

## Лабораторная работа № 13

Тема: Решение математических задач в пакете MS Excel

Цель работы: Получить практические навыки решения некоторых типов задач средствами Excel

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с методическими указаниями.
2. Включить компьютер. Загрузить систему Windows. Запустить редактор MS Excel.
3. Выполнить задание.
4. По задаче решение системы линейных уравнений написать отчет.
5. Сдать работу преподавателю.

### Методические указания

#### Табулирование функции

Предположим, что требуется вычислить значения функции  $y=x^2-1$  для всех  $x$  на интервале  $[-2, 2]$  с шагом 0,2.

Для выполнения задания, создать таблицу, содержащую три столбца: № шага, значения переменной  $x$ , значения функции  $y$ . Сделать дополнительную таблицу из двух ячеек: начальное значение переменной  $x$  и величина шага (см. пример). Первое значение  $x$  задать как абсолютную ссылку на начальное значение  $x$  из второй таблицы (фиксировать как номер строки, так и букву столбца), последующие задать формулой:

= <относит.ссылка на пред.ячейку> + <абс.ссылка на величину шага>  
(математическая формула табуляции:  $x = x + 0,2$ ).

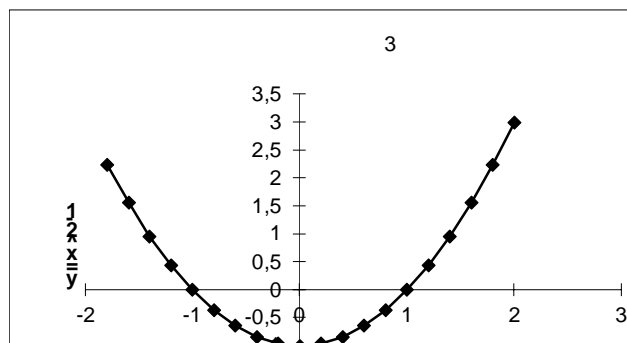
Задать копированием по шаблону все значения переменной  $x$ . Значения переменной должны охватывать весь диапазон значений в условии задачи. Задать значения функции в первой ячейке формулой, размножить по шаблону. Пронумеровать первый столбец (копированием по шаблону). Подсчитать указанные величины для функции  $y$ , используя стандартные функции Excel. Оформить таблицы как в примере. Построить график данной функции.

#### Табулирование функции $y = x^2 - 1$

#### Таблицы

основная		
№	x	y
1	-2	3
2	-1,8	2,24
3	-1,6	1,56
4	-1,4	0,96
5	-1,2	0,44
6	-1	0
7	-0,8	-0,36
8	-0,6	-0,64
9	-0,4	-0,84
10	-0,2	-0,96
11	-2,7756E-16	-1
12	0,2	-0,96

вспомогательная	
шаг	x0
0,2	-2



#### Получение корня методом подбора значений

Для определения корня можно воспользоваться возможностью подбирать значение аргументов под заданное значение функции. Нам необходимо подобрать такое значение  $x$ ,

при котором функция обращается в нуль. Сделаем активной ячейку, в которой получено самое первое значение функции (для  $x = a$ ). Затем продедем следующее:

- Выполним команды **Сервис/Подбор параметра**. Появляется диалоговое окно.
- В поле **Установить в ячейке** введем ссылку (щелкнем по ячейке мышкой) на ячейку, содержащую необходимую формулу (которая активна). Обратите внимание, что она отразилась абсолютным адресом.
- В поле **Значение** введем заданный результат формулы. Это — 0.
- В поле **Изменяя значение ячейки** введем ссылку на ячейку (щелкнем по ячейке мышкой), содержащую подбираемое значение. Это ячейка с  $x$ . Обратите внимание, что она отразилась абсолютным адресом. Щелкнем на кнопке **Ок**.
- В случае успешного завершения подбора выводится окно, в котором указан результат — текущее значение функции для подобранного значения аргумента, новое значение аргумента функции содержится в соответствующей ячейке.
- При нажатии кнопки **ОК** подобранное значение аргумента сохраняется в ячейке аргумента; при нажатии кнопки **Отмена** происходит восстановление значения аргумента. При неуспешном подборе параметра выдается соответствующее сообщение о невозможности подбора аргумента. Проверьте этот факт.

### Понятие временного ряда и характеристика его динамики

Динамический или временной ряд представляет собой эмпирическую последовательность данных, полученных в определенные моменты времени  $t_i$ , где  $i$  – порядковый номер значения эмпирического ряда на временной оси.

Каждый динамический ряд характеризуется некоторой тенденцией развития процессов во времени, называемой **трендом**. **Линия тренда** обеспечивает выдачу прогнозов на краткосрочный и среднесрочный периоды.

Подбор функции  $y = f(t)$  осуществляется методом наименьших квадратов, при котором минимизируется сумма квадратов отклонений между эмпирическими значениями и соответствующими значениями функции.

Наблюдаемые явления во времени могут развиваться:

1) равномерно при постоянном абсолютном приросте очередного уровня временного ряда. Основная тенденция развития отображается линейным типом тренда:

$$y = c_0 + c_1 \cdot t, \quad (1)$$

где  $c_0$  – постоянная составляющая;  $c_1$  – коэффициент, определяющий постоянные скорость и направление развития:

если  $c_1 > 0$ , уровни динамики равномерно возрастают;

если  $c_1 < 0$ , уровни динамики равномерно снижаются;

2) равноускоренно при постоянном во времени увеличении (замедлении) темпа прироста уровней. Основная тенденция развития отображается функцией параболы второго порядка:

$$y = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2, \quad (2)$$

где  $c_0$  – постоянная составляющая;  $c_1$  – коэффициент, определяющий скорость и направление развития,  $c_2$  – коэффициент, характеризующий постоянное изменение скорости развития,

если  $c_2 > 0$  происходит ускорение;

если  $c_2 < 0$  замедление роста;

3) с переменным ускорением (замедлением) при переменном во времени увеличении (замедлении) развития. Основная тенденция развития отображается полиномом степени от 3 до 6, т.е.:

$$y = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3 + c_4 \cdot t^4 + c_5 \cdot t^5 + c_6 \cdot t^6; \quad (3)$$

4) с замедленным ростом в конце периода, когда прирост в конечных уровнях ряда динамики стремится к нулю. Основная тенденция отображается логарифмической функцией вида:

$$y = c_0 \cdot \ln t + c_1, \quad (4)$$

5) для описания простейшего потока однородных событий используется экспоненциальная функция роста:

$$y = c_0 \cdot e^{ct}; \quad (5)$$

6) при постоянном относительном приросте для выражения обратно – пропорциональной зависимости используется степенная функция:

$$y = c_0 \cdot t^c; \quad y = \frac{c_1}{t}. \quad (6)$$

*Excel* строит трендовые модели графическим способом на основе диаграмм, представляющих уровни динамики и с помощью технологии использования статистических функции.

#### Прогнозирование значений временного ряда средствами Excel

Для временного ряда данных строится диаграмма определенного типа: линейчатая, график, гистограмма, точечная. Диаграмма переводится в режим редактирования, выделяется ряд для линии тренда, выполняется команда меню: **Добавить линию тренда**, появляется диалоговое окно для выбора типа тренда: линейный, логарифмический, полиномиальный, степенной, экспоненциальный, скользящее среднее (для указанного периода сглаживания). В зависимости от выбора будет по умолчанию реализована одна из формул (1) – (6).

На вкладке **Параметры** указываются параметры тренда. Наряду с линиями тренда на графике временного ряда могут быть изображены планки погрешностей. Планки погрешностей используются для показа возможностей погрешности значений эмпирического ряда (диапазоны отклонений “плюс - минус”, либо в одну из сторон. Для вставки планок погрешностей следуют активизировать диаграмму и выделить ряд данных, выполнить команду: **Формат/Выделенный ряд**, а затем на вкладке **Погрешности** указать параметры погрешностей.

Для аппроксимации имеющихся данных функцией  $y = f(t)$  в соответствии с выбранной моделью (1) – (6) с целью прогнозирования в EXCEL предусмотрена группа стандартных функций, которые включены в категорию **Статистические функции**.

Введем следующие обозначения:

- *известные значения функции  $y$*  — представляет собой множество значений  $y$ , которые уже известны для соотношения, определяющего выбранную модель;
- *известные значения аргумента  $x$*  — представляет собой множество значений  $t$ , которые уже известны для соотношения, определяющего выбранную модель;
- *новые значения  $x$*  – множество значений, для которых функция возвращает результаты аппроксимации в соответствии с выбранной моделью.

Остановимся на статистических функциях, которые представляют линейную и экспоненциальную модели тренда.

1. Функция ПРЯМАЯ возвращает значения линейного тренда, предсказывая значения на основе построения линейной регрессии (формула (1)). Синтаксис функции:

*ПРЕДСКАЗ(новые значения  $x$ ; известные значения функции  $y$ ; известные значения аргумента  $x$ ).*

2. Функция РОСТ возвращает значения с экспоненциальным трендом на основе аппроксимации экспериментальных данных экспоненциальной кривой ( формула (5)). Синтаксис функции РОСТ:

*РОСТ(известные значения функции  $y$ ; известные значения аргумента  $x$ ; новые значения  $x$ ; конст).*

*Конст* — константа, которая равна 0 в случае, если вычисляется коэффициент  $c$ , иначе равна 1.

### Задание для построения трендов и предсказаний

Индекс котировки акций на биржевом рынке с 1983 по 1994 годы имел следующие значения в конце года:

Год	Значение в конце года
1983	303
1984	406
1985	203
1986	304
1987	308
1988	342
1989	319
1990	405
1991	636
1992	666
1993	467
1994	504

Требуется получить прогноз курса акций на последующие четыре периода, используя различные способы построения тренда.

1. Новому рабочему листу дайте имя по теме лабораторной работы.
2. Введите таблицу с исходными данными, как это показано на рис.
3. Методом протягивания увеличьте первый столбец на 4 уровня.
4. Выделите все ячейки обоих столбцов.
5. Щелкните на значке **Мастер диаграмм** на стандартной панели инструментов.
6. В списке **Тип** выберите пункт **Точечная** для отображения графика, заданного парами значений. В палитре **Вид** выберите пункт, где маркеры соединены прямыми. Щелкните на кнопке **Далее**.
7. Так как диапазон ячеек был выделен заранее, мастер диаграмм автоматически определяет расположение рядов данных. На вкладке **Ряд** в поле **Имя** укажите: Цена акций. Щелкните на кнопке **Далее**.
8. Выберите вкладку **Заголовки**. В поле **Заголовок** укажите **Прогноз на основании тренда**. Ось  $x$  именуется словом Год, ось  $y$  – словами Цена акций. Убедитесь, что заданное название ряда данных автоматически используется как заголовок диаграммы. На закладке **Линии сетки** отметьте галочками Ось  $x$  и Ось  $y$ . Щелкните на кнопке **Далее**.
9. Установите переключатель на Имеющемся. Щелкните на кнопке Готово.
10. Убедитесь, что диаграмма построена и внедрена на рабочем листе. Можете изменить ее размеры и местоположение. Рассмотрите ее и щелкните на построенной кривой, чтобы выделить ряд данных.
11. Дайте команду **Формат рядов данных**. Откройте вкладку **Вид**.

12. На панели **Линия** откройте палитру **Цвет** и выберите красный цвет.
13. На панели **Маркер** в списке **Тип маркера** выберите прямоугольник. В палитре **Цвет** и **Фон** выберите зеленый цвет.
14. Щелкните по кнопке **Ок** и посмотрите, как изменился вид графика.
15. Выберите тип тренда с учетом формы ряда. В данном случае наиболее предпочтительными вариантами
16. Диаграмма переводится в режим редактирования, выделяется ряд для построения линии тренда. Выполняется команда главного меню: **Диаграмма/Добавить линию тренда**.
17. В появившемся диалоговом окне **Линии тренда** выбирается тип линии тренда (Всего последовательно построим три линии тренда: логарифмический, полиномиальный, линейный). На закладке **Параметры** отметим галочкой **Показывать уравнение на диаграмме** и **Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )**. График может быть подобен тому, как показано на рис. 1.
18. Проанализировать результаты.

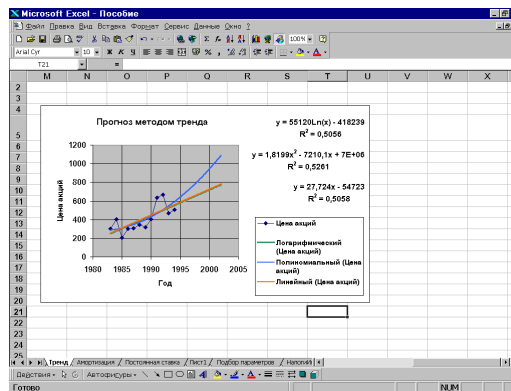


Рис. 1. Пример построения прогноза  
Информационная технология прогнозирования с использованием  
статистических функций

Будем получать прогноз курса акций двумя способами: предсказывая значения на основе линейной регрессии (функция ПРЕДСКАЗ) и с использованием аппроксимации экспериментальных данных экспоненциальной кривой (функция РОСТ). Имеет смысл исходную таблицу продлить на две колонки вправо, в одной колонке поместить прогнозируемые данные по линейному методу, а в другой — по экспоненциальному.

1. Напишите заголовки к получаемым столбикам.
2. Выделите ячейки (заполняемый столбик), куда вводится результат вычислений функции ПРЕДСКАЗ.
3. Нажав знак =, вызовите Мастера функций и выберите в категории Статистические функции функцию ПРЕДСКАЗ.

В появившемся окне укажите параметры функции (Смотри командную строку рис.3). Командная строка для нашего примера должна иметь вид:

$$\{=\text{ПРЕДСКАЗ}(\text{C6:C21};\text{D6:D17};\text{C6:C17})\}$$

4. Завершить ввод формулы нажатием клавиш: <Shift>+<Ctrl>+<Enter>; Повторить шаги (2) – (5), только для функции РОСТ. Результат может быть таким, как показано на рис.3.
5. Проанализируйте результаты.

Год	Итого отличников и хорошистов	Процент на основе среднего рейтинга	Процент на основе индивидуальной оценки
1983	303	252,750	263,373
1984	408	280,493	282,072
1985	203	308,217	302,097
1986	304	326,941	323,545
1987	308	383,884	348,515
1988	342	381,388	371,116
1989	319	416,112	397,403
1990	405	446,836	425,861
1991	638	474,558	455,003
1992	886	502,283	488,289
1993	487	530,007	522,934
1994	504	557,731	580,080
1995	585	585,455	589,822
1996	613	613,179	642,408
1997	640	640,902	688,014
1998	688	688,626	736,859

Сравнение истинного и вычисленного значений даже в самом “лучшем” случае разнятся довольно сильно в обоих случаях. Поэтому к прогнозу следует подойти с долей сомнения.

### Задание

- По результатам сессии группы (не более 10 человек, скопировать ФИО из прежней лабораторной работы) определить количество отличников и успевающих на 4 и 5. Использовать следующую методику:
  - подготовить таблицу данных;
  - дополнить таблицу двумя столбиками, в первом из них (Отличник) получить признак того, является ли студент отличником (функция **ЕСЛИ**, в которой аргументом будет функция **И**), во втором (Хорошист) получить признак того, является ли студент хорошистом (функция **ЕСЛИ**, в которой аргументом будет функция **И** с **ИЛИ**). Результатом такого вычисления для каждого студента пусть будет значение 0 или 1;
  - получить решение задачи обычным сложением соответствующих столбиков.
- Найти корни уравнения  $f(x) = 0$ . Использовать следующую методику:
  - задать произвольный интервал  $[a, b]$  и шаг  $h$ ;
  - получить таблицу значений функции  $y = f(x)$  на  $[a, b]$  с шагом  $h$ ;
  - получить таблицу значений производной  $y = f'(x)$  на  $[a, b]$  с шагом  $h$ ;
  - построить график функций;
  - методом подбора параметров подобрать значение  $x$ , при котором  $f(x)$  обращается в 0;
  - проанализировать результаты.
- Решить систему линейных уравнений. Использовать следующую методику:
  - Записать на бумаге (в Word) систему линейных уравнений в матричном виде. Вывести решение. (см. ниже план отчета по задаче)
  - Занести в таблицу **Excel** матрицу коэффициентов и вектор свободных членов.
  - Проверить, имеет ли система решение. Для этого вычислить определитель (найти соответствующую функцию — **МОПРЕД** и посмотреть пример в справке) и убедиться, что определитель не равен нулю.
  - Вычислить обратную матрицу к матрице коэффициентов (найти соответствующую функцию **МОБР** и посмотреть пример в справке). Проверить умножением на исходную матрицу (**МУМНОЖ**), что она получена верно.
  - Получить решение системы (**МУМНОЖ**).
  - Убедиться (**МУМНОЖ**), что найденные корни удовлетворяют системе уравнений.
- Спрогнозировать значения заданного временного ряда. Использовать следующую методику:

- Записать в таблицу значения абсцисс и ординат.
- Построить график по значениям таблицы.
- Построить тренды: линейный, логарифмический полиномиальный.
- Дополнить таблицу значениями предсказаний (использовать соответствующую функцию).

### Варианты заданий

1.  $x - 3 \cos^2 1.04x = 0$
2.  $\frac{1}{x} - \pi \cos \pi x = 0$
3.  $\lg x - \frac{1}{x^2} = 0$
4.  $e^{-x} + x^2 - 2 = 0$
5.  $2^x - 2x^2 - 1 = 0$
6.  $2 \ln x - \frac{1}{x} = 0$
7.  $e^{-x} - (x-1)^2 = 0$
8.  $\sqrt{x} - 2 \cos \frac{\pi}{2} x = 0$

### План отчета

1. Постановка задачи.
2. Решение:
  - a. Обозначим матрицу коэффициентов А
  - b. Обозначим вектор свободных членов В
  - c. Вычислим детерминант с использованием функции  $\det A = \dots$
  - d. Вывод: система имеет решение, т.к.  $\det A \neq 0$ .
  - e. Для решения системы получим формулу в матричном виде. Формулу выведем из уравнения:  $Ax = B$ . ( $A^{-1} * A * x = A^{-1} * B$ ;  $E * x = A^{-1} * B$ ;  $x = A^{-1} * B$ ;
  - f. Для решения требуется найти обратную матрицу  $A^{-1}$ . Вычислим ее с помощью функции
  - g. Проверим правильность обращения ( вычислим  $A^{-1} * A$ )
  - h. Результат решения
  - i. Для проверки правильности подставим корни
3. Результат сравнения показал
4. Вывод

### Варианты заданий

**1.**  
 $4,5x_1 + 3,5x_2 + 7,4x_3 = 2,5$   
 $3,1x_1 - 0,6x_2 + 2,3x_3 = -1,5$   
 $0,8x_1 + 7,4x_2 - 0,5x_3 = 6,4$

**3.**  
 $3,7x_1 - 2,3x_2 + 4,5x_3 = 2,4$   
 $2,5x_1 + 4,7x_2 - 7,8x_3 = 3,5$   
 $1,6x_1 + 5,3x_2 + 1,3x_3 = -2,4$

**5.**  
 $5,6x_1 - 5,2x_2 + 1,3x_3 = 3,4$   
 $1,6x_1 - 5,3x_2 + 1,3x_3 = -1,9$   
 $-0,6x_1 + 5,2x_2 + 7,3x_3 = 3,3$

**2.**  
 $5,4x_1 - 2,3x_2 + 3,4x_3 = -3,5$   
 $4,2x_1 + 1,7x_2 - 2,3x_3 = 2,7$   
 $3,4x_1 + 2,4x_2 + 7,4x_3 = 1,9$

**4.**  
 $4,1x_1 + 3,2x_2 + 2,1x_3 = 0,5$   
 $4,5x_1 + 3,5x_2 - 7,3x_3 = -3,5$   
 $0,5x_1 + 3,5x_2 + 1,4x_3 = 2,5$

**6.**  
 $6,5x_1 - 1,4x_2 + 3,4x_3 = 4,5$   
 $0,7x_1 - 3,3x_2 + 7,7x_3 = -2,2$   
 $0,5x_1 + 3,5x_2 - 7,4x_3 = 5,5$