые способами радиационной интроскопии;
- 3) радиометрические.

4.2. Тензометрирование

Первые два метода определения напряженно-деформированного состояния трубопроводов носят эпизодический характер и не применимы для контроля НДС в реальном масштабе времени или с высокой периодичностью, а также требуют дорогостоящего высококвалифицированного персонала.

Реализация метода тензометрирования позволяет определять НДС в реальном масштабе времени и с любой заданной периодичностью.

Интеллектуальная вставка (ИВ) позволяет осуществить этот контроль как в режиме реального времени, так и в режиме посещений, как указано в [12]. Основным назначением интеллектуальной вставки является контроль механических напряжений, возникающих на пересечении опасных участков трубопровода.

Контроль напряжений осуществляется в четырех контрольных точках: снизу, сверху, справа и слева трубы по направлению перекачки. В результате этого полученные данные позволяют полностью зарегистрировать напряженно-деформированное состояние трубопровода как в месте установки ИВ, так и на примыкающих к ней участках.

Проблемы, возникавшие при применении метода тензометрирования в полевых условиях, полностью решены благодаря переносу работ по монтажу датчиков на патрубке в заводские условия, где могут быть реализованы недоступные в трассовых условиях технологии

и конструктивные решения. Кроме того, появилась возможность проведения тарировки всей измерительной системы «патрубок – датчик – вторичный преобразователь» и, как следствие, решения проблемы «нулевого НДС».

При разработке «интеллектуальной вставки» проанализирован и учтен опыт аналогичных работ, проведенных в Германии, что позволило существенно увеличить точность определения НДС в стенке металла трубопровода и оптимизировать технико-экономические показатели системы.

Патрубок, изготовленный из соответствующей трубы и прошедший тарировку в диапазоне рабочего давления, является измерительным элементом. При этом значительно повышается точность измерений, так как при тарировке ликвидируются все погрешности, связанные с геометрией патрубка, отклонениями толщины его стенок, разбросом характеристик датчиков и передаточных характеристик вторичных преобразователей.

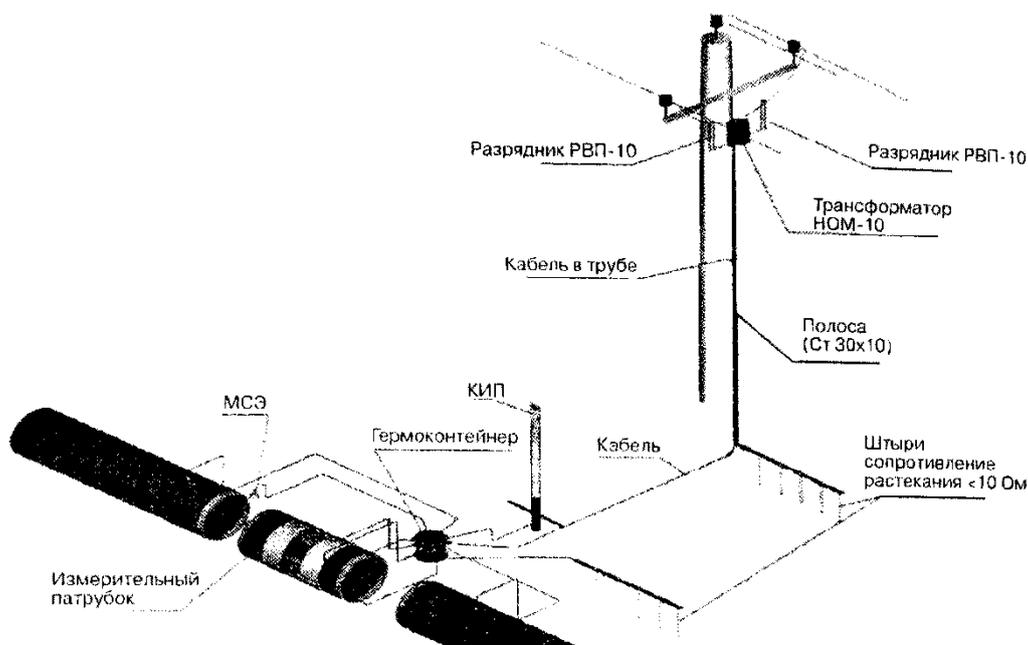


Рис. 4.6. Схема установки «интеллектуальной вставки» на трассе магистрального трубопровода

Конструктивно состав «интеллектуальной вставки» представлен на рис. 4.6:

- измерительный патрубок, оборудованный комплектом привариваемых высокостабильных тензорезисторов, обеспечивающих измерение деформаций в трех направлениях;
- термоконтейнер с комплектом вторичных преобразователей и процессором, который обеспечивает измерение сигналов тензорезисторов, тока и защитного потенциала электрода сравнения;
- контрольно-измерительный пункт (КИП).

5. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ МАГИСТРАЛЬНЫХ НЕФТЕПРОВОДОВ

5.1. Постановка задач теории упругости

Будем считать, что нам известны геометрическая конфигурация, физико-механические свойства материала конструкций находящейся в эксплуатации промышленной трубопроводной системы и параметры обобщенных всехсиловых факторов. Под обобщенными силовыми факторами здесь подразумеваются все воздействия, приводящие к возникновению в трубопроводах статического НДС (например, давление транспортируемого газа, температурный перепад, вынужденное смещение от проектного положения и т. п.).

Предполагается, что основными источниками исходных данных являются проектная, строительная и эксплуатационная документация, результаты проведенных паспортизации, технической диагностики, инженерных изысканий, а также, в случае необходимости, специально выполненные дополнительные исследования.

На основании исходной информации требуется провести анализ сложного НДС как всей трубопроводной системы в целом, так и отдельных ее элементов, оценить реальную прочность наиболее нагруженных участков и определить соответствие расчетных запасов прочности этих участков требуемым нормативам.

В общей постановке, как указано в работе [13], задача определения НДС пространственной конструкции, при действии статических нагрузок, является краевой задачей механики деформируемого твердого тела (МДТТ) и сводится к решению системы, состоящей из дифференциальных уравнений равновесия (уравнений Навье), геометрических соотношений (уравнений Коши, устанавливающих связь между перемещениями и деформациями, и уравнений совместности деформаций Сен-Венана), физических уравнений (определяющих связь между напряжениями и деформациями), при заданных граничных условиях.

Математическая форма записи этих уравнений зависит от выбора координатной системы в трехмерном пространстве. Для упрощения выкладок, не нарушая общности рассуждений, рассмотрим декартову систему координат. Тогда система уравнений имеет следующий вид [13]:

- уравнение равновесия Навье:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0; \quad (30)$$

- уравнение Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (u_{i,j} + u_{j,i}); \quad (31)$$

- уравнение совместности деформаций Сен-Венана:

$$\varepsilon_{ki,jl} + \varepsilon_{lj,ik} - \varepsilon_{li,jk} - \varepsilon_{kj,il} = 0, \quad (32)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений;

ε_{ij} – компоненты тензора деформаций;

u_i – компоненты вектора смещений;

F_i – компоненты вектора объемных сил;

j – оператор $\frac{\partial}{\partial x_j}$;

$i, j, k, l = 1, 2, 3$.

В выражении (30) и далее по повторяющимся индексам проводится суммирование.

Для замыкания системы (30)–(32) необходимо добавить физические уравнения, вид которых определяется используемыми математическими моделями, строящимися на основании экспериментального исследования макроскопических физико-механических свойств материалов.

Одной из наиболее простых математических моделей является модель, построенная в предположении линейно-упругого поведения материала при нагружении. В линейно-упругой модели напряжения и деформации линейно связаны друг с другом, а соответствующее уравнение такой связи (закон Гука) в общем виде выглядит так [14]:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}, \quad (33)$$

где E_{ijkl} – тензор упругости.

Опытные данные показывают, что все стали, используемые для изготовления промышленных трубопроводов, обладают свойством изотропии своих физико-механических свойств в достаточно хорошем приближении. Кроме того, при малых деформациях они, как и большинство конструкционных материалов, следуют закону Гука. Поэтому в случае физического обоснования малости ожидаемых деформаций либо в других строго обоснованных случаях при анализе НДС промышленной трубопроводной системы можно использовать линейно-упругую модель материала трубных сталей, не снижая точности результатов и существенно уменьшая трудоемкость и время проведения расчетов. В качестве независимых параметров упругих характеристик материала удобно использовать модуль Юнга (E)

и коэффициент Пуассона (ν) (либо модуль сдвига – G), значения которых для трубных сталей имеются в справочной литературе.

Для учета тепловых деформаций, возникающих вследствие изменения температуры стенки трубопроводов в процессе эксплуатации и не являющихся упругими, вместо выражения (33) необходимо использовать соотношение Дюамеля–Неймана, полученное из опытного факта аддитивности упругих и температурных деформаций:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \cdot (\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl} \cdot \Delta T), \quad (34)$$

где α_{kl} – тензор коэффициентов температурного расширения;

ΔT – изменение температуры.

Если материал изотропен, то тензор коэффициентов температурного расширения шаровой, т. е. $\alpha_{kl} \neq 0$ только при $k = l$, $\alpha_{kk} = \alpha$, ($k = 1, 2, 3$). Если изменение температуры стенок трубопровода не превышает 150 °С, можно считать, что α не зависит от T и, следовательно, является коэффициентом линейного расширения материала. Информация по значениям коэффициентов линейного расширения трубных сталей, а также их зависимостям от температуры имеется в справочной литературе.

Линейно-упругое поведение материала трубопроводов наблюдается лишь при малых (обратимых) деформациях. Дальнейшее увеличение нагрузки приводит к тому, что в металле труб появляются необратимые пластические деформации, развитие которых и приводит к разрушению трубопроводной конструкции.

Для адекватной оценки прочности промышленных трубопроводов, при анализе предельных состояний, необходимо надлежащим образом учитывать нелинейные пластические свойства трубных сталей. Кроме того, даже в случае, когда деформации трубопроводной конструкции малы и не выходят за пределы упругой области, реальную расчетную картину НДС подземных участков трубопроводов можно получить лишь с учетом нелинейного (обусловленного пластикой) сопротивления окружающего их грунта.

Все эти явления можно с приемлемой точностью моделировать, используя математические модели, описывающие поведение упруго-пластических сред. В общем случае уравнение поверхности нагружения для упругопластических материалов имеет вид [15]

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, T, \chi_i) = 0, \quad (35)$$

где ε_{ij}^p – компоненты тензора пластических деформаций;

T – температура;

χ_i – параметры материала, определяющие закон его упрочнения.

Конкретные модели упругопластических сред, применяемые для анализа прочности промышленных трубопроводов, будут рассмотрены позже.

Кроме физической нелинейности свойств материалов при анализе предельных состояний трубопроводов необходимо также учитывать геометрическую нелинейность больших пластических деформаций. Для этого линейные соотношения Коши (31), полученные в предположении малых деформаций, заменяются нелинейными уравнениями Грина, учитывающими в выражениях для компонента тензора деформаций слагаемые второго порядка [13]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j}). \quad (36)$$

Соответственно, в декартовой системе координат изменяется вид и выражение (32).

Уравнения (30)–(32) составляют замкнутую систему, полностью определяющую статическое НДС трехмерной конструкции. Данная система может быть решена, если заданы граничные условия на поверхности:

$$u_i = u_i^*, \quad x \in S_1; \quad (37)$$

$$\sigma_{ij} \cdot n_j = T_i, \quad x \in S_2, \quad (38)$$

где T_j – компоненты вектора поверхностных сил;

n_i – компоненты вектора нормали к граничной поверхности;

$S = S_1 + S_2$ – граничная поверхность;

x – точка в трехмерном пространстве.

Решение системы (30)–(33) можно вести разными путями, в зависимости от того, что, прежде всего, необходимо определить. Наиболее удобным способом является прямой метод перемещений, представленный в [14].

Примем за основные неизвестные смещения точек конструкции и представим их как функции пространственных координат. Тогда, используя геометрические соотношения (31), (32) и физическое уравнение (33), можно выразить напряжения через перемещения и подставить полученные выражения в уравнения равновесия (30).

Например, в случае линейно-упругой задачи и предположении о малости деформаций, метод перемещений приводит к уравнениям Ламе [13]:

$$(\lambda + \mu) \cdot \theta_i + \mu \cdot \Delta u_i + F_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (39)$$

где λ, μ – параметры Ламе $\left(\lambda = \frac{2 \cdot \nu \cdot G}{1 - 2 \cdot \nu}, \mu = G \right)$;

$\theta = u_{k,k}$ – объемное расширение;

Δ – оператор Лапласа.

Соответственно, интегрирование системы (34) с учетом граничных условий (32), (33) позволит определить все характеристики линейно-упругого НДС трехмерной конструкции.

5.2. Метод конечных элементов

Как уже отмечалось ранее, конструкции промышленных трубопроводных сетей представляют собой топологически сложные пространственные системы с множеством разветвлений, пересечений, тройников, отводов и т. д., находящихся в условиях действия многих нагрузок (внутреннее давление, неоднородное поле температур, реакции опор и т. д.). На современном уровне развития математического аппарата получение аналитических решений даже наиболее простых задач равновесия, например (34), для пространственных областей сложной формы невозможно. Поэтому единственным средством анализа трехмерного нелинейного НДС промышленных трубопроводных систем является использование численных методов для решения системы (30)–(33).

Одним из самых распространенных в настоящее время методов численного решения задач механики сплошных сред является МКЭ, представленный в работах [16, 17]. Это один из вариантов прямых вариационных методов, бурно развивающийся в последние десятилетия на волне роста производительности вычислительной техники и широко применяемый для решения, в первую очередь именно задач МДТТ.

Основными преимуществами использования МКЭ при численном анализе равновесия пространственных конструкций являются теоретически доказанная сходимость данного метода для эллиптических задач и возможность использования нерегулярных расчетных сеток, позволяющая моделировать тела сложной геометрической формы с требуемой точностью. Кроме того, для неоднородных конструкций, состоящих из конструктивных элементов с существенно различающимися механическими свойствами материалов, как правило, можно непосредственно применять лишь МКЭ [16].

Относительный недостаток МКЭ – это необходимость использования больших (например, по сравнению с методом конечных разностей) вычислительных ресурсов для достижения требуемой точности приближенного решения. Однако быстрое наращивание мощности современной вычислительной техники, развитие многопроцессорных систем и алгоритмов параллельного счета, в том числе и в области персональ-

ных компьютеров, делает этот недостаток несущественным, по сравнению с отмеченными преимуществами МКЭ.

Идея МКЭ проста. Разбив изучаемую область на конечное число элементов, задаются внутри каждого элемента некоторой функцией формы, позволяющей определять перемещения внутри элемента по перемещениям его узлов, являющихся местами стыков конечных элементов. Узловые перемещения берутся за неизвестные коэффициенты. Далее с учетом этих коэффициентов записывается, например, функционал энергии для всех элементов (всей изучаемой области), в результате минимизации которого получается система алгебраических уравнений, решение которой и есть приближенное решение исходной задачи. Естественно, что минимум функционала должен реализовываться в классе функций, удовлетворяющих краевым условиям на той части контура, на которой заданы перемещения.

Необходимо отметить, что метод конечных элементов обладает по сравнению с другими приближенными методами рядом преимуществ.

Действительно, только представление сплошной среды набором дискретных элементов, т. е. кусочно-непрерывное определение искомым полем, позволяет выявить такое существенное преимущество метода, как его индифферентность к сложной геометрии и различным граничным условиям. Так, с помощью метода конечных элементов не представляет особого труда рассмотрение граничных условий с разрывной поверхностной нагрузкой, а также смешанных граничных условий. Кроме того, разрешающие уравнения МКЭ образуют симметричные, положительно определенные ленточные матрицы, при которых эти уравнения легко решаются прямыми или итерационными методами. Отпадает необходимость в исследовании существования и единственности решений системы полученных уравнений. Уравнения для граничных элементов в МКЭ составляются так же, как и для внутренних, т. е. независимо от условий на контуре, что значительно облегчает процесс алгоритмизации. Метод конечных элементов позволяет рационально располагать расчетные узловые точки в исследуемой области, свободно сгущая их в местах большего градиента разрешающих функций. Более того, проводимая в МКЭ на физическом уровне дискретизация дает возможность эффективно применять этот метод при исследовании комбинированных систем. В частности, свойства материалов смежных элементов не должны быть обязательно одинаковыми, что позволяет использовать метод при расчете изделий, выполняемых из самых разнообразных конструкционных материалов. К достоинствам МКЭ следует отнести и минимум требований к исходной информации, и опти-

мальную форму результатов. Учет температурного влияния и работы конструкции не вносит в реализацию метода принципиальных затруднений.

Постановка метода конечных элементов возможна как в декартовых, так и в криволинейных ортогональных координатах, полученных путем конформного отображения кругового кольца на исследуемой сложной двухсвязной области, что позволяет практически полностью автоматизировать формирование в компьютере исходных данных в соответствии с характером конкретной задачи.

При использовании метода конечных элементов в криволинейных ортогональных координатах существенно повышается точность реализации краевых условий задачи, однако для ряда важных практических задач применение метода конечных элементов и в декартовых координатах дает уже вполне удовлетворительные результаты.

При решении объемной краевой задачи механики деформируемых тел методом конечных элементов исследуемое трехмерное тело разбивается на множество, например, криволинейных ортогональных параллелепипедов. Далее строятся матрицы жесткости для криволинейных объемов (ячеек), аппроксимирующих рассматриваемую трехмерную модель.

Следующим этапом решения задачи является использование известного или разработка нового алгоритма построения полной матрицы исследуемого тела. Таким образом, получают разрешающую систему алгебраических уравнений, которую можно решить одним из известных методов. Заметим, что форма ячеек, на которые разбивается трехмерное тело, является в достаточной степени произвольной, так как конфигурация верхнего и нижнего оснований аппроксимирующих параллелепипедов определяется видом функции. Вид этой функции заранее неизвестен и для каждого конкретного случая является различным. Это дает возможность говорить об универсальности метода конечных элементов.

В случае решения геометрически нелинейных плоских деформируемых тел исследуемый объект обычно разбивается на множество плоских криволинейных элементов в виде треугольников или четырехугольников, и тогда матрица таких элементов будет значительно проще, чем матрица криволинейных объемных элементов.

Необходимо отметить, что использование метода конечных элементов для решения геометрически нелинейных объемных и плоских задач механики деформируемых тел обладает рядом преимуществ по сравнению с другими численными методами, а именно: система криволинейных координат практически точно описывает исследуемую область; значительно облегчается построение операторов, автоматически

производящих локальные сужения аппроксимирующей сетки в предполагаемых местах концентрации напряжений; вне зависимости от формы границ им всегда соответствует одна из координатных линий, что создает известные удобства при реализации краевых условий.

При решении задач теории упругости методом конечных элементов почти всегда используется принцип минимума потенциальной энергии, записанный в перемещениях, однако указанный принцип не может быть использован при несжимаемом материале ($\mu = 0,5$), ибо в этом случае вычисления дают большую погрешность. Именно поэтому часто возникает необходимость иметь в распоряжении вариационный принцип, эквивалентный такой постановке задачи в перемещениях, которая справедлива для сжимаемых и несжимаемых материалов. Так, при решении задач теории упругости в случае действия массовых сил целесообразно использовать вариационный принцип Германна [17].

В настоящее время существует множество интерпретаций метода конечных элементов. Его трактуют как метод Ритца, метод Галеркина, различные модификации метода взвешенных невязок и т. д.

Дискретный аналог исходной задачи при применении МКЭ образует совокупность уравнений, описывающих деформативные свойства каждого элемента, уравнения совместности деформаций соседних элементов и уравнения, являющиеся следствием уравнений равновесия в вариационной форме.

В методе конечных элементов, как ни в каком другом методе численного анализа, гармонично проявляется синтез методов теории упругости, пластичности и т. п. и строительной механики в узком смысле слова, объединяющий отмеченные смежные разделы наук о твердом деформируемом теле в единую ветвь механики – строительной механики конструкции: самолета, ракеты, корабля, трубопровода и т. д.

В методе конечных элементов классические методы расчета сооружений – метод сил, перемещений и смешанный метод – оказались объединенными в единый универсальный метод, построенный на широком использовании матричного аппарата, весьма удобного как при записи промежуточных преобразований и окончательных выражений, так и при общении исследователя с современными вычислительными средствами, особенно при использовании для составления программ расчета на компьютере алгоритмических языков.

Рассмотрим порядок построения матричного алгоритма расчета прочностной задачи на простейшем примере статически определимых систем, изображенных на рис. 5.1.

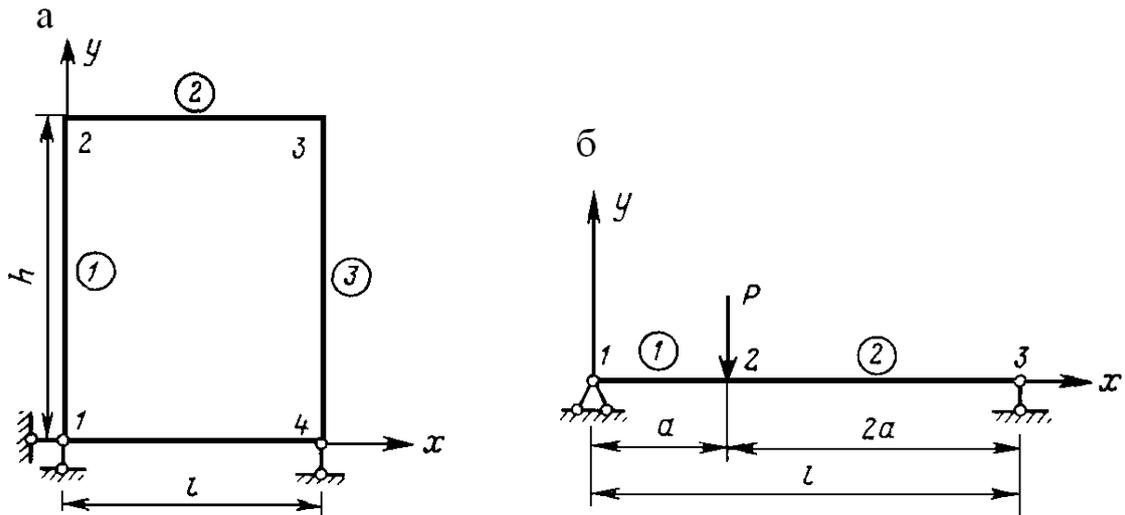


Рис. 5.1. Статически определимые системы: а – рама; б – балка

Понимая под узлами жесткое и шарнирное соединение стержней (элементов), а также сечения, в которых приложена внешняя нагрузка или задано расчетное сечение, пронумеруем узлы наших систем (от 1 до m). Для рамы $m = 4$, а для балки $m = 3$.

Понимая под стержнем элемент, соединяющий два смежных узла, пронумеруем стержни (от 1 до S). Для рамы $S = 3$, а для балки $S = 2$ (номера стержней выделены кружочками).

Полученные системы описываем прямоугольной матрицей, носящей название «структурная матрица» – S_c .

Число строк структурной матрицы соответствует числу узлов m , а число столбцов – числу стержней (элементов):

$$S_c = \begin{pmatrix} 1 & . & . & . & . & S \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ m & . & . & . & . & mS \end{pmatrix} \quad (40)$$

Началом стержня элемента будем считать узел с меньшим номером (в структурной матрице обозначен «1»), а концом – узел с большим номером (обозначен «-1»). Тогда каждый столбец структурной матрицы будет содержать только два элемента, отличные от нуля: «1» располагается в той строке, номер которой совпадает с номером узла и которая определяет начало стержня, а «-1» – в строке, определяющей конец стержня.

С помощью структурной матрицы S_c можно найти проекции длин элементов на координатные оси.

Сформируем для этого матрицу-столбец координатных узлов:

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{C}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{C}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{C}_m \end{pmatrix}, \quad (41)$$

где $\bar{C}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$;

x_i, y_i – координаты i -го узла.

Затем вычисляем проекции длин стержней на координатные оси:

$$\bar{\pi} = -S_c^t \bar{C} = \begin{pmatrix} \bar{\pi}_1 \\ \bar{\pi}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\pi}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\pi}_s \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где $\bar{\pi}_i = \begin{pmatrix} l_{x_i} \\ l_{y_i} \end{pmatrix}$;

l_{x_i}, l_{y_i} – проекции длины стержня на координатные оси x и y соответственно.

При условном перемножении $S_c^t \bar{C}$ необходимо помнить, что вектор \bar{C} имеет вдвое большее число строк, чем столбцов в матрице S_c^t (индекс t означает операцию транспонирования матрицы), так как в \bar{C} учитываются две координаты узлов.

Длина стержня теперь может быть найдена по теореме Пифагора

$$l_i = \sqrt{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2}$$

или в матричной форме

$$l_i = \sqrt{\vec{\pi}_i \vec{\pi}_i}. \quad (43)$$

Зная $\vec{\pi}_i$, можно вычислить направляющие косинусы отдельных стержней:

$$\vec{\alpha}_i = \frac{\vec{\pi}_i}{l_i} = \begin{pmatrix} \cos l_x \\ \cos l_y \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Рассмотрим теперь условие равновесия произвольного j -го стержня в условиях плоского нагружения, изображенного на рис. 5.2. На рисунке индексы «н» и «к» означают начало и конец стержня соответственно.

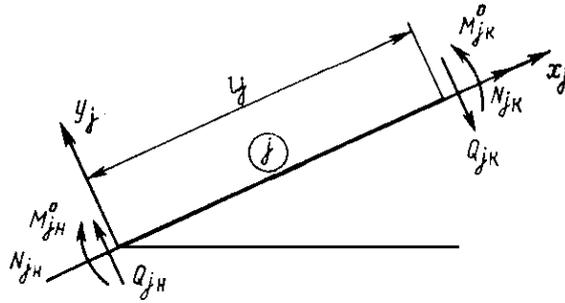


Рис. 5.2. Местная система координат

$$\begin{aligned} \sum x_j &= 0; \quad -N_{jn} + N_{jk}; \\ N_{jk} &= N_{jn}; \quad \sum y_j = 0; \\ Q_{jn} - Q_{jk} &= 0; \quad Q_{jk} = Q_{jn}; \\ \sum M_k &= 0; \\ M_{jn}^0 - M_{jk}^0 + Q_{jn} l_j &= 0; \\ M_{jn}^0 &= M_{jk}^0 + Q_{jn} l_j \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} N_{jk} &= N_{jn} + 0 + 0; \quad Q_{jk} = 0 + Q_{jn} + 0; \\ M_{jk}^0 &= M_{jn}^0 + Q_{jn} l_j = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Эти соотношения представим в матричной форме:

$$\vec{Y}_{jk}^0 = F \vec{Y}_{jn}^0, \quad (46)$$

где \vec{Y}_{jk}^0 и \vec{Y}_{jn}^0 – векторы усилий в конце и начале стержня, а именно:

$$\vec{Y}_{jk}^0 = \begin{Bmatrix} N_{jk} \\ Q_{jk} \\ M_{jk}^0 \end{Bmatrix}; \quad \vec{Y}_{jn}^0 = \begin{Bmatrix} N_{jn} \\ Q_{jn} \\ M_{jn} \end{Bmatrix};$$

$$F = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \text{ — оператор.}$$

Возьмем тот же j -й стержень, показанный на рис. 5.3, теперь в декартовых осях, одна из которых горизонтальна.

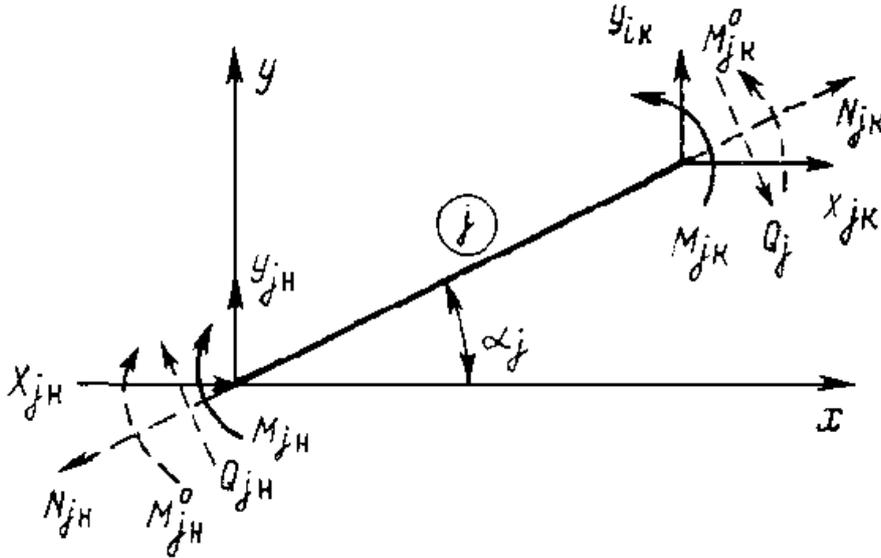


Рис. 5.3. Общая система координат

Используя обычные соотношения статики, получаем:

$$\begin{aligned} X_{jn} &= -N_{jn} \cos \alpha_j - Q_{jn} \sin \alpha_j; & X_{jk} &= N_{jk} \cos \alpha_j + Q_{jk} \sin \alpha_j; \\ Y_{jn} &= -N_{jn} \sin \alpha_j + Q_{jn} \cos \alpha_j; & Y_{jk} &= N_{jk} \sin \alpha_j - Q_{jk} \cos \alpha_j; \\ M_{jn} &= -M_{jn}^0; & M_{jk} &= M_{jk}^0 \end{aligned} \quad (47)$$

или в матричной форме

$$\vec{Y}_{jn} = -|\varphi| \vec{Y}_{jn}^0; \quad \vec{Y}_{jk} = -|\varphi| \vec{Y}_{jk}^0, \quad (48)$$

где

$$\vec{Y}_{jn} = \begin{Bmatrix} X_{jn} \\ Y_{jn} \\ M_{jn} \end{Bmatrix}; \quad \vec{Y}_{jk} = \begin{Bmatrix} X_{jk} \\ Y_{jk} \\ M_{jk} \end{Bmatrix}; \quad (49)$$

$$|\Phi| = \begin{vmatrix} \cos \alpha_j & \sin \alpha_j & 0 \\ \sin \alpha_j & -\cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (50)$$

где $|\Phi|$ – оператор, устанавливающий связь между усилиями на концах стержня, в местной и общей системах координат;

\vec{Y}_{jn} – матрица-столбец усилий в начальном сечении стержня в общей системе координат;

\vec{Y}_{jk} – то же, для усилий в конечном сечении стержня.

Установим связь между \vec{Y}_{jk} и \vec{Y}_{jn} , рассматривая условие равновесия стержня:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0; & X_{jk} &= -X_{jn}; \\ \sum Y &= 0; & Y_{jk} &= -Y_{jn}; \\ \sum M_k &= 0; & M_{jk} &= -l_y X_{jn} + l_x Y_{jn} - M_{jn}, \end{aligned} \quad (51)$$

или в матричной форме

$$\vec{Y}_{jk} = \Phi \vec{Y}_{jn},$$

где

$$\Phi = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -l_y & l_x & -1 \end{vmatrix}$$

– матрица, устанавливающая связь между усилиями на концах стержня.

Рассмотрим теперь отдельный i -й узел сооружения, изображенный на рис. 5.4, на который в общем случае действуют: внешняя нагрузка P_{ix}, P_{iy}, M_i ; усилия X_j, Y_j, M_j со стороны стержней.

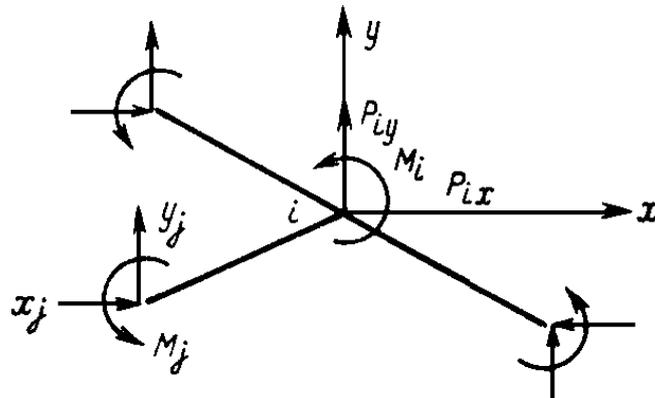


Рис. 5.4. Отдельный узел сооружения

Внешнюю нагрузку можно описать матрицей $\bar{P}_i = \begin{vmatrix} P_{ix} \\ P_{iy} \\ M_i \end{vmatrix}$; совокуп-

ность векторов P_i составляет матрицу-столбец внешней нагрузки:

$$\bar{P} = \begin{vmatrix} \bar{P}_1 \\ \dots \\ \bar{P}_i \\ \dots \\ \bar{P}_m \end{vmatrix}. \quad (52)$$

Усилия для j -го стержня объединим матрицей-столбцом, где будем учитывать лишь усилия в начале стержня:

$$\bar{Y}_j = \begin{vmatrix} X_{jH} \\ Y_{jH} \\ M_{jH} \end{vmatrix}. \quad (53)$$

Совокупность полученных векторов образует матрицу-столбец усилий

$$\bar{Y} = \begin{vmatrix} \bar{Y}_1 \\ \dots \\ \bar{Y}_i \\ \dots \\ \bar{Y}_s \end{vmatrix}, \quad (54)$$

связь которых с внешней нагрузкой можно записать в виде соотношения

$$\bar{P} = S\bar{Y},$$

где S – матрица равновесия, которую можно получить из структурной матрицы S_c путем замены элемента «1» матрицей

$$E_j = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

а элемента «-1» – матрицей

$$\Phi_j = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -l_y & l_x & -1 \end{vmatrix}.$$

Система имеет решение в том случае, если матрица S_p является невырожденной, что соответствует случаю, когда ее определитель $|S_p| \neq 0$.

По найденным усилиям \vec{Z} определяем усилия на концах стержней сооружения по соотношению $\vec{Y}_{jk} = \Phi \vec{Y}_{jn}$, а затем строим эпюры внутренних усилий.

Применительно к балке, приведенной на рис. 5.4, б, при построении эпюр внутренних усилий матричный алгоритм расчета запишется следующим образом:

$$S_c = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}. \quad (58)$$

Формирование вектора координат узлов матрицы проекций стержней на оси x и y и вычисление направляющих косинусов для рассматриваемой системы не производим из-за простоты их образования.

Вектор нагрузки имеет вид

$$\bar{P} = \begin{vmatrix} R_{1x} \\ R_{1y} \\ M_1 \\ P_{2x} \\ P_{2y} \\ M_2 \\ P_{3x} \\ P_{3y} \\ M_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} R_{1x} \\ R_{1y} \\ M_1 \\ P_{2x} \\ P_{2y} \\ M_2 \\ P_{3x} \\ P_{3y} \\ M_3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{– наложенная связь} \\ \\ \text{– горизонтальные усилия равны 0} \\ \\ \text{– горизонтальные усилия равны 0} \\ \text{– наложенная связь} \end{array}$$

Вектор усилий запишется так:

$$\bar{Y} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{1H} \\ Y_{1H} \\ M_{1H} \\ X_{2H} \\ Y_{2H} \\ M_{2H} \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Продольные усилия равны нулю (в соответствии} \\ \text{с этим столбцы 1 и 4 в матрице } S \text{ должны быть} \\ \text{вычеркнуты)} \end{array}$$

Матрица равновесия теперь имеет вид

$$S = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2a & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ a & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2a & -1 \end{vmatrix}. \quad (59)$$

Таким образом, уравнение будет представлено в виде $\vec{T} = S_p \vec{Z}$.

$$\vec{T} = \begin{vmatrix} M_1 \\ P_{2y} \\ M_2 \\ M_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad S_p = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2a & -1 \end{vmatrix}; \quad \vec{Z} = \begin{vmatrix} Y_{1H} \\ M_{1H} \\ Y_{2H} \\ M_{2H} \end{vmatrix}. \quad (60)$$

Решение системы имеет вид: $\vec{Z} = S_p^{-1} \vec{T}$.

$$\begin{vmatrix} Y_{1H} \\ M_{1H} \\ Y_{2H} \\ M_{2H} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3a} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3a} & \frac{1}{3a} \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3a} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3a} & \frac{1}{3a} \\ \frac{2}{3} & \frac{2a}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1-a}{3a} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2P}{3} \\ 0 \\ -\frac{P}{3} \\ -\frac{2aP}{3} \end{vmatrix}.$$

По этим данным легко построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил, показанных на рис. 5.5, используя соотношение

$$\vec{Z}_{jk} = \Phi \vec{Z}_{jn}, \quad (61)$$

где

$$\Phi_1 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix}; \quad \Phi_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2a & -1 \end{vmatrix}.$$

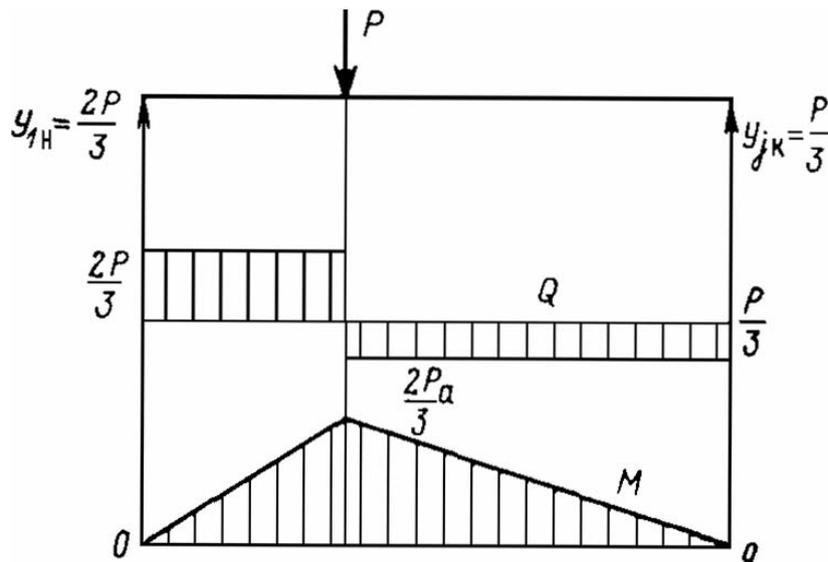


Рис. 5.5. Построение эююр

Обращение матрицы S_p осуществляют обычно по методу решения системы линейных алгебраических уравнений, основанному на теореме Крамера.

5.3. Моделирование НДС конструкции промышленных трубопроводных систем

Оценка механической надежности трубопроводов проводится на основе решения детерминированной прочностной задачи, как правило, на опасном дефектном участке трубы. При этом последовательность исследований прочности следующая:

- расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) участков трубопроводов по балочным конечно-элементным моделям с учетом всех силовых факторов, действующих на трубопровод в процессе эксплуатации;
- выявление наиболее нагруженных участков трубопроводной конструкции; определение сил и моментов, действующих на границах участков;
- ранжирование опасных участков трубопровода на основе их НДС, расположения дефектов стенок труб, близости к населенным пунктам и промышленным объектам (с учетом размеров зон поражения при аварии);
- уточненный расчет НДС опасных участков с использованием оболочечных и объёмных конечно-элементных моделей;
- анализ несущей способности опасных участков трубопровода на основе критериев теории прочности и разрушения.

5.3.1. Балочное приближение

На первом этапе задача анализа НДС трубопроводной конструкции решается в балочном приближении. Вся рассматриваемая трехмерная трубопроводная конструкция моделируется конечными элементами прямолинейных и криволинейных (для моделирования отводов) балок кольцевого сечения. Данные элементы полностью определяются положением своих концевых точек (узлов) в трехмерном пространстве (криволинейному элементу задается радиус кривизны) и имеют шесть степеней свободы в узлах – смещения и углы поворота относительно осей декартовой системы координат.

Глобальная матрица жесткости рассматриваемой трубопроводной конструкции формируется с учетом эффекта снижения жесткости криволинейных труб при изгибе в плоскости кривизны (эффект Кармана).

При моделировании и расчете конструкции на данном этапе учитываются все нагрузки, существенно влияющие на общее НДС трубопровода: избыточное внутреннее давление, температурные деформации, напряжения упруго изогнутых труб, нелинейное взаимодействие грунта и подземных участков трубопроводов, вес трубопроводов, запорно-регулирующей арматуры и транспортируемой среды, а также нагрузки, определяемые условиями конкретной системы, например нагрузки от давления грунта, смещение оси трубопровода от проектного положения, контакты с опорами и т. д.

Моделирование сопротивления грунта деформации подземных участков трубопроводов осуществляется с помощью задания нелинейных связей (нелинейных пружин) по трем поступательным степеням свободы (вдоль оси трубы, поперечно в горизонтальной и вертикальной плоскостях) в узловых точках КЭ-модели. Параметры этих связей вычисляются для каждого элемента в соответствии с определяющими зависимостями инженерных моделей взаимодействия «трубопровод – грунт».

Отражение различного сопротивления грунта поперечным перемещениям трубопровода «вверх» и «вниз» учитывается заданием несимметричной характеристики соответствующей связи.

Влияние веса запорно-регулирующей арматуры на НДС трубопроводной конструкции учитывается введением в соответствующих узлах конечно-элементной модели сосредоточенных масс, а веса транспортируемого газа – заданием распределенной по длине балочного элемента нагрузки.

В узлах расчетной схемы, находящихся в месте расположения опор трубопровода, вводятся упругие односторонние связи, моделирующие контактное взаимодействие (нормальную реакцию и силу трения скольжения) труб с опорами.

Граничные условия задаются в виде заделки соответствующих степеней свободы в узлах расчетной схемы, исходя из реальных условий крепления участков трубопроводов. Например, фланцевое или сварное присоединение трубопровода к массивным агрегатам и аппаратам моделируется заделкой всех степеней свободы (жесткое защемление), лобовые опоры – нулевыми смещениями в соответствующих направлениях и т. п.

При анализе НДС подземного участка, являющегося частью протяженного трубопровода, для получения корректных результатов и исключения влияния граничных условий необходимо моделировать также примыкающие к нему смежные участки трубопровода, на границах которых и следует задавать граничные условия, исходя из объективного условия «защемления» отдаленных от рассматриваемого участка трубопроводов в грунте. Причем длина смежных участков, которые необходимо также моделировать, существенным образом зависит как от геометрических параметров и условий нагружения трубопровода, так и от физико-механических характеристик окружающего грунта.

Расчеты, проводимые на первом этапе по балочным моделям, являются оценочными и служат для определения общей картины НДС трубопроводных конструкций, выявления наиболее нагруженных участков и определения силовых (силы и моменты) и кинематических (смещения и углы поворота) характеристик, действующих на границах этих участков.

Поэтому эти расчеты в основном проводятся в предположении линейно-упругого поведения материала труб. Пластические деформации трубопровода при расчетах по балочным моделям также могут учитываться, например, при численном анализе устойчивости конструкции или оперативном анализе аварийных ситуаций.

В результате вычислений на первом этапе получают картины распределения характеристик НДС – перемещений, углов поворота, напряжений, деформаций, сил и моментов (естественно, в рамках балочного приближения) во всей рассматриваемой конструкции промышленной трубопроводной системы.

Уточненный анализ сложного нелинейного НДС трубопроводной конструкции выполняется на следующих этапах моделирования с использованием более сложных оболочечных и объемных КЭ-моделей. Задание граничных условий для оболочечных и объемных моделей участков МГ производится по результатам, полученным для балочных моделей. Наиболее удобным способом в данном случае является задание в качестве граничных условий кинематических характеристик НДС. Из всех кинематических параметров на границах рассматриваемого участка подземного трубопровода на его НДС наиболее существенное влияние оказывают осевые смещения концов.

5.3.2. Оболочечные модели

На втором этапе расчеты НДС наиболее нагруженных участков проводятся с использованием оболочечных конечно-элементных моделей трубопроводов. Все трубопроводы, входящие в анализируемый на этом этапе участок, рассматриваются как трехмерные тонкостенные оболочки и аппроксимируются оболочечными конечными элементами. Оболочечный конечный элемент полностью определяется координатами своих узлов (точек, принадлежащих серединной плоскости элемента), количество которых зависит от вида и формы используемого элемента. В каждом узле элемент имеет шесть степеней свободы – смещения и углы поворота относительно глобальной системы координат.

Окружающий подземные участки трубопроводов грунт рассматривается на данном этапе как трехмерная упругопластическая сплошная среда и моделируется с помощью объемных конечных элементов. В зависимости от сложности геометрии расчетной области, занимаемой грунтом, объемные элементы могут быть использованы в виде обобщенных восьми- и шестиугольных призм и/или тетраэдров. Упругопластические свойства грунта описываются с помощью математических моделей, путем вычисления и задания при расчетах определяющих параметров поверхности текучести по полученным в ходе инженерных изысканий экспериментальным данным о физико-механических характеристиках грунтов в районе прокладки труб. В случае отсутствия информации по измеренным физико-механическим свойствам грунта используются справочные литературные данные для грунтов наиболее подходящего типа.

Моделирование поведения материала трубопроводов проводится, в зависимости от постановки задачи, как в линейно-упругом приближении, так и с учетом упругопластического деформирования трубной стали.

Часто тройниковые соединения трубопроводов усиливаются специальными накладками. Поэтому для отражения повышения жесткости усиленного тройникового соединения при применении оболочечных моделей в соответствующих областях тройника используются оболочечные элементы с увеличенной толщиной.

При моделировании граничных условий на данном этапе используются результаты, полученные для балочных моделей. Размеры участка трубопроводной конструкции, моделируемой в оболочечной постановке, выбираются достаточными для того, чтобы, в соответствии с принципом Сен-Венана, искажения картины НДС на границах участка не влияли на значения и распределение напряжений и деформаций в рассматриваемой нагруженной области конструкции.

Анализ НДС и оценка прочности трубопроводов на втором этапе может проводиться с учетом данных технической диагностики по имеющимся на участках протяженным дефектам – сплошная равномерная коррозия, эрозионные утонения стенок, любые отклонения геометрической формы труб от цилиндрической, большие вмятины и т. п. Например, эрозионное утонение стенки прямого трубопровода или отвода отражается путем введения в соответствующих местах расчетной модели оболочек меньшей толщины. На рис. 5.6 представлена оболочечная конечно-элементная модель отвода с эрозионным утонением выпуклой части стенки. Для наглядности оболочки изображены в виде трехмерных пластин заданной толщины. Распределение эквивалентных напряжений на поверхности стенок отвода с эрозионным дефектом при действии внутреннего давления приведено на рис. 5.7.

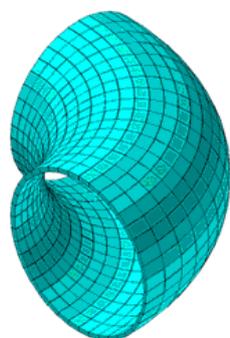


Рис. 5.6. Конечно-элементная модель отвода эрозионным утонением стенки

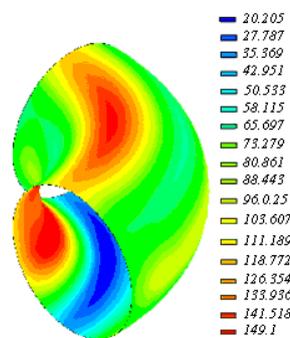


Рис. 5.7. Распределение эквивалентных напряжений (МПа) на поверхности стенок отвода

В результате расчетов по оболочечным моделям на втором этапе получаются трехмерные картины распределения характеристик НДС (тензоры напряжений и деформаций определяются для внутренней, наружной и срединной поверхностей оболочек) наиболее напряженных участков трубопроводной системы с учетом всех действующих на данную конструкцию нагрузок.

5.3.3. Объемные модели

Применение оболочечных моделей позволяет достаточно точно определять реальную картину НДС трубопроводной конструкции на прямых и изогнутых участках, удаленных от мест резкого изменения в пространстве направлений градиентов напряжений и деформаций. Вследствие допущений и предположений, заложенных в основах теории оболочек, оболочечные модели не позволяют получить каких-либо приемлемых по точности результатов в областях приложения крайних условий, изменения геометрической формы конструкции (например,

в областях тройниковых соединений или локальных дефектов стенок трубы), где возникающие напряжения при нагрузках НДС носят существенно объемный характер.

С другой стороны, как правило, именно такие участки трубопроводных конструкций являются наиболее нагруженными и служат источниками зарождения и развития начальных разрывов сплошности материала, ведущих к глобальному разрушению конструкции. В силу этого степень точности отражения при моделировании реальной объемной картины НДС данных участков определяет точность анализа прочности всей трубопроводной конструкции в целом.

Поэтому на третьем этапе моделирования анализ НДС трубопроводной системы на этих участках проводится с использованием объемных КЭ-моделей. При построении объемных расчетных схем геометрия рассматриваемого участка трубопровода воспроизводится с максимальной степенью достоверности.

Применение объемных моделей позволяет также учитывать при анализе реальную геометрию дефектов стенок трубопроводов, выявленных в результате технической диагностики. На рис. 5.8 представлен пример расчетной модели участка трубопровода с коррозионными дефектами.

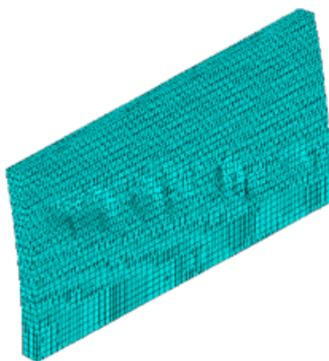


Рис. 5.8. Расчетная модель участка трубопровода с коррозионными дефектами

Граничные условия для объемных КЭ-моделей задаются в соответствии с результатами, полученными на предыдущих этапах (по балочным и оболочечным моделям). В программе ANSYS для передачи интерполяции граничных условий при переходе от оболочечных к объемным КЭ-моделям можно эффективно использовать процедуру субмоделирования.

Основной задачей анализа НДС на третьем этапе является оценка реальной несущей способности рассматриваемого участка трубопровода. Поэтому наряду с расчетами рабочего НДС, возникающего при эксплуатационных нагрузках, на данной стадии проводится всесторонний анализ предельных состояний конструкции, а также моделирование упругопластического разрушения участка трубопровода.

Все задачи по моделированию объемного НДС участков трубопроводов КС решаются в основном в физически и геометрически нелинейной постановке (с учетом больших упруго-пластических деформаций).

Для математического моделирования процесса пластической деформации трубных сталей применяются основные соотношения теории пластического течения упрочняющегося материала, а в качестве критерия пластичности и разрушения используется классическая гипотеза Губера–Мизеса об удельной энергии формоизменения.

Для численного моделирования упругопластического поведения материала труб при анализе НДС трубопроводов необходима истинная диаграмма зависимости «напряжения – деформации», полученная при обработке результатов стандартных испытаний на одноосное растяжение образцов трубных сталей. В случае отсутствия таких данных истинная кривая деформирования материала может быть аппроксимирована билинейной функцией. Информация по этим характеристикам имеется в заводских сертификатах труб и в специальной справочной литературе.

В результате численного моделирования на третьем этапе получается детальная трехмерная картина реального нелинейного НДС наиболее нагруженных участков трубопроводной системы при действии всех эксплуатационных нагрузок, где определяются уровни нагрузок, ведущих к переходу конструкции трубопровода в предельное состояние и разрушению.

5.3.4. Анализ НДС и оценка прочности промышленных трубопроводных систем

Представленная выше процедура моделирования сложного нелинейного НДС трубопроводных конструкций может применяться и для расчетного обоснования прочности (поверочных расчетов) проектируемых систем промышленных трубопроводов, и для анализа реального состояния действующих трубопроводов.

В первом случае расчетным подтверждением прочности, а следовательно, и основным критерием безопасности эксплуатации технологических трубопроводов проектируемой системы является удовлетворение значений напряжений, получаемых на всех этапах моделирования НДС конструкции, требуемым нормативными запасам. Анализ предельных состояний конструкции и моделирование разрушения наиболее нагруженных ее элементов в этом случае не проводится.

В случае оценки состояния эксплуатирующихся трубопроводных систем сначала проводится моделирование НДС конструкции в исходном состоянии. За исходное состояние принимается проектное положение трубопроводов с учетом имеющихся данных строительной доку-

ментации. Это необходимо потому, что все дальнейшие изменения НДС трубопроводной конструкции под воздействием внешних факторов происходят из первоначального состояния.

На следующем шаге с помощью балочных или оболочечных моделей исследуется влияние обнаруженных при технической диагностике смещений от проектного положения трубопроводов и элементов их крепления на НДС всей конструкции в целом. Далее уточнение сложного НДС наиболее нагруженных и/или имеющих дефекты участков технологических трубопроводов проводится с использованием оболочечных и объемных моделей. На этом же этапе осуществляется моделирование предельных состояний и разрушения наиболее нагруженных элементов трубопроводной конструкции.

Проведение анализа прочности эксплуатирующихся трубопроводных систем в такой последовательности позволяет определить реальное нелинейное НДС участков трубопроводов с учетом всех действующих на конструкцию силовых факторов и данных технической диагностики, что дает возможность расчетным путем определить величины разрушающих нагрузок, а следовательно, и фактические запасы прочности для наиболее нагруженных участков трубопроводов.

5.4. Вариант реализации МКЭ для анализа НДС промышленных трубопроводных систем

Существует несколько подходов к построению КЭ-аналога исходной непрерывной краевой задачи МДТТ: метод прямой жесткости (физический метод строительной механики), вариационный (энергетический) метод и метод взвешенных невязок, который в зависимости от выбора весовых функций приводит к методу Галеркина [16, 17].

Воспользуемся вариационным методом. Данный метод широко применяется при получении конечно-элементных соотношений для решения широкого класса задач механики сплошных сред. Причем чаще всего этот метод используется при решении задач МДТТ, так как базируется на теоретически доказанном и наиболее естественном для задач МДТТ принципе виртуальной работы, лежащем в основе классических вариационных принципов стационарности потенциальной и дополнительной энергии.

Применяя слабую форму (предполагаем, что вариации напряжений бесконечно малы) вариационного принципа Лагранжа [13] к линейной задаче МДТТ (30)–(36), уравнение равновесия рассматриваемого твердого деформируемого тела можно представить в виде

$$\int_V (\sigma_{ij,j} + F_i) \cdot \delta u_i dv - \int_{S_2} (\sigma_{i,j} \cdot n_j - T_i) \cdot \delta u_i ds = 0, \quad (62)$$

где δu_i – распределение виртуальных перемещений в рассматриваемой области объема V , удовлетворяющее граничному условию (37).

Используя теорему Гаусса, приведем выражение (62) к форме

$$\int_V \sigma_{ij} \cdot \delta u_{i,j} dV - \int_V F_i \cdot \delta u_i dV - \int_{S_2} T_i \cdot \delta u_i ds = 0. \quad (63)$$

Соотношение (63) является математической формулировкой принципа виртуальной работы.

Процедура численного решения (63) методом конечных элементов сводится к аппроксимации зависимых переменных функциями вида

$$u_i(x) = \sum_{j=1}^k N_j(\xi, \eta, \zeta) \cdot u_i^j, \quad (64)$$

где N_j – интерполяционные функции, часто называемые функциями формы, параметрических координат (ξ, η, ζ) ;

k – число узловых точек, определяющих конечный элемент;

u_i^j – перемещение j -й узловой точки в i -м направлении системы координат.

Подставляя выражения (64) в (63), проводя преобразования и сокращая члены, получим конечно-элементную формулировку исходной задачи, которая в матричной форме имеет вид

$$\sum_{m=1}^n \left([K_e] \{u\} - \{F_e^{th}\} - \{F_e^{pr}\} - \{F_e^{nd}\} - \{F_e^b\} \right)_m = 0, \quad (65)$$

где n – количество конечных элементов, дискретизирующих область;

$[K_e] = \int_{V_m} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] dV$ – матрица жесткости элемента;

$\{F_e^{th}\} = \int_{V_m} [B]^T \cdot [D] \cdot \{\epsilon^{th}\} dV$ – вектор температурной нагрузки элемента;

$\{F_e^{pr}\} = \int_{S_p} [N_n]^T \cdot \{P\} ds$ – вектор давления (распределенных по границе сил) элемента;

$\{F_e^{nd}\}$ – вектор узловых (сосредоточенных) сил элемента;

$\{F_e^b\} = \int_{V_m} [N_n]^T \cdot \{F\} dV$ – вектор объемных сил элемента;

$\{u_m\}$ – вектор узловых смещений элемента;

$[D]$ – матрица упругости;

$[B]$ – матрица связи деформаций с узловыми смещениями, построенная на базе функций формы элемента;

$[N_n]N$ – матрица функций формы для смещений по нормали к поверхности S_p .

Задавая явный вид функций формы конечных элементов, можно построить все матрицы, входящие в (65). Полученная в результате система линейных алгебраических уравнений относительно конечного числа неизвестных узловых смещений решается с помощью прямых или итерационных методов. Распределение смещений, деформаций и напряжений внутри каждого конечного элемента определяется через узловые смещения по формулам:

$$\{u\} = [N] \cdot \{u_m\}, \quad \{\varepsilon\} = [B] \cdot \{u_m\}, \quad \{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon^{el}\}, \quad (66)$$

где $\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{th}\}$ – упругая деформация;

$\{\varepsilon^{th}\}$ – тепловая деформация.

В выражениях (66) компоненты тензоров напряжений и деформаций выписаны в вектор-столбец.

Следует отметить, что в зависимости от постановки решаемых МКЭ задач существует большое количество типов конечных элементов, также как и для каждого типа существует несколько способов построения явных выражений для функций форм. Для моделирования НДС трубопроводных конструкций наиболее подходят элементы с интерполяционными функциями в форме полиномов Лагранжа и Эрмита [16, 17], т. к. используя их, можно получить явные выражения функций формы практически для всех степеней свободы следующих типов конечных элементов, требуемых для моделирования трубопроводов.

Двухузловой трехмерный балочный прямолинейный элемент кольцевого поперечного сечения:

$$\begin{aligned} u &= 0,5 \cdot (u_i \cdot (1-s) + u_j \cdot (1+s)), \\ v &= 0,5 \cdot (v_i \cdot (1-0,5 \cdot s \cdot (3-s^2)) + \\ &+ v_j \cdot (1+0,5 \cdot s \cdot (3-s^2))) + \frac{L}{8} \cdot (rz_i \cdot (1-s^2) \cdot (1-s) - rz_j \cdot (1-s^2) \cdot (1-s)), \\ v &= 0,5 \cdot (w_i \cdot (1-0,5 \cdot s \cdot (3-s^2)) + \\ &+ w_j \cdot (1+0,5 \cdot s \cdot (3-s^2))) - \frac{L}{8} \cdot (ry_i \cdot (1-s^2) \cdot (1-s) - ry_j \cdot (1-s^2) \cdot (1-s)), \\ rx &= 0,5 \cdot (rx_i \cdot (1-s) + rx_j \cdot (1+s)), \end{aligned} \quad (67)$$

где u, v, w, rx, ry, rz – соответственно смещения и углы поворота относительно связанной с элементом декартовой системы координат (x – осевое направление); L – длина элемента; i, j – номера узлов; s – параметрическая координата, $s(i) = -1, s(j) = 1$.

6. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДА В СЛОЖНЫХ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

6.1. Особенности работы линейной части в многолетнемерзлых грунтах

Проектирование, строительство и эксплуатация трубопроводов, прокладываемых на многолетнемерзлых грунтах (ММГ), должны осуществляться по одному из двух принципов использования ММГ в качестве основания: первый – сохранение ММГ в основании трубопроводов в естественном мерзлом состоянии; второй – допущение оттаивания ММГ в основании трубопроводов.

Принцип использования ММГ следует выбирать в соответствии со СНиП 2.02.04-88 [18] с учетом способа и конструктивного решения прокладки трубопроводов, режима их эксплуатации, прогноза локальных и общих изменений инженерно-геокриологических условий и свойств грунтов основания, технико-экономического анализа стоимости различных вариантов прокладки трубопроводов и мероприятий по охране окружающей среды.

В связи с интенсивным освоением районов распространения многолетнемерзлых грунтов часто преобладающим становится использование ММГ с допущением оттаивания в процессе эксплуатации сооружений. Поэтому расчет сооружений в большинстве случаев должен производиться по деформациям. При этом допускаются перемещения трубопроводов от осадок ММГ, расчетное значение которых не должно превышать допустимых и должно быть обосновано прочностными расчетами.

Обеспечение эксплуатационной надежности трубопроводов, прокладываемых в оттаивающих многолетнемерзлых грунтах, независимо от конструктивных схем и методов их сооружения, основывается на знании основных особенностей строительных свойств мерзлых грунтов, характера их поведения в мерзлом состоянии и при оттаивании в зависимости от нагрузок, длительности их воздействия и т. п.

Обычно строительство трубопроводов на мерзлых грунтах осуществляется в период, когда грунт находится в мерзлом состоянии, так как при сезонном оттаивании проезд строительной техники вдоль трассы становится практически невозможным. Таким образом, начальное состояние подземного трубопровода определяется положением уложенной в мерзлый грунт трубы, и напряженно-деформированное состояние трубопровода на данный момент должно рассчитываться с учетом физико-механических свойств мерзлого грунта, как указано в [3].

С вводом трубопровода в эксплуатацию при температуре продукта выше $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ происходит оттаивание мерзлого грунта под трубопроводом, причем вследствие изменения физико-механических свойств грунта вдоль трубопровода величина оттаивания в различных сечениях труб будет разной. Это приводит к изгибам, провисанию отдельных участков, большим пространственным перемещениям, и при определенных условиях трубопровод может разрушиться.

Для оценки несущей способности подземных трубопроводов, прокладываемых в мерзлых грунтах, сначала решается задача теплового взаимодействия трубы и мерзлого грунта и на ее основе – прочностная задача, считая нагрузки заданными.

При наличии в пределах конструкции талых и мерзлых грунтов на значение расчетных усилий в конструкции наибольшее влияние оказывает резкая разница в деформациях оттаявшей и талой зон, чем способ их описания.

При расчете напряжений, возникающих в трубопроводах в результате развития неравномерных осадок протаивающего основания, важно знать не только значение, но и характер распределения максимальных расчетных напряжений во времени, так как момент их возникновения и их экстремальные значения не всегда совпадают с окончанием расчетного срока эксплуатации или с моментом стабилизации процесса оттаивания.

Для учета характера изменения напряженно-деформированного состояния трубопровода во времени при изменяющейся осадке грунта применен шаговый метод, который известен в литературе под названием метода последовательных нагружений. При этом конечное состояние системы на i -м шаге решения принимается за исходное состояние на $(i + 1)$ -м шаге. Таким путем решается задача с учетом физической нелинейности грунта и геометрической нелинейности системы во времени.

При этом ореол оттаивания и, соответственно, осадка грунта на $(i + 1)$ -м шаге определяются с учетом того, что над трубопроводом уже существует слой оттаявшей толщи грунта, т. е. в предположении перемещения источника теплоты [18].

Таким образом, в некоторый фиксированный момент времени необходимо знать геометрию оси трубопровода с действующими на него нагрузками, глубину оттаивания и размеры осадки грунта над трубой.

Последовательность этапов расчета при этом следующая:

1. Рассчитывается напряженно-деформированное состояние пространственного трубопровода, уложенного в мерзлый грунт без продукта (т. е. без учета температурного перепада и внутреннего давления), причем из-за малой деформируемости мерзлого грунта напряженное состояние трубопровода определяется, в основном, его геометрией. В си-

лу малости перемещений на этом этапе задачу о расчете напряженно-деформированного состояния можно считать геометрически линейной.

2. После ввода трубопровода в эксплуатацию необходим новый расчет напряженно-деформированного состояния трубопровода в мерзлом грунте с учетом температурного перепада и внутреннего давления продукта. При этом на данном и предыдущем этапах расчета используются физико-механические характеристики мерзлых грунтов.

3. Затем определяется осадка оттаивающего грунта под трубой через определенные промежутки времени (например, через год). Рассчитанное значение прогнозируемой осадки задается в качестве исходной информации в программе расчета напряженно-деформированного состояния пространственного трубопровода, при расчете используются характеристики талого грунта.

6.2. Расчетная схема трубопроводов

Исходными данными для выбора расчетной схемы являются следующие:

а) расположение, протяженность, свойства талых и мерзлых грунтов по трассе, возможность деградации мерзлых грунтов у основания в результате изменения гидрологических и других условий, являющихся следствием строительства и эксплуатации трубопровода;

б) значения ореола оттаивания мерзлых грунтов и установленный продольный профиль тепловых осадок под нагрузкой;

в) физико-механические характеристики сопротивления грунта продольным и поперечным перемещениям трубы;

г) согласование перемещения трубопровода в выбранной математической модели с осадками грунта, т. е. выбор расчетной схемы, соответствующей реальным условиям деформирования;

д) нагрузка распределенная (вес трубы и вышележащего грунта) или сосредоточенная (вес кранов, задвижек, пригрузов и пр.);

е) технологический режим эксплуатации (температурный перепад, внутреннее давление).

Выбор расчетной схемы пространственного трубопровода определяется возможностью расчетных методов механики деформируемого твердого тела (МДТТ).

Конструктивная схема линейной части стального трубопровода представляет собой тонкостенную цилиндрическую оболочку большой длины, ось которой – пространственная кривая. В общем случае отдельные части оболочки могут находиться в грунте, имеющем разнообразные свойства по ее длине на опорах, в виде провисающей нити, быть

пригруженными или закрепленными анкерами. Трубопровод может иметь на отдельных участках значительные смещения относительно грунта. В процессе нагружения трубопровода проявляется конструктивная нелинейность системы, например наличие или отсутствие связи с грунтом, а также физическая нелинейность грунта и материала трубы.

Оценим, в какой степени расчетная схема должна соответствовать конструктивной, чтобы получить приемлемый результат оценки напряженно-деформированного состояния при разумных затратах времени на расчет.

Наиболее соответствующей расчетной схемой является цилиндрическая оболочка, отдельные участки которой находятся в физически нелинейной смещающейся среде, материал физически нелинейный, перемещения оболочки в этой среде без изменения формы сечения достаточно большие. Расчет такой системы с позиции МДТТ представляет собой исключительно сложную задачу, поэтому необходимо вводить допустимые упрощения с оценкой их погрешности.

В связи с тем, что один из размеров трубопровода значительно превышает два других, то его в расчетной схеме можно принять в виде стержня, что дает при расчете напряженно-деформированного состояния погрешность не более 2 % согласно [19]. При таком упрощении в линейных задачах оказывается справедливым принцип независимости действия сил, т. е. появляется возможность отдельно находить продольные и кольцевые напряжения от различных нагрузок и воздействий. Однако при наличии геометрической (большие перемещения) и физической нелинейности использование принципа суперпозиции, т. е. принципа независимости действия сил, становится неприменимым и конструкцию следует рассматривать сразу на суммарное действие всех нагрузок.

Следующий шаг в упрощении расчетной схемы трубопровода в слабонесущих грунтах заключается в недопущении превышения напряжениями предела текучести, т. е. в том, чтобы считать физически линейным материал трубы. Это упрощение необходимо, во-первых, потому, что трубопровод в слабонесущих грунтах испытывает значительные смещения, а расчет таких систем с учетом физической нелинейности недостаточно развит в МДТТ. Во-вторых, решение этих задач, как показывает расчетная практика, сопряжено с большими затратами машинного времени (для электронных машин с быстродействием равным 10^9 операций в секунду, широко используемых в настоящее время при расчетах и проектировании). Допущение линейной работы материала трубы не приводит к погрешности расчета, а влияет только на экономические показатели при строительстве трубопроводов. Это видно из сравнения расчетов толщины стенки и радиусов упругого изгиба [1] для трубопроводов, прокладываемых по заземленной схеме (при отсут-

ствии продольных и поперечных перемещений трубопровода, просадок и пучения грунта), с учетом пластичности стали и без нее. В связи с этим необходимо в научных исследованиях развивать методы расчета трубопроводов с учетом физической нелинейности при применении электронных машин следующих поколений в практике проектирования.

Далее, анализируя расчетную схему трубопровода и сопоставляя ее с фактической конструктивной схемой, приходим к выводу, что больше ее упрощать не имеет смысла. При больших температурных перепадах и высоких внутренних давлениях, которые имеют место при эксплуатации трубопроводов Западной Сибири в слабонесущих, а также оттаивающих ММГ, для достаточно достоверного прогноза напряженно-деформированного состояния трубопровода его расчетная схема должна быть принята в следующем виде.

Кольцевые напряжения в трубопроводе от давления транспортируемого продукта определяются независимо от продольных напряжений, как для безмоментной цилиндрической оболочки. Продольные и касательные напряжения в трубопроводе, обусловленные представлением его работы как стержневой пространственной системы с малой кривизной, вычисляются с учетом больших перемещений, продольных деформаций и сил, вызванных давлением продукта. Деформации сдвига при изгибе трубопровода считаются пренебрежимо малыми.

При выборе расчетной схемы используется также подход Б.Н. Жемочкина, согласно которому грунт под балкой аппроксимируется набором пружин, сопротивляющихся вертикальному перемещению балки, т. е. на каждый элемент балки, принимаемый абсолютно жестким, накладывается одна связь в виде пружины. Такая расчетная схема позволяет рассчитывать балку на упругом основании известными энергетическими методами строительной механики. Таким образом, расчетная схема трубопровода представляет собой пространственный стержень в среде, и любая точка его оси перемещается в пространстве.

Поэтому на жесткий элемент трубопровода накладываются три связи в виде пружин, аппроксимирующих грунт. Элемент трубопровода изображен на рис. 6.1.

Криволинейная ось трубопровода аппроксимируется ломаной линией, каждый отрезок которой считается элементом конечной длины. Материал трубы – линейно-упругий.

Осевые силы внутреннего давления совпадают по направлению с продольной осью элемента.

Грунт принимается в виде упругопластической анизотропной среды, свойства которой моделируются тремя независимо работающими пружинами, связанными с каждым малым элементом трубопровода и приложенными в месте соединения элементов.

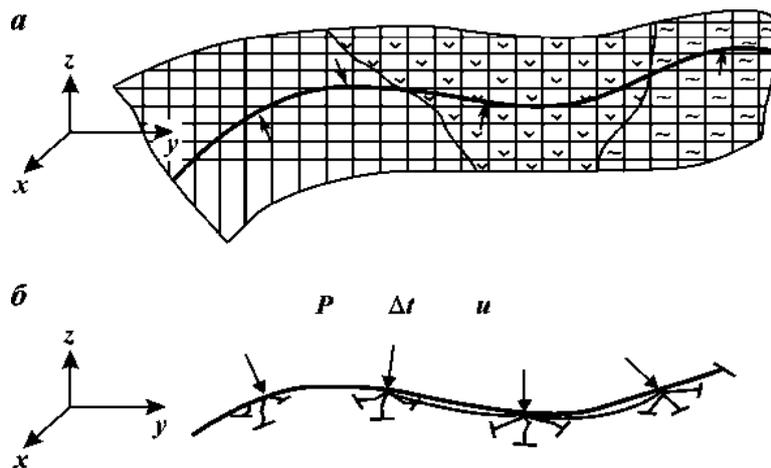


Рис. 6.1. Пространственный трубопровод в грунтовой среде (а) и его расчетная схема (б): P – внешнее усилие; Δt – перемещение; u – расстояние между опорами

Одна из пружин направлена вдоль оси элемента, а две другие, перпендикулярные между собой, расположены перпендикулярно к оси элемента трубопровода в деформированном состоянии, т. е. являются следящими связями. В зависимости от направления смещения элемента в бок, вдоль продольной оси ко дну и дневной поверхности траншеи жесткости пружин различны и определяются свойствами грунта.

Из нагрузок и воздействий учитываются: давление транспортируемого продукта, температурный перепад, произвольно направленные сосредоточенные или распределенные нагрузки, смещение грунта в произвольном направлении, упругий изгиб трубопровода.

Таким образом, в рассматриваемом ниже методе расчетная схема трубопровода представляет собой пространственный стержень с наложенными нелинейно-упругими связями и не менее чем с одним заделанным концом, в котором возможны линейные и угловые перемещения, т. е. расчетная схема является многократно статически неопределимой стержневой системой, в которой возможны конечные перемещения. Введение заделки необходимо для обеспечения геометрической неизменяемости системы.

6.3. Расчет пространственных трубопроводов с учетом геометрической нелинейности

В общем случае для определения усилий и перемещений в пространственном трубопроводе с учетом геометрической нелинейности надо решать систему нелинейных дифференциальных уравнений. Для рассматриваемой здесь задачи эта система уравнений имеет настолько сложный вид, что возможно только ее численное решение (например,

методом конечных разностей). В связи с последним предлагается численную реализацию осуществлять на основе физической дискретизации, которая позволяет в решении задачи применить энергетические методы строительной механики, из которых здесь используется метод сил для определения внутренних усилий и формула Максвелла–Мора для определения перемещений.

Пространственный трубопровод, показанный на рис. 6.2, представляется в виде прямолинейных элементов конечной длины ΔS_j^0 , жестко соединенных в узлах, с приложенными в них сосредоточенной нагрузкой и связями в виде пружин, жесткость которых определяется свойствами грунта.

Рассмотрим i -й элемент трубопровода в деформированном состоянии при осевом растяжении, показанный на рис. 6.2, а.

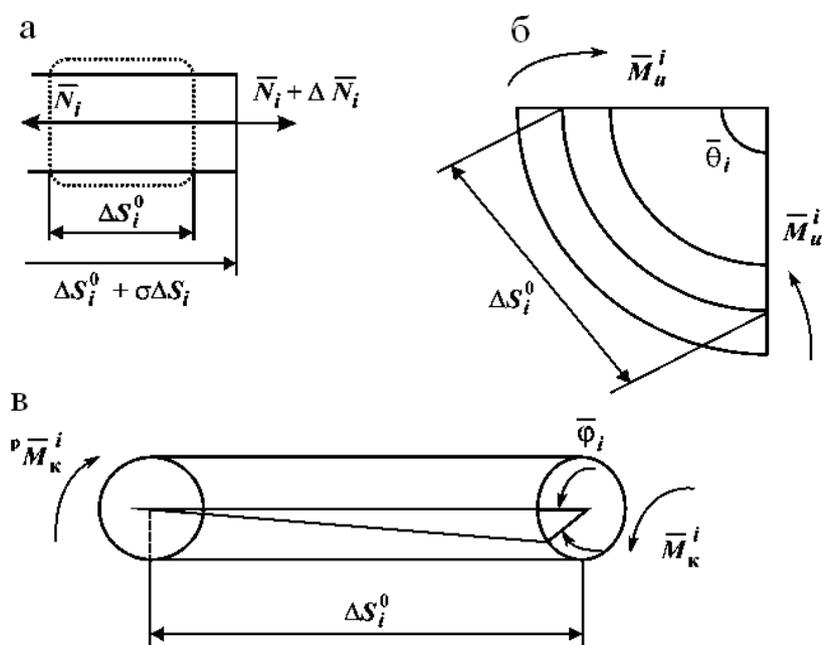


Рис. 6.2. Расчетная схема i -го элемента трубопровода

При наличии только узловой нагрузки, как принято в расчетной схеме трубопровода, вектор нормальной силы \bar{N}_j , в любом сечении постоянен по длине элемента и должен удовлетворять условиям равновесия, т. е.

$$\bar{N}_i = \bar{N}_i^p \quad (i=1, 2, \dots, n-2), \quad (68)$$

где \bar{N}_i^p – вектор нормальной силы в сечении элемента трубопровода, удовлетворяющий условию равновесия;

n – количество узлов;

$(n - 1)$ – количество элементов.

Кроме того, в деформированном состоянии элемент удлинился на величину $\sigma\Delta S_i^0$, следовательно, из геометрических условий вектор нормальной силы в сечении элемента трубопровода

$$\bar{N}_i = \bar{N}_i^l = \sigma\Delta S_i^0 \frac{EF}{\Delta S_i^0}, \quad (69)$$

где $\sigma\Delta S_i^0$ – приращение первоначальной длины элемента трубопровода ΔS_i^0 ;

E – модуль Юнга материала трубы ($E = 210\,000$ МПа);

F – площадь поперечного сечения.

Сравнивая (68) и (69), получаем:

$$N_i^p = N_i^r \quad (i = 1, 2, \dots, n-1). \quad (70)$$

При узловой нагрузке вектор изгибающего момента в сечении линейно изменяется по длине элемента, как показано на рис. 6.2, б.

Из условия равновесия трубопровода вектор изгибающего момента, например на левом конце элемента,

$$\bar{M}_n^i = {}^p\bar{M}_n^i, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (71)$$

где ${}^p\bar{M}_n^i$ – вектор изгибающего момента в левом сечении элемента трубопровода, удовлетворяющий условию равновесия.

При определении вектора изгибающего момента из геометрических условий, т. е. исходя из взаимного угла поворота $\bar{\theta}_i$ крайних сечений элемента, получается постоянный момент по длине элемента. В связи с тем, что эпюра моментов, определяемых из условия равновесия, является трапецевидной, возникает необходимость перехода от прямоугольной эпюры моментов из геометрических условий к трапецевидной. Для этого предлагается разбивку трубопровода на элементы при расчете изгибающего момента из геометрических условий осуществлять со сдвигом на половину длины элемента ($0,5\Delta S_i^0$) по отношению к разбивке на элементы в исходной расчетной схеме. В этом случае получаем

$$\bar{M}_n^i = {}^r\bar{M}_n^i = \bar{\theta}_i \frac{2 \cdot E \cdot I}{\Delta S_i^0 + \Delta S_{i-1}^0}, \quad (72)$$

где $\bar{\theta}_i$ – вектор-функция взаимного угла поворота крайних сечений элемента;

${}^r\bar{M}_n^i$ – вектор изгибающего момента из геометрических условий.

Полученные значения моментов относят к узловым точкам исходной расчетной схемы, изображенной на рис. 6.2, б, благодаря этому

эпюра моментов из геометрических условий становится сопоставимой с эпюрой моментов из условий равновесия.

Приравнивая уравнения (71) и (72), получаем

$${}^p\bar{M}_и^i = {}^r\bar{M}_и^i. \quad (73)$$

Аналогичные рассуждения для вектора крутящего момента, показанного на рис. 6.2, в, приводят к тому, что

$$\bar{M}_к^i = {}^p\bar{M}_к^i, \quad (74)$$

где ${}^p\bar{M}_к^i$ – вектор крутящего момента в левом сечении элемента трубопровода, удовлетворяющий условию равновесия

$$\bar{M}_к^i = {}^r\bar{M}_к^i = \bar{\varphi}_i \frac{2 \cdot G \cdot I_p}{\Delta S_i^0 + \Delta S_{i-1}^0}, \quad (75)$$

где $\bar{\varphi}_i$ – вектор-функция угла закручивания крайних сечений элемента по отношению друг к другу;

G – модуль сдвига материала трубы;

I_p – полярный момент инерции полученного сечения;

${}^r\bar{M}_к^i$ – вектор крутящего момента из геометрических условий.

В результате имеем:

$${}^p\bar{M}_к^i = {}^r\bar{M}_к^i. \quad (76)$$

Таким образом, для расчета трубопровода с учетом больших перемещений необходимо решить систему $3(n - 1)$ векторных уравнений (70), (73), (76). Запись и решение этих уравнений в явной форме возможны только для простых систем. Полученная система уравнений в операторной форме будет иметь вид

$$A\bar{V} = B\bar{P}, \quad (77)$$

где A – оператор, позволяющий по известным углам $\bar{\theta}$ и $\bar{\varphi}_i$, а также линейным перемещениям U определить внутренние силы, воздействующие на элемент;

V – неизвестная обобщенная вектор-функция перемещений, под которой следует понимать: вектор U линейных перемещений точек оси трубопровода, вектор $\bar{\theta}$ взаимных углов поворота, вектор $\bar{\varphi}$ взаимных углов закручивания крайних сечений элемента;

B – оператор, позволяющий по обобщенной нагрузке \bar{P} определить внутренние силы в деформированном состоянии трубопровода.

Для решения нелинейной системы уравнений (70) предлагается принять итерационный процесс, в котором последовательность вектор-функций $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_k, \dots$ строится по рекуррентной формуле:

$$\bar{V}_k = \bar{V}_{k-1} + \alpha_k H_{k-1} (B_{k-1} \bar{P} - A_{k-1} \bar{V}_{k-1}), \quad (78)$$

где $H_{k-1} (B_{k-1} \bar{P} - A_{k-1} \bar{V}_{k-1})$ – оператор вычисления изменения вектор-функции \bar{V} ;

α_k – коэффициент регуляризации шага и итерационного процесса (от \bar{V}_{k-1} до \bar{V}_k).

В формуле (78) в качестве оператора A_{k-1} используются соотношения, которые позволяют по известным геометрическим данным деформирования $\bar{\varphi}, \bar{\theta}, \bar{U}$ вычислять внутренние усилия по формулам (69), (72), (75). В качестве оператора для B_{k-1} применяется известная линейная операция вычисления внутренних сил в статически неопределимой стержневой системе с известной геометрией – метод сил.

Итерационный процесс организуется следующим образом.

На первой итерации при $k - 1$ принимается $\alpha_k = 1$, $\bar{V}_{k-1} = 0$, геометрия трубопровода соответствует недеформированному состоянию. В этом случае внутренние усилия для каждого элемента трубопровода, определенные из геометрических условий, равны нулю:

$$(A_{k-1} \bar{V}_{k-1} = 0).$$

Внутренние силы из условий равновесия ($B_{k-1} \bar{P}$) определяются в два этапа.

1. Сначала находится реакция в «лишних» связях по методу сил, в соответствии с которым формируется система канонических уравнений:

$$\delta_{ij} \bar{R}_j = \bar{\Delta}_{ip}^u + \bar{\Delta}_{ip}^p + \bar{\Delta}_{ip}^t + \bar{\Delta}_{ip}^{oc} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n-1), \quad (79)$$

где δ_{ij} – единичные перемещения по i -му направлению от j -го воздействия в основной системе в недеформированном состоянии трубопровода, принятого в виде пространственного консольного стержня;

\bar{R}_j – реакции в «лишних» связях;

$\bar{\Delta}_{ip}^u, \bar{\Delta}_{ip}^p, \bar{\Delta}_{ip}^t, \bar{\Delta}_{ip}^{oc}$ – перемещения по i -му направлению соответственно от внешней нагрузки, давления транспортируемого продукта, воздействия температуры, осадок и пучения грунта.

Работа связей, аппроксимирующих грунт, считается независимой, поэтому их податливость учитывается в диагональных коэффициентах системы уравнений (79).

2. После определения «лишних» неизвестных R_i из уравнений равновесия находятся внутренние усилия для каждого элемента трубопровода, затем выполняются действия, предписанные оператором H_{k-1}

в соотношении (78). Для этого используется формула Максвелла–Мора вычисления перемещений [20], в частности определяются линейные перемещения \bar{U} и углы поворота элемента $\bar{\Phi}$, которые затем раскладываются на изгибающую и крутящую составляющие $\bar{\Theta}$ и $\bar{\Phi}$.

Далее следует вторая итерация, т. е. в соотношении (78) $k = 2$, при этом принимается, что обобщенные перемещения $V_{k-1} = \bar{V}_k$ и геометрия трубопровода корректируются в соответствии со смещениями $\bar{U} = \{U_x, U_y, U_z\}$ точек оси трубопровода:

$$x = x^0 + U_x; y = y^0 + U_y; z = z^0 + U_z, \quad (80)$$

где x^0, y^0, z^0 и x, y, z – координаты оси трубопровода соответственно в первоначальном и деформированном состояниях;

U_x, U_y, U_z – проекции вектора перемещений на оси глобальной системы координат.

Так как новая геометрия строится по отдельным точкам, которые соединяются прямолинейными отрезками конечной длины, то нарушается соответствие между линейными перемещениями \bar{U} и углами поворота сечений элементов $\bar{\Phi} = \{\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z\}$, так как последние определяются с учетом изгибной деформации элемента. В связи с этим осуществляется корректировка этих углов в соответствии с построенным деформированным состоянием. Для этого в соответствии со старыми и новыми координатами оси трубопровода определяются проекции направляющего вектора i -го элемента $\bar{r}_i^0 = \{l_i^0, m_i, n_i\}$ в недеформированном состоянии, изображенном на рис. 6.3, а.

$$l_i^0 = x_{i-1}^0 - x_i^0; m_i^0 = y_{i-1}^0 - y_i^0; n_i^0 = z_{i-1}^0 - z_i^0; \quad (81)$$

$$l_i = x_{i-1} - x_i; m_i = y_{i-1} - y_i; n_i = z_{i-1} - z_i. \quad (82)$$

Кроме того, проекции направляющего вектора элемента в деформированном состоянии $\bar{r}_i' = \{l_i', m_i', n_i'\}$ в соответствии с полученными по формуле Мора углами поворота элементов определяются следующим образом [20]:

$$\begin{aligned} l_i' &= l_{i1}l_i^0 + l_{i2}m_i^0 + l_{i3}n_i^0; \\ m_i' &= l_{i1.1}l_i^0 + l_{i+1.2}m_i^0 + l_{i+1.3}n_i^0; \\ n_i' &= l_{i2.1}l_i^0 + l_{i+2.2}m_i^0 + l_{i+2.3}n_i^0, \end{aligned} \quad (83)$$

где

$$L = \|l_{ij}\| = \begin{vmatrix} l_{i1} & l_{i2} & l_{i3} \\ l_{i+1.1} & l_{i+1.2} & l_{i+1.3} \\ l_{i+2.1} & l_{i+2.2} & l_{i+2.3} \end{vmatrix} \quad (84)$$

– матрица перехода от первоначального состояния к деформированному.

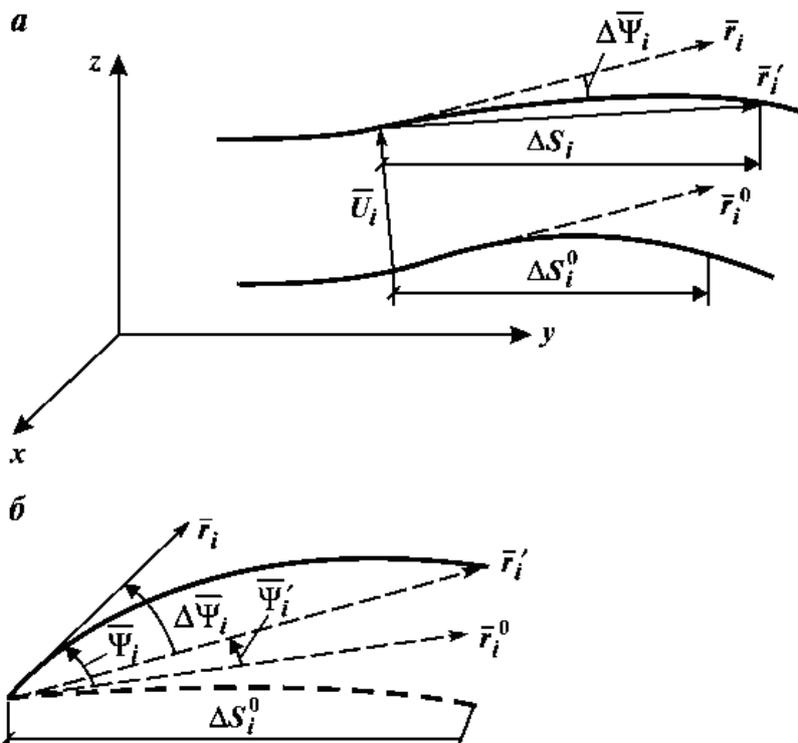


Рис. 6.3. Проекция направляющего вектора i -го элемента в недеформированном (а) и деформированном (б) состояниях

Полученные проекции суммарных углов поворота элементов $\varphi_x^i, \varphi_y^i, \varphi_z^i$ являются углами поворота трехгранника координатных осей в пространстве при переходе от первоначального состояния к деформированному. Матрица перехода L , элементы которой выражены через проекции угла $\bar{\varphi} = \{\varphi_x^i, \varphi_y^i, \varphi_z^i\}$, являются углами поворота трехгранника координатных осей в пространстве при переходе от первоначального состояния к деформированному, имеет вид

$$L = \begin{vmatrix} \cos \varphi_y^i \cdot \cos \varphi_z^i & \cos \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i \cdot \cos \varphi_x^i + \sin \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i & \cos \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i \cdot \cos \varphi_x^i - \sin \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i \\ -\sin \varphi_z^i & \cos \varphi_z^i \cdot \cos \varphi_x^i & \cos \varphi_z^i \cdot \sin \varphi_x^i \\ \sin \varphi_y^i \cdot \cos \varphi_z^i & \sin \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i \cdot \cos \varphi_x^i - \cos \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_x^i & -\sin \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_z^i \cdot \cos \varphi_x^i + \cos \varphi_y^i \cdot \sin \varphi_x^i \end{vmatrix} \quad (85)$$

Таким образом, углы между направляющими векторами i -го элемента, проекции которого определяются формулами (82) и (83), дадут значение поправки к углам $\varphi_x^i, \varphi_y^i, \varphi_z^i$, найденным по методу Мора.

В соответствии с [21] углы между векторами $\bar{\tau}_i$ и $\bar{\tau}'_i$, т. е. поправки, определяются по формулам:

$$\begin{aligned}\cos(\Delta\varphi'_x) &= \frac{m_i m'_i + n_i n'_i}{\sqrt{m_i^2 + n_i^2} \sqrt{(m'_i)^2 + (n'_i)^2}}; \quad \Delta\varphi_x^i = \arccos(\Delta\varphi_x^i); \\ \cos(\Delta\varphi'_y) &= \frac{l_i l'_i + n_i n'_i}{\sqrt{l_i^2 + l_i'^2} \sqrt{(l'_i)^2 + (n'_i)^2}}; \quad \Delta\varphi_y^i = \arccos(\Delta\varphi_y^i); \\ \cos(\Delta\varphi'_z) &= \frac{l_i l'_i + m_i m'_i}{\sqrt{l_i^2 + m_i^2} \sqrt{(l'_i)^2 + (m'_i)^2}}; \quad \Delta\varphi_z^i = \arccos(\Delta\varphi_z^i).\end{aligned}\tag{86}$$

Знак углов поправок $\Delta\varphi_x^i$, $\Delta\varphi_y^i$, $\Delta\varphi_z^i$ определяется как знак вектора $\bar{\tau}''_i$, направленного перпендикулярно к векторам $\bar{\tau}_i$, и $\bar{\tau}'_i$:

$$SIGN(\Delta\bar{\varphi}_i) = SIGN(\bar{\tau}'') = SIGN(\bar{\tau}_i \cdot \bar{\tau}'_i),$$

или в проекциях:

$$\begin{aligned}SIGN(\Delta\varphi_x^i) &= SIGN(m_i n'_i - n_i m'_i); \\ SIGN(\Delta\varphi_y^i) &= SIGN(n_i l'_i - l_i m'_i); \\ SIGN(\Delta\varphi_z^i) &= SIGN(l_i m'_i - m_i l'_i).\end{aligned}$$

В результате получаем углы поворота элементов, соответствующие построенной деформированной геометрии трубопровода, изображенной на рис. 6.3, б:

$$\begin{aligned}\varphi_x^i &= \varphi_x^i + \Delta\varphi_x^i; \\ \varphi_y^i &= \varphi_y^i + \Delta\varphi_y^i; \\ \varphi_z^i &= \varphi_z^i + \Delta\varphi_z^i.\end{aligned}\tag{87}$$

Углы поворота элементов по отношению друг к другу определяются из соотношений:

$$\begin{aligned}\Omega_x^i &= \varphi_x^i - \varphi_x^{i-1}; \\ \Omega_y^i &= \varphi_y^i - \varphi_y^{i-1}; \\ \Omega_z^i &= \varphi_z^i - \varphi_z^{i-1}.\end{aligned}\tag{88}$$

Затем, раскладывая значения углов на крутящую и изгибающую составляющие по сечениям элемента трубопровода, получаем:

$$\begin{aligned}\varphi_x^i &= c_i \cdot \frac{\Delta x_i}{\Delta S_i}; & \varphi_y^i &= c_i \cdot \frac{\Delta y_i}{\Delta S_i}; & \varphi_z^i &= c_i \cdot \frac{\Delta z_i}{\Delta S_i}; \\ \theta_x^i &= \Omega_x^i - \varphi_x^i; & \theta_y^i &= \Omega_y^i - \varphi_y^i; & \theta_z^i &= \Omega_z^i - \varphi_z^i,\end{aligned}\tag{89}$$

где $c_i = \Omega_x^i \cdot \frac{\Delta x_i}{\Delta S_i} + \Omega_y^i \cdot \frac{\Delta y_i}{\Delta S_i} + \Omega_z^i \cdot \frac{\Delta z_i}{\Delta S_i}$;

ΔS – длина элемента в деформированном состоянии;

$\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ – приращение координат i -го элемента;

$\theta_x^i, \theta_y^i, \theta_z^i$ – проекции взаимного угла поворота крайних сечений элемента;

$\varphi_x^i, \varphi_y^i, \varphi_z^i$ – проекции взаимного угла закручивания крайних сечений элемента.

По известным значениям обобщенных перемещений \bar{V}_{k-1} вычисляются внутренние усилия из геометрических условий деформации системы $A_{k-1}\bar{V}_{k-1}$ с помощью соотношений (69), (72), (75). В той же геометрии деформированного состояния определяются усилия из условия равновесия системы $B_{k-1}\bar{P}$ по алгоритму, описанному для первой итерации. При этом направления и жесткости связей назначаются с учетом направлений и значений смещений точек оси трубопровода. Жесткости связей, аппроксимирующих грунт, пересчитываются, так как ранее было принято, что грунт является упругопластической средой. Необходимость этого пересчета определяется проверкой значений линейных перемещений U каждого элемента трубопровода.

После того, как определены усилия для каждого элемента из геометрических условий $A_{k-1}\bar{V}_{k-1}$ и усилия из условий равновесия $B_{k-1}\bar{P}$, проверяется условие

$$B_{k-1}\bar{P} - A_{k-1}\bar{V}_{k-1} \leq \varepsilon,\tag{90}$$

где ε – заданная погрешность определения внутренних усилий.

Если условие (90) не выполняется, то итеративный процесс продолжается. Предполагается, что погрешности (90) являются внутренними силами, вызванными некоторой неучтенной нагрузкой на трубопроводе в основной системе. От этих внутренних сил находятся дополнительные перемещения трубопровода. Эти дополнительные перемещения определяются расчетом стержневой системы, а также линейными методами строительной механики. Сначала по методу сил находятся дополнительные реакции в «лишних» связях из системы уравнений:

$$\delta_{ij}^* \Delta \bar{R}_j = \bar{\Delta}_{ip}, \quad (91)$$

где δ_{ij}^* – то же, что в системе уравнений (79), но определенные для новой геометрии трубопровода, найденной согласно (80);

$\Delta \bar{R}_j$ – приращения реакций в «лишних» связях;

$\bar{\Delta}_{ip}$ – перемещения по i -му направлению от невязки усилий.

После определения приращения реакций в «лишних» связях и внутренних сил находятся дополнительные обобщенные перемещения ΔV_k , а также вычисляется скалярный множитель α_k в соотношении (78) следующим образом. Вводится функция погрешностей (90) системы уравнений (77), в качестве которой принимается работа внутренних сил

$$\Delta W_k = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{(\Delta \bar{M}_i^i)^2}{2 \cdot E \cdot I} + \frac{(\Delta \bar{M}_k^i)^2}{2 \cdot G \cdot I_0} + \frac{(\Delta \bar{N}_i)^2}{2 \cdot E \cdot F} \right), \quad (92)$$

где $\Delta \bar{M}_i^i$, $\Delta \bar{M}_k^i$, $\Delta \bar{N}_i$ – погрешности соответственно изгибающего, крутящего моментов и продольной силы в каждом элементе трубопровода.

Функция погрешностей (78) системы уравнений (77) аппроксимируется параболической зависимостью от множителя α_k , для чего функция (78) вычисляется для трех значений деформированного состояния системы при значениях $\alpha_k = \{0; 0,5; 1\}$. Из трех значений находится множитель α_k^* , обеспечивающий минимум работы погрешностей внутренних сил, определенных из геометрических условий и условий равновесия. Далее, когда найден множитель α_k^* , исправляется обобщенная вектор-функция перемещений V по формуле (78), т. е. корректировке подлежат линейные и угловые перемещения в виде

$$\bar{U}_k = \bar{U}_{k-1} + \alpha_k^* \cdot \Delta \bar{U}_k; \quad (93)$$

$$\bar{\varphi}_k = \bar{\varphi}_{k-1} + \alpha_k^* \cdot \Delta \bar{\varphi}_k, \quad (94)$$

а также корректируются реакции в «лишних» связях по формуле

$$\bar{R}_k = \bar{R}_{k-1} + \alpha_k^* \cdot \Delta \bar{R}_k \quad \bar{R}_k = \bar{R}_{k-1} + \alpha_k^* \cdot \Delta \bar{R}_k. \quad (95)$$

После этого начинается расчет на следующей итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет удовлетворено условие (90).

6.4. Методы и критерии оценки напряженно-деформированного состояния стенки оболочковых конструкций высокого давления

Основой проектирования и расчетов прочности конструкций являются методы оценки напряженного состояния их основных несущих элементов. От того, насколько полно используемые методы расчета позволяют определить условия нагружения материала конструкции за счет воздействия основных эксплуатационных факторов, существенно зависят принципы проектирования и обеспечения надежности конструкции, в том числе выбор конструкционного материала, конструктивное оформление узлов, требования к эксплуатации и технологии изготовления.

Следует отметить, что методы оценки напряженного состояния сосудов в настоящее время достаточно детально разработаны и обобщены.

Главным фактором, определяющим напряженное состояние корпусов сосудов, является давление рабочей среды. Кроме того, в отдельных элементах сосуда возможно возникновение дополнительных напряжений за счет воздействия на корпус внешних сил, неоднородных температурных полей. Неоднородные температурные поля в сосудах давления появляются при нестационарных тепловых режимах, возникающих, главным образом, при пусках или остановках оборудования, и могут быть представлены в виде трех основных схем:

- 1) неравномерное распределение температуры по толщине стенки;
- 2) неравномерное распределение температуры по длине оболочки;
- 3) неравномерное осесимметричное распределение температуры в районе патрубка при подаче через него более горячего или более холодного теплоносителя.

Для оценки напряженного состояния элементов сосудов чаще всего используют расчетные методы, в основе которых лежит теория тонких оболочек [22, 23]. В соответствии с этой теорией предполагается, что распределение напряжений по толщине стенки в любом элементе оболочки подчиняется линейному закону и может быть представлено как результат действия на него продольных и поперечных усилий N_x , N_y и Q_x , Q_y , а также изгибающих моментов M_x , M_y . При этом предполагается, что продольные усилия N_x и N_y создают равномерно распределенные по толщине стенки оболочки нормальные напряжения σ_x , σ_y , а поперечные усилия Q_x и Q_y – равномерно распределенные по толщине стенки касательные напряжения t_{xz} и t_{yz} . Изгибающие моменты M_x и M_y создают знакопеременные по толщине нормальные напряже-

ния, эпюры которых зеркально симметричны относительно срединной поверхности оболочки. Схема действия усилий и распределение напряжений в элементе оболочки показана на рис. 6.4.

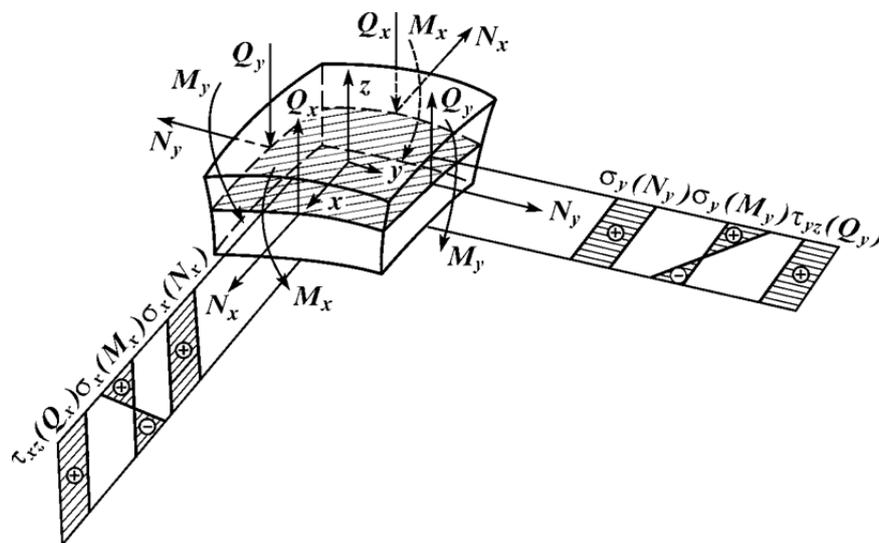


Рис. 6.4. Схема действия усилий и распределение напряжений в элементе оболочки

Таким образом, если для оболочки в каждой точке определены значения приведенных усилий и изгибающих моментов, то ее напряженное состояние считается известным, а напряжения могут быть определены по формулам:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{\delta} + \frac{12 \cdot M_x}{\delta^3} \cdot z; \quad \sigma_y = \frac{N_y}{\delta} + \frac{12 \cdot M_y}{\delta^3} \cdot z; \quad \tau_{xz} = Q_x / \delta; \quad \tau_{yz} = Q_y / \delta, \quad (96)$$

где z – расстояние от оси до срединной поверхности оболочки.

Учитывая, что максимальные значения напряжений в оболочках возникают на поверхности при $z = \delta / 2$, обычно для определения максимальных нормальных напряжений используют более простые формулы:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{\delta} \pm \frac{6 \cdot M_x}{\delta^3}; \quad \sigma_y = \frac{N_y}{\delta} \pm \frac{6 \cdot M_y}{\delta^3}. \quad (97)$$

В рамках теории тонких оболочек напряженное состояние в них представляется как плосконапряженное, т. е. поперечные напряжения σ_z , действующие в направлении толщины стенки, принимаются равными нулю. В действительности эти напряжения в ряде случаев не равны нулю, однако они малы по сравнению с напряжениями, действующими по другим осям. Как показывает анализ, отношение поперечных напряжений к напряжениям σ_x и σ_y обычно не превосходит величины

$\delta/r_{\text{ц}}$. Учитывая, что уравнения теории тонких оболочек по характеру их вывода содержат погрешность порядка $\delta/r_{\text{ц}}$ по сравнению с единицей, представление напряженного состояния в элементах оболочек как плосконапряженного является вполне оправданным в рамках общей точности используемой теории.

Из сказанного следует, что применимость теории тонких оболочек для оценки напряженного состояния в сосудах давления ограничена. Если принять, что максимально допускаемая неточность расчетов не должна превосходить 10 %, то использование теории тонких оболочек для определения напряжений, возникающих в корпусах сосудов при рабочих нагрузках, возможно только в том случае, когда для всех элементов сосуда $\delta/r_{\text{ц}} \geq 0$.

Одним из наиболее часто встречающихся, а также наиболее нагруженных узлов в сосудах давления является узел патрубков. Он также может быть представлен как сопряжение двух оболочек, однако нахождение решения этой задачи связано с существенно большими трудностями, чем в ранее рассмотренных случаях. Эта задача имеет теоретическое решение, если сферическая оболочка сопрягается с патрубком, ось которого совпадает с направлением радиуса оболочки в точке сопряжения. Для других случаев теоретическое решение имеет весьма приближенный характер, что связано с необходимостью учитывать отсутствие осевой симметрии. На практике обычно интересуются сечением, где наблюдаются максимальные напряжения. Для цилиндрической оболочки с патрубком, ось которого совпадает с радиусом оболочки в точке сопряжения, это сечение проходит через ось патрубка и образующую цилиндра. Как правило, в районе патрубка в стенке цилиндрической оболочки наблюдается повышение уровня напряжений, которое обусловлено концентрацией напряжений в районе отверстия, а также изгибом оболочки, связанным с односторонним присоединением жесткости в виде патрубка. Присоединение патрубка к отверстию в оболочке играет роль подкрепления и способствует снижению мембранных напряжений, однако при этом возможно возникновение дополнительного изгиба, что вызывает повышение напряжений на внутренней поверхности оболочки. Эти напряжения быстро затухают по мере удаления от зоны сопряжения оболочки с патрубком. С целью уменьшения эффекта изгиба в сосудах иногда используют внутреннее подкрепление, однако это в ряде случаев невозможно в связи с тем, что внутреннее подкрепление искажает потоки рабочей среды и снижает эффективность работы агрегата. Напряжения для патрубков в зоне максимальной концентрации рассчитывают по графикам, приведенным

в работе, которые получены на основе обобщения большого числа опытных данных у нас в стране и за рубежом. Коэффициент концентрации напряжений для односторонних патрубков обычно находится в диапазоне 2,5...4,0.

Как уже отмечалось, с точки зрения надежности работы сварных узлов весьма важным является уровень концентрации напряжений в районе сварных швов. В связи с этим для достаточно эффективного снижения уровня концентрации напряжений в районе сварных швов следует принимать специальные меры по существенному удалению их из зоны сопряжения патрубка с оболочкой сосуда.

Наряду с указанными факторами, определяющими местное повышение напряжений в стенке сосуда, необходимо выделить зоны концентрации напряжений, связанные с геометрией сопряжения элементов сосуда. Если до сих пор все рассмотренные факторы в рамках принятых допущений приводили к концентрации напряжений при сохранении линейного характера их распределения по толщине стенки и могли быть определены в рамках теории тонких оболочек, то в данном случае речь идет о концентраторах напряжений, вызывающих местное повышение напряжений в стенке сосуда за счет отклонения от линейного распределения по толщине. К этому виду концентраторов напряжений относятся зоны сопряжения оболочек разной толщины непосредственно в районе радиусов сопряжения, а также в районе сопряжения наружного радиуса соединения патрубка с оболочкой сосуда. Размеры зоны возмущения напряжений (т. е. отклонения их от линейного распределения) обычно не превосходят значения радиуса сопряжения, а коэффициент концентрации напряжений α_c для типовых элементов сосудов обычно составляет 1,4...2,5.

Существует следующая классификация напряжений:

- общие мембранные напряжения – средние напряжения по толщине стенки оболочки, вызываемые действием внутреннего или наружного давления;
- местные мембранные напряжения – средние по толщине стенки оболочки напряжения, вызываемые краевыми силами в зонах сопряжения оболочек различной жесткости, а также мембранные напряжения в зонах присоединения патрубков к сосудам;
- общие напряжения изгиба – напряжения изгиба, вызываемые действием внешних сил на сосуд или трубопровод;
- напряжения изгиба в плоских крышках или днищах, вызываемые действием внутреннего давления;

- местные напряжения изгиба, возникающие вследствие действия краевых сил в зонах сопряжения оболочек разной жесткости;
- общие температурные напряжения – напряжения, вызываемые осевым перепадом температур по цилиндрической оболочке, напряжения, связанные со скачкообразным изменением температур по длине оболочки, напряжения в зонах сопряжения элементов из материалов с различными коэффициентами линейного расширения и т. п.;
- местные температурные напряжения – напряжения, вызываемые градиентом температур по толщине стенки, напряжения в зоне локальных участков нагрева или охлаждения и т. п.;
- напряжения компенсации – мембранные напряжения и напряжения изгиба, а также напряжения кручения, вызываемые тепловым расширением трубопроводов при ограничении их перемещений;
- местные напряжения в зонах концентрации – напряжения в зонах отверстий, галтелей сопряжения оболочек разной толщины, в районе усиления сварных швов.

Прочность и долговечность трубопроводов высокого давления определяются сложным комплексом конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов. Для того чтобы понять взаимосвязь между ними и выделить наиболее существенные с точки зрения влияния на прочность конструкции факторы, следует проанализировать механизмы и критерии, определяющие процессы возникновения и развития повреждений отдельных узлов, элементов. В связи с необходимостью выполнять анализ прочности и долговечности конструкций определенного класса основное внимание следует уделять таким подходам, которые позволяют количественно описать основные стадии процесса разрушения сварных трубопроводов высокого давления.

7. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ОТДЕЛЬНЫХ НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ТРУБОПРОВОДА

7.1. Напряженно-деформированное состояние кривых труб

В трубопроводных системах кривые трубы применяют для изменения направления трубопровода, а также для самокомпенсации температурных деформаций.

В любых условиях нагружения изгибу кривых труб свойственны все особенности, наблюдающиеся при изгибе брусьев большой кривизны, и, кроме того, в отличие от изгиба труб с прямой осью в кривых трубах наблюдается «сплющивание поперечного сечения», т. е. нарушается гипотеза о неизменности его контура. Это приводит к нарушению привычной картины распределения по высоте и периметру поперечного сечения как осевых, так и кольцевых напряжений.

Так, если кривая труба, изображенная на рис. 7.1, нагружена только внутренним давлением, кольцевые напряжения в ней могут быть определены по зависимости [24]:

$$\sigma_{\theta} = \frac{p \cdot r}{2 \cdot h} \cdot \frac{2 \cdot R + r \cdot \sin \varphi}{R + r \cdot \sin \varphi}, \quad (98)$$

где r – внутренний радиус трубы, м;

R – радиус изгиба колена, м;

h – толщина стенки трубы, м;

φ – угол, определяющий положение исследуемой точки на поперечном сечении кривой трубы.

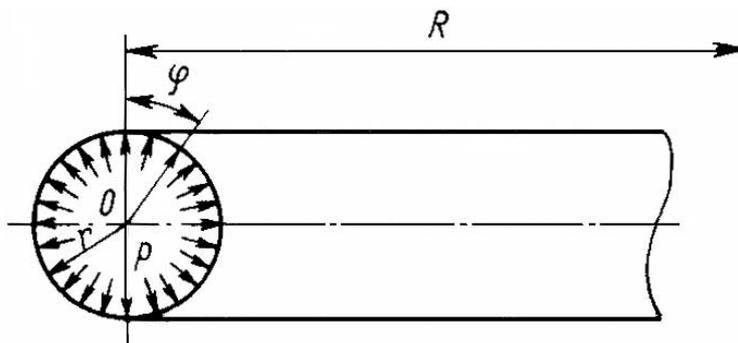


Рис. 7.1. Нагружение кривой трубы внутренним давлением

Максимальное кольцевое напряжение соответствует точке, определяемой углом $\varphi = 270^\circ$, минимальное – точке с углом $\varphi = 90^\circ$, по оси изгиба трубы ($\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$) кольцевые напряжения в кривой трубе совпадают с напряжениями в прямой, определяемыми по формуле Лапласа (безмоментная теория оболочек).

Из формулы (98) следует, что максимальные кольцевые напряжения в кривой трубе в значительной степени зависят от отношения радиуса изгиба колена R к диаметру трубы D . При $R/D = 1$ коэффициент увеличения максимального напряжения в колене k_m по сравнению с кольцевым напряжением в прямой трубе равен 1,5; при $R/D = 1$ $k_m = 1,17$; при $R/D = 4$ $k_m = 1,07$; при $R/D = 6$ $k_m = 1,05$ и т. д.

Инженерные методики определения напряженного состояния в кривых трубах при изгибе обычно базируются на теории изгиба труб Кармана, причем, как правило, вводятся коэффициенты интенсификации продольных m_1 и кольцевых m_2 напряжений, которые показывают, во сколько раз напряжения в кривых трубах больше напряжений в прямых при одних и тех же изгибающих моментах и моментах сопротивления сечений. Для определения полного напряженного состояния (учет внутреннего давления, продольных сил и др.) используют принцип суперпозиции.

При действии изгибающего момента M продольные напряжения в кривой трубе $\sigma_{\text{прод}}$ по теории Кармана (при $\lambda = 0,3$)

$$\sigma_{\text{прод}} = \frac{M}{I \cdot k} \cdot \left[1 - \mu \cdot \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right], \quad (99)$$

где z – расстояние от нейтральной оси до исследуемой точки;

k – коэффициент понижения жесткости колена, зависящий от безразмерной величины

$$\lambda = \frac{h \cdot R}{r_{\text{cp}}^2}, \quad (100)$$

где r_{cp} – средний радиус трубы.

Для определения значений коэффициента k Карман использовал энергетический подход с последующим решением задачи вариационным методом Ритца. Решение получено в виде тригонометрического ряда, первые три члена которого составляют:

$$k_1 = \frac{1 + 12 \cdot \lambda^2}{10 + 12 \cdot \lambda^2}; \quad (101)$$

$$k_2 = \frac{3 + 536 \cdot \lambda^2 + 3600 \cdot \lambda^4}{105 + 4136 \cdot \lambda^2 + 4800 \cdot \lambda^4}; \quad (102)$$

$$k_3 = \frac{3 + 3280 \cdot \lambda^2 + 329376 \cdot \lambda^4 + 2822400 \cdot \lambda^6}{252 + 73912 \cdot \lambda^2 + 2446176 \cdot \lambda^4 + 2822400 \cdot \lambda^6}. \quad (103)$$

Чем меньше величина λ , тем большее число членов ряда необходимо вводить в расчет. При $\lambda \geq 0,7$ можно ограничиться одним членом ряда, при $\lambda \geq 0,17$ необходимо в расчет вводить не менее двух членов ряда, а при $\lambda < 0,1$ – три члена ряда.

При $\lambda < 0,1$ целесообразно пользоваться зависимостью, аппроксимирующей более точные решения:

$$k = 0,58 \cdot \lambda. \quad (104)$$

Необходимо заметить, что зависимости (101)–(103) справедливы, если колена присоединяют к обычным трубам сваркой. В случае присоединения колена к жесткому фланцу, который препятствует «сплющиванию поперечного сечения», в первом приближении коэффициент понижения жесткости колена может быть найден по зависимости

$$k_{\psi} = \frac{\lambda^m}{1,65}, \quad (105)$$

где $m = 5/6$ при фланцевом соединении на одном конце колена и $m = 2/3$ при фланцевом соединении на его двух концах.

Учет внутреннего давления, так как оно в той или иной степени препятствует «овализации» поперечного сечения труб при изгибе, несколько увеличит значения коэффициентов k_{it} , получаемых по зависимостям (101), (104).

Очень часто при вычислении максимальных продольных напряжений вместо формулы (98) используют зависимость

$$\sigma_{\text{прод max}} = m_1 \cdot \sigma_{\text{прод}}, \quad (106)$$

где $\sigma_{\text{прод}}$ – продольные напряжения в прямой трубе, подсчитанные по общей теории изгиба;

m_1 – коэффициент интенсификации продольных напряжений в кривых трубах:

$$m_1 = \frac{2}{3 \cdot k} \sqrt{\frac{5 + 6 \cdot \lambda^2}{18}}. \quad (107)$$

Кольцевые напряжения в поперечном сечении колена при его изгибе могут быть найдены (они возникают в поперечном сечении колец за счет его «сплющивания») по формуле Вая:

$$\sigma_{\theta} = \frac{18 \cdot M \cdot r_n \cdot \lambda \cdot (1 - 2z^2 / r_n^2)}{I \cdot (1 + 12 \cdot \lambda^2)}, \quad (108)$$

где r_n – наружный радиус колена.

Величина максимального значения кольцевого напряжения при изгибе

$$\sigma_{\theta \max} = m_2 \cdot \sigma_{\text{прод}}, \quad (109)$$

где
$$m_2 = 18 \cdot \lambda / (1 + 12 \cdot \lambda^2). \quad (110)$$

Относительно точное решение задачи о напряженном состоянии кривых труб большой кривизны ($\lambda < 0,3$) дали ученые Артур Кларк и Маркус Рейнер, в соответствии с исследованиями которых для этих труб

$$m_1 = 0,84 \cdot \lambda^{-2/3}; \quad m_2 = 1,80 \cdot \lambda^{-2/3}. \quad (111)$$

Если учитывать, что на напряженное состояние изгибаемой кривой трубы влияет не только действие момента от «сплюсывающих сил», как это делалось выше, но и собственно сжимающее их воздействие, то продольные и кольцевые напряжения в этом случае будут равны по Гроссу:

$$\sigma_{\text{прод}} = \frac{M}{k \cdot W} \cdot \left[A_n(\varphi) + \frac{2 \cdot \mu \cdot z}{h} \cdot B_n(\varphi) \right]; \quad (112)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{M}{k \cdot W} \cdot \left[\mu \cdot A_n(\varphi) + \frac{2 \cdot z}{h} \cdot B_n(\varphi) - \frac{r}{R} \cdot C_n(\varphi) \right], \quad (113)$$

где M – изгибающий момент, Н·м;

W – момент сопротивления поперечного сечения, м³;

k – коэффициент изменения жесткости по соответствующему приближению Кармана по зависимостям (101)–(106);

$A_n(\varphi)$, $B_n(\varphi)$, $C_n(\varphi)$ – коэффициенты, принимаемые в зависимости от приближений Кармана.

Для случая k_1 (первое приближение)

$$A_1(\varphi) = \sin \varphi - \frac{6 \cdot \sin^3 \varphi}{5 + 6 \cdot \lambda^2}; \quad B_1(\varphi) = \frac{9 \cdot \lambda \cdot \cos^2 \varphi}{5 + 6 \cdot \lambda^2}; \quad (114)$$

$$C_1(\varphi) = 2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{6 \cdot \lambda^2 + \cos^2 \varphi}{10 + 12 \cdot \lambda^2}.$$

В заключение отметим, что толщину стенки кривой трубы можно рассчитать в первом приближении только при учете внутреннего давления. Учет же остальных нагрузок (N , M и др.), так же, как и учет понижения жесткости кривой трубы при использовании её в качестве самокомпенсатора температурных удлинений, строго обязателен.

7.2. Расчет напряженно-деформированного состояния в коническом переходе

Если требуется соединить два трубопровода с различными диаметрами труб, неизбежно возникает необходимость в создании конического переходного участка, представленного на рис. 7.2.

Методика расчета его напряженно-деформированного состояния может использоваться для определения внутренних силовых факторов (в общем случае моментов, продольных и поперечных сил) в наиболее нагруженных сечениях рассматриваемого участка (ими являются сечения A и B , показанные на рис. 7.2). Мысленно разделим оболочки по сечениям A и B .

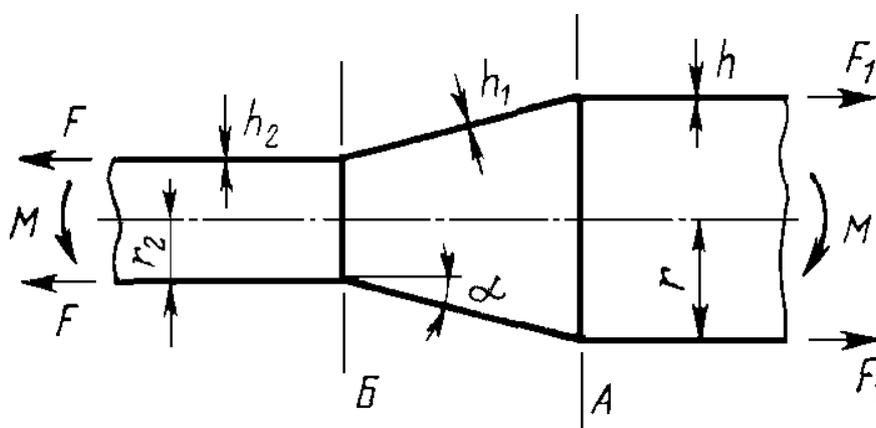


Рис. 7.2. Схема конического перехода

Действие разведенных частей друг на друга заменим неизвестным моментом X_1 , поперечной силой X_2 и продольной силой X_3 , показанными на рис. 7.3.

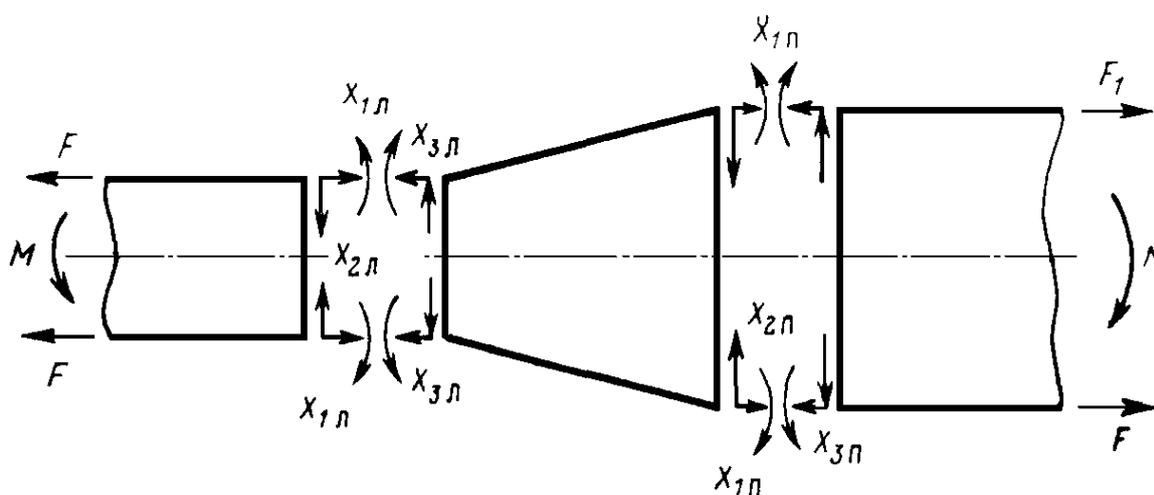


Рис. 7.3. Основная система

Для каждого из сечений составим канонические уравнения:

$$\begin{aligned} X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + X_3 \cdot \delta_{13} + \Delta_{1p} &= 0; \\ X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + X_3 \cdot \delta_{23} + \Delta_{2p} &= 0; \\ X_1 \cdot \delta_{31} + X_2 \cdot \delta_{32} + X_3 \cdot \delta_{33} + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \tag{115}$$

Коэффициент δ_{11} есть взаимное перемещение соответствующих краев оболочек (цилиндрической и конической) по направлению X_1 от воздействия $X_1 = 1$, т. е. угол поворота краев оболочек от воздействия единичного момента и т. д.

Несколько громоздкое решение так или иначе неизбежно приведет к отысканию всех внутренних факторов в рассматриваемых сечениях. При введении некоторых упрощающих предположений (например, условимся в расчетах пренебрегать поперечными силами ввиду их малости и др.) решение задачи может быть существенно упрощено и отыскание напряжений не представит особого труда.

8. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ПРИМЕНИТЕЛЬНО К РАСЧЕТУ РЕЗЕРВУАРОВ И ТРУБОПРОВОДОВ

8.1. Геометрические характеристики оболочек резервуаров и трубопроводов

Оболочкой называется тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с прочими размерами тела [1].

Геометрическое место точек, равно удаленных от обеих поверхностей, является срединной поверхностью оболочки. Эта поверхность в теории оболочек играет такую же роль, как и геометрическая ось балки в сопротивлении материалов.

Длина перпендикуляра, восстановленного в произвольной точке срединной поверхности, между двумя ограничивающими поверхностями определяет толщину оболочки, которую обозначим через h .

Форма срединной поверхности, толщина стенки и граничный контур полностью определяют оболочку с геометрической стороны.

Проведем в некоторой точке M срединной поверхности произвольной формы нормаль и плоскость, содержащую эту нормаль, изображенную на рис. 8.1. Точки пересечения плоскости, содержащей нормаль, и срединной поверхности образуют некоторую кривую линию, которая называется нормальным сечением в точке M .

Проведем на срединной поверхности произвольной формы семейство линий $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, и $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, указанных на рис. 8.2. Если линии систем α и β пересекаются под прямым углом, т. е. угол между касательными к этим линиям равен 90° , то сетка этих линий называется ортогональной.

Семейство ортогональных линий α и β называется линиями кривизны. Через каждую точку пересечения проходит одна кривая каждого семейства.

Предположим, что на ортогональных линиях 1–1 и 2–2 семейства α и β лежат две точки N_1 и N_2 , бесконечно удаленные от точки пересечения этих линий M .

Точки пересечения этих нормалей O_1 и O_2 называются центрами кривизны главных нормальных сечений срединной поверхности в точке M соответственно в ортогональных направлениях 1–1 и 2–2.

Расстояния от центров кривизны O_1 и O_2 до точки M носят название главных радиусов R_1 и R_2 кривизн срединной поверхности в точке

M соответственно вдоль линий 1–1 и 2–2, а величины, обратные главным радиусам кривизны, $K_1 = \frac{1}{R_1}$ и $K_2 = \frac{1}{R_2}$ называются главными кривизнами срединной поверхности в точке M .

Определим произведение и полусумму главных кривизн:

$$\Gamma = K_1 \cdot K_2 = \frac{1}{R_1 \cdot R_2};$$

$$K = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{R_1 + R_2}{2 \cdot R_1 \cdot R_2}.$$
(116)

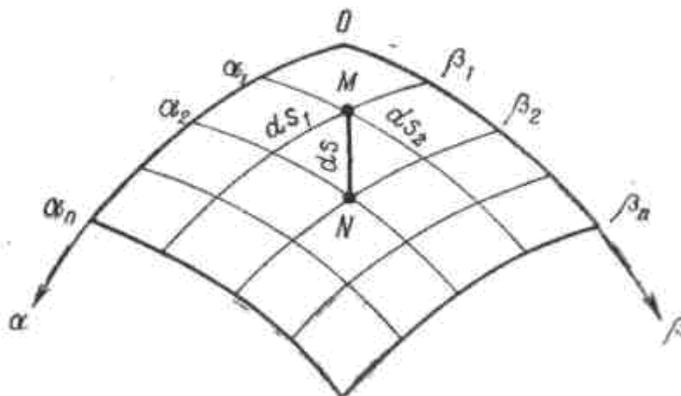
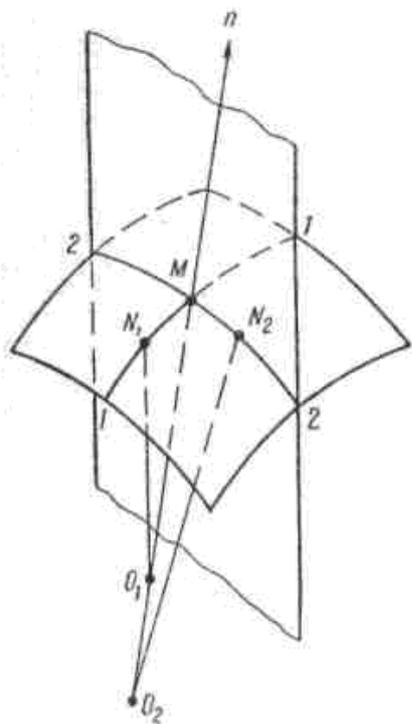


Рис. 8.1. Ортогональные линии

Рис. 8.2. Положение точки на срединной поверхности

Величина Γ называется гауссовой кривизной поверхности в данной точке, K – средней кривизной.

Понятие гауссовой кривизны в теории поверхностей является фундаментальным. По знаку гауссовой кривизны можно судить о форме поверхности в окрестности данной точки.

Если $\Gamma > 0$ (положительная кривизна), то кривизны K_1 и K_2 имеют одинаковый знак. Это означает, что центры кривизны O_1 и O_2 по главным направлениям находятся по одну сторону от поверхности на рис. 8.3, а, а центры кривизны всех других нормальных сечений будут лежать на

отрезке O_1O_2 . К оболочкам положительной гауссовой кривизны относятся выпуклые оболочки.

Напротив, при $\Gamma < 0$ (отрицательная кривизна) центры O_1 и O_2 лежат по разные стороны от поверхности на рис. 8.3, б; центры кривизны остальных нормальных сечений находятся на внешних областях отрезка O_1O_2 . К оболочкам отрицательной гауссовой кривизны относятся оболочки вогнуто-выпуклые.

Наконец, если $\Gamma = 0$ (нулевая кривизна), одна из главных кривизн обращается в нуль, центры кривизны лежат по одну сторону от O_1 , а центр O_2 находится в бесконечности (рис. 8.3, в). К оболочкам нулевой гауссовой кривизны относятся цилиндрические и конические оболочки.

Положение точки на срединной поверхности оболочки будем определять с помощью криволинейных координат α и β , которые являются линиями главных кривизн для недеформированной поверхности оболочки, изображенной на рис. 8.2.

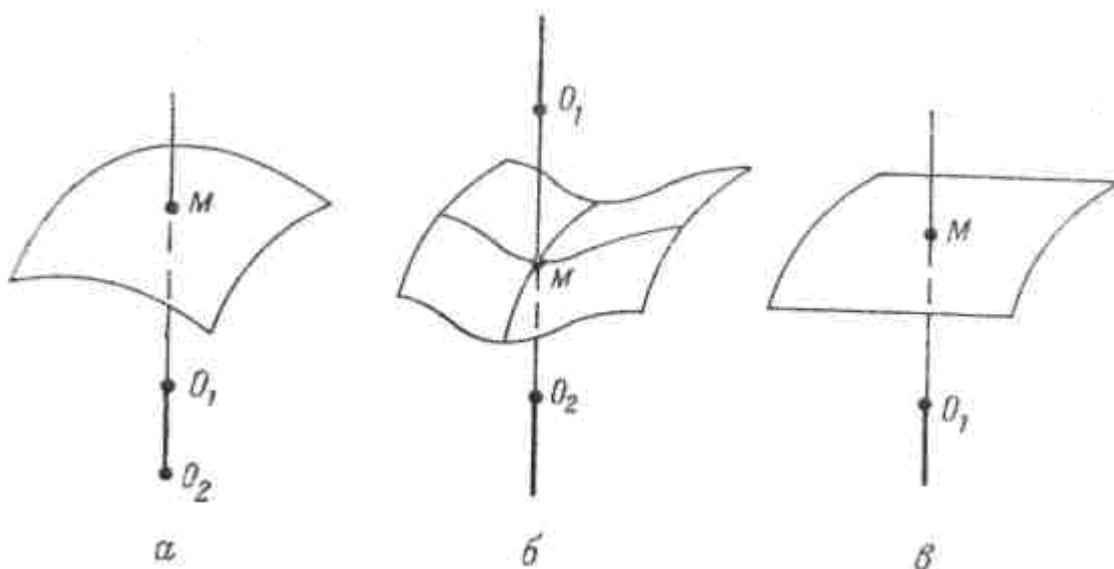


Рис. 8.3. Форма поверхностей в зависимости от гауссовой кривизны:
 $a - \Gamma > 0$; $б - \Gamma < 0$; $в - \Gamma = 0$

Если, например, срединная поверхность оболочки образована вращением кривой вокруг некоторой оси Oz , то главными линиями кривизны являются меридианы и параллели, которые образуют так называемую географическую сетку, изображенную на рис. 8.4. Эти линии и принимаются за криволинейные координаты, широко применяемые в технике оболочек вращения. Задать положение этих линий можно при помощи той или иной системы координат.

Каждому значению $z = \text{const}$ соответствует некоторая параллель, а углу $\theta = \text{const}$ – меридиан.

Положение точки M на срединной поверхности оболочки вращения в сферической системе координат определяется углом φ , характеризующим положение меридиана.

В окрестности точки M срединной поверхности произвольной формы выделим четырьмя координатными линиями бесконечно малый элемент, указанный на рис. 8.2. Так как при линеаризации в малом бесконечно малые отрезки кривых можно заменить прямыми линиями, выражение для квадрата линейного бесконечно малого элемента в ортогональной системе координат будет иметь вид

$$ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2, \quad (117)$$

где ds_1, ds_2 – линейные элементы, соответствующие приращениям криволинейных координат в направлениях α и β . Так как приращения в направлении α и β бесконечно малы, то линейные элементы ds_1 и ds_2 будут пропорциональны дифференциалам независимых переменных.

$$ds_1 = A d\alpha; \quad ds_2 = B d\beta, \quad (118)$$

где A, B – коэффициенты искажения, преобразующие приращения криволинейных координат в линейные отрезки.

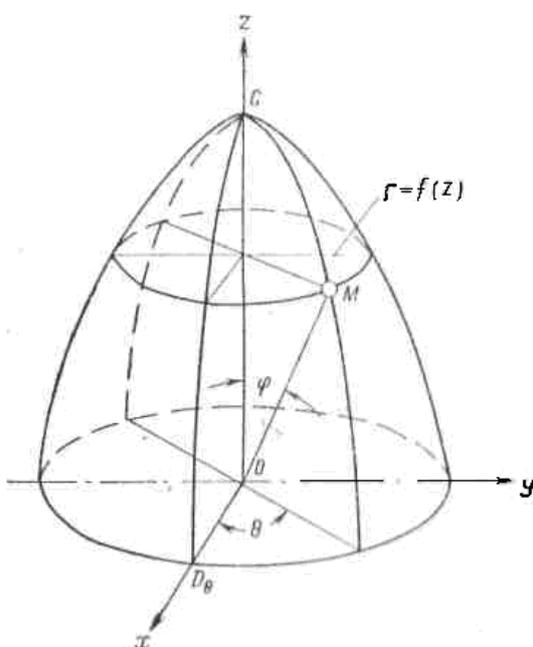


Рис. 8.4. Срединная поверхность, образованная вращением кривой вокруг оси z

После подстановки (1.3) в (1.2) выражение для квадрата линейного элемента примет вид

$$ds^2 = A^2 d\alpha^2 + B^2 d\beta^2. \quad (119)$$

Выражение (119) носит название первой квадратичной формы поверхности, а величины A и B – коэффициенты первой квадратичной формы. Эти коэффициенты зависят от криволинейных координат точки M поверхности, но не зависят от их дифференциалов, следовательно, для данной точки поверхности A и B определяются однозначно. Например, значения коэффициентов первой квадратичной формы для рассмотренной нами произвольной оболочки вращения запишутся:

а) в цилиндрической системе координат

$$A = \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}; B = r; \quad (120)$$

б) в сферической системе координат

$$A = \frac{r}{\cos \varphi}; B = r, \quad (121)$$

где r – функция от φ , указанная на рис. 8.4.

Теория расчета оболочек в зависимости от отношения толщины стенки h к радиусу срединной поверхности R делится на теорию оболочек произвольной толщины и на теорию тонких упругих оболочек.

Обычно тонкими считают такие оболочки, у которых $\max\left(\frac{h}{R}\right) \leq \frac{1}{20}$, а толстостенными – у которых это неравенство не соблюдается.

При выводе основных формул для тонких оболочек можно отбрасывать члены, содержащие относительную толщину стенки $\frac{h}{R}$; для толстостенных оболочек эти члены сохраняются.

Оболочки нефтехранилищ и магистральных трубопроводов удовлетворяют рассматриваемому условию, поэтому расчет этих сооружений основывается на теории упругих тонких оболочек.

8.2. Основные уравнения линейной теории тонких упругих оболочек

В основу теории оболочек положены упрощения, имеющие определенный физический смысл и вполне очевидную преемственность от хорошо проверенной теории балок.

Эти допущения и гипотезы формулируются следующим образом:

- прямолинейные волокна оболочки, перпендикулярные к срединной поверхности до деформации, остаются после деформации также прямолинейными и перпендикулярными к изогнутой срединной поверхности, сохраняя при этом свою длину;

- нормальные напряжения на площадках, параллельных срединной поверхности, пренебрежимо малы по сравнению с прочими напряжениями.

В оболочке произвольной формы, изображенной на рис. 8.5, заданной в системе координат α, β, z , выделим нормальными плоскостями $\alpha = \text{const}, \alpha + d\alpha = \text{const}, \beta = \text{const}, \beta + d\beta = \text{const}$ бесконечно малый элемент и рассмотрим условия его равновесия под действием всех внешних и внутренних сил.

Внешние силы, непрерывно распределенные по поверхностям, ограничивающим оболочку, действуют по нормали к ее срединной поверхности (давление жидкости или газа). Обозначим внешнюю силу, приходящуюся на единицу площади срединной поверхности, через q , а ее компоненты, совпадающие с направлениями касательных к координатным линиям α, β и z , в точке 0 , соответственно через $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$. Эти составляющие нагрузки – произвольные непрерывные функции независимых переменных α и β . Например, для стенки цилиндрического резервуара в качестве нагрузки \bar{Z} принимается давление жидкости и ветровое давление, а нагрузки \bar{X} – собственный вес резервуара и кровли на единицу периметра. Внутренним силам соответствуют напряжения, действующие на соответствующие боковые грани элемента.

Обозначим:

σ_1 – нормальное напряжение на грани $\alpha = \text{const}$;

σ_2 – нормальное напряжение на грани $\beta = \text{const}$;

$\tau_{12} = \tau_{21}$ – касательные напряжения соответственно на гранях $\beta = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$, равные из условия равновесия выделенного элемента («закон парности касательных напряжений»);

$\tau_{z1} = \tau_{z2}$ – касательные напряжения, направленные по нормали к срединной поверхности оболочки.

Очевидно, касательные напряжения, как и для прямого бруса, являются реакциями единичного элемента на сдвиг и кручение оболочки. Положительные направления напряжений показаны на рис. 8.5.

Если радиус кривизны сечения $\alpha = \text{const}$ срединной поверхности равен R_2 , то соответствующий радиус кривизны элемента, находящегося на расстоянии z от срединной поверхности, будет равен

$$R_2^{(z)} = R_2 + z. \quad (122)$$

Кроме того, если длина дуги ab срединной поверхности равна Bdb , то длина дуги ce элемента, отстоящего на расстоянии z от срединной поверхности, в соответствии с гипотезой прямых нормалей будет равна

$$ce = B \cdot d\beta + \frac{B \cdot d\beta}{R_2} \cdot z = \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot B \cdot d\beta. \quad (123)$$

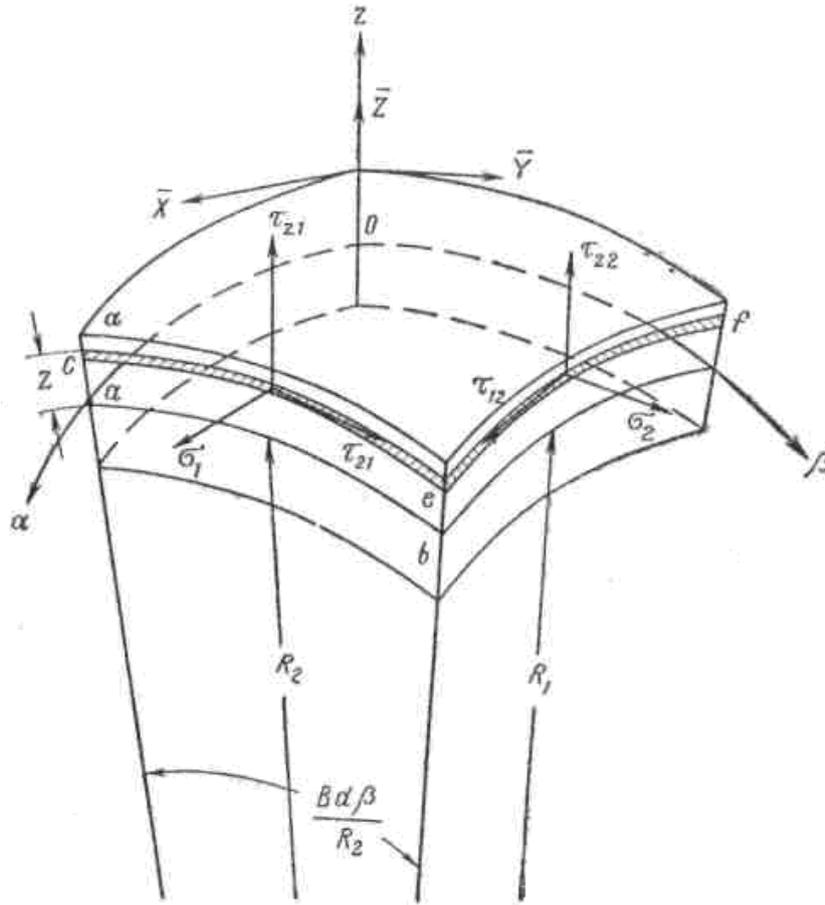


Рис. 8.5. Условия равновесия бесконечно малого элемента

Аналогично определяются радиус кривизны и длина дуги элемента, отстоящего на расстоянии z от срединной поверхности, в сечении $\beta = \text{const}$:

$$R_2^{(z)} = R_2 + z. \quad (124)$$

$$ef = \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot A \cdot d\alpha. \quad (125)$$

Введем вместо напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}, \tau_{21}, \tau_{z1}, \tau_{z2}$, действующих на заштрихованную площадку каждой грани, статические эквивалентные внутренние усилия и моменты, положительные направления которых показаны на рис. 8.6. Усилия $N_1, S_{21}, Q_1, N_2, S_{12}, Q_2$, изображенные на рис. 8.6, а, и моменты M_1, M_{12}, M_2, M_{21} , показанные на рис. 8.6, б, полностью характеризуют напряженное состояние оболочки, так как

вычисление этих величин равносильно возможности определения всех указанных выше напряжений.

Указанные на этом рисунке внутренние усилия и моменты в произвольной оболочке являются компонентами так называемого полного моментного напряженного состояния.

Нормальное усилие N_1 на грани $\alpha = \text{const}$, отнесенное к единице длины сечения оболочки, определяется путем суммирования нормального напряжения σ_1 по площади грани $\alpha = \text{const}$

$$N_1 \cdot B \cdot d\beta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot B \cdot d\beta \cdot dz \quad (126)$$

или

$$N_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz. \quad (127)$$

Нормальное усилие на грани $\beta = \text{const}$, отнесенное к единице длины сечения оболочки, определяется путем суммирования нормального напряжения σ_2 по площади грани $\beta = \text{const}$

$$N_2 \cdot A \cdot d\alpha = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot A \cdot d\alpha \cdot dz \quad (128)$$

или

$$N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz. \quad (129)$$

Аналогично находим сдвигающие усилия, действующие соответственно на гранях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$:

$$\begin{aligned} S_{21} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{21} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz; \\ S_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{12} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz. \end{aligned} \quad (130)$$

Линейное распределение нормальных напряжений по высоте сечения оболочки, вытекающее из гипотезы о прямых нормалях (первой гипотезы Кирхгофа), дает возможность записать изгибающие моменты в форме:

$$\begin{aligned}
 M_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{12} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot z \cdot dz; \\
 M_{21} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{21} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot z \cdot dz; \\
 M_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot z \cdot dz; \\
 M_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot z \cdot dz.
 \end{aligned}
 \tag{131}$$

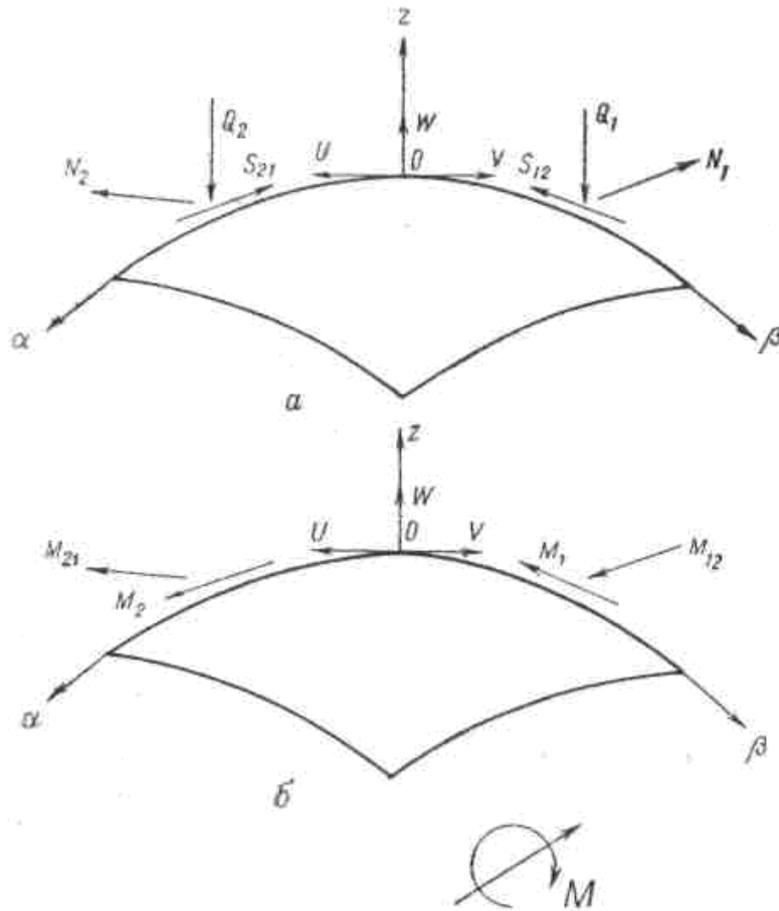


Рис. 8.6. Полное моментное напряженное состояние:
а – усилия; б – моменты

Поперечные силы получают путем суммирования по высоте сечения соответствующих касательных напряжений:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{z1} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_2}\right) \cdot dz; \\
 Q_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{z2} \cdot \left(1 + \frac{z}{R_1}\right) \cdot dz.
 \end{aligned}
 \tag{132}$$

Так как внутренние усилия и моменты отнесены к единице длины сечения оболочки, то размерность усилий будет кгс/см или тс/м, а размерность моментов – кгс·см/см или тс·м/м.

В общем случае при $R_1 \neq R_2$ из закона парности касательных напряжений, когда $\tau_{12} = \tau_{21}$ согласно формулам (130) и (131), не следует равенство сдвигающих сил S_{12} , S_{21} и крутящих моментов M_{12} , M_{21} в сечениях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$. В частном случае, при $R_1 = R_2$, т. е. для сферической поверхности, сдвигающие и крутящие моменты на двух взаимно перпендикулярных сечениях равны между собой ($S_{12} = S_{21}$, $M_{12} = M_{21}$).

Если учесть, однако, что для тонких оболочек $z \ll R_1$ и $z \ll R_2$, то величиной членов $\frac{z}{R_1}$ и $\frac{z}{R_2}$ по сравнению с единицей можно с достаточной точностью пренебречь. Тогда из формул (15) и (16) в общем случае следует:

$$S_{12} = S_{21} = S; \quad M_{12} = M_{21} = M. \quad (133)$$

Для определения десяти неизвестных внутренних усилий и моментов в общем случае должна быть составлена система из десяти уравнений.

Из условий равновесия элемента, вырезанного из оболочки нормальными сечениями $\alpha = \text{const}$, $\alpha + d\alpha = \text{const}$, $\beta = \text{const}$, $\beta + d\beta = \text{const}$, можно получить только шесть уравнений. Следовательно, задача о равновесии элемента оболочки является статически неопределимой.

Остальные четыре дополнительных уравнения, так же, как и в элементарной теории статически неопределимой балки, можно составить из геометрических уравнений и соотношений упругости.

Геометрические уравнения связывают компоненты упругих перемещений и деформаций срединной поверхности оболочки, а соотношения упругости устанавливают зависимость внутренних усилий и моментов с деформациями срединной поверхности. Их подробный вывод представлен в работах [2, 3].

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1 \cdot B) - N_2 \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(A \cdot S_{12}) + S_{21} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + Q_1 \cdot K_1 \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{X} &= 0; \\ \frac{d}{d\beta}(A \cdot N_2) - N_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot S_{21}) + S_{12} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + Q_2 \cdot K_2 \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{Y} &= 0; \end{aligned} \quad (134)$$

$$\begin{aligned}
& -\left(\frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2\right) + \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot Q_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot Q_2)\right] + \bar{Z} = 0; \\
& \frac{\partial}{\partial \alpha}(M_{21} \cdot B) + M_{12} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta}(A \cdot M_2) - M_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_2 \cdot A \cdot B = 0; \quad (135) \\
& \frac{\partial}{\partial \beta}(M_{12} \cdot A) + M_{21} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(B \cdot M_1) - M_2 \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_1 \cdot A \cdot B = 0.
\end{aligned}$$

Для задач динамики компоненты нагрузки \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} включают инерционные силы.

Геометрические уравнения:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{V}{A \cdot B} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{W}{R_1}; \\
\varepsilon_2 &= \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial U}{\partial \beta} + \frac{U}{A \cdot B} \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha} + \frac{W}{R_2}; \\
\gamma &= \frac{B}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{V}{B}\right) + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{U}{A}\right); \\
\xi_1 &= -\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left(-\frac{V}{R_2} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta}\right) \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta}; \\
\xi_2 &= -\frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \cdot \left(-\frac{V}{R_2} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta}\right) - \frac{1}{A \cdot B} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha}\right) \cdot \frac{\partial B}{\partial \alpha}; \\
\chi &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{B} \cdot \left(\frac{V}{R_2} - \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta}\right) + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{U}{R_1} - \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha}\right)\right], \quad (136)
\end{aligned}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – относительные удлинения срединной поверхности соответственно в направлениях α и β ;

γ – сдвиг срединной поверхности (косинус угла между линиями α и β после деформации);

ξ_1 и ξ_2 – параметры, характеризующие изменение кривизны срединной поверхности соответственно в направлениях α и β ;

χ – параметр, характеризующий «кручение» срединной поверхности; под «кручением» понимают предел отношения угла взаимного закручивания двух противоположных сторон элемента срединной поверхности к расстоянию между ними при стремлении размеров элементов к нулю;

U, V – перемещения срединной поверхности оболочки, совпадающие с направлениями касательных соответственно к линиям α и β ;

W – перемещение срединной поверхности, совпадающее с направлением нормали к срединной поверхности.

Относительно уравнений (136) следует заметить, что они отвечают условиям малых перемещений $U \ll h$, $V \ll h$, $W \ll h$. В тех случаях, когда эти условия не выдержаны, необходимо учитывать нелинейные составляющие деформаций, рассматриваемые в рамках нелинейной теории оболочек [4].

Физические уравнения:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2); \\
 N_2 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot (\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1); \\
 S &= S_{12} = S_{21} = G \cdot h \cdot \gamma; \\
 M_1 &= D \cdot (\xi_1 + \nu \cdot \xi_2); \\
 M_2 &= D \cdot (\xi_2 + \nu \cdot \xi_1); \\
 M &= M_{12} = M_{21} = D \cdot (1 - \nu) \cdot \chi,
 \end{aligned} \tag{137}$$

где $D = E \cdot \frac{h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость, Н/м;

$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ – модуль сдвига, Па;

E – модуль упругости, Па;

ν – коэффициент Пуассона.

Таким образом, имеются пять уравнений равновесия (134), шесть зависимостей, связывающих деформации с перемещениями (136), и восемь соотношений закона Гука (137). Неизвестны три перемещения (U , V , W), четыре усилия в срединной поверхности (N_1 , S_{21} , N_2 , S_{12}), четыре момента (M_1 , M_{21} , M_2 , M_{12}), две поперечные силы (Q_2 , Q_1), три деформации в срединной поверхности (ε_1 , ε_2 , γ) и три параметра кривизны (ξ_1 , ξ_2 , χ). Перечисленным девятнадцать неизвестным соответствуют девятнадцать уравнений.

Решение системы уравнений (136), (137) при заданных граничных условиях – задача, которая для ряда оболочек в общей постановке не решена до сих пор. Но для конкретных геометрических параметров оболочек и заданной нагрузки путем оправданных упрощений, отображающих действительную работу оболочки под нагрузкой, почти всегда удается построить более простые теории. В частности, анализ методов расчета упругих тонких оболочек на произвольную нагрузку применительно к конструкциям резервуаров и трубопроводов показывает, что, как и для большинства других тонкостенных конструкций, общее напряженное состояние можно

разделить на безмоментное и краевой эффект. Это означает, что для большей части поверхности оболочки, достаточно удаленной от краев (например, от верхнего и нижнего узла сопряжения цилиндрического резервуара), изгибающими, крутящими моментами и перерезывающими силами можно пренебречь, т. е. единственными компонентами напряженного состояния будут тангенциальные усилия (N, S), а компонентами перемещений – тангенциальные перемещения U, V . Моментное напряженное состояние возникает только вблизи краев. Расчет резервуаров и трубопроводов может быть построен следующим образом:

- 1) проводится расчет оболочки по безмоментной теории на заданную поверхностную нагрузку с удовлетворением тангенциальных граничных условий на ее краях;
- 2) строятся для каждого края оболочки независимо друг от друга простые краевые эффекты;
- 3) усилия, моменты и перемещения полного напряженного состояния получаются путем суммирования результатов расчета по безмоментной и моментной теории;
- 4) произвольные постоянные общего решения определяются из удовлетворения нетангенциальных граничных условий на краях оболочки.

8.3. Безмоментное напряженное состояние оболочек

При проектировании пространственных конструкций, в частности газонефтехранилищ и трубопроводов, всегда следует стремиться к тому, чтобы в оболочке этих сооружений отсутствовали изгибающие и крутящие моменты, приводящие к изгибным напряжениям, а напряженное состояние оболочек складывалось только от действия нормальных и сдвигающих усилий. От действия только нормальных и сдвигающих усилий напряжения в оболочке получаются значительно ниже, чем от действия крутящих и особенно изгибающих моментов, поэтому чисто изгибающий тип напряженного состояния опасен и технически невыгоден для тонкостенных пространственных сооружений. Это объясняется тем, что внутренняя энергия деформации оболочки при изгибе значительно больше, чем при растяжении или сжатии. Это можно показать на простейшем примере из элементарной теории бруса. Если на свободном конце консольной балки приложить сосредоточенную силу сначала в направлении, перпендикулярном оси балки (изгиб), а затем вдоль оси (сжатие или растяжение), то внутренняя энергия деформации балки при изгибе будет значительно больше, чем при сжатии или растяжении.

Предположим, что в сечениях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$ оболочки действуют только сдвигающие S и нормальные N_1 и N_2 усилия, а поперечные силы, крутящие и изгибающие моменты отсутствуют, т. е.

$$M_1 = M_2 = Q_1 = Q_2 = M_{12} = M_{21} = 0. \quad (138)$$

Тогда напряженное состояние оболочки зависит только от действия нормальных и сдвигающих усилий и называется безмоментным.

К сожалению, прийти к безмоментному напряженному состоянию оболочки удастся не всегда, а только в тех случаях, когда соблюдаются следующие условия его существования:

- Оболочка должна иметь плавно изменяющуюся непрерывную поверхность. Действительно, в зонах резкого изменения формы (перелом поверхности, скачкообразное изменение толщины оболочки) величина деформаций элементов оболочки различна, а это, в свою очередь, приводит к изгибу.

- Нагрузка на оболочку должна быть плавной и непрерывной.

- Условия закрепления краев оболочки должны иметь возможность свободно перемещаться в направлении нормали к срединной поверхности. Например, если не учитывать местные изгибные напряжения в стыках поясов стального вертикального цилиндрического резервуара с плавающей крышей вследствие скачкообразного изменения толщины стенки, то средняя часть его корпуса при действии эксплуатационной нагрузки будет находиться в безмоментном напряженном состоянии. Нижняя кромка оболочки резервуара жестко сопряжена с окрайками днища, верхняя – с упругим кольцом жесткости, поэтому края оболочки не могут свободно смещаться в направлении нормали к срединной поверхности, что приводит к появлению в зонах, примыкающих к краям, изгибающих моментов и резкому увеличению величины напряжений.

- Силы, приложенные к краям оболочки, должны лежать в плоскости, касательной к ее поверхности.

8.3.1. Основные уравнения безмоментной теории оболочек вращения с произвольной формой меридиана

Рассмотрим оболочку, срединная поверхность которой является поверхностью вращения. У такой оболочки линиями главной кривизны будут ее меридианы и параллели. Положение произвольной точки M на срединной поверхности оболочки вращения можно задать как в цилиндрической, так и в сферической системе координат. На рис. 8.7, *a* показан элемент оболочки вращения в сферической системе координат (φ , θ), где φ – угол, образованный пересечением нормали к срединной поверхности с осью симметрии оболочки;

θ – угол, определяющий положение точки на соответствующем параллельном круге.

Обозначим:

R_1 – радиус кривизны меридиана;

R_2 – радиус кривизны, равный длине отрезка нормали к срединной поверхности оболочки, замеренной от этой поверхности до оси вращения (радиус кривизны широты);

r – радиус параллельного круга, для произвольной формы меридиана $r = f(\varphi)$.

Ввиду симметрии оболочки вращения коэффициенты квадратичной формы A и B являются функциями лишь координаты φ и не зависят от θ .

Исходя из рис. 8.7, б, для элемента дуги меридианов можно записать:

$$ad = ds_1 = R_1 d\varphi,$$

откуда согласно формуле (1.3) с учетом, что $d\alpha = d\varphi$, следует:

$$A = R_1. \quad (139)$$

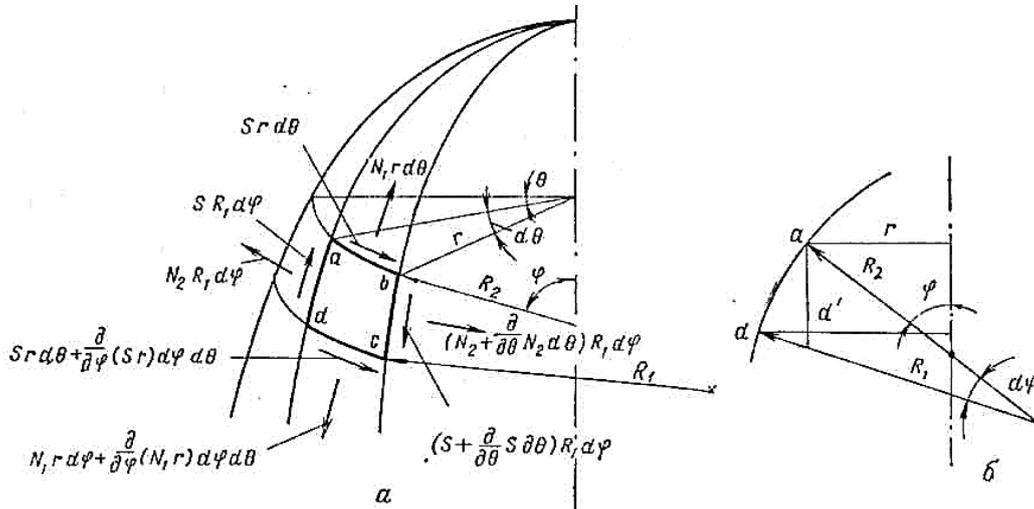


Рис. 8.7. Оболочка вращения с произвольной формой меридиана: а – элемент оболочки вращения; б – вид сверху

Соответственно, элемент дуги параллельного круга будет равен:

$$ab = ds_2 = rd\theta,$$

но из рис. 8.7, б можно установить, что

$$r = R_2 \cdot \sin \varphi, \quad (140)$$

поэтому

$$ab = ds_2 = R_2 \cdot \sin \varphi \cdot d\theta,$$

и, следовательно, с учетом формулы (1.3) и $d\beta = d\theta$

$$B = R_2 \cdot \sin \varphi = r. \quad (141)$$

Если подставить условия (138) в уравнения (134) с учетом, что $A = R_1, B = r$, и заменить α на φ , β на θ , то уравнения равновесия в этом случае примут вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1 \cdot r) - R_1 \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(A \cdot S_{12}) - N_2 \cdot \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r \cdot R_1 \cdot \bar{X} &= 0; \\
R_1 \cdot \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r \cdot S) + S \cdot \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r \cdot R_1 \cdot \bar{Y} &= 0; \\
\frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2 - \bar{Z} &= 0.
\end{aligned} \tag{142}$$

Но из рис. 8.7, б следует, что

$$d'd = \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \approx ad \cdot \cos \varphi = R_1 \cdot d\varphi \cdot \cos \varphi,$$

поэтому

$$\frac{dr}{d\varphi} = R_1 \cos \varphi. \tag{143}$$

После подстановки (143) в (142) окончательно запишем уравнения равновесия элемента оболочки вращения в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1 \cdot r) - R_1 \cdot \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(A \cdot S_{12}) - N_2 \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot \bar{X} &= 0; \\
R_1 \cdot \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r \cdot S) + S \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot \bar{Y} &= 0; \\
\frac{1}{R_1} \cdot N_1 + \frac{1}{R_2} \cdot N_2 - \bar{Z} &= 0.
\end{aligned} \tag{144}$$

Таким образом, имеем три уравнения относительно трех неизвестных усилий (S , N_1 , N_2), которые являются функциями обеих независимых переменных φ и θ .

Подставив аналогично условия (138) и $A = R_1$, $B = r$ с заменой α на φ и β на θ в уравнения (136) и (137), получим геометрические уравнения:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_1 - \nu \cdot N_2) = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} + W \right); \\
\varepsilon_2 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_2 - \nu \cdot N_1) = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + U \cdot \cos \varphi \right) + \frac{1}{R_2} \cdot W; \\
\gamma &= \frac{1}{G \cdot h} \cdot S = \frac{r}{R_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{V}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta}.
\end{aligned} \tag{145}$$

8.3.2. Применение тригонометрических рядов к расчету оболочек вращения

Дифференциальные уравнения равновесия (144) и геометрические уравнения (145) безмоментной теории оболочек вращения содержат две независимые переменные φ и θ и записаны в частных производных, что значительно усложняет их интегрирование. Но так как оболочка вращения замкнута в окружном направлении, то компоненты поверхностной нагрузки \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} и все факторы напряженно-деформированного состояния оболочки можно представить в виде периодических функций угла θ (с периодом 2π). После подстановки этих функций дифференциальные уравнения в частных производных сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно одной независимой переменной φ , решение которых значительно проще. В этом и заключается сущность метода разделения переменных, основанного на разложении величин как искомых, так и заданных в тригонометрические ряды по переменной θ .

Любую непрерывную нагрузку, действующую на оболочку вращения, функция которой вдоль меридиана непрерывна и монотонна, можно разложить в тригонометрические ряды (ряды Фурье) по переменной θ :

$$\begin{aligned}\bar{X}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ \bar{Y}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} y_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\ \bar{Z}(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} z_n(\varphi) \cdot \cos n\theta,\end{aligned}\tag{146}$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$ – целое число, $x_n(\varphi)$, $y_n(\varphi)$, $z_n(\varphi)$ – функции распределения нагрузки по φ , не зависящие от θ , кгс/см².

Представление функций $\bar{X}(\varphi, \theta)$, $\bar{Y}(\varphi, \theta)$, $\bar{Z}(\varphi, \theta)$ тригонометрическим рядом называется гармоническим анализом.

Слагаемые тригонометрического ряда при разных значениях n обычно называют гармониками.

Необходимо отметить, что нагрузка, изменяющаяся по закону $\cos\theta$ или $\sin\theta$ (первая гармоника), отличается от других гармоник тем, что она не представляет самоуравновешенной системы сил.

В соответствии с периодическим характером нагрузки примем составляющие напряженно-деформированного состояния оболочки в следующей форме:

$$N_1(\varphi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} N_{1n}(\varphi) \cdot \cos n\theta; \quad N_2(\varphi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} N_{2n}(\varphi) \cdot \cos n\theta;$$

$$\begin{aligned}
S(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; & U(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; \\
V(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} V_n(\varphi) \cdot \cos n\theta; & W(\varphi, \theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n(\varphi) \cdot \cos n\theta,
\end{aligned} \tag{147}$$

где $N_{1n}(\varphi)$, $N_{2n}(\varphi)$, $S_n(\varphi)$, $U_n(\varphi)$, $V_n(\varphi)$, $W_n(\varphi)$ – функции одной независимой переменной φ .

После подстановки выражений (146) и (147) в (144) и (145) и дифференцирования по θ получим:

- уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \alpha} (N_{1n} \cdot r) - n \cdot R_1 \cdot S_n - N_{2n} \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot x_n &= 0; \\
-R_1 \cdot n \cdot N_{2n} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r \cdot S_n) + S_n \cdot R_1 \cos \varphi + r \cdot R_1 \cdot y_n &= 0; \\
\frac{1}{R_1} \cdot N_{1n} + \frac{1}{R_2} \cdot N_{2n} - \bar{Z} &= 0;
\end{aligned} \tag{148}$$

- геометрические уравнения:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_{1n} - \nu \cdot N_{2n}) = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{\partial U_n}{\partial \varphi} + W_n \right); \\
\varepsilon_2 &= \frac{1}{E \cdot h} (N_{2n} - \nu \cdot N_{1n}) = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial V_n}{\partial \theta} + U_n \cdot \cos \varphi \right) + \frac{1}{R_2} \cdot W_n; \\
\gamma &= \frac{1}{G \cdot h} \cdot S_n = \frac{r}{R_1} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{V_n}{r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial \theta},
\end{aligned} \tag{149}$$

где

$$r = R_2 \cdot \sin \varphi, \quad R_1 = f(\varphi).$$

Обыкновенные дифференциальные уравнения (148) и (149) описывают напряженно-деформированное состояние произвольной оболочки вращения для n -го члена разложения в тригонометрические ряды. Каждому слагаемому ряда (гармонике) соответствует некоторое напряженно-деформированное состояние оболочки вращения. В дальнейшем ограничимся расчетом оболочки на нагрузку, представленную одним членом ряда. Если же нагрузка задана несколькими членами ряда, то, применяя принцип наложения (суперпозиции), можно сложить решения нескольких задач, соответствующих нагрузке при разных значениях n , и получить общее решение.

8.3.3. Уравнения безмоментной теории цилиндрических оболочек

Уравнения (148) и (149) соответствуют безмоментному напряженно-деформированному состоянию оболочки вращения с произвольной формой меридиана. Но конструкции газонефтехранилищ и трубопроводов состоят в основном из замкнутых оболочек более простой геометрической формы: цилиндрической, сферической и конической. Цилиндрические оболочки преобладают в качестве конструкций стенок резервуаров. Путем соответствующих геометрических преобразований составим для n -го члена разложения основные уравнения для замкнутых цилиндрических оболочек.

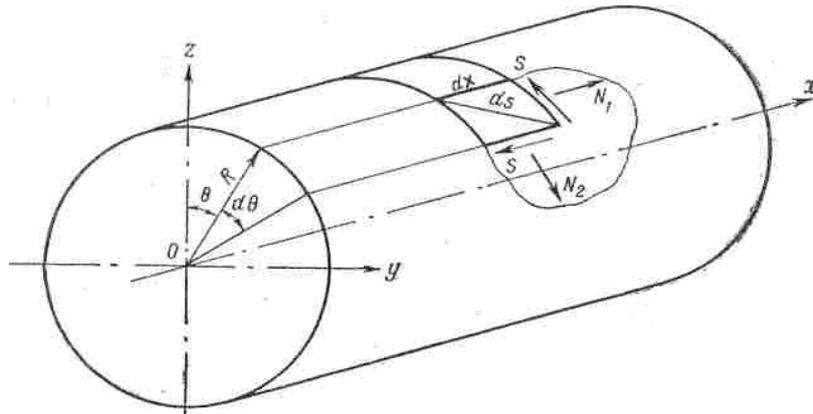


Рис. 8.8. Круговая цилиндрическая оболочка в безмоментном напряженном состоянии

На рис. 8.8 представлена круговая цилиндрическая оболочка в цилиндрической системе координат x и θ и показаны положительные направления усилий безмоментного напряженного состояния.

Линейный элемент поверхности равен:

$$ds^2 = dx^2 + R^2 d\theta^2,$$

следовательно,

$$A = 1, \quad B = R = \text{const};$$

$$R_1 = \infty, \quad R_2 = r = R; \quad (150)$$

$$d\varphi = \frac{dx}{R_1}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

С учетом этих геометрических упрощений основные уравнения (148) и (149) безмоментной теории для круговых цилиндрических оболочек запишутся:

- уравнения равновесия:

$$R \cdot \frac{dN_{1n}}{dx} + n \cdot S_n + R \cdot x_n = 0; \quad R \cdot \frac{dS_n}{dx} - n \cdot N_{2n} + R \cdot y_n = 0; \quad (151)$$

$$N_{2n} - R \cdot z_n = 0;$$

- геометрические уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E \cdot h} (N_{1n} - \nu \cdot N_{2n}) &= \frac{dU_n}{dx}; \\ \frac{1}{E \cdot h} (N_{2n} - \nu \cdot N_{1n}) &= \frac{1}{R} \cdot (n \cdot V_n + W_n); \\ \frac{1}{G \cdot h} \cdot S_n &= \frac{dV_n}{dx} - \frac{n}{R} \cdot U_n. \end{aligned} \quad (152)$$

8.4. Моментное напряженное состояние оболочек при осесимметричном нагружении

8.4.1. Основные уравнения теории краевого эффекта оболочек вращения

Конструкции резервуаров и трубопроводов невозможно полностью рассчитать по безмоментной теории. Это объясняется тем, что в узких зонах, примыкающих к краям оболочки, ребрам жесткости, местам резкого изменения формы поверхности и т. д., условия безмоментного напряженного состояния нарушаются и возникает быстро затухающее моментное напряженное состояние – краевой эффект. При этом величина изгибных напряжений краевого эффекта значительно больше величины безмоментных напряжений, и чем меньше толщина стенки оболочки, тем больше интенсивность изгибных напряжений и короче ширина зоны затухания краевого эффекта. Составим основные уравнения, описывающие моментное напряженное состояние оболочки вращения с произвольной формой меридиана при действии осесимметричной нагрузки (внутреннее давление, вакуум, гидростатическое давление столба жидкости и т. д.).

При действии осесимметричной нагрузки деформации оболочки будут также осесимметричны, поэтому все факторы напряженно-деформированного состояния не зависят от угла θ и производные по θ равны нулю, а также отсутствуют сдвиг γ и «кручение» χ срединной поверхности оболочки:

$$S_{12} = S_{21} = M_{21} = 0. \quad (153)$$

Кроме того, отсутствуют тангенциальные перемещения в кольцевом направлении:

$$V = 0. \quad (154)$$

А так как M_2 не зависит от θ , а Q_2 есть производная по θ от M_2 , то и

$$Q_2 = 0. \quad (155)$$

Учитывая это и принимая во внимание, что в сферической системе координат

$$\alpha = \varphi, A = R_1, B = r = R_2 \cdot \sin \varphi, \frac{dr}{d\varphi} = R_1 \cdot \cos \varphi,$$

запишем уравнения равновесия (19) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi}(N_1 \cdot R_2 \cdot \sin \varphi) - N_2 \cdot R_1 \cdot \cos \varphi + R_2 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi + R_2 \cdot R_1 \cdot \bar{X} \cdot \sin \varphi &= 0; \\ -N_1 \cdot R_2 \cdot \sin \varphi - N_2 \cdot R_1 \cdot \sin \varphi + \frac{d}{d\varphi}(R_2 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi) + R_2 \cdot R_1 \cdot \bar{Z} \cdot \sin \varphi &= 0; \end{aligned} \quad (156)$$

$$\frac{d}{d\varphi}(R_2 \cdot M_1 \cdot \sin \varphi) - R_1 \cdot M_2 \cdot \cos \varphi - R_2 \cdot R_1 \cdot Q_1 \cdot \sin \varphi = 0.$$

Геометрические уравнения (133):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_1 - \nu \cdot N_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_2 - \nu \cdot N_1); \\ \chi_1 &= -\frac{1}{R_2} \cdot \frac{d}{d\varphi} \cdot \left(-\frac{U}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{dW}{d\varphi} \right); \\ \chi_2 &= -\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{R_2 \cdot R_1} \cdot \left(-U + \frac{dW}{d\varphi} \right); \\ \psi &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \operatorname{ctg} \varphi - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{d\varphi}, \end{aligned} \quad (157)$$

где ψ – угол наклона касательной к меридиану оболочки.

Определив деформации оболочки вращения при осесимметричном нагружении, можно с помощью соотношений (137) записать физические уравнения:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) + \nu \cdot \left(\frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} \right) \right); \\ N_2 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{U}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \frac{W}{R_2} + \frac{\nu}{R_1} \cdot \left(\frac{dU}{d\varphi} + W \right) \right); \\ M_1 &= \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{1}{R_1} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} + \nu \cdot \frac{\psi}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi \right); \\ M_2 &= \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{\psi}{R_2} \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \nu \cdot \frac{1}{R_1} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} \right). \end{aligned} \quad (158)$$

Таким образом, имеем систему из двенадцати уравнений (156)–(158) для определения двенадцати неизвестных: усилий и моментов (N_1, N_2, Q_1, M_1, M_2), деформаций ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \xi_1, \xi_2$), перемещений (U, W) и угла поворота ψ .

8.4.2. Краевой эффект в замкнутых цилиндрических оболочках

Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку, изображенную на рис. 8.9 в системе координат x, θ при осесимметричном нагружении. В цилиндрической системе координат

$$d\varphi = \frac{dx}{R_1}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad R_1 = \infty, \quad R_2 = r = R,$$

и поэтому уравнения равновесия (156), геометрические (157) и физические (155) уравнения оболочки вращения принимают вид:

- уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} + \bar{X} &= 0; \\ \frac{dQ_1}{dx} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{Z} &= 0; \\ \frac{dM_1}{dx} - Q_1 &= 0; \end{aligned} \quad (159)$$

- геометрические уравнения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{dU}{dx} = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_1 - \nu \cdot N_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{W}{R} = \frac{1}{E \cdot h} \cdot (N_2 - \nu \cdot N_1); \\ \chi_1 &= -\frac{d^2W}{dx^2}; \quad \chi_2 = 0; \\ \psi &= -R \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dx} = -\frac{dW}{dx}; \end{aligned} \quad (160)$$

- физические уравнения:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{dU}{dx} + \nu \cdot \frac{W}{R} \right); \quad N_2 = \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{W}{R} + \nu \cdot \frac{dU}{dx} \right); \\ M_1 &= \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d\psi}{dx} = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^2W}{dx^2}; \quad M_2 = \nu \cdot M_1. \end{aligned} \quad (161)$$

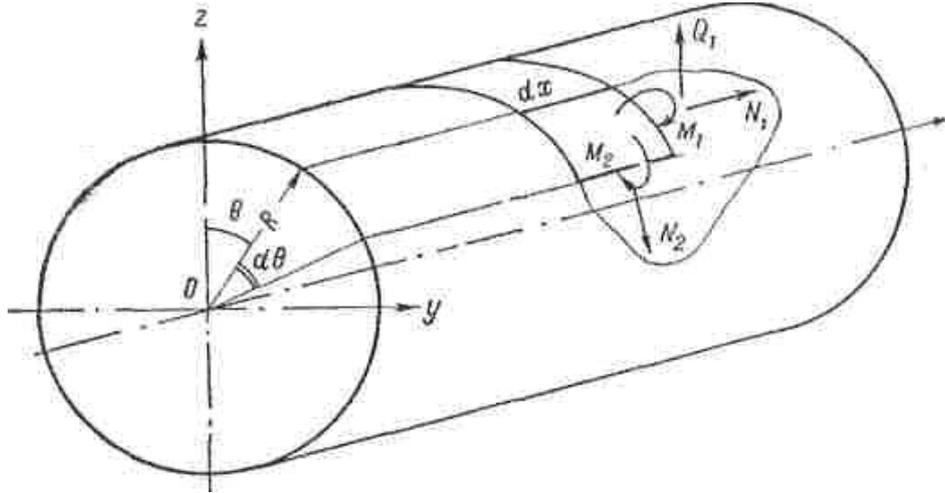


Рис. 8.9. Круговая цилиндрическая оболочка в условиях моментного напряженного состояния

Приведем систему уравнений (159)–(161) к виду, удобному для решения практических задач.

Дифференцируя по x третье уравнение равновесия (156) и подставляя во второе $\frac{dQ_1}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}$, получим

$$\frac{d^2M}{dx^2} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{X} = 0. \quad (162)$$

$$N_1 = \int_0^x \bar{X} dx + C, \quad (163)$$

где постоянная интегрирования C имеет простой механический смысл – это осевое усилие, действующее в сечении $x = 0$. Если обозначить результирующую всех внешних сил, действующих вдоль оси Ox , через P_0 , то

$$C = \frac{P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (164)$$

При решении практических задач по расчету круговых цилиндрических оболочек обычно компонента поверхностной нагрузки $\bar{X} = 0$, поэтому уравнение (163) с учетом (164) примет вид

$$N_1 = \frac{P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (165)$$

Если направление результирующей внешней нагрузки совпадает с положительным направлением оси Ox , то продольная сила N_1 – растягивающая, в противном случае – сжимающая и P_0 следует брать со знаком минус.

С помощью физических уравнений (161) исключим из уравнения (162) M_1 и N_2 . Тогда

$$-\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{W}{R} + \nu \cdot \frac{dU}{dx} \right) + \bar{Z} = 0. \quad (166)$$

Определим из первого физического уравнения $\frac{dU}{dx}$:

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{1 - \nu^2}{E \cdot h} \cdot N_1 - \nu \cdot \frac{W}{R}, \quad (167)$$

и после подстановки его значения в уравнение (164) с учетом (163) получим

$$\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{R^2} \cdot W = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}. \quad (168)$$

Это дифференциальное уравнение четвертого порядка линейное неоднородное с постоянными коэффициентами для стальных трубопроводов. Оно является уравнением нормального прогиба замкнутой цилиндрической оболочки и получено из общих уравнений (134)–(136) оболочек вращения с произвольной формой меридиана. Но это уравнение можно вывести непосредственно из условий равновесия бесконечно малого элемента, вырезанного двумя продольными и поперечными сечениями из цилиндрической оболочки, показанной на рис. 8.10.

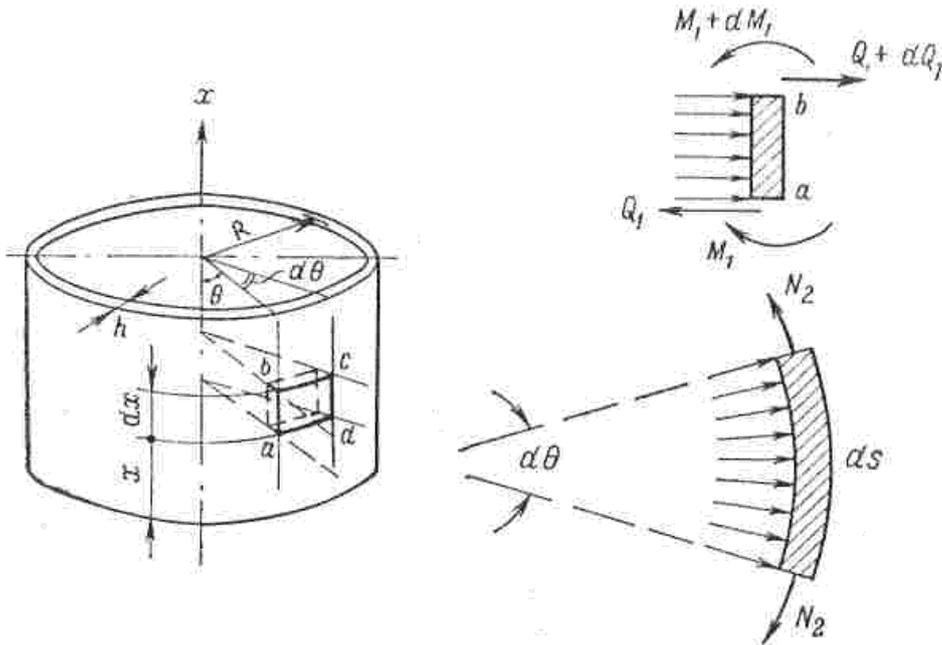


Рис. 8.10. Условие равновесия бесконечно малого элемента

В этом случае кольцевое усилие на единицу высоты оболочки равно:

$$N_2 = \sigma_2 \cdot h \cdot 1 - \nu \cdot \sigma_1 \cdot h \cdot 1, \quad (169)$$

где σ_1 и σ_2 – соответственно кольцевое и продольное напряжения.

Но

$$\sigma_2 = E \cdot \varepsilon_2, \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{1 \cdot h}, \quad (170)$$

поэтому

$$N_2 = E \cdot \varepsilon \cdot h - \nu \cdot N_1. \quad (171)$$

Относительная деформация оболочки в окружном направлении равна относительному удлинению ее радиуса срединной поверхности $\varepsilon_2 = \frac{W}{R}$, а продольное усилие N_1 уравнивается внешней нагрузкой, действующей вдоль оси Ox (164), поэтому

$$N_2 = E \cdot h \cdot \frac{W}{R} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R}. \quad (172)$$

Из теории сопротивления материалов известна следующая дифференциальная зависимость между прогибом и изгибающим моментом:

$$M_1 = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad Q_1 = \frac{dM_1}{dx} = -E \cdot I \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}. \quad (173)$$

Если бы элементарные полоски, вырезанные вдоль образующей оболочки, изгибались независимо друг от друга, то жесткость в указанных зависимостях была бы справедлива и для цилиндрических оболочек. Но в действительности при симметричной деформации оболочки любому изменению формы поперечного сечения полоски препятствуют смежные полоски. Поэтому, чтобы учесть взаимное влияние элементарных полосок друг на друга, вместо жесткости $E \cdot I = E \cdot \frac{1 \cdot h^3}{12}$ необходимо

ввести цилиндрическую жесткость оболочки $D = E \cdot \frac{1 \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$, тогда

$$M_1 = -D \cdot \frac{d^2 W}{dx^2}, \quad Q_1 = -D \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}. \quad (174)$$

Спроектируем на направление радиуса все внешние силы, действующие на бесконечно малый элемент $abcd$ оболочки, показанный на рис. 8.10.

$$(Q_1 + dQ_1) \cdot ds - Q_1 \cdot ds - 2 \cdot N_2 \cdot dx \cdot \frac{d\theta}{2} + \bar{Z} \cdot dx \cdot ds = 0. \quad (175)$$

Если учесть, что $d\theta = \frac{ds}{R}$, то после сокращения каждого члена равенства на ds получим

$$\frac{dQ_1}{dx} - \frac{1}{R} \cdot N_2 + \bar{Z} = 0. \quad (176)$$

Исключая из последнего равенства перерезывающее Q_1 и кольцевое N_2 усилия, получим дифференциальное уравнение прогиба замкнутой цилиндрической оболочки, аналогичное (168):

$$D \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{E \cdot h}{R^2} \cdot W = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}. \quad (177)$$

Таким образом, цилиндрическая оболочка при осесимметричном нагружении может рассматриваться как совокупность изгибающихся элементарных полосок, связанных между собой упругими силами.

Отсюда видно, что элементарная полоска оболочки при изгибе находится в тех же условиях, что и балка на сплошном упругом основании с коэффициентом постели $K = \frac{E \cdot h}{R^2}$.

Уравнение прогиба стержня, нагруженного поперечной нагрузкой:

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} = q(x). \quad (178)$$

Так как балка лежит на упругом основании, то с его стороны на балку действуют реактивные силы, пропорциональные величине оседания грунта:

$$q(x) = P(x) - K \cdot W(x), \quad (179)$$

где $P(x)$ – внешняя нагрузка на балку, отнесенная на единицу длины;

K – коэффициент постели основания (сопротивление грунта оседанию, когда оседание равно 1).

Таким образом, дифференциальное уравнение прогиба балки, лежащей на упругом основании, принимает вид

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} + K \cdot W = P(x). \quad (180)$$

Если обозначить

$$E \cdot I = D, \quad K = \frac{E \cdot h}{R^2}, \quad P(x) = \bar{Z} - \frac{\nu \cdot P_0}{2 \cdot \pi \cdot R^2}, \quad (181)$$

то получится дифференциальное уравнение прогиба цилиндрической оболочки при осесимметричном нагружении, аналогичное (165).

Следовательно, при расчете замкнутых цилиндрических оболочек на осесимметричную нагрузку можно использовать хорошо исследованный аппарат теории расчета балок на сплошном упругом основании [5].

Общее решение дифференциального уравнения (168) состоит из двух частей: из решения $W^{(кр)}$ однородного уравнения, когда нагрузка на оболочку равна нулю, и частного решения $W^{(6)}$:

$$W = W^{(кр)} + W^{(6)}. \quad (182)$$

В качестве частного решения может быть принят прогиб оболочки, полученный при решении задачи по безмоментной теории. $W^{(кр)}$ определим из решения однородного уравнения

$$\frac{d^4 W^{(кр)}}{dx^4} + \frac{E \cdot h}{D \cdot R^2} \cdot W^{(кр)} = 0. \quad (183)$$

Если обозначить

$$\frac{E \cdot h}{4 \cdot D \cdot R^2} = \frac{3 \cdot (1 - \nu^2)}{R^2 \cdot h^2} = \beta^4, \quad (184)$$

то уравнение (167) запишется в виде

$$\frac{d^4 W^{(кр)}}{dx^4} + 4 \cdot \beta^4 \cdot W^{(кр)} = 0. \quad (185)$$

Решение уравнения (169):

$$W^{(кр)} = e^{t \cdot x}. \quad (186)$$

Подставляя (186) в (185), получим следующее характеристическое уравнение для определения t :

$$t^4 + 4 \cdot \beta^4 = 0. \quad (187)$$

Корни характеристического уравнения (184) равны:

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= (1 \pm i) \cdot \beta; \\ t_{3,4} &= -(1 \pm i) \cdot \beta. \end{aligned} \quad (188)$$

Так как корни характеристического уравнения комплексные, то решение (183) запишется как

$$W^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} \cdot (A e^{i\beta \cdot x} + B \cdot e^{-i\beta \cdot x}) + e^{-\beta \cdot x} (C \cdot e^{i\beta \cdot x} + D \cdot e^{-i\beta \cdot x}), \quad (189)$$

где

$$e^{i\beta \cdot x} = \cos x + i \cdot \sin x, e^{-i\beta \cdot x} = \cos x - i \cdot \sin x;$$

$$\begin{aligned}
 A \cdot e^{i\beta \cdot x} + B \cdot e^{-i\beta \cdot x} &= \frac{A+B}{2} \cdot (e^{i\beta \cdot x} + e^{-i\beta \cdot x}) + \frac{A-B}{2} \cdot (e^{i\beta \cdot x} - e^{-i\beta \cdot x}) = \\
 &= \frac{A+B}{2} \cdot 2 \cdot \cos \beta x + \frac{A-B}{2} \cdot 2 \cdot i \cdot \sin \beta x.
 \end{aligned}
 \tag{190}$$

Обозначим: $A+B = D_1$, $i \cdot (A-B) = D_2$.

Преобразовав таким же образом выражение (189) и обозначив $C+D = D_3$, $i \cdot (C-D) = D_4$, получим

$$W^{(кр)} = e^{\beta \cdot x} (D_1 \cdot \cos \beta x + D_2 \cdot \sin \beta x) + e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x). \tag{191}$$

Таким образом, получен интеграл однородного уравнения (185), характеризующий прогиб быстро затухающего моментного напряженного состояния цилиндрической оболочки (краевого эффекта).

Нормальный прогиб оболочки при краевом эффекте представляет собой по форме две пары быстро затухающих колебаний.

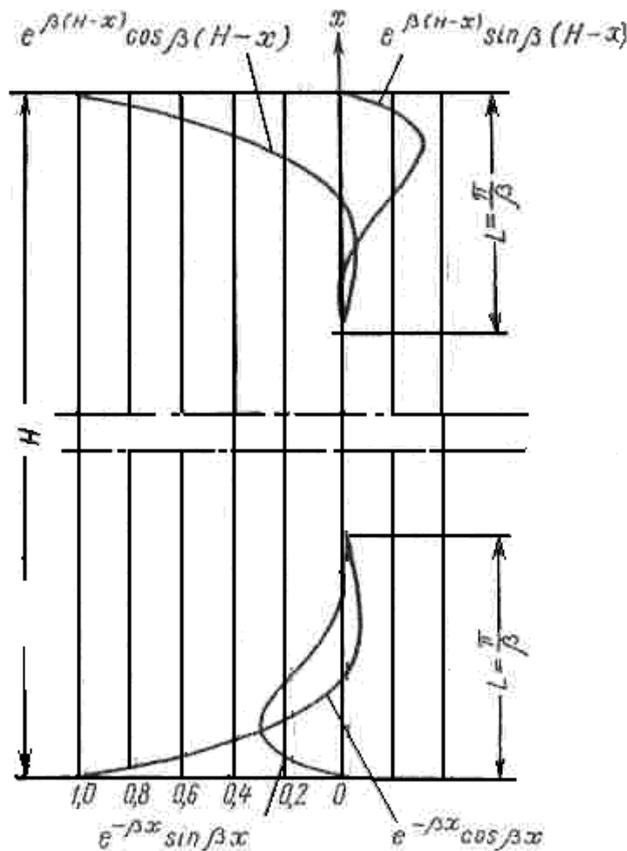


Рис. 8.11. Краевой эффект в форме двух пар затухающих колебаний

Первая пара, содержащая множитель $e^{\beta \cdot x}$, быстро затухает по мере удаления от края $x = H$. Вторая пара, содержащая множитель $e^{-\beta \cdot x}$, быстро затухает по мере удаления от края $x = 0$. Из рис 8.11 можно

определить ширину зоны затухания краевого эффекта Z или длину полуволны затухающих функций:

$$\sin \beta l = \sin \pi,$$

поэтому

$$L = \frac{\pi}{\beta} \approx 2,44 \cdot \sqrt{R \cdot h}. \quad (192)$$

Обычно в конструкциях резервуаров и трубопроводов ширина зоны затухания краевого эффекта оболочки значительно меньше длины оболочки H .

При $L < H$ обе части выражения для прогиба, содержащие множители $e^{\beta \cdot x}$ и $e^{-\beta \cdot x}$, не зависят друг от друга. Первая часть, содержащая множитель $e^{\beta \cdot x}$, описывает напряженно-деформированное состояние оболочки у края $x \leq H$, вторая, содержащая множитель $e^{-\beta \cdot x}$, – у края $x = 0$. Используя это, будем рассматривать напряженное состояние оболочки у одного какого-либо края независимо от другого.

Для нижнего края оболочки выражение прогиба (76) запишется как

$$W_{\text{н}}^{(\text{кр})} = e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x); \quad (193)$$

для верхнего –

$$W_{\text{в}}^{(\text{кр})} = e^{\beta \cdot x} \cdot (D_1 \cdot \cos \beta(x - H) + D_2 \cdot \sin \beta(x - H)). \quad (194)$$

Таким образом, получено решение однородного уравнения (68) для края цилиндрической оболочки. Соответственно этому общее решение (182) также следует записывать отдельно для каждого края оболочки:

$$W_{\text{н}}^{(\text{кр})} = e^{-\beta \cdot x} (D_3 \cdot \cos \beta x + D_4 \cdot \sin \beta x) + W^{(6)}; \quad (195)$$

$$W_{\text{в}}^{(\text{кр})} = e^{\beta \cdot x} \cdot (D_1 \cdot \cos \beta(x - H) + D_2 \cdot \sin \beta(x - H)) + W^{(6)}. \quad (196)$$

Следовательно, на каждом краю длинной цилиндрической оболочки следует определить лишь две произвольные постоянные независимо друг от друга. При практических расчетах цилиндрических оболочек определение произвольных постоянных существенно упрощается, если применять метод начальных параметров.

Предположим, что внешняя нагрузка $\bar{Z} = P_0 = 0$ и, следовательно, $W^{(6)} = 0$, $W = W^{(\text{кр})}$, а на одном из краев оболочки, например при $x = 0$, действует равномерно распределенный момент M_0 и перерезывающее усилие Q_0 , изображенные на рис. 8.12, тогда при $x = 0$ соблюдаются условия:

$$\begin{aligned} M_{1\text{н}}^{(\text{кр})}(x = 0) &= M_0; \\ Q_{1\text{н}}^{(\text{кр})}(x = 0) &= Q_0, \end{aligned} \quad (197)$$

НО

$$M_{1H}^{(кр)} = -D \cdot \frac{d^2 W}{dx^2};$$

$$Q_{1H}^{(кр)} = -D \cdot \frac{d^3 W}{dx^3}.$$
(198)

Поэтому нужно трижды продифференцировать выражение прогиба (195) для нижнего края оболочки:

$$\frac{dW_H^{(кр)}}{dx} = \beta \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(-D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x - (D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x];$$

$$\frac{d^2 W_H^{(кр)}}{dx^2} = 2 \cdot \beta^2 \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (D_3 \cdot \sin \beta x - D_4 \cdot \cos \beta x);$$

$$\frac{d^3 W_H^{(кр)}}{dx^3} = 2 \cdot \beta^3 \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (-D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x].$$
(199)

Тогда

$$M_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot \beta^2 \cdot D \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot (D_3 \cdot \sin \beta x - D_4 \cdot \cos \beta x);$$

$$Q_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot \beta^3 \cdot D \cdot e^{-\beta \cdot x} \cdot [(D_3 + D_4) \cdot \cos \beta x + (-D_3 + D_4) \cdot \sin \beta x].$$
(200)

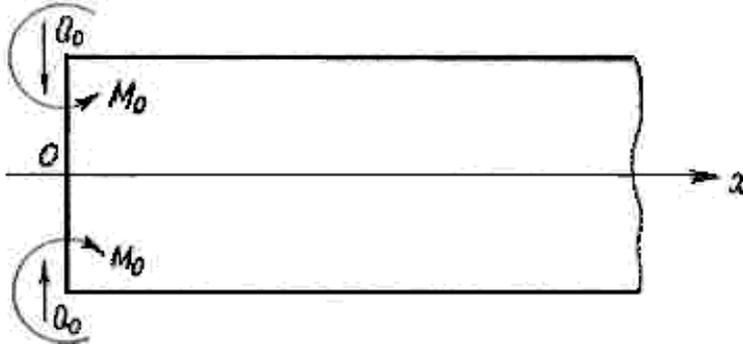


Рис. 8.12. Применение метода начальных параметров

Раскрывая условия (197) и (198) с помощью уравнений (200) при $x = 0$, получим:

$$D_3 = -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot (Q_0 + \beta \cdot M_0);$$

$$D_4 = \frac{M_0}{2 \cdot \beta^2 \cdot D}.$$
(201)

Подставив полученные значения коэффициентов в выражения (195) и (199), найдем:

$$\begin{aligned}
W_{\text{н}}^{(\text{кр})} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot (\sin \beta x - \cos \beta x) - Q_0 \cdot \cos \beta x]; \\
\frac{dW_{\text{н}}^{(\text{кр})}}{dx} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \cos \beta x + Q_0 \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x)]; \\
M_{1\text{н}}^{(\text{кр})} &= \frac{e^{-\beta \cdot x}}{\beta} \cdot [Q_0 \cdot \sin \beta x + \beta \cdot M_0 \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x)]; \\
Q_{1\text{н}}^{(\text{кр})} &= e^{-\beta \cdot x} \cdot [Q_0 \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x) - 2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \sin \beta x].
\end{aligned} \tag{202}$$

При $x = 0$, т. е. на загруженном конце, из (202) следует, что

$$\begin{aligned}
W_{\text{н}}^{(\text{кр})}(x=0) &= -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 + Q_0]; \\
\frac{dW_{\text{н}}^{(\text{кр})}}{dx}(x=0) &= \frac{1}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 + Q_0]; \\
M_{1\text{н}}^{(\text{кр})}(x=0) &= M_0; \\
Q_{1\text{н}}^{(\text{кр})}(x=0) &= Q_0.
\end{aligned} \tag{203}$$

Знак минус (–) в выражении для прогиба указывает на то, что под действием момента M_0 и усилия Q_0 кромка цилиндрической оболочки прогнется внутрь, т. е. в сторону отрицательного направления нормального перемещения $W_{\text{н}}$.

Обозначив

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x); \\
\Phi_2 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x); \\
\Phi_3 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot \cos \beta x; \\
\Phi_4 &= e^{-\beta \cdot x} \cdot \sin \beta x
\end{aligned} \tag{204}$$

и приняв во внимание, что между функциями $\Phi_1 - \Phi_4$ существуют дифференциальные зависимости:

$$\Phi_1' = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_4', \quad \Phi_2' = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_3', \quad \Phi_3' = -\beta \cdot \Phi_1', \quad \Phi_4' = \beta \cdot \Phi_2', \tag{205}$$

запишем выражения (202) в следующем окончательном виде:

$$\begin{aligned}
W_{\text{н}}^{(\text{кр})} &= -\frac{1}{2 \cdot \beta^3 \cdot D} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3] = -\frac{2 \cdot \beta}{K} \cdot [\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3]; \\
\frac{dW_{\text{н}}^{(\text{кр})}}{dx} &= \frac{1}{2 \cdot \beta^2 \cdot D} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3 + Q_0 \cdot \Phi_1] = \frac{2 \cdot \beta^2}{K} \cdot [2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3 + Q_0 \cdot \Phi_1];
\end{aligned}$$

$$M_{1H}^{(кр)} = M_0 \cdot \Phi_1 + \frac{Q_0}{\beta} \cdot \Phi_4;$$

$$Q_{1H}^{(кр)} = -2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_4 + Q_0 \cdot \Phi_4. \quad (206)$$

Следовательно,

$$N_{2H}^{(кр)} = \frac{E \cdot h \cdot W_H^{(кр)}}{R} = -2 \cdot \beta \cdot R (\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3); \quad (207)$$

$$M_{2H}^{(кр)} = \nu \cdot M_{1H}^{(кр)}.$$

Таким образом, соотношения (206), определяющие краевой эффект у края $x \geq 0$ круговой цилиндрической оболочки, выражены через начальные параметры M_0 и Q_0 .

Аналогично записываются выражения для усилий, моментов и перемещений моментного напряженного состояния цилиндрической оболочки у края $x \leq H$:

$$W_B^{(кр)} = \frac{2 \cdot \beta}{K} \cdot [-\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_1^* + Q_0 \cdot \Phi_3^*];$$

$$\frac{dW_B^{(кр)}}{dx} = \frac{2 \cdot \beta^2}{K} \cdot [-2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3^* + Q_0 \cdot \Phi_2^*]; \quad (208)$$

$$M_{1B}^{(кр)} = M_0 \cdot \Phi_2^* + \frac{Q_0}{\beta} \cdot \Phi_3^*;$$

$$Q_{1B}^{(кр)} = -2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_4^* + Q_0 \cdot \Phi_1^*;$$

$$N_{2B}^{(кр)} = 2 \cdot \beta \cdot R (-\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3^* + Q_0 \cdot \Phi_3^*);$$

$$M_{2B}^{(кр)} = \nu \cdot M_{1B}^{(кр)},$$

где

$$\Phi_1^* = e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot (\cos \beta(x-H) + \sin \beta(x-H));$$

$$\Phi_2^* = e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot (\cos \beta(x-H) - \sin \beta(x-H)); \quad (209)$$

$$\Phi_3^* = e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot \cos \beta(x-H);$$

$$\Phi_4^* = e^{-\beta \cdot (x-H)} \cdot \sin \beta(x-H).$$

Между функциями $\Phi_1^* - \Phi_4^*$ существуют дифференциальные зависимости:

$$\Phi_1^{*'} = 2 \cdot \beta \cdot \Phi_3^*, \quad \Phi_2^{*'} = -2 \cdot \beta \cdot \Phi_4^*, \quad \Phi_3^{*'} = -\beta \cdot \Phi_2^*, \quad \Phi_4^{*'} = \beta \cdot \Phi_1^*. \quad (210)$$

8.5. Граничные условия при расчете оболочек резервуаров и трубопроводов

С помощью статических (134), геометрических (136) и физических (137) уравнений невозможно полностью рассчитать напряженно-деформированное состояние оболочки до тех пор, пока они не подчинены граничным условиям на краях $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$.

Если оболочка замкнута и не имеет границ, то граничные условия заменяются условиями периодичности. В этом случае на решение статических и физических уравнений накладываются следующие условия: перемещения при обходе замкнутого контура оболочки вдоль координатных линий в заданной точке ее срединной поверхности должны быть периодичными функциями α и β и однозначны.

Срединная поверхность вертикальных цилиндрических резервуаров и трубопроводов замкнута в направлении координаты β и не замкнута в направлении координаты α . Поэтому для координаты β будет иметь место условие периодичности, а для координаты α – граничные условия.

В теории упругих тонких оболочек доказано [2], что если края оболочки совпадают с линиями главных кривизн (это почти всегда имеет место на практике), то на каждом краю оболочки, $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$, в общем случае должно быть четыре граничных условия, являющихся линейными комбинациями следующих четырех величин:

На краю $\beta = \text{const}$

$$N_2, \bar{Q}_2 = Q_2 + \frac{1}{A} \frac{\partial M_{21}}{\partial \alpha}, \bar{S}_2 = S_{21} + \frac{1}{A} \frac{M_{21}}{R_1}, M_2; \quad (211)$$

на краю $\alpha = \text{const}$

$$N_1, \bar{Q}_1 = Q_2 + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{12}}{\partial \beta}, \bar{S}_{21} = S_{12} + \frac{1}{A} \frac{M_{12}}{R_2}, M_1; \quad (212)$$

где $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{S}_{12}, \bar{S}_{21}$ – соответственно обобщенные перерезывающие и сдвигающие усилия.

Разумеется, необязательно, чтобы граничные условия были выражены именно через представленные четыре величины на каждом краю оболочки. Усилия и моменты могут быть заданы косвенно, через перемещения или углы поворота.

Рассмотрим наиболее распространенные варианты граничных условий при расчете трубопроводов и резервуаров, на краю $\alpha = \text{const}$.

Свободный край:

$$N_1 = 0, \bar{Q}_1 = Q_2 + \frac{1}{B} \frac{\partial M_{12}}{\partial \beta} = 0, \bar{S}_{21} = S_{12} + \frac{1}{A} \frac{M_{12}}{R_2} = 0, M_1 = 0. \quad (213)$$

Шарнирно опертый неподвижный край:

$$V = U = W = 0, M_1 = 0. \quad (214)$$

Свободное опирание:

$$V = U = 0, M_1 = 0, N_1 = 0. \quad (215)$$

Абсолютно заделанный край:

$$V = U = W = 0, \psi = -\frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial \alpha} + \frac{V}{R_1} = 0, \quad (216)$$

где ψ – угол поворота края оболочки.

В чистом виде ни одно из этих условий на практике не встречается. Однако в большинстве случаев реальные граничные условия могут с определенной точностью быть аппроксимированы ими. Например, стенку цилиндрического резервуара большой емкости можно считать абсолютно заделанной по нижнему краю, аналогичное закрепление может быть принято для верхней кромки стенки резервуара со щитовой кровлей.

Оболочки в инженерных сооружениях очень часто сопрягаются с упругими элементами (кольцами жесткости, диафрагмами, оболочками другой формы и различной толщиной стенки и т. д.), жесткости которых соизмеримы с жесткостью края оболочки.

В этом случае составление граничных условий в значительной степени усложняется, так как необходимо, чтобы в каждой точке края оболочки обобщенные перемещения были равны соответствующим обобщенным перемещениям упругого элемента и чтобы приведенные краевые усилия и моменты оболочки были равны соответствующим нагрузкам, действующим на упругий элемент. Число независимых граничных условий в этом случае также должно быть равно четырем.

9. РАСЧЕТ СОПРЯЖЕНИЯ МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА И АРМАТУРЫ

Определим напряженно-деформированное состояние длинной цилиндрической оболочки трубопровода, изображенной на рис. 9.1, жестко сопряженной с арматурой (задвижкой, клапаном, краном и т. п.) при действии внутреннего избыточного давления (газа или нефтепродукта).

Так как избыточное давление p оказывает осесимметричное воздействие на оболочку трубопровода, то $n = 0$, а компоненты поверхностной нагрузки $x_0 = y_0 = 0, z_0 = p$.

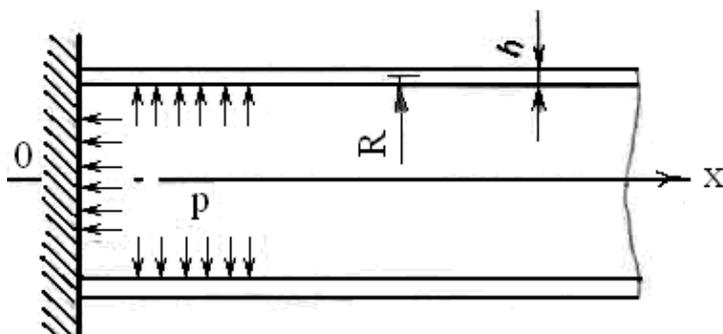


Рис. 9.1. Схема сопряжения магистрального нефтепровода и арматуры

Тогда усилия и перемещения безмоментного напряженного состояния оболочки трубопровода согласно (151) и (152) запишутся:

$$\begin{aligned}
 N_2^{(6)} &= R \cdot z_0 = p \cdot R; \\
 N_2^{(6)} &= \frac{p \cdot \pi \cdot R^2}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{p \cdot R}{2}; \\
 S^{(6)} &= 0; \\
 W^{(6)} &= \frac{R}{E \cdot h} \cdot (N_2^{(6)} - \nu \cdot N_1^{(6)}) = \frac{(2 - \nu) \cdot p \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot h}; \\
 \psi^{(6)} &= -\frac{dW^{(6)}}{dx} = 0; \\
 V^{(6)} &= 0; \\
 U^{(6)} &= \frac{1}{E \cdot h} \int (N_1^{(6)} - \nu \cdot N_2^{(6)}) dx + C = \frac{(1 - 2 \cdot \nu) \cdot p \cdot R \cdot x}{2 \cdot E \cdot h} + C.
 \end{aligned} \tag{217}$$

Из условия на границе сопряжения трубопровода (при $x = 0$) и арматуры следует, что $U^{(6)} = 0$ и $C = 0$.

Складывая безмоментное решение (217) с моментным (206), получим:

$$\psi = \frac{2 \cdot \beta^2}{K} \cdot (\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_3 + Q_0 \cdot \Phi_1);$$

$$\begin{aligned}
M_1 &= M_0 \cdot \Phi_1 + \frac{Q_0}{\beta} \cdot \Phi_4; \\
Q_1 &= -2 \cdot \beta \cdot M_0 \cdot \Phi_4 + Q_0 \cdot \Phi_2; \\
N_1 &= \frac{p \cdot R}{2} = \text{const}; \\
N_2 &= -2 \cdot \beta \cdot R \cdot (\beta \cdot M_0 \cdot \Phi_2 + Q_0 \cdot \Phi_3) + p \cdot R; \\
M_2 &= \nu \cdot M_1; \\
U &\approx \frac{(1 - 2 \cdot \nu) \cdot p \cdot R \cdot x}{2 \cdot E \cdot h}.
\end{aligned} \tag{218}$$

Неизвестные начальные параметры: момент M_0 и перерезывающее усилие Q_0 определим из граничных условий в точках сопряжения трубопровода с арматурой. Так как жесткость арматуры значительно превышает жесткость оболочки трубопровода, то можно считать, что край трубопровода жестко заземлен, т. е. при $x = 0$ соблюдаются следующие условия:

$$W(0) = \psi(0) = 0.$$

При этих условиях из уравнений (218) получим значения изгибающего момента и перерезывающего усилия по линии сопряжения трубопровода и арматуры:

$$\begin{aligned}
M_0 &= -\frac{(2 - \nu) \cdot p \cdot R^2 \cdot K}{4 \cdot E \cdot h \cdot \beta^2} = -\frac{(2 - \nu) \cdot p}{4 \cdot \beta^2}; \\
Q_0 &= \frac{(2 - \nu) \cdot p}{2 \cdot \beta}.
\end{aligned} \tag{219}$$

Подставляя значения начальных параметров в формулы (218), будем иметь выражения для внутренних усилий, моментов и перемещений, полностью определяющих напряженно-деформированное состояние оболочки трубопровода в зоне, примыкающей к арматуре:

$$\begin{aligned}
W &= \frac{(2 - \nu) \cdot p \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot h} \cdot (1 - \Phi_1); & \psi &= \frac{(2 - \nu) \cdot p \cdot R^2 \cdot \beta}{E \cdot h} \cdot \Phi_4; \\
M_1 &= -\frac{(2 - \nu) \cdot p}{4 \cdot \beta^2} \cdot \Phi_2; & Q_1 &= -\frac{(2 - \nu) \cdot p}{2 \cdot \beta} \cdot \Phi_3; \\
N_1 &= \frac{p \cdot R}{2}; & N_2 &= p \cdot R \cdot (1 - (2 - \nu) \cdot \Phi_1); \\
M_2 &= \nu \cdot M_1; & U &\approx \frac{(1 - 2 \cdot \nu) \cdot p \cdot R \cdot x}{2 \cdot E \cdot h}.
\end{aligned} \tag{220}$$

Произведем расчет нефтепровода диаметром 53 см с толщиной стенки 1,2 см, при внутреннем давлении $p = 56 \text{ кгс/см}^2$. Коэффициент Пуассона принимаем равным 0,3, модуль упругости $2,1 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$.

Коэффициент гибкости стенки оболочки определим по формуле:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - \nu^2)}{R^2 \cdot h^2}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - 0,3^2)}{26,5^2 \cdot 1^2}} = 0,25 \frac{1}{\text{см}},$$

где ν – коэффициент Пуассона;

R – радиус трубопровода наружный, см;

h – толщина стенки, см.

Согласно уравнению (202)

$$\Phi_1 = e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x);$$

$$\Phi_2 = e^{-\beta \cdot x} \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x).$$

Согласно формулам (220) нормальный прогиб как функция длины трубопровода для внутренних усилий определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} W(x) &= \frac{(2 - \nu) \cdot p \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot h} \cdot (1 - \Phi_1) = \frac{(2 - 0,3) \cdot 56 \cdot (265)^2}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 1} \times \\ &\times \left(1 - e^{-(0,25 \cdot x)} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) + \sin(0,25 \cdot x))\right) = \quad (221) \\ &= 0,016 \cdot \left(1 - e^{-(0,25 \cdot x)} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) + \sin(0,25 \cdot x))\right). \end{aligned}$$

Прогиб в месте сопряжения с арматурой при $x = 0$ отсутствует. Эюра нормального прогиба представлена на рис. 9.2.

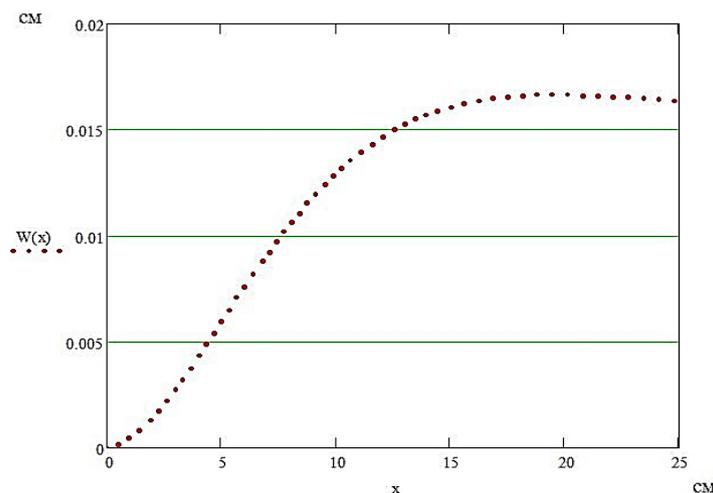


Рис. 9.2. Эюра нормального прогиба

Максимальное значение прогиба соответствует $W_{\max} = 0,016 \text{ мм}$ при удалении от края сопряжения на 17 см.

По формулам (220) определим внутренние усилия как функции x длины трубопровода:

$$M_1(x) = -\frac{(2-\nu) \cdot p}{4 \cdot \beta^2} \cdot \Phi_2 = -\frac{(2-0,3) \cdot p}{4 \cdot (0,25)^2} \cdot e^{-0,25 \cdot x} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) - \sin(0,25 \cdot x)) =$$

$$= -929,668 \cdot e^{-0,25 \cdot x} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) - \sin(0,25 \cdot x));$$

$$N_1(x) = \frac{p \cdot R}{2} = \frac{56 \cdot 265}{2} = 742 \text{ кГс/см}; \quad (222)$$

$$N_2(x) = p \cdot R \cdot (1 - (2-\nu) \cdot \Phi_1) = 14840 \cdot [1 - 1,7 \cdot e^{-(0,25 \cdot x)} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) + \sin \beta x)];$$

$$M_2(x) = \nu \cdot M_1 = -278,9 \cdot e^{-0,25 \cdot x} \cdot (\cos(0,25 \cdot x) - \sin(0,25 \cdot x)).$$

Продольные и кольцевые напряжения у внутренней поверхности определяем по формулам:

$$\sigma_1(x) = -\frac{6 \cdot M_1(x)}{h^2} + \frac{N_1}{h}; \quad (223)$$

$$\sigma_2(x) = -\frac{6 \cdot M_2(x)}{h^2} + \frac{N_2(x)}{h}.$$

Распределение напряжений показано на рис. 9.3.

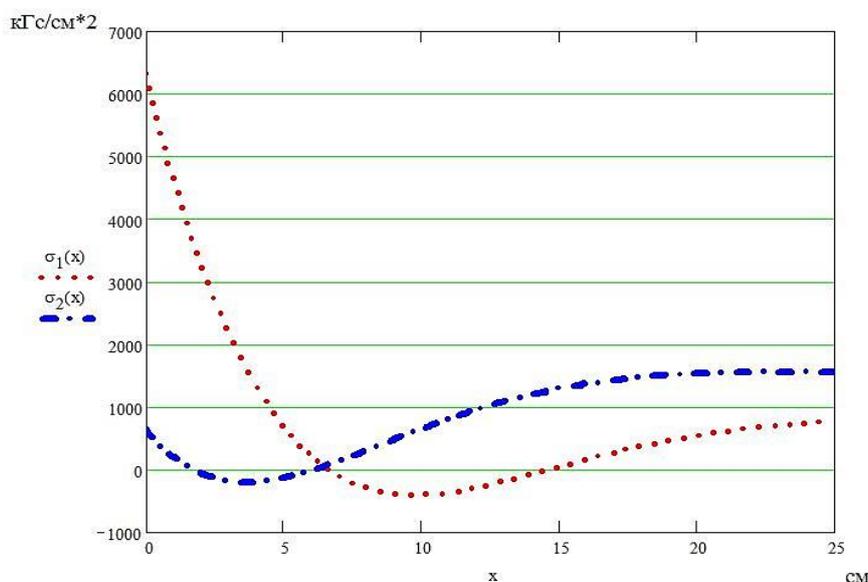


Рис. 9.3. Распределение продольных и кольцевых напряжений

Наибольшее значение продольных напряжений при $x = 0$ и равно 6320 кГс/см^2 , то есть величина продольного напряжения у внутренней стенки нефтепровода в этих точках превышает предел текучести материала (3600 кГс/см^2). Несущая способность трубопровода в сечении $x = 0$ будет исчерпана, когда давление в нефтепроводе превысит предельное значение, при котором все поперечное сечение будет охвачено пластической деформацией.

10. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА

10.1. Программы и возможности конечно-элементного анализа

Анализ конструкций с использованием метода конечных элементов (МКЭ) является в настоящее время фактически мировым стандартом для прочностных и других видов расчетов конструкций. Основой этого служит универсальность МКЭ, позволяющая единым способом рассчитывать различные конструкции с разными свойствами материалов.

При принятии решения о возможности эксплуатации вышедшего из строя трубопровода, а также при разработке критериев, которые бы позволяли оценить остаточную работоспособность трубопроводов для обеспечения её эксплуатационной надежности, основное внимание уделяют анализу напряженно-деформированного состояния с учетом реально действующих нагрузок и разработке критериев прочности и устойчивости, на основании которых формируют соответствующие инженерно-технические мероприятия [42].

Для анализа этих разноплановых задач необходимо проведение исследований, включающих натурные измерения напряженно-деформированного состояния, применение методов механики деформируемого твердого тела, теории вероятностей и случайных процессов, оценки надежности трубопроводов как механических систем. При этом прослеживается связь между эксплуатацией трубопровода, его проектированием и строительством. Действительно, натурные исследования нагрузок в процессе эксплуатации дают возможность научно обосновать на стадии проектирования выбор размеров, материалов и конструктивных решений. Решение же этих задач позволяет задавать оптимальные технологические режимы эксплуатации и прогнозировать изменение механических свойств и целостности трубопровода.

Потребность конструкторских бюро, научно-исследовательских организаций и промышленности в универсальных, быстрых, надежных и удобных для пользователя программах, реализующих широкий спектр расчетов (статических, динамических, тепловых и др.), послужила импульсом к разработке различными фирмами пакетов прикладных программ конечно-элементного анализа. Это известные программные продукты ANSYS и DesignSpace фирмы ANSYS Corporation; Cosmos/M Designer, Cosmos/DesignStar, Cosmos/Works фирмы Structural Research & Analysis Corporation; Design Works фирмы CADSI; АПМ WinMachine Центра программного и научного обеспечения АПМ и др.

Все вышеупомянутые программы можно разделить на две основные группы [41].

Первая группа – программы конечно-элементного анализа (Cosmos/Works, DesignSpace, MSC/InCherck), встраиваемые на уровне меню в известные пакеты САПР и располагающие необходимым инструментарием для быстрого расчета (экспресс-анализ) элементов или сборочных единиц непосредственно в среде их разработки. Для удобства пользователей при этом реализуются алгоритмы автоматического разбиения конструкции на конечные элементы, интуитивно понятые схемы назначения граничных условий и приложения нагрузок.

Несмотря на указанные достоинства, программы данной группы имеют ограниченный набор возможностей для создания и расчета моделей с усложненными свойствами по функциональным схемам, граничным условиям, нагрузкам, геометрическим особенностям и др.

Построенные в этих средах расчетные модели не всегда решают поставленные задачи, что заставляет обращаться к более полным программам конечно-элементного анализа.

Вторая группа – это программы, ориентированные в первую очередь на подготовку полноценной конечно-элементной модели с максимальными возможностями моделирования, учета особенностей геометрического, силового характера и выполнения различных видов расчетов. В них присутствуют необходимые инструменты для геометрического моделирования конструкций и развитые средства экспорта/импорта геометрических моделей из других САПР-программ.

К данной группе относится рассматриваемая система моделирования конечно-элементного анализа конструкций ANSYS.

Успех программного продукта ANSYS достигнут на основании следующих важнейших отличительных особенностей:

- ANSYS – универсальная программная система конечно-элементного (МКЭ) анализа, существующая и развивающаяся на протяжении последних 30 лет, является довольно популярной у специалистов в сфере автоматических инженерных расчётов (CAE, Computer-Aided Engineering) и КЭ решения линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого твёрдого тела и механики конструкций (включая нестационарные геометрически и физически нелинейные задачи контактного взаимодействия элементов конструкций), задач механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики, акустики, а также механики связанных полей;
- широчайшая интеграция и двухсторонний обмен данными со всеми CAD / CAE / CAM-системами;
- открытость (то есть модифицируемость и дополняемость);

- среди множества конечно-элементных программных комплексов Ansys – первый и единственный комплекс, разработанный и сертифицированный согласно международным стандартам ISO 9000 и ISO 9001;
- самый высокий показатель «эффективность/стоимость»;
- Ansys предоставляет уникальную по полноте и самую обширную по содержанию современную систему help на основе гипертекстового представления, доступ к которой осуществляется в интерактивном режиме (онлайн).

Все поступающие ресурсы требуют учета принятого и отданного сырья, от технического состояния приборов зависит точность измерительной операции. Стабильность эксплуатационных характеристик оборудования напрямую зависит от целостности конструкции и сохранения

присоединительных размеров, поэтому так важно знать о напряженно-деформированном состоянии как всей измерительной линии, так и каждого прибора. Все это заставляет активно использовать в нефтегазовой отрасли технологии численного моделирования [4].

Применение численного моделирования в газовой отрасли играет ключевую роль в решении проблемы расчета НДС (напряженно-деформированного состояния) при разных нагрузках, а также согласования с промышленными стандартами.

Программный комплекс ANSYS используется крупными проектными организациями, занимающимися проектированием объектов и сооружений трубопроводного транспорта. Моделирование и анализ в некоторых областях промышленности позволяют избежать дорогостоящих и длительных циклов разработки типа «проектирование – изготовление – испытания». Теперь в условиях возросшей конкуренции требуется модернизация процессов исследования, переход на новый уровень компьютерного моделирования, что позволяет без особых затрат средств и времени провести анализ сложной конструкции и ее испытания в условиях изменений внутренних и внешних факторов.

Наиболее эффективным, широко используемым современным средством достижения поставленной цели является применение метода конечных элементов. Сущность метода заключается в аппроксимации исследуемого тела некоторой моделью, которая представляет собой совокупность элементов с конечным числом степеней свободы. Эти элементы взаимосвязаны только в узловых точках, куда прикладываются фиктивные силы, эквивалентные поверхностным напряжениям, распределенным по границам элементов.

Метод конечных элементов позволяет значительно уменьшить затраты при разработке новых изделий, а следовательно, существенно сократить объемы или даже полностью отказаться от дорогостоящих

стендовых испытаний. Кроме того, с помощью метода конечных элементов в сравнительно короткие сроки можно оценить характеристики разных вариантов конструкций и выбрать наилучшую.

Этапы расчета по программе ANSYS

Процедура типового расчета может быть разделена на три основных этапа:

- построение модели;
- приложение нагрузок (включая и граничные условия) и получение решения;
- просмотр и анализ результатов.

Построение модели включает определение типов конечных элементов, их констант, свойств материала и геометрии модели.

Задание типов элементов. Библиотека конечных элементов программы ANSYS содержит более 80 типов, каждый из которых определяет, среди прочего, применимость элемента к той или иной области расчетов (прочностной, тепловой, магнитный и электрический анализы, движение жидкости или связанные задачи), характерную форму элемента (линейную, плоскую, в виде бруска и т. д.), а также двухмерность (2D) или трехмерность (3D) элемента как геометрического тела.

Задание констант элементов. Константы элемента – это свойства, специфичные для данного типа элемента, такие как параметры поперечного сечения балочного элемента.

Создание геометрической модели. Основной целью на этапе разработки геометрической модели является создание адекватной конечно-элементной модели, состоящей из узлов и элементов. При создании конечно-элементной модели используются два метода: твердотельное моделирование и прямая генерация сетки. В первом случае описываются геометрические границы модели, затем программа берет на себя генерацию сетки с узлами и элементами; размеры и форму элементов можно контролировать. Во втором случае вручную задается положение каждого узла и осуществляется соединение элементов между собой.

Задание нагрузок и получение решения. Эта фаза применения программы ANSYS состоит в задании вида анализа и его опций, нагрузок и шага решения и заканчивается запуском на счет конечно-элементной задачи.

Выбор типа анализа и его опций. Тип анализа выбирается на основе условий нагружения и реакции системы, которую предполагается получить. В программе ANSYS доступны следующие виды расчетов: статический (или стационарный), динамический (или нестационарный), гармонический, модальный, спектральный и расчет устойчивости.

Опции анализа дают возможность уточнить параметры проводимого расчета. Типичным является выбор метода решения, учет или отказ от учета влияния напряженного состояния конструкции на ее жесткость (stress stiffness), а также опций применения метода Ньютона–Рафсона. Большинство этих нагрузок может быть приложено или к твердотельной модели (в ключевых точках, по линиям и поверхностям), или к конечно-элементной (в узлах и к элементам).

Просмотр результатов. Для просмотра результатов можно использовать два постпроцессора программы ANSYS. Общий постпроцессор используется для анализа результатов одного шага решения и обеспечивает среди прочего получение линий уровня, картину деформированного состояния, листинг результатов, оценку погрешности счета, объединение расчетных случаев, проведение вычислений на основе полученных данных. Постпроцессор процесса нагружения используется для просмотра результатов в указанных точках расчетной модели на каждом шаге решения; можно получить график результатов как функцию времени или частоты, листинг результатов, выполнить арифметические и алгебраические вычисления.

Прочностной анализ конструкций

Это начальный этап проектирования конструкции, на котором определяются действующие на нее силы. Главная задача здесь – подобрать наиболее подходящие материалы и размеры для элементов конструкции так, чтобы последние надежно выдерживали те нагрузки, которые будут действовать на них во время работы конструкции. Он необходим для выявления причин преждевременного износа, понижения несущей способности конструкции. Важнейшую роль в прочностном расчете конструкции играет закон равновесия сил. Поэтому результаты прочностного расчета в значительной степени зависят от принятого критерия прочности, на базе которого можно, исходя из данных о поведении материала при простейших нагружениях, предсказать, когда наступит опасное состояние при действии любой сложной системы напряжений.

Прочностной анализ конструкций является, по-видимому, наиболее распространенным приложением метода конечных элементов. Основными неизвестными, определяемыми во всех типах прочностного анализа конструкций, являются перемещения. Остальные величины – деформации, напряжения, усилия – вычисляются по этим узловым перемещениям [34].

В программе ANSYS доступны следующие виды прочностного анализа:

- статический анализ – вычисление перемещений, напряжений и т. д. в условиях статического нагружения;

- модальный анализ – определение собственных частот и форм колебаний;
- гармонический анализ – определение отклика конструкции на гармонические составляющие возмущающей нагрузки;
- динамический анализ – определение отклика конструкции на действие произвольной нагрузки как функции времени;
- спектральный анализ – расширение модального анализа для вычисления напряжений и деформаций при действии спектра частот или случайной вибрации;
- анализ устойчивости – расчет критических нагрузок и определение форм потери устойчивости.

Кроме того, имеется возможность проводить специальные виды расчетов в области механики разрушения, прочности композитных материалов и усталостного разрушения.

По существующим нормативным документам запас прочности трубопроводов определяется с учетом нагружения трубопровода внутренним давлением при условии однородного распределения напряжений по периметру и длине трубы. В практике эксплуатации трубопроводных систем зафиксированы многократные случаи разрушения трубопроводов при рабочих давлениях ниже допускаемых. Причиной тому в большинстве случаев служит наличие в трубопроводе дефектов геометрии трубопроводов (изгибы, стыки, сопряжения труб разных размеров – рис. 10.1) и локальных повреждений металла в проблемных зонах, к которым, прежде всего, следует отнести зоны сварных стыков трубопровода.

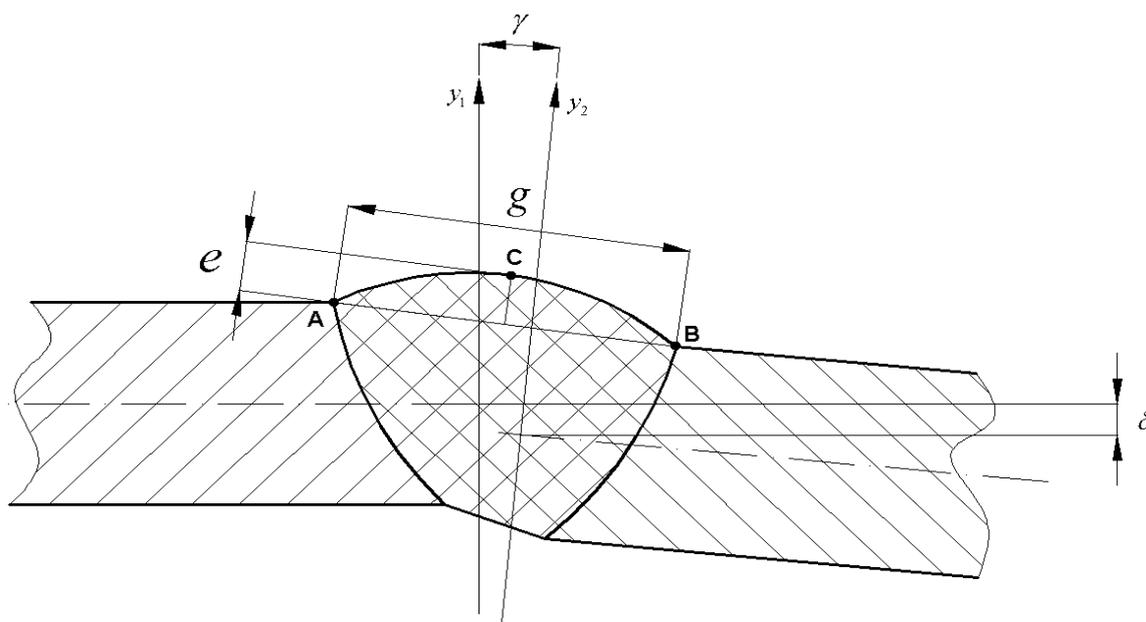


Рис. 10.1 Неправильное положение сварных кромок, смещённых относительно друг друга

Трещины, поры, включения и другие локальные дефекты (рис. 10.2) представляют собой трехмерные объекты, различным образом ориентированные в объеме сварного шва. По этой причине использование для анализа НДС моделей сквозной трещины, находящейся в условиях плоского однородного напряженного состояния, не всегда возможно.



Рис. 10.2 Разрез сварного шва с макро- и микродефектами

Использование возможностей современной вычислительной техники и алгоритмов численного анализа, прежде всего метода конечных элементов, позволяет исследовать проблему более детально с учетом ее специфических особенностей.

При относительно большом диаметре трубы и небольшой толщине ее стенки существует вероятность возникновения погрешностей при монтаже (рис. 10.1), которые рационально охарактеризовать величинами несоосности δ и угловой погрешностью γ . На первом этапе численно анализировалось влияние этих параметров на НДС трубопровода при его нагружении внутренним давлением заданной интенсивности.

Таким образом, для исследования напряженного состояния линейного участка магистрального нефтепровода используем программу Ansys.

10.2. Создание расчетной модели нефтепровода

Создание модели производим в следующей последовательности:

1. Задаем свойства используемого в расчетах материала (рис. 10.3).
В качестве материала используется сталь 17Г1С.

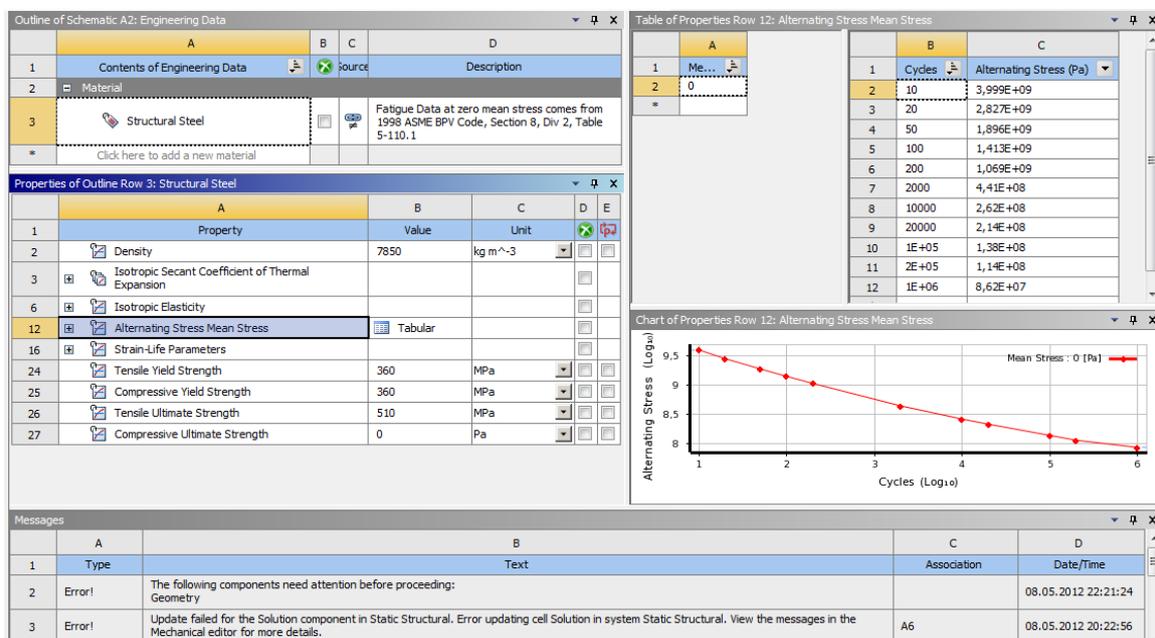


Рис. 10.3. Окно задания материала

2. Далее создаем модель линейного участка магистрального нефтепровода (рис. 10.4).

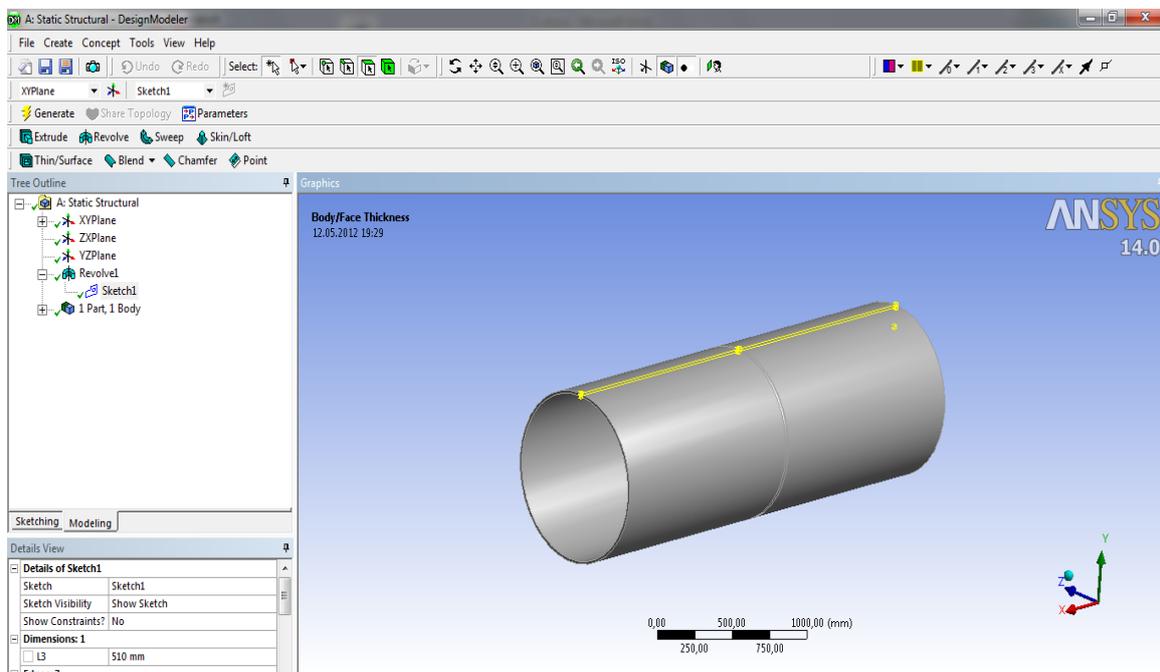


Рис. 10.4. Модель исследуемого участка

3. Производим разбиение модели на конечные элементы (рис. 10.5).

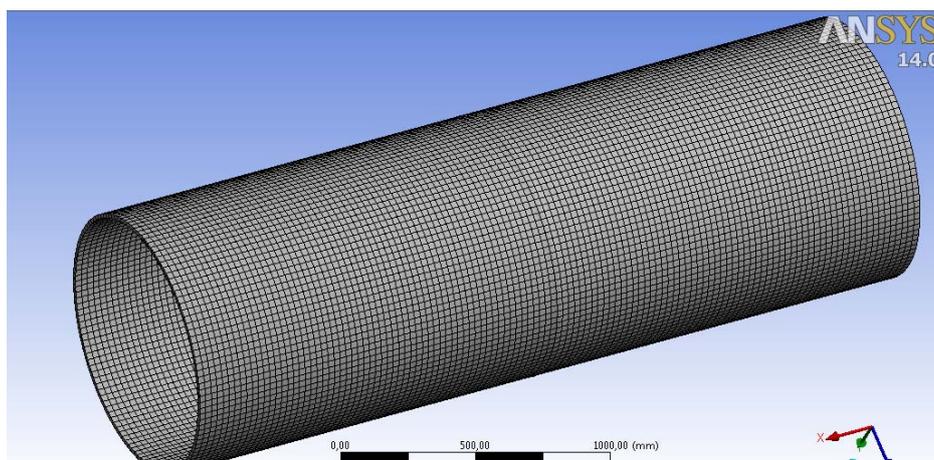


Рис. 10.5. Конечно-элементная сетка

4. Закрепляем модель и прикладываем необходимые силы (рис. 10.6).

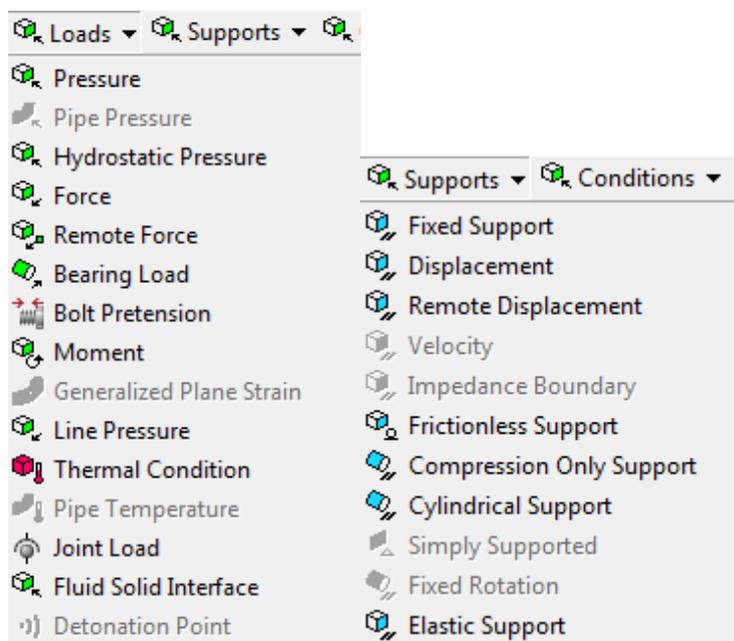


Рис. 10.6. Закрепление модели и приложение к ней конструктивных нагрузок

10.3. Тест программы

Тест основан на сравнении расчетных величин, полученных классическим методом расчета по учебникам и их же – по методу конечных элементов.

Для определения соответствия расчету модели по методу конечных элементов общепринятым расчетам рассмотрим расчетную конструкцию под действием только внутреннего давления.

Рассчитав трубопровод, проверим соответствие расчета модели в Ansys общепринятой, рассчитанной классическим образом. Для этого используем созданную модель трубопровода. Зададим нагрузку от действия внутреннего давления в трубопроводе, равного 4,8 МПа, и произведем расчет.

Результаты расчета приведены на (рис. 10.7).

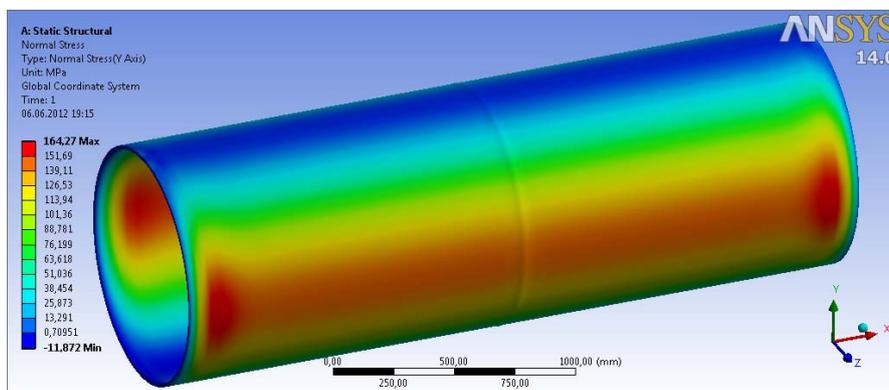


Рис. 10.7. Расчетные напряжения по Мизесу на исследуемом участке

Максимальные напряжения в главной балке под действием приложенных сил по методу конечных элементов $\sigma_{\text{эксп}} = 164,3$ МПа.

Расчетное напряжение в средней части $\sigma_{\text{экв}} = 163$ МПа.

Погрешность расчета:

$$\Delta = \frac{\sigma_{\text{эксп}} - \sigma_{\text{расч}}}{\sigma_{\text{эксп}}} \cdot 100 \% = \frac{164,3 - 163}{164,3} \cdot 100 \% = 0,8 \% \quad (224)$$

Таким образом, принятая модель дает адекватный результат.

10.4. Результаты расчета модели нефтепровода в программном комплексе Ansys

Диаметр исследуемого нефтепровода 1020 мм, рабочее давление 4,8 МПа. Материал – сталь 17Г1С со следующими механическими характеристиками: временное сопротивление металла трубы $\sigma_{\text{вр}} = 510$ МПа; предел текучести $\sigma_{\text{T}} = 360$ МПа. На нефтепровод, кроме рабочего давления, действуют следующие нагрузки: распределенная нагрузка от веса самой трубы с изоляцией и перекачиваемой нефти. В расчетах приняты допущения об отсутствии нагрузок, действующих в зимний период, и температурного влияния на нефтепровод. Расчетная схема представлена на рис. 10.8.

В исследовательской части рассматривался случай влияния дефектов в сварном шве на прочностные характеристики участка нефтепро-

вода. В качестве дефектов была смоделирована пористость в сварном шве (рис. 10.8), ведущая в дальнейшем к образованию поперечной трещины. Поры расположены на расстоянии не более 10 мм от поверхности сварного стыка.

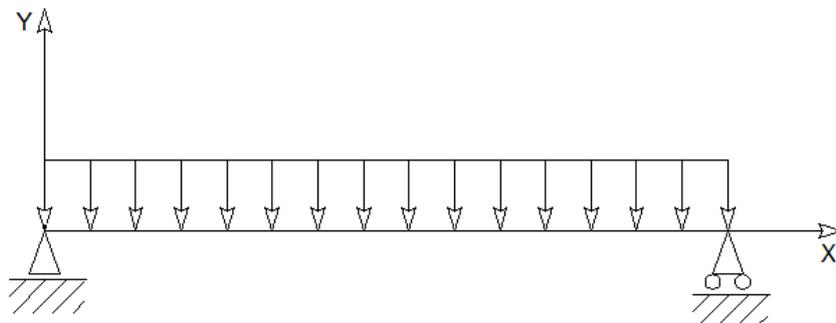


Рис. 10.8. Расчетная схема участка нефтепровода

Результаты расчета представлены на рис. 10.9 и 10.10.

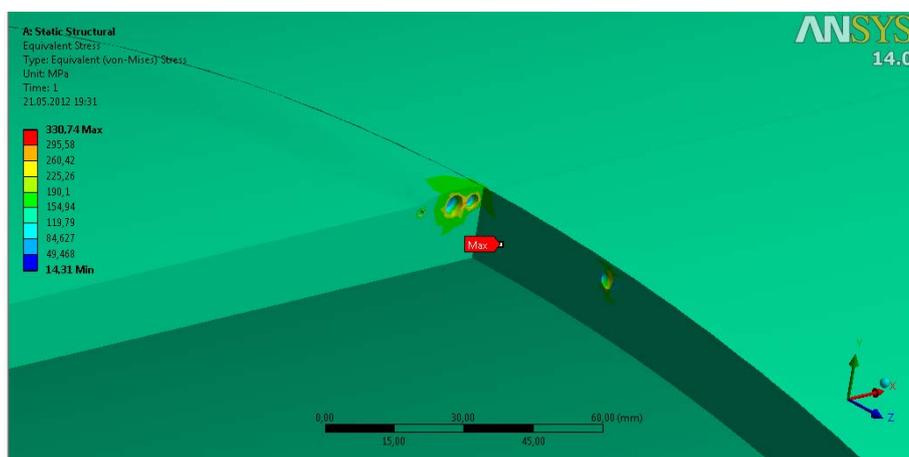


Рис. 10.9. Расчетные напряжения по Мизесу на исследуемом участке

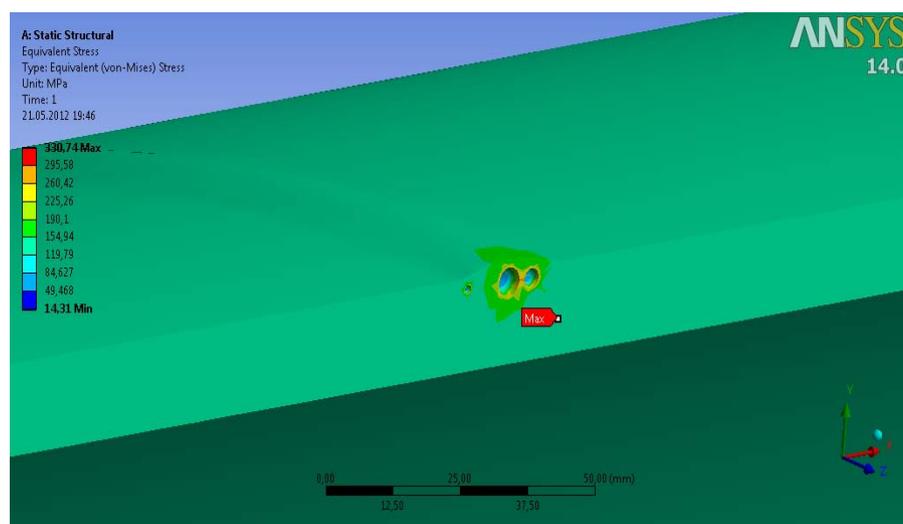


Рис. 10.10. Расчетные напряжения по Мизесу на исследуемом участке

Из полученных и представленных результатов можно сделать следующие выводы:

- при наличии дефектов в сварном шве напряжения, действующие в нефтепроводе, достигают величин, приближающихся к величине предела текучести материала;
- дальнейшая эксплуатация нефтепровода без проведения ремонтных работ ведет к образованию и росту трещины, которая является более опасным дефектом.

Полученные результаты могут использоваться для принятия дальнейших решений по эксплуатации участка трубопровода и проведению ремонтных работ.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Как определяют напряженное состояние подземных трубопроводов?
2. Какие нагрузки и воздействия действуют на трубопровод?
3. Как действует нагрузка от балластировки и анкерных устройств?
4. Как определить температурное расширение металла труб?
5. Как влияют дефекты труб на их долговечность?
6. Какие внутренние усилия и напряжения возникают в подземном трубопроводе?
7. Как определить несущую способность магистральных трубопроводов?
8. Какие факторы влияют на преждевременное разрушение трубопроводов?
9. Какие основные законы упругопластических деформаций трубопровода существуют?
10. Каковы критерии прочности и пластичности конструкционных материалов?
11. Поясните основные особенности расчета трубопроводов при допущении в них упругопластических деформаций.
12. Какое влияние оказывают концентраторы напряжений и внутреннего давления на меру надежности участка трубопровода?
13. Как влияют прочностные характеристики сварного соединения трубопровода на несущую способность труб?
14. Как определить устойчивость прямолинейного трубопровода?
15. Как определить устойчивость кривленного участка трубопровода?
16. Перечислите, какие есть нагрузки и воздействия на магистральные газонефтепроводы.
17. Какое влияние оказывает на трубопровод его взаимодействие с грунтом при продольных перемещениях?
18. Как определить напряженное состояние трубопровода при ремонте?
19. Поясните применение метода граничных параметров к исследованию напряженного состояния трубопровода при его подъеме.
20. Как определяется напряженно-деформированное состояние кривых труб?
21. Каково влияние сосредоточенных сил на свободный изгиб приподнятого участка трубопровода?
22. Какие напряжения возникают в действующем трубопроводе при нарушении его основания?

23. Какие основные зависимости необходимы для подсчета технологических параметров ремонтной подвижной колонны и напряжений в опасных сечениях трубы при подъеме трубопровода трубоукладчиками?
24. Каков порядок расчета трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях?
25. Перечислите основные особенности работы линейной части в многолетнемерзлых грунтах.
26. Какова методика расчета трубопроводов по предельным состояниям?
27. Как выполняют расчет пространственных трубопроводов с учетом геометрической нелинейности?
28. Какова оценка точности расчетов напряженно-деформированного состояния трубопроводов?
29. Как оценить долговечность трубопроводов с различными видами повреждений?
30. Какой порядок расчета на прочность трубопроводов с дефектами геометрии, коррозионными повреждениями и трещинами?
31. Какова зависимость долговечности труб от скорости коррозии?
32. Как определяют влияние нагрузок и воздействий на ресурс трубопровода?
33. В чем заключается стохастическая задача прочности?
34. Как оценить долговечность трубопровода по критерию сопротивления малоцикловому нагружению?
35. Как происходит усталостное разрушение стенки трубопроводов?
36. Как выполняют прогнозирование остаточного ресурса трубопровода?
37. Как выполняют ранжирование дефектов по степени опасности?
38. Как осуществляют контроль напряженно-деформированного состояния трубопроводов НПС?
39. Что относят к базовым методам неразрушающего контроля?
40. Каковы причины необходимости оценки состояния труб и методы диагностики?
41. Назовите основные методы неразрушающего контроля НДС, области применения, преимущества, ограничения?
42. Влияние каких коррозионных дефектов необходимо учитывать при анализе напряженно-деформированного состояния трубопроводов?
43. На чём основаны методы контроля напряженно-деформированного состояния оборудования и конструкций?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Трубопроводный транспорт является важнейшей составной частью производственной инфраструктуры страны. Поэтому его развитие является одной из приоритетных задач государственной политики. Роль трубопроводного транспорта еще более увеличивается в условиях глобализации мировой экономики, приводящей к значительному увеличению взаимовыгодных межгосударственных экономических связей.

Научно-техническая проблема по исследованию конструкций трубопроводного транспорта и процессов в них с целью обеспечения требуемой работоспособности до сих пор современна и актуальна.

В данном учебном пособии была проведена оценка напряженно-деформированного состояния нефтепроводов с применением теории тонких упругих оболочек, которая позволила получить полную информацию о напряжениях, возникающих в оболочках конструкций. Наличие такой информации позволяет сделать вывод о возможности или невозможности дальнейшей эксплуатации нефтепровода или резервуара путем сравнения экстремальных значений напряжений с допустимыми.

В настоящее время имеется тенденция к увеличению объема резервуаров при сооружении крупных резервуарных парков. Эта тенденция объясняется тем, что под большие резервуары требуется меньшая площадь застройки, при их сооружении уменьшаются затраты на устройство основных и вспомогательных коммуникаций. Увеличение же объемов резервуаров приводит в свою очередь к повышению требований по надежности, предъявляемых при их строительстве и эксплуатации. Для оценки последней должна быть использована теория тонких упругих оболочек, рассмотренная в данной работе, которая позволяет оценить напряженно-деформированное состояние.

В практике проектирования и эксплуатации нефтепроводов (особенно больших диаметров) весьма часто возникают задачи, решение которых с использованием теории стержня может привести к серьезным ошибкам и получению неверной информации о напряженно-деформированном состоянии. Поэтому расчет проводят, используя теорию тонких упругих оболочек.

В учебном пособии проведено исследование прочности трубопроводов различного функционального назначения для прогнозирования срока их замены или ремонта путем последовательного решения задач по разработке методик математического моделирования задач, исследования напряженно-деформированного состояния трубопроводов в статической постановке с учетом возможных дефектов в трубе, а также оценки влияния динамических нагрузок на прочность трубопроводов.

Проведён комплекс работ по техническому диагностированию трубопроводных систем различного назначения и обоснованию критерия прочности трубопровода с дальнейшей разработкой подходов для оценки остаточного ресурса при дальнейшей эксплуатации.

В заключении хотелось бы отметить, что современные программные комплексы (ANSYS, LS-DYNA), используемые для определения напряженно-деформированного состояния конструкций, также базируются на балочных и оболочечных моделях. В этом случае балочные модели используют в качестве первоначальной оценки прочности, а более уточненный расчет опасных участков проводят путем использования оболочечных моделей, базирующихся на теории оболочек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малютин А.М. Применение регрессионного анализа для расчёта напряжения подводного перехода, выполненного с использованием гнутых вставок / А.М. Малютин, А.А. Маматкулов, В.А. Поляков // НТС «Магистральные и промысловые трубопроводы: проектирование, строительство, эксплуатация, ремонт». – Москва : РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2004. – С. 49–53.
2. Иванцов О.М. Надежность и безопасность магистральных трубопроводов / О.М. Иванцов // Трубопроводный транспорт нефти. – 1997. – № 10. – С. 26–31.
3. Ангалев А.М. Комплексный подход к решению проблемы коррозионного растрескивания под напряжением на трубопроводах компрессорных станций ОАО «Газпром» / А.М. Ангалев, Д.С. Бутусов, А.В. Топилин // Территория «НЕФТЕГАЗ». – 2015. – № 4. – С. 52–60.
4. Селезнев В.Е. Математическое моделирование сетей систем и каналов: методы, модели и алгоритмы: монография / В.Е. Селезнев, В.В. Алешин, С.Н. Прялов. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2014. – 694 с.
5. Александров Ю.В. Диагностика напряженного состояния металла газонефтепроводов по магнитным характеристикам / Ю.В. Александров, М.М. Бердник, Р.В. Агинеи // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. – 2010. – № 11. – С. 39–44.
6. Большакова В.В. О возможности применения магнитных методов неразрушающего контроля для оценки напряженно-деформированного состояния трубопроводов / В.В. Большакова, Н.А. Кукин, Г.Я. Дымкин // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2014. – № 4. – С. 92–98.
7. Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. Том 2. Оценка и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях / А.М. Шаммазов, Р.М. Зарипов, В.А. Чичелов и др. – Москва : Интер, 2006. – 586 с.
8. Белкин П.Н. Механические свойства, прочность и разрушение твёрдых тел : учебное пособие / П.Н. Белкин. – Саратов : Вузовское образование, 2019. – 196 с.
9. Коршак А.А. Проектирование и эксплуатация газонефтепроводов : учебник для вузов по направлению подготовки бакалавриата «Нефтегазовое дело» / А.А. Коршак, А.М. Нечваль. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2016. – 541 с.

10. Безпалько В.И. Технология конструкционных и трубопроводостроительных материалов : учебное пособие для вузов / В.И. Безпалько. – Москва : Академия, 2008. – 416 с.

11. Безбородов Ю.Н. Технологическое оборудование для АЗС и нефтебаз. В 2 частях. Часть 2. Оборудование для хранения, приема и выдачи нефтепродуктов на нефтебазах и АЗС / Ю.Н. Безбородов, О.Н. Петров, А.Н. Сокольников и др. – Красноярск : СФУ, 2015. – 172 с.

12. Ельцов М.Ю. Основы расчета изделия на прочность в приложении NX. Расширенная симуляция : учебное пособие / М.Ю. Ельцов. – Белгород : Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова : ЭБС АСВ, 2014. – 207 с.

13. Хейн Вин Зо. Исследование напряженно-деформированного состояния материала в очаге деформации при раскатке труб / Хейн Вин Зо // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 6-4. – С. 733–737. –Режим доступа: <http://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=34230> (дата обращения: 18.10.2019).

14. Ефимов А.И. Исследование деформаций и напряжений в трубопроводах при динамическом нагружении / А.И. Ефимов, Б.Е. Довбня, С.Р. Леви // Вестник ИжГТУ. – № 1. – 2009. – С. 42–44.

15. Демченко В.Г. Магистральные трубопроводы. Надежность. Условия работы и разрушений : монография / В.Г. Демченко, Г.В. Демченко. – Москва : Недра-Бизнесцентр, 2007. – 304 с.

16. Папуша А.Н. Проектирование морского подводного трубопровода. Расчет на прочность, изгиб и устойчивость морского трубопровода в среде Mathematica / А.Н. Папуша. – Москва ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика : Ижевский институт компьютерных исследований, 2013. – 328 с.

17. Адилова Н.Б. Современные технологии сооружения и ремонта газонефтепроводов и газонефтехранилищ : учебное пособие / Н.Б. Адилова, Л.Т. Шуланбаева, М.Ж. Рыскалиев. – Уральск : ЗКАТУ им. Жангир хана, 2015. – 109 с.

18. Шуланбаева Л.Т. Оценка эксплуатационной надежности и прочности магистрального трубопровода : учебное пособие / Л.Т. Шуланбаева, А.А. Мурзагалиева. – Уральск : ЗКАТУ им. Жангир хана, 2017. – 123 с.

19. Муштари Х.М. Нелинейная теория оболочек / Х.М. Муштари. – Москва : Наука, 1990. – 223 с.

20. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 328 с.

21. Саруев А.Л. Прочность оборудования газонефтепроводов и хранилищ : учебное пособие / А.Л. Саруев, Л.А. Саруев. – 2-е изд., испр. – Томск : Изд-во ТПУ, 2019. – 132 с.

22. Махутов Н.А. Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов / Н.А. Махутов, В.Н. Пермяков. – Новосибирск : Наука, 2005. – 516 с.
23. ГОСТ 27.002–2015. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. – Москва : Стандартинформ, 2016. – 28 с.
24. ГОСТ 20911–89. Техническая диагностика. Термины и определения. – Москва : Издательство стандартов, 1989. – 13 с.
25. СП 86.13330.2012. Свод правил. Магистральные трубопроводы. Актуализированная редакция СНиП III-42-80*. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200102566> (дата обращения: 20.05.2019).
26. СП 36.13330.2012. Магистральные трубопроводы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.06-85* (с Изменением № 1). – Режим доступа: [http:// docs.cntd.ru/document/1200103173](http://docs.cntd.ru/document/1200103173) (дата обращения: 20.05.2019).
27. ГОСТ 1497–84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. – Москва : Стандартинформ, 2005. – 24 с.
28. ГОСТ Р 52890-2007. Акустический метод контроля напряжений в материале трубопроводов. Общие требования. – Москва : Стандартинформ, 2009. – 56 с.
29. СТО Газпром 2-2.3-243-2008. Инструкция по проведению измерений напряжений в металле трубопроводов при использовании приборов, основанных на магнитошумовом методе. – Москва : ИРЦ Газпром, 2009. – 38 с.
30. ВСН 012–88. Строительство магистральных и промысловых трубопроводов. Контроль качества и приемка работ. Часть 1. – Москва : Миннефтегазстрой, 1989. – 63 с.
31. Методы ремонта дефектов и дефектных секций действующих магистральных нефтепроводов и нефтепродуктопроводов: РД-23.040.00-КТН-140-11. – Москва : ОАО «АК "Транснефть"», 2011. – 75 с.
32. Захаров М.Н. Прочностная надежность оборудования : учебное пособие / М.Н. Захаров. – Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 123 с.
33. Шифрин Б.И. Пространственные задачи линейной механики разрушения / Б.И. Шифрин. – Москва : Издательство физико-математической литературы, 2002. – 368 с.
34. Серпик И.Н. Метод конечных элементов в решении задач механики несущих систем : учебное пособие / И.Н. Серпик. – Москва : Издательство АСВ, 2015. – 200 с.
35. Морозов Е.М. ANSYS в руках инженера: Механика разрушения / Е.М. Морозов, А.Ю. Музеймек, А.С. Шадский. – Москва : ЛЕНАНД, 2010. – 456 с.

36. Компьютерное проектирование и подготовка производства сварных конструкций : учебное пособие для вузов. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 464 с.

37. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н.А. Махутов. – Москва : Машиностроение, 1981. – 272 с.

38. Бабин Л.А. Типовые расчеты при сооружении трубопроводов : учебное пособие для вузов / Л.А. Бабин, П.Н. Григоренко, Е.Н. Ярыгин. – Москва : Недра, 1995. – 246 с.

39. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций / В.В. Болотин. – Москва : Машиностроение, 1990. – 448 с.

40. Расчет напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки по заданным перемещениям / С.А. Кабриц, В.Р. Еременко, В.В. Маяшан и др. // Молодой ученый. – 2016. – № 12. – С. 23–28. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/116/31796/> (дата обращения: 18.10.2019).

41. Чигарев А.В. Ansys для инженеров : справочное пособие / А.В. Чигарев, А.С. Кравчук, А.Ф. Смалюк. – Москва : Машиностроение-1, 2004. – 512 с.

42. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – Москва : ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

43. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / К.А. Басов ; под общ. ред. Д.Г. Красковского. – Москва : Компьютер-Пресс, 2002. – 224 с.

Учебное издание

**ИССЛЕДОВАНИЯ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ**

Учебное пособие

Составление

САРУЕВ Алексей Львович
РУДАЧЕНКО Александр Валентинович

Научный редактор

*доктор химических наук, профессор
В.Г. Лукьянов*

Корректурa *Д.В. Заремба*

Компьютерная верстка *Д.В. Сотникова*
Дизайн обложки *А.И. Сидоренко*

Подписано к печати 25.05.2021. Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».

Печать CANON. Усл. печ. л. 8,49. Уч.-изд. л. 7,68.

Заказ 121-21. Тираж 100 экз.



Издательство

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ