Философские проблемы науки и техники

Философские проблемы математики

Вопросы:

1. История становления математики как науки.
2. Основной вопрос философии математики.

- "Не зная математики, нельзя знать ни прочих наук, ни мирских дел. И что еще хуже, люди, в ней не сведущие, не ощущают собственного невежества, а потому не ищут от него лекарства. И напротив того, знакомство с этой наукой подготовляет душу и возвышает ее ко всякому прочному знанию, так что, если кто познал источники мудрости, касающиеся математики, и правильно применил их к познанию прочих наук и дел, тот сможет без ошибок и без сомнений, легко и по мере сил постичь и все последующие науки«
Ф.Бэкон

Р.Декарт:

К области математики относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера и совершенно не существенно, будут ли это числа, фигуры, звёзды, звуки или что-нибудь другое, в чём отыскивается эта мера. Таким образом, должна существовать некая общая наука, объясняющая всё относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным, но старым, уже вошедшим в употребление именем Всеобщей математики.

Н.Бурбаки

- Сущность математики… представляется теперь как учение об отношениях между объектами, о которых ничего не известно, кроме описывающих их некоторых свойств,— именно тех, которые в качестве аксиом положены в основание теории… Математика есть набор абстрактных форм — математических структур.

Г.Вейль

- Вопрос об основаниях математики и о том, что представляет собой в конечном счёте математика, остаётся открытым. Мы не знаем какого-то направления, которое позволит в конце концов найти окончательный ответ на этот вопрос, и можно ли вообще ожидать, что подобный «окончательный» ответ будет когда-нибудь получен и признан всеми математиками.
- «Математизирование» может остаться одним из проявлений творческой деятельности человека, подобно музицированию или литературному творчеству, ярким и самобытным, но прогнозирование его исторических судеб не поддаётся рационализации и не может быть объективным

Предмет философии математики:

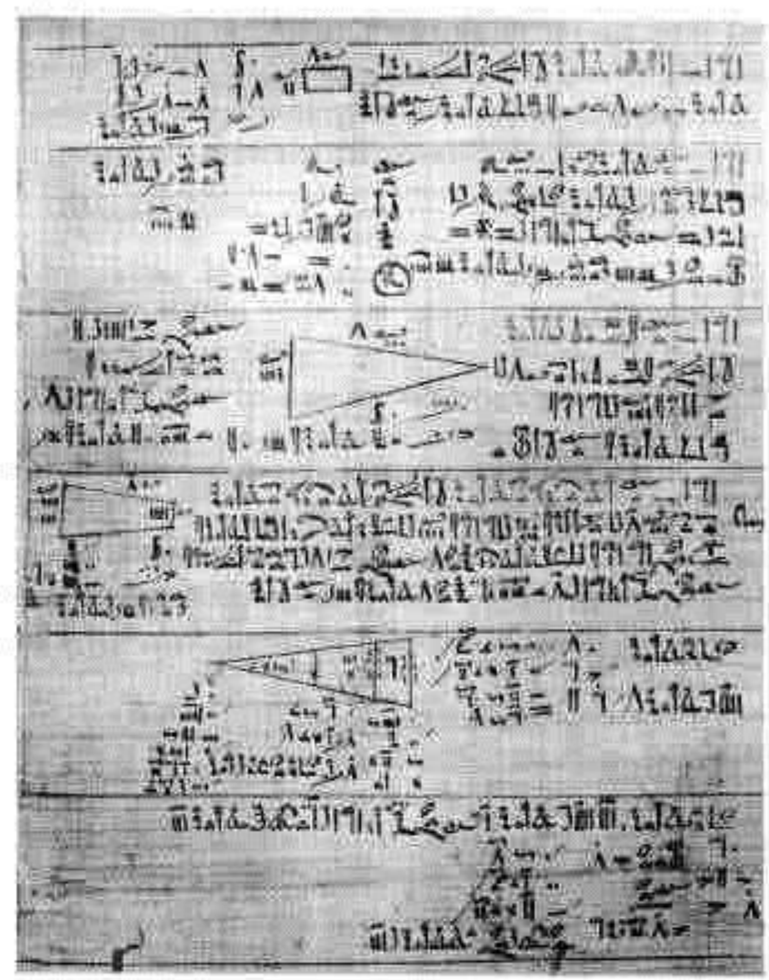
- Специфика математической реальности
- Статус математического понятия
- Классификация математики
- Математика и наука
- Математика и культура

Истоки математики

- Древний Египет и Древний Вавилон
- Причины зарождения математики:
- Возникновение государства – необходимость учитывать налоги и повинности
- Вычисление площади земельных участков
- Вычислять объем амбаров

Древний Египет

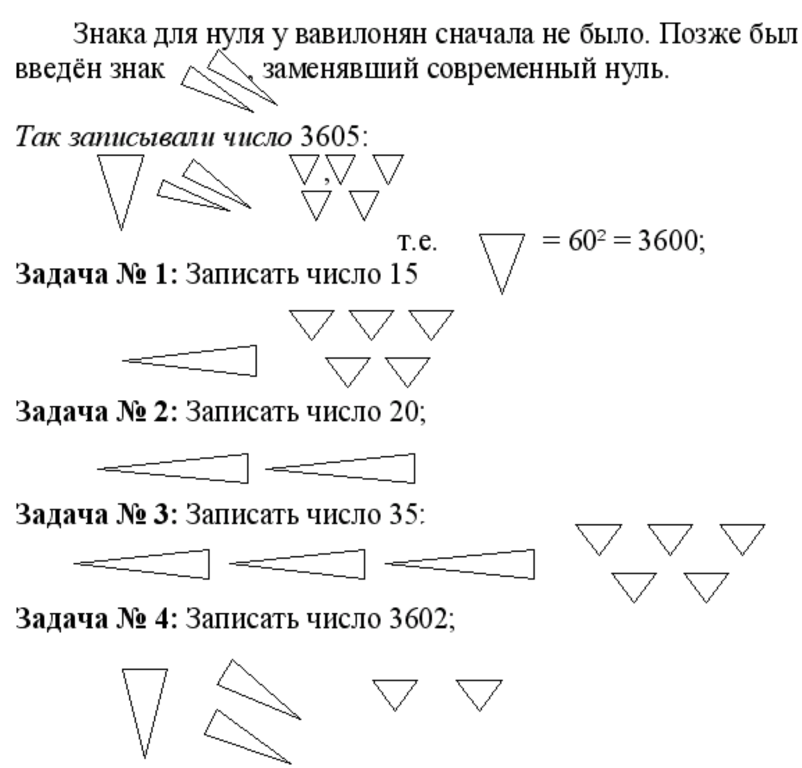
- Папирус Ринда - собрание 84 задач прикладного характера. При решении этих задач производятся действия с дробями, вычисляются площади прямоугольника, треугольника, трапеции и круга, объёмы параллелепипеда, цилиндра, размеры пирамид. имеются также задачи на пропорциональное деление , а при решении одной задачи находится сумма геометрической прогрессии



Древний Вавилон (Двуречье)

XXIII в. до н.э. – регулярные работы по строительству, руководимые писцами.

«Писец должен уметь писать понятно, знать текст, межевать земли и примерять спорящих»


Знака для нуля у вавилонян сначала не было. Позже был введён знак , заменявший современный нуль.

Так записывали число 3605:

т.е. $= 60^2 = 3600$;

Задача № 1: Записать число 15

Задача № 2: Записать число 20;

Задача № 3: Записать число 35:

Задача № 4: Записать число 3602;

Достижения Вавилонской математики

- Шестидесятеричная система исчисления
- Использовали ноль как пунктуационный знак, определяющий разряд числа (VII-V ии до н.э.)
- Допускались более общие, хотя и не все, дроби
- Умели извлекать квадратные корни
- Умели решать линейные системы
- Умели работать с пифагоровыми тройками
- Решали кубические уравнения с помощью таблиц
- Изучали измерения, связанные с окружностями

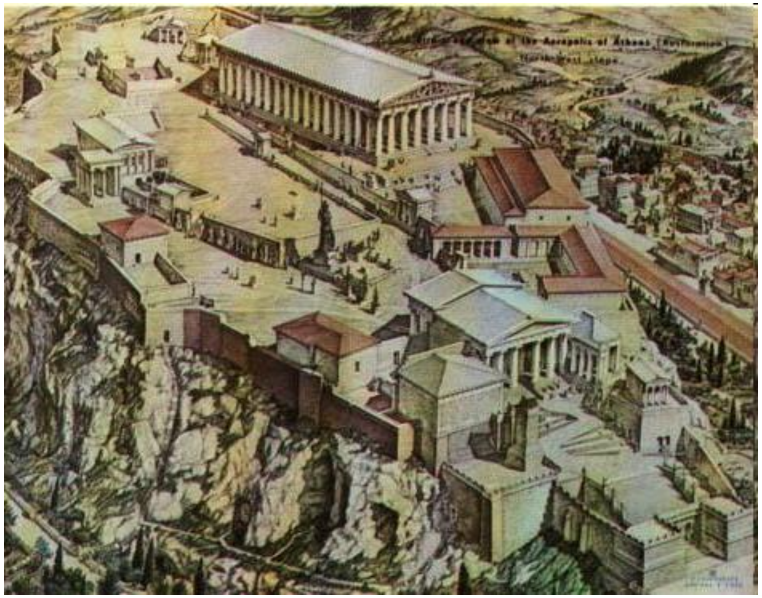
Задача:

«Площадь, состоящая из суммы двух квадратов, составляет 1000. Сторона одного из квадратов составляет   стороны другого квадрата, уменьшенные на 10.

- **Решение:** Возведи в квадрат 10; это дает 100; вычти 100 из 1000; это дает 900

Древняя Греция VI – IV вв. до.н.э.

- Математика оформляется как наука с особым методом дедуктивного доказательства



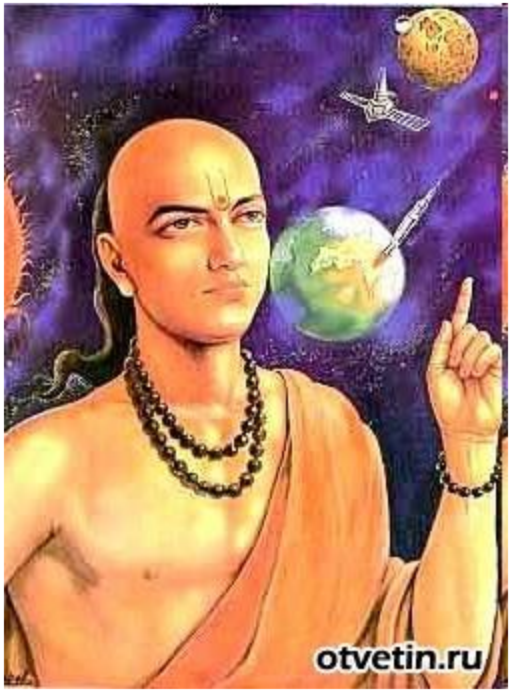
- Математика геометров

(Пифагор, Эвклид)

- Математика астрономов – символ 0 (Птолемей)
  - «омикрон» - первая буква слова ouden – ничто
  - Obol – монета, которая не имеет ценности
  - Отпечаток от монеты на песке, после подсчетов с использованием песочной доски

Ноль как число –Индия ок. 7 в. н.э.

- Брахмагупта - сделал попытку увязать понятия ноля и отрицательных чисел с арифметическими операциями



Арифметические действия с нулем

- *Сумма нуля и отрицательного числа – число отрицательное, нуля и положительного – положительное, сумма нуля и нуля равна нулю.*
- *Если из нуля вычесть отрицательное число, то получим положительное, если вычтем из нуля положительное, то получим отрицательное. Если вычтем из отрицательного числа ноль, то получим отрицательное число, если вычтем из нуля положительное число, то получим положительное число. Если из нуля вычесть ноль, получим ноль.*
- *Положительное или отрицательное число, деленное на ноль, есть дробь с нулем в знаменателе. Ноль, деленный на положительное или отрицательное число, есть ноль, что можно выразить как дробь с нулем в числителе и ограниченной величиной в знаменателе. Ноль, деленный на ноль, дает ноль.*

Брахмагупта

Фибоначчи – итальянский математик

- 1202 г. «Книга абака»
- 1-9 – числа
- 0 – знак

Индийцы – «сунья» - пустой,

Арабы – «sifr»

Фибоначчи – «cipher»

Пифагор – создание теории чисел

Квадратные числа:

Вводят доказательство, в том числе,
доказательство от противного

Числа:

- Четные – мужские
- Нечетные – женские

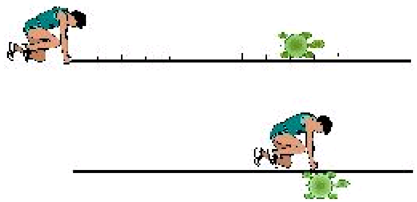
«Элементы чисел являются элементами всех вещей и весь мир является гармонией и числом»

Греческие математики:

- Архид из Тарента (V – IVвв. до н.э.)
- Евдокс Книдский (V – IVвв. до н.э.)
- Антифон (V – IVвв. до н.э.)
- Гиппократ Хиосский (V – IVвв. до н.э.)
- Зенон Элейский (V – IVвв. до н.э.)
- Евклид (IV – III вв.до н.э.)
- Архимед (III в. до н.э.)

Зенон Элейский – проблема конечного и бесконечного

- Апории:
- «Ахиллес и черепаха»
- «Стрела»
- «Стадион»
- «Дихотомия»



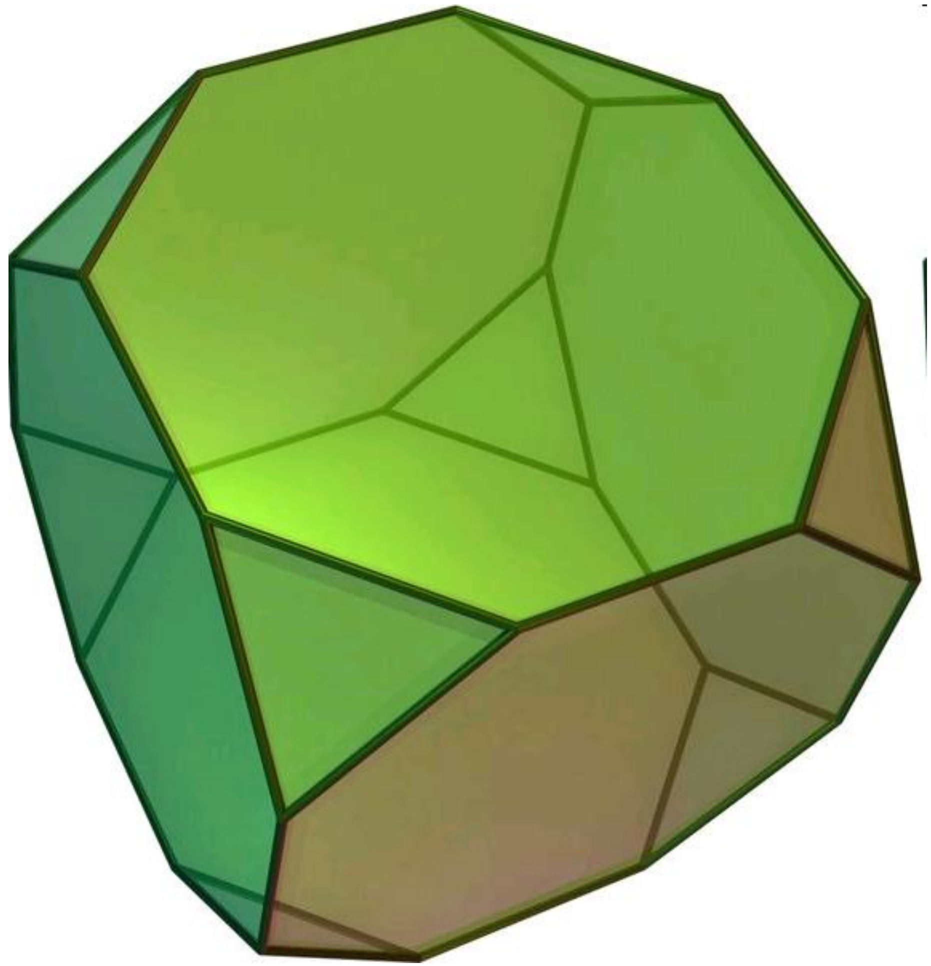
Евклид (IV – III вв. до н.э.)

- «Начала» - логическое построения геометрии на основе аксиоматики
- планиметрия, стереометрия, вопросы теории чисел, алгебры, общей теории отношений и метода определения площадей и объемов,

Архимед (287 – 212 г. до н.э.)

- "Псамит" в котором он указывает способ для вычисления количества песчинок, могущих заключиться в объеме земного шара.

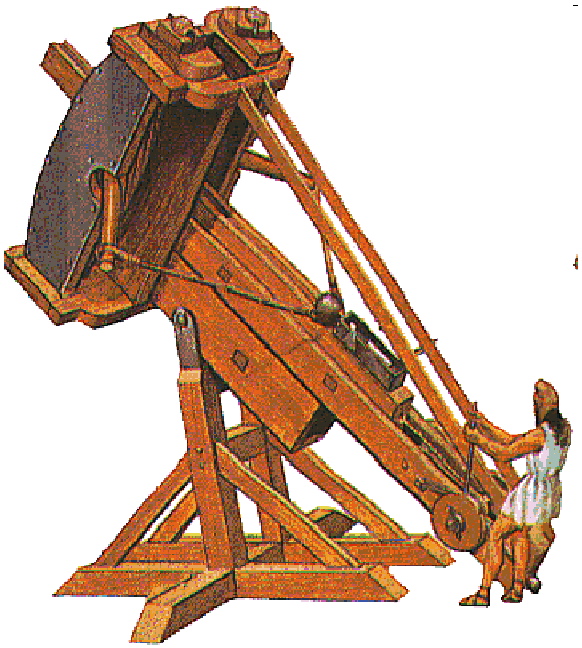
Полуправильные многогранники (Архимедовы тела)



Усеченный куб

- Решил задачи об определении объема цилиндра и шара, объемов частей параболоидов вращения,
- основоположник изучения спиралей,
- ввел в математику физическую задачу об определении положения центра тяжести плоских и пространственных фигур и для многих случаев решил ее,
- применил в геометрии метод «мысленного взвешивания»,
- развил предложенный греческим ученым Евдоксом «метод исчерпывания», позволивший исследовать свойства кривых второго порядка.

Машины Архимеда



- Машины были передвижными. Они скрывались за стенами и, только когда было нужно, выдвигались за пределы укреплений. Кроме того, их надо было передвигать вдоль стены к тому месту, где в этот момент совершалось нападение.
- Машина имела стрелу, поворачивавшуюся вокруг вертикальной оси. Осажденные... поворачивали их вправо или влево... Машинист управлял машиной, словно рулем корабля.
- Стрела поворачивалась также вокруг горизонтальной оси. Этой лапой машинист... захватывал нос корабля и затем опускал вниз другой конец машины, находившейся внутри городских стен.

Полибий «Всеобщая истоия» (II в. до н.э. Описание атаки римлянами Сиракуз в 214 г. до н.э.)

Основной вопрос философии математики: что есть число?

- Греки – начало - единица.
- единиц сколько — одна или много?
- **Одна**:
- как их можно складывать?
- что такое 1 + 1 (что такое складывать предмет сам с собой)
- **Много:**
- чем первая единица отличается от второй в равенстве 1 = 1

Математический объект – абстракция от абстракции

- Математический объект – количественная характеристика множества предметов
- Число – абстракция от исходной абстракции (все пятерки – число 5)
- Формула – абстракция от числа

Объект математики –

- количественные и пространственные отношения
(равенство, порядок, больше, меньше)
- Например: положительные и отрицательные числа

Как существует математический объект, представленный знаком?

- <u>Реализм –</u> «Математические объекты существуют вне нас в силу той же необходимости как и объекты реального мира»
- Ш.Эрмит
- К.Гедель, А.Колмогоров

- <u>Номинализм – </u>реальны только отдельные вещи, существует то, что имеет пространственно – временную координату.
- В.Куайн, Н.Гудмэн

У номиналистов – проблема реинтерпретации.

Например, предложение «быть на единицу больше» трансформируется в очень неудобное выражение: «*x* больше, чем *y*, если и только если *x* отлично от *y*, и *x* принадлежит всем множествам, содержащим *y*, и все целые числа на единицу больше любого их члена"

Классификация математики

- Доаксиоматическая – аксиоматическая

- Формирование принципов построения дедуктивной теории

- Прикладная – теоретическая

- Математика:

1. Язык науки
2. Модель для количественного описания природного мира, социума и технических устройств

Принципы построения дедуктивных теорий

Дедуктивная теория – система, принципы которой выводимы из аксиом.

Составляющие аксиоматических теорий:

- Исходные понятия (объекты);
- Исходные утверждения, связывающие исходные понятия;
- Правила вывода

Требования к аксиомам:

- Непротиворечивость – два принятых исходных положения не должны противоречить друг другу.
- Независимость – аксиому нельзя доказать с помощью других аксиом.
- Полнота - все формулы данной системы выводимы по ее правилам и с использованием существующих в ней аксиом.

Пример аксиоматической системы:

- Механика И.Ньютона: закон инерции, закон пропорциональности силы и ускорения при постоянной массе, закон равенства действия и противодействия

Современные философские проблемы математики:

- XIX – XX вв. – проблема обоснования математики - вопрос о соотношении концептуальных математических построений и объективной реальности, которую они должны в конечной инстанции отображать.

Концепции философии математики XX в.

- Логицизм: (Г. Фреге, Б. Рассел и др.) - основания математики в логике;
- Интуиционисты (Я. Брауэр, Г. Вейль, А. Гейтинг, Л. Кронекер и др.) – математика опирается на интуицию;
- Формализм (Д. Гильберт, В. Аккерман, И. Бернайс, фон Нейман) – основания математики – математические знаки.