ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
"ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

УТВЕРЖДАЮ
Декан АВТФ
___________С.А. Гайворонский
“____” __________ 2009 г.

ФИНАНСЫ, ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ И КРЕДИТ

Методические указания
для проведения практических занятий по теме
«КРЕДИТОВАНИЕ: ПРОСТЫЕ, СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ И АННУИТЕТЫ»
для студентов АВТФ специальности
230201 (071900) – «Информационные системы и технологии».

Томск 2009

УДК 336.74; 336.748.12
ББК У9(2)26Я73

Р27

Рахимов Т.Р.

Р27 Финансы, денежное обращение и кредит. Методические указания для проведения практических занятий по теме «Кредитование: простые, сложные проценты и аннуитеты» для студентов АВТФ специальности 230201 (071900) – «Информационные системы и технологии»./Сост. Т.Р. Рахимов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 33 с.

Рецензент:
доцент каф. МЕН, ТПУ
к.э.н., В.В. Спицын

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры менеджмента ИЭФ ТПУ

"26" мая 2009 г.

Зав. кафедрой менеджмента
профессор, докт. экон. наук И.Е. Никулина

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение: закон временной стоимости денег

Суть закона сводится к тому что "деньги сегодня стоят больше, чем деньги завтра". Это значит, что если вам предложить 1000 рублей сегодня или 1000 рублей через год, то очевидно вы предпочтете взять их сейчас. Почему? Это вызвано следующими факторами:

1) Инфляция: обесценивает деньги с течением времени;
2) Упущенная выгода. Если деньги взять сейчас, то можно их пустить в оборот и заработать еще больше денег.
3) Риск. А что, если через год передумают и уже не дадут 1000 рублей.
4) Цена ожидания. Зачем откладывать на потом, то, что можно получить сейчас?

В прошлых методических указаниях по теме «Временная стоимость денег: учет инфляции в финансовых расчетах» мы подробно рассмотрели влияние первого из вышеперечисленных факторов. Теперь сосредоточим детальное внимание на втором факторе временной стоимости денег, а именно факторе упущенной выгоды, который находит свое выражение в кредитных операциях.

2. Сущность процентных платежей

Представим себе, что владелец капитала (банк) предоставляет его на определенный срок и рассчитывает получить доход от этой сделки. Такое поведение можно описать следующей формулой

$$\boxed{S = P + I,} \qquad \text{(Ф. 1)}$$

где

S = *Sum* – полная наращенная сумма (полная стоимость предоставленного кредита);

P = *Payment Amount* – платеж или сумма капитала, предоставляемого в кредит;

I = *Interest Amount* – величина дохода владельца капитала (его интерес в кредитовании).

Теперь, размер ожидаемого дохода владельца капитала зависит от трех основных факторов:

1) величины капитала, предоставляемого в кредит (чем больше P, тем больше I);
2) срока кредита (чем больше t, тем больше I);
3) величины ссудного процента или процентной ставки за кредит (чем больше r, тем больше I).

Процентная ставка характеризует доходность кредитной сделки. Она показывает, какая доля от суммы выданного кредита будет возвращена владельцу капитала в виде дохода. Поэтому процентная ставка рассчитывается как отношение дохода, полученного за определенный период (чаще всего год), к величине капитала, предоставленного в кредит.

$$\boxed{r = \frac{I}{P \cdot n}} \qquad \text{(Ф. 2)}$$

где

r = *interest rate* – процентная ставка (м.б. выражена % или долях единицы);

n = *number of periods* – число периодов предоставления суммы капитала (м.б. годы, месяцы, кварталы, декады, недели, дни).

Из предыдущей формулы можно вывести суммарную величину дохода:

$$\boxed{I = P \cdot r \cdot n} \qquad \text{(Ф. 3)}$$

Или в случае, когда процентная ставка выражена в процентах:

$$\boxed{I = P \cdot \frac{r\%}{100\%} \cdot n} \qquad (\text{Ф. } 4)$$

В финансовых вычислениях процентная ставка может измеряться не только в долях и процентах, но и в натуральных дробях. Как правило, они используются с точностью до $^1\!/_{32}$.

В большинстве случаев начисление процентов производится с помощью дискретных процентов, т.е. когда в качестве периодов начисления берутся год, полугоде, квартал месяц, декада или неделя. В некоторых случаях, однако, используется ежедневное начисление процентов.

Существуют различные методы начисления процентов. Основное их различие сводится к тому, что принимается за *базу*, на которую происходит начисление. Эта база может оставаться постоянной в течение всего периода или постоянно меняться. В зависимости от этого различают следующие методы начисления процентов:

- *простые проценты*
- *сложные проценты*

Сущность метода начисления по простым процентам сводится к тому, что проценты начисляются в течение всего срока кредита на одну и ту же базу - величину капитала, предоставляемого в кредит.

Метод начисления по сложным процентам заключается в том, что в первом периоде начисление производится на первоначальную сумму кредита, а затем она суммируется с начисленными процентами и в каждом последующем периоде проценты начисляются уже на наращенную сумму. Таким образом, база для начисления процентов постоянно меняется. Иногда этот метод называют *"процент на процент"*.

Есть и другое отличие в методах начисления процентов – это установление процентной ставки в качестве *фиксированной* или *переменной величины*. При переменной величине процентной ставки, она может пересматриваться при переходе из одного периода в другой. Кроме того, могут применяться *плавающие* ставки, величина которых привязывается к темпам инфляции или изменяющимся ставкам рефинансирования ЦБ РФ. Обычно такие условия заранее оговариваются в кредитных договорах.

3. Простые проценты

Вычисление наращенных сумм на основе простых процентных ставок

По условиям кредитного договора проценты могут выплачиваться кредитору или по мере их начисления в каждом периоде, или совместно с основной суммой долга по истечении срока контракта. В последнем случае сумма, получаемая кредитором, называется *наращенной суммой (*S*)*.

Формула определения наращенной суммы с использованием простых процентов (*формула простых процентов*) может быть выведена следующим образом:

$$\boxed{S = P + I = P + P \cdot r \cdot n = P \cdot (1 + r \cdot n)} \qquad (Ф. 5)$$

В этом случае выражение $(1 + r \cdot n)$ – *множитель наращения простых процентов*

В случае, когда срок финансовой сделки не равен целому числу лет, периоды начисления процентов выражают дробным числом:

$$\boxed{n = \frac{t}{T}} \qquad (Ф. 6)$$

где

t **=** число дней продолжительности сделки*;*

T **=** временная база (число дней в году).

Таким образом:

$$\boxed{S = P\left(1 + r\frac{t}{T}\right)} \qquad (Ф. 7)$$

В ряде стран для удобства вычислений год делится на 12 месяцев, по 30 дней в каждом, т.е. продолжительность года (*T*) принимается равной *360* дням. Это так называемая "*германская практика*". Проценты, рассчитанные с временной базой *T= 360* дней, называются *обыкновенными* или *коммерческими*.

Существует также "французская практика", когда продолжительность года принимается равной 360 дням, а продолжительность месяцев в днях соответствует календарному исчислению (т.е. 28, 29, 30, 31 день в зависимости от месяца).

В ряде стран используется "английская практика", при которой год равен 365 (366) дням, а продолжительность месяцев – календарному исчислению, как и при французской практике.

В этой связи различают три метода процентных расчетов, зависимых от выбранного периода начисления.

1. *Точные проценты с точным числом дней ссуды* ("английская практика"). При этом методе определяется фактическое число дней (t) между двумя датами (датой получения и погашения кредита), а продолжительность года принимается равной *T = 365 (366)* дней.

2. *Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды* ("французская практика"), где величина t рассчитывается, как и в предыдущем случае, а продолжительность года *T = 360* дней.

3. *Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды* ("германская практика"). Здесь величина t определяется количеством месяцев по 30 дней в каждом, начиная с момента выдачи ссуды и до момента ее погашения, и точным числом дней ссуды в неполном месяце, а продолжительность года *T = 360* дней.

При точном и приближенном методах начисления процентов день выдачи и день погашения ссуды принимаются за 1 день.

Между величинами процентного дохода, рассчитанными с использование различной временной базы (I_{360} и I_{365}), при равной продолжительности ссуды (t) существуют следующие соотношения:

$$\frac{I_{360}}{I_{365}} = \frac{360}{365} = 1,01388 \quad \frac{I_{365}}{I_{360}} = \frac{365}{360} = 0,9863$$

Это соотношения могут быть использованы при определении эквивалентных процентных ставок, т.е. ставок, приносящих одинаковые процентные доходы при различных временных базах, но равных первоначальных капиталах:

$$r_{360} = 0,9863 \cdot r_{365}; \; r_{365} = 1,01388 \cdot r_{360}.$$

Как уже говорилось выше, при заключении кредитного договора может быть установлена постоянная на весь период процентная ставка или изменяющаяся (переменная) процентная ставка. При установлении переменной процентной ставки, т.е. дискретно изменяющейся во время ставки, наращенная сумма определяется по формуле:

$$S = P \cdot (1 + r_1 \cdot n_1 + r_2 \cdot n_2 + ... + r_t \cdot n_t) = P\left(1 + \sum_{1}^{m} r_t \cdot n_t\right)$$

r_t – ставка простых процентов в периоде t;
n_t – продолжительность начисления процентов r_t;

m – число периодов начисления процентов.

Выше нами рассматривались методы расчета наращенной суммы, когда она являлась результатом сложения процентного дохода и капитала, предоставленного в кредит. При этом начисление процентов производилось в конце расчетного периода. Такой метод начисления процентов называется *декурсивным* (последующим).

Вычисление наращенной суммы на основе простых учетных ставок

Наряду с декурсивным методом существует *антисипативный* (предварительный) метод начисления процентов. Его суть сводится к тому, что проценты начисляются в начале расчетного периода, при этом за базу (100%) принимается сумма погашения долга. В этом случае применяется не процентная, а *учетная ставка*. Расчет наращенной суммы производится по следующей формуле:

$$S = P + S \cdot n \cdot d;$$

$$P = S - S \cdot n \cdot d = S \cdot (1 - n \cdot d);$$

$$\boxed{S = P \cdot \frac{1}{1 - n \cdot d};} \qquad \text{(Ф. 8)}$$

где

$\dfrac{1}{1 - n \cdot d}$ – множитель наращения

В случае если учетная ставка выражена в процентах, множитель наращения имеет вид:

$$\frac{1}{100\% - n \cdot d}.$$

Простые проценты используются при краткосрочном кредитовании, т.е. до одного года. К таким видам кредитования относятся в частности ломбардный и потребительский кредит.

Ломбардный кредит

Ломбардный кредит – краткосрочный кредит под залог легко реализуемого движимого имущества. Ломбардный кредит осуществляется в форме банковского кредита под залог депонируемых в банке ценных бумаг. В залог обычно принимаются ценные бумаги, котирующиеся на бирже или имеющие организованный свободный рынок.

Сумма кредита составляет 50-90% их курсовой стоимости. Срок кредита обычно не превышает трех месяцев. При расчетах по кредиту обычно используется метод обыкновенных процентов (французская модель), т.е. учитывается точное количество дней в месяце, а продолжительность года принимается равной 360 дней.

В случае, если заемщик не погасит кредит вовремя, он обязан рассчитаться с кредитором по увеличенной (штрафной) процентной ставке за весь период просрочки платежа. Если же кредит все же не будет погашен, право собственности переходит к кредитору, который реализует имущество и удерживает из выручки сумму долга вместе с начисленными процентами.

Потребительский кредит

Потребительский кредит предоставляется населению для покупки предметов личного потребления. Существуют различные формы потребительского кредита, отличающиеся друг от друга методами погашения.

Потребительский кредит может быть предоставлен с отсрочкой платежа и последующим разовым погашением всей суммы или погашением ее частями. Здесь проценты начисляются на всю сумму кредита, а сумма общей задолженности (выданный кредит + проценты) равномерно погашаются на протяжении всего срока кредита.

Есть метод погашения потребительского кредита, при котором суммы процентных платежей и суммы погашения основного долга изменяются от периода к периоду, по мере изменения сроков погашения ссуды.

Рассмотрим некоторые варианты предоставления и погашения потребительского кредита.

Погашение потребительского кредита равными выплатами.

В этом случае наращенная сумма долга определяется по уже известной формуле

$$S = P \cdot (1 + n \cdot r),$$

а сумма разового погасительного платежа будет зависеть от числа погасительных периодов в году (*m*). Тогда сумма разового погасительного платежа равна (*q*):

$$q = \frac{S}{n \cdot m},$$

В силу того, что проценты начисляются на всю сумму первоначального долга в течение всего срока погашения, то, несмотря на уменьшение величины долга с каждым платежом. Фактическая процентная ставка оказывается значительно выше ставки, предусмотренной при заключении сделки.

Погашение потребительского кредита изменяющимися суммами

При погашении кредита изменяющимися суммами возникает задача определения суммы, идущей на погашение основного долга и суммы процентных платежей.

Для ее решения можно воспользоваться «правилом 78». Название этого правила вызвано тем, что сумма порядковых номеров месяцев года равна 78 (1+2+3+…+12=78) В соответствии с этим правилом уплата процентов при первом платеже составит величину $^{12}\!/_{78}$ общей начисленной суммы процентов, а оставшаяся часть платежа пойдет на уплату основного долга. При втором платеже на оплату процентов пойдет $^{11}\!/_{78}$ общей начисленной суммы процентов и т.д. Иначе говоря, процентные платежи являются убывающей арифметической прогрессией, сумма членов которой определяется по формуле

$$\boxed{S_n = (a_1 + a_n)\cdot\frac{n}{2},} \text{ или } \boxed{S_n = a_n + d\cdot(n-1)\cdot\frac{n}{2},} \qquad \text{(Ф. 9)}$$

где

a_1 – первый член прогрессии;

a_n – последний член прогрессии;

n – число членов прогрессии;

d – разность членов прогрессии.

При выдаче ссуды на n лет из условия m погасительных платежей в году, последовательные номера месяцев за весь период погашения могут быть записаны в обратном порядке следующим образом:

$$t_1 = m\cdot n;\ t_2 = m\cdot n-1;\ t_3 = m\cdot n-2;\ \ldots\ t_{nm} = 1.$$

Сумма этих чисел по формуле арифметической прогрессии будет равна:

$$S_{nm} = (1+n\cdot m)\cdot\frac{n\cdot m}{2} = n\cdot m\cdot\frac{(1+n\cdot m)}{2},$$

В каждом платеже доля порядкового числа данного месяца составит:

$$\frac{t_i}{S_{nm}}$$

В абсолютном выражении она будет равна:

$$\frac{t_i}{S_{nm}} \cdot I = \frac{t_i}{S_{nm}} \cdot P \cdot n \cdot r$$

Сумма погашенного долга на конец периода *k* равна:

$$S_k = S - \sum_{i=1}^{k} \frac{t_i}{S_{nm}} P \cdot n \cdot r$$

Погашение потребительского кредита методом «От Ста»

Существует еще один способ погашения потребительского кредита, когда процентный платеж рассчитывается методом счета "от ста". При этом процентный платеж за пользование потребительским кредитом начисляется предварительно: для первого месяца (периода) процентный платеж рассчитывается на всю величину долга, а в каждый следующий месяц – на оставшуюся часть долга, т.е. на величину долга, уменьшенную на уже выплаченную часть; сам же долг выплачивается равными взносами.

Предположим, что величина кредита ***P***, и он должен выплачиваться равными месячными платежами ***m*** раз в год в течение ***N=n*m*** периодов по годовой ставке ***r***.

Тогда, сумма процентного платежа за первый месяц составит:

$$I_1 = \frac{P \cdot r}{m} = \frac{P \cdot r\%}{m \cdot 100\%}$$

Во втором месяце:

$$I_2 = \left(P - \frac{P}{N} \right) \cdot \frac{r}{m} = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left(1 - \frac{1}{N} \right)$$

В третьем месяце:

$$I_3 = \left(P - 2 \cdot \frac{P}{N} \right) \cdot \frac{r}{m} = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left(1 - \frac{2}{N} \right)$$

В месяце ***I***:

$$I_N = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left(1 - \frac{N-1}{N} \right) = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left(\frac{N-N+1}{N} \right) = P \cdot \frac{r}{m \cdot N}$$

Общая величина процентных платежей ***I*** будет равна:

$$I = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{1}{N} \right) + \left(1 - \frac{2}{N} \right) + \ldots + \frac{1}{N} \right]$$

Отсюда, учитывая формулу суммы арифметической прогрессии:

$$I = P \cdot \frac{r}{m} \cdot \left[1 + \frac{1}{N}\right] \cdot \frac{N}{2} = P \cdot \frac{r \cdot N}{m \cdot 2} \cdot \left[\frac{N+1}{N}\right] = P \cdot \frac{r}{m \cdot 2} \cdot \left[N+1\right]$$

Вексельное кредитование

Кредит в условиях рынка выступает в различных формах. Основными являются коммерческий и банковский кредит.

Распространенным инструментом коммерческого кредитования является коммерческий вексель (простой или переводной).

Векселедержатель (кредитор) в случае необходимости получения денег по векселю ранее указанного в нем срока, может продать его банку или другому субъекту по пониженной цене, т.е. по цене ниже номинальной стоимости веселя, указанной в нем. Такая сделка называется "*учет векселя*" или "*дисконтирование*". При этом сумма, полученная векселедержателем в результате этой сделки, называется – "*дисконтированная сумма*". Разность между номинальной и дисконтированной суммой называется – "*дисконт*". Дисконт есть не что иное как величина процентного платежа, вычисленного со дня дисконтирования до дня, ранее предусмотренного для погашения векселя. Дисконт рассчитывается на основе так называемой "*учетной ставки*".

$$S = P \cdot \frac{1}{1 - n \cdot d} = P \cdot \frac{1}{1 - \frac{t}{T} \cdot d};$$

$$D = S - P$$

$$P = S \cdot \left(1 - \frac{t}{T} \cdot d\right);$$

$$\boxed{D = S \cdot \frac{t}{T} \cdot d} \qquad \text{(Ф. 10)}$$

Определение сроков ссуды.

В процессе подготовки кредитного договора, когда согласованы его основные параметры (сумма погашения долга ***S***, процентная ставка ***r*** или учетная ставка ***d***, величина ссуды ***P***), срок погашения ссуды определяется по формуле выводимой следующим способом:

$$S = P \cdot (1 + r \cdot n);$$

$$\boxed{n = \frac{\frac{S}{P} - 1}{r}}$$ (Ф. 11)

В случае с учетной ставкой формула выводится следующим образом:

$$S = P \cdot \frac{1}{1 - n \cdot d};$$

$$1 - n \cdot d = \frac{P}{S};$$

$$\boxed{n = \frac{\left(1 - \frac{P}{S}\right)}{d}}$$ (Ф. 12)

В заключении отметим, что применение простой схемы начисления процентов используется в основном в краткосрочных финансовых сделках, т.е. сделках со сроком исполнения до 1 года. В ситуациях, когда сроки исполнения сделок являются среднесрочными (2-5 лет) и долгосрочными (5-50 лет) чаще переходят к начислению процентов по сложной схеме. Далее именно ей и будет уделено основное внимание.

4. Сложные проценты

Логика исчисления

Основное отличие сложных процентов от простых заключается в том, что база для начисления процентов меняется от одного отчетного периода к другому. Сумма начисленных в каждом периоде процентов добавляется к капиталу предыдущего периода, и начисление процентов производится уже на эту новую базу.

В этом случае процесс наращения капитала течет не равномерно, а *с ускорением*. Он описывается не математической, а уже *геометрической прогрессией*.

Способ вычисления процентных платежей по сложным процентам иногда называется вычислением *«процента на процент».*

Механизм наращения первоначальной суммы капитала (базы начисления процентов) по сложным процентам называют *капитализацией*. Различают *годовую*, *квартальную*, *месячную* и *ежедневную* капитализации.

Также как и при вычислении простых процентов, выделяют два способа начисления сложных процентов: декурсивный (последующий) и антисипативный (предварительный).

Рассмотрим декурсивный метод расчета сложных процентов.

В конце 1-го периода (года) наращенная сумма равна:

$$S_1 = P + P \cdot r = P \cdot (1 + r);$$

В конце 2-го периода (2-го года) проценты начисляются уже на наращенную сумму:

$$S_2 = P \cdot (1 + r) + P \cdot (1 + r) \cdot r = P \cdot (1 + r) \cdot (1 + r) = P \cdot (1 + r)^2;$$

и т.д., т.е. в конце n-го периода наращенная сумма будет равна:

$$\boxed{S_n = P \cdot (1 + r)^n;} \qquad \text{(Ф. 13)}$$

Следовательно, наращенная сумма за весь период может быть получена как сумма членов геометрической прогрессии, первый член которой равен *P*, а знаменатель *(1+r).* При этом величину называют *сложным декурсивным коэффициентом,* а величину $(1+r)^n$ множителем наращения сложных процентов.

Использование в финансовых вычислениях простых и сложных процентов дает неодинаковые результаты. Различия между ними обусловлены сроком сделок. Так при равной величине простых и сложных процентных ставок $\left(r_{пр} = r_{сл}\right)$ при сроке ссуды менее 1 года, наращенная, сумма, вычисленная по простым процентам будет больше наращенной суммы, рассчитанной по сложным процентам и наоборот.

При n<1 года $(1+n\cdot r_{пр}) > (1+r_{сл})^n$

При n>1 года $(1+n\cdot r_{пр}) < (1+r_{сл})^n$

Проценты за дробное число лет

Нередко срок финансовой сделки выражен дробным числом (*a* – целое число лет; *b* – дробная часть года). В подобных случаях прибегают к смешанному начислению процентов:

$$\boxed{S = P\cdot(1+r)^a\left(1+r\cdot b\right)} \qquad (Ф. 14)$$

Номинальная ставка процентов и внутригодовая капитализация процентов

Часто в финансовых сделках бывают ситуации, когда оговаривается годовая процентная ставка и количество начислений процентов в году.

Если начисление процентов происходит чаще, чем 1 раз в год (например, раз в полугодие, квартал, месяц и т.д.), то в кредитном или депозитном договоре прописывается *номинальная годовая ставка процентов* и указывается число периодов (m) начисления (капитализации) процентов в году. Например, если i_n=12%, то при m=2 за год происходит два начисления процентов, т.е. раз в полгода. Причем за каждый период начисляется только половина i_n, т.е. 6%. При m=4 – проценты капитализируются 4 раза в год, т.е. раз в квартал, а при m=12 – раз в месяц. При этом за каждый период начисляется по 3% и 1% соответственно. Таким образом, за каждый период $\frac{1}{m}$, начисляется $\frac{i_n}{m}$ процентов и происходит их капитализация. В итоге можно вывести следующую формулу сложных процентов при внутригодовой капитализации.

$$\boxed{S = P\left(1+\frac{r_n}{m}\right)^{n\cdot m} = P\left(1+\frac{r_n}{m}\right)^N} \qquad (Ф. 15)$$

N – общее число периодов начисления за весь период финансовой операции.

Не трудно заметить, что при m=1 формула превращается в классическую формулу сложных процентов

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{r_n}{m}\right)^{n \cdot m} \Rightarrow P \cdot \left(1 + r_n\right)^n$$

Вычисление наращенных сумм на основе сложных антисипативных процентов

Следуя логике начисления простых антисипативных процентов, в случае сложных антисипативных процентов выводим формулу:

$$S_1 = P \frac{1}{1-d}$$

$$S_2 = P \cdot \frac{1}{1-d} \cdot \frac{1}{1-d} = P \cdot \frac{1}{(1-d)^2}$$

$$\boxed{S_n = P \cdot \frac{1}{(1-d)^n}} \qquad \text{(Ф. 16)}$$

Эквивалентные проценты

В общем, эквивалентные ставки это такие ставки, при которых последствия финансовых сделок окажутся равноценными.

Рассмотрим ситуацию. Один банк начисляет проценты по вкладам по простой ставке, а другой – по сложной. При каких значениях простой и сложной ставки клиент, вкладывающий деньги на депозит получит на выходе одну и ту же сумму дохода? Иначе говоря, как определить эквивалентную сложную ставку для простой и наоборот?

При начислении процентов по сложной ставке, с возможностью внутригодовой капитализации:

$$S_{сл} = P \cdot \left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm}$$

При начислении процентов по простой ставке:

$$S_{пр} = P \cdot \left(1 + r_{пр} \cdot n\right)$$

Эквивалентность подразумевает, что накопленные суммы по первой и второй схеме должны быть одинаковыми. Следовательно:

$$S_{сл} = S_{пр}$$

$$P \cdot \left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm} = P \cdot \left(1 + r_{пр} \cdot n\right)$$

$$\left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm} = \left(1 + r_{пр} \cdot n\right)$$

Тогда можно выразить $i_{сл}$ через $i_{пр}$ и наоборот:

$$\left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm} = \left(1 + r_{пр} \cdot n\right)$$

$$1 + \frac{r_{сл}}{m} = \sqrt[nm]{\left(1 - r_{пр} \cdot n\right)}$$

$$\frac{r_{сл}}{m} = \sqrt[nm]{\left(1 - r_{пр} \cdot n\right)} - 1$$

$$\boxed{r_{сл} = \left(\sqrt[nm]{\left(1 - r_{пр} \cdot n\right)} - 1\right) \cdot m}$$

$$\left(1 + r_{пр} \cdot n\right) = \left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm}$$

$$r_{пр} \cdot n = \left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm} - 1$$

$$\boxed{r_{пр} = \frac{\left(1 + \frac{r_{сл}}{m}\right)^{nm} - 1}{n}}$$

Номинальная и эффективная (действительная) ставка процентов

Номинальная годовая ставка процентов – ставка, которая прописывается в кредитном договоре и в первую очередь сообщается заемщику. Обычно она имеет относительно небольшое значение, чтобы быть привлекательной для клиентов банка. Однако она не отражает реальных издержек, которые понесет заемщик при пользовании банковским кредитом. Для отражения полных затрат заемщика по кредиту используется эффективная ставка кредитования.

Действительная (эффективная) ставка процентов – это ставка, показывающая относительные затраты заемщика по кредиту за год.

Для определения действительной ставки по кредиту необходимо:

Во-первых, определить фактическую сумму денег, которую заемщик получит на руки (в свое распоряжение) $P_{факт}$.

Во-вторых, определить полную сумму денег, которую заемщик должен уплатить по кредитному договору (со всеми скрытыми и дополнительным комиссиями) $S_{полн}$.

В-третьих, зная теперь первоначальную фактическую сумму кредита, полученную заемщиком и полную сумму, подлежащую уплате в банк, нужно найти такую сложную процентную ставку (при годовом начислении процентов), чтобы из $P_{факт}$ получить $S_{полн}$. Это и будет действительной ставкой по кредиту.

Для определения $P_{факт}$, необходимо уменьшить номинальную сумму кредита $P_{ном}$, на величину комиссий, уменьшающих сумму к получению, а также комиссии и платежи совершаемые до получения кредита. Сюда могут относиться:

1. Комиссия за обналичивание – $K_{обн} = P_{ном} \cdot k_{обн}$
2. Комиссия за рассмотрение заявки – $K_{Р.З.}$
3. Комиссия за открытие счета – $K_{Отк.Сч.}$
4. Страховка по кредиту – $K_{Стр}$

Для определения $S_{полн}$ необходимо к $S_{ном}$ прибавить все комиссии и платежи, увеличивающие сумму к погашению. Сюда можно отнести комиссию за ведение счета, которая обычно представляет собой процент от номинальной суммы кредита, который уплачивается каждый месяц. Таким образом, общая сумма комиссии за ведение счета можно выразить следующим образом:

$$K_{Вед.Сч.} = P_{ном} \cdot k_{вед.сч.} \cdot 12 \cdot n$$

где,

$k_{вед.сч.}$ – месячная процентная ставка комиссии за ведение счета.

Таким образом:

$$P_{факт} = P_{ном}(1 - k_{обн}) - K_{р.з.} - K_{откр} - K_{стр} - K_{обн}$$

$$S_{общ} = S_{ном} + P_{ном} \cdot k_{вед.сч.} \cdot n \cdot 12$$

Тогда действительная (эффективная) ставка по кредиту будет рассчитываться следующим образом:

$$S_{общ} = P_{факт} \cdot (1 + r_{эф})^n$$

$$(1 + r_{эф})^n = \frac{S_{общ}}{P_{факт}}$$

$$1 + r_{эф} = \sqrt[n]{\frac{S_{общ}}{P_{факт}}}$$

$$\boxed{r_{эф} = \sqrt[n]{\frac{S_{общ}}{P_{факт}}} - 1} \qquad \text{(Ф. 17)}$$

Реальная стоимость будущих накоплений с учетом инфляции и реальная ставка процентов

Реальная стоимость будущих накоплений с учетом инфляции показывает ценность будущей суммы, которую мы получим по окончании сделки, но глазами настоящего момента. Эта величина имеет виртуальную природу, т.е. ее нельзя потрогать. Чтобы оценить ее мы попытаемся привести будущую сумму (S) к настоящему моменту, продисконтировав ее на величину инфляции за рассматриваемый период.

$$Sr = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

$$\boxed{Sr = \frac{P \cdot \left(1 + r\right)^n}{(1 + i)^n}} \qquad \text{(Ф. 18)}$$

В случае, когда имеет место внутригодовая капитализация формула приобретает следующий вид:

$$\boxed{Sr = \frac{P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m}}{(1 + i)^n}} \qquad \text{(Ф. 19)}$$

где,

Sr = реальная (дисконтированная на величину инфляции) стоимость будущей накопленной суммы.

i = темп инфляции.

Реальная ставка процентов отвечает на вопрос: какой была бы ставка процентов если бы не было инфляции? Она логично вытекает из вышеуказанных формул процентной ставки и реальной стоимости будущей накопленной суммы по сложным процентам и рассчитывается следующим образом:

$$1+r_i=\frac{1+r}{1+i}$$

$$r_i=\frac{1+r}{1+i}-1$$

$$r_i=\frac{1+r-1-i}{1+i}$$

$$\boxed{r_i=\frac{r-i}{1+i}} \qquad \text{(Ф. 20)}$$

где,

r_i = реальная ставка процентов (реальная доходность) с учетом инфляции

Бывают ситуации, когда наоборот необходимо рассчитать процентную ставку при заданной реальной доходности вложений. Тогда выводим формулу следующим образом:

$$1+r_i=\frac{1+r}{1+i}$$

$$(1+r_i)\cdot(1+i)=1+r$$

$$r+1=1+r_i+i+r_i\cdot i$$

$$\boxed{r=r_i+i+r_i\cdot i} \qquad \text{(Ф. 21)}$$

Данную формулу называют формулой Фишера.

5. Аннуитеты

Последовательность из ***n*** одинаковых регулярных денежных потоков по одному в каждом периоде называется аннуитетом. В таком случае денежные поступления аннуитет можно обозначить следующим образом:

$$CF_1 = CF_2 = ... = CF_n = CF$$

Виды аннуитетов

По времени наступления платежей различают два типа аннуитета:

Обыкновенный (постнумерандо) аннуитет – когда платежи происходят в конце каждого периода.

Авансовый (пренумерандо) аннуитет – когда платежи происходят в начале каждого периода.

По продолжительности денежного потока различают:

1. Срочный аннуитет – денежный поток с равными поступлениями в течение ограниченного промежутка времени.
2. Бессрочный аннуитет – когда денежные поступления продолжаются достаточно длительное время.

Будущая стоимость обыкновенного и авансового аннуитета

Попытаемся вывести формулу будущей стоимости для обыкновенного аннуитета. Будущая стоимость аннуитета – это сумма будущих стоимостей всех его денежных потоков

$$FV_1 = CF(1+r)^{n-1};$$

$$FV_2 = CF(1+r)^{n-2};$$

...

$$FV_n = CF$$

Если переписать члены этого ряда в обратном порядке, то можно увидеть, что это есть геометрическая прогрессия, в которой первый член равен $a_1= CF$, а знаменатель прогрессии равен $q= (1+r)$. Сумма членов геометрической прогрессии определяется по формуле:

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 \cdot \left(q^n - 1\right)}{q-1}} \qquad \text{(Ф. 22)}$$

Подставив в эту формулу данные по обыкновенному аннуитету получим:

$$\boxed{FVA = \frac{CF \cdot \left((1+r)^n - 1\right)}{(1+r)-1} = CF \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}} \qquad \text{(Ф. 23)}$$

При этом $\frac{(1+r)^n-1}{r}$ является коэффициентом наращения будущей стоимости аннуитета.

На практике, используется три основных метода вычисления коэффициента наращения будущей стоимости аннуитета.

1. Вычисление с помощью таблиц.
2. Вычисление с помощью калькулятора (финансового калькулятора).
3. Вычисление с помощью электронных таблиц.

В случае авансового аннуитета (например, выплата аренды за квартиру в начале месяца), будущая стоимость авансового аннуитета будет рассчитываться по следующей формуле:

$$\boxed{FVA = CF \cdot \frac{(1+r)^n-1}{r}(1+r)} \qquad (\text{Ф. } 24)$$

Текущая стоимость обыкновенного и авансового аннуитета

Текущая стоимость обыкновенного аннуитета складывается из дисконтированных стоимостей входящих в него денежных потоков. Так как первый денежный поток приходит в конце периода, а мы дисконтируем к началу периода, то:

$$PV_1 = \frac{CF}{1+r}; PV_2 = \frac{CF}{(1+r)^2}; ...PV_n = \frac{CF}{(1+r)^n};$$

Таким образом, сумма этих дисконтированных стоимостей денежных потоков:

$$PV_1 + PV_2 + ... + PV_n = CF\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{1}{1+r}\right)^t;$$

Мы снова видим, что это – геометрическая прогрессия, где первый член равен $a_1 = \frac{CF}{(1+r)}$, а знаменатель прогрессии равен $q = \frac{1}{1+r}$. Поэтому, следуя той же формуле суммы геометрической прогрессии, подставляем эти данные:

$$PVA = \frac{CF}{1+r} \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+r}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+r} - 1} = \frac{CF}{1+r} \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+r}\right)^n - 1}{\frac{1-1-r}{1+r}} = CF \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+r}\right)^n - 1}{-r} =$$

$$= CF \cdot \frac{-1\left(\left(\frac{1}{1+r}\right)^n - 1\right)}{-1 \cdot (-r)} = CF \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{r} = CF \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r};$$

$$\boxed{PVA = CF \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r};} \qquad \text{(Ф. 25)}$$

При этом $\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}$ является коэффициентом дисконтирования (приведения) для расчета текущей стоимости обыкновенного аннуитета.

Соответственно, для авансового аннуитета текущая стоимость будет равна:

$$\boxed{PVA = CF \cdot \frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r} \cdot (1+r);} \qquad \text{(Ф. 26)}$$

Текущая стоимость бессрочного аннуитета

Рассмотрим специфику оценки текущей стоимости бессрочного аннуитета, т.е. при $n \to \infty$. Коэффициент дисконтирования:

$$\sum_{t=1}^{n} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \to \frac{1}{r};$$

Тогда:

$$\boxed{PVA_\infty = CF \frac{1}{r}} \qquad \text{(Ф. 27)}$$

6. Контрольные вопросы

1. Что такое закон временной стоимости денег?
2. Каковы факторы временной стоимости денег?
3. В чем состоит сущность процентных платежей (приведите базовую формулу)?
4. Что такое простые проценты?
5. Что такое сложные проценты?
6. Что такое декурсивные проценты?
7. Что такое антисипативные проценты?
8. В чем суть германской модели начисления процентов?
9. В чем суть английской модели начисления процентов?
10. В чем суть французской модели начисления процентов?
11. Что такое метод «от ста»
12. Что такое эквивалентные процентные ставки?
13. Что такое внутригодовая капитализация?
14. Какой из методов начисления процентов выгоднее для вкладчика: простая ставка или сложная? Всегда или все-таки имеются какие-то ограничения?
15. С точки зрения банка выдающего кредит что лучше работать по процентной или учетной ставке? Почему?
16. Что такое эквивалентные проценты?
17. Что такое эффективная ставка процента по кредитному договору?
18. Что такое будущая реальная стоимость накоплений?
19. Что такое аннуитет?
20. Чем отличается «постнумернадо» от «преднумерндо аннуитета?»

7. Типовые задачи

Простые проценты

Задача 1. *Фирма приобрела в банке вексель, по которому через год должна получить 12 млн. рублей (номинальная стоимость векселя). В момент приобретения цена векселя составила 10 млн. рублей. Определить доходность сделки, т.е. размер процентной ставки.*

Задача 2. *Коммерческий банк приобрел на 200 млн. руб. государственных краткосрочных облигаций, со сроком погашения через 6 месяцев. По истечение этого срока банк рассчитывает получить 230 млн. руб. при погашении ГКО. Определить их доходность.*

Задача 3. *Банк выдал своему клиенту ссуду в размере 1,5 млн. руб. сроком на 2 года по ставке простых процентов 18% годовых. Определить сумму процентов и наращенную сумму.*

Задача 4. *Банк выдал кредит 18 января в размере 50,0 млн. руб. Срок возврата кредита 3 марта. Процентная ставка = 20%. Год не високосный. Рассчитайте сумму погашения кредита по германской, французской и немецкой моделям.*

Задача 5. *Выдана ссуда 5 млн.руб. на 45 дней по ставке 20%, база – 360 дней. Найти наращенную сумму, а также эквивалентную процентную ставку по базе – 365 дней.*

Задача 6. *Банк предлагает вкладчику следующие условия по срочному годовому депозиту: первое полугодие процентная ставка 15% годовых, каждый следующий квартал ставка возрастает на 2%. Проценты начисляются только на первоначально внесенную сумму. Определить наращенную сумму, если вкладчик поместил в банк 500 тыс. руб.*

Задача 7. *Вкладчик поместил 500 тыс. руб. Какова будет наращенная за три квартала сумма, если за первый квартал начисляются проценты в размере 15% годовых, а каждый последующий месяц процентная ставка возрастает на 2%, с одновременной капитализацией процентного дохода.*

Задача 8. *Клиент обратился в банк за кредитом в сумме 7,0 млн. рублей на срок 240 дней. Банк согласен предоставить кредит на следующих условиях: проценты (18% годовых) должны быть начислены и выплачены из суммы предоставляемого кредита в момент его выдачи. Определить сумму полученного кредита.*

Задача 9. Банк *предоставил клиенту кредит на три месяца с 15 сентября по 15 декабря под залог 2 000 акций, курсовая стоимость которых в день выдачи кредита (15 сентября) равнялась 2 000 рублей за акцию. Сумма кредита составляет 75% курсовой стоимости залога;*

кредит выдается под 20% годовых; за обслуживание залога банк взимает 1% от номинальной суммы кредита. Определить размер кредита, полученного клиентом банка[1].

Задача 10. *Клиент банка, получивший кредит до 15 декабря в предыдущем примере, в установленный срок сумел погасить только часть основного долга в сумме 1,0 млн.руб. и одновременно получил согласие банка на отсрочку уплаты оставшейся части долга до 15 февраля следующего года, по ставке 22% годовых. Определить величину остатка основного долга и проценты за него.*

Задача 11. *Холодильник ценой 20 тыс.руб. продается в кредит на два года под 15% годовых. Погашение кредита осуществляется равными долями через каждые полгода. Определить размер разового погасительного платежа.*

Задача 12. *Кредит в сумме 15 млн. руб. выдан на 1 год под 20% годовых (проценты простые). Погашение задолженности производится ежемесячными платежами по «правилу 78». Составить план погашения задолженности.*

Задача 13. *Предоставлен потребительский кредит в размере 50 000 руб. на срок 2 года под 16% годовых с погашением 1 раз в квартал. Рассчитать сумму процентов по кредиту и составить план погашения кредита (амортизации кредита) по методу «от ста».*

Задача 14. *Через один год владелец векселя, выданного коммерческим банком, должен получить по нему 200 000 рублей. Какая сумма была внесена в банк в момент приобретения векселя, если доходность векселя должна составить 20% годовых.*

Задача 15. *Владелец векселя 200 000 рублей и сроком обращения 1 год предъявил его банку-эмитенту для учета за 90 дней до даты погашения. Банк учел его по ставке 20%.*

1) *Определить дисконтированную сумму, т.е. сумму, полученную владельцем векселя,*
2) *Определить величину дисконта.*
3) *При досрочном обращении владельца в банк, в каких процентных ставках дисконтирования заинтересован банк (больших или меньших, чем ставка доходности векселя)? Поясните на данном примере.*

---

[1] Предоставленный банком кредит – полная сумма кредита, подлежащая возврату в банк

Полученный клиентом кредит – сумма кредита, полученная клиентом банка.

4) *Рассчитайте годовую процентную ставку, отражающую реальный доход, т.е. ставку, по которой фактически начислены проценты на первоначальную сумму.*

Задача 16. *Вексель номинальной стоимостью 500 000 рублей, был учтен в банке за 90 дней до срока погашения по учетной ставке 16%. Определить дисконтированную величину векселя, используя антисипативный (предварительный) метод начисления процентов.*

Задача 17. *Долговое обязательство в сумме 50 000 рублей должно быть погашено через 90 дней с процентами 17%. Владелец обязательства учел его в банке за 15 дней до наступления срока по учетной ставке 20%. Определить дисконтированную сумму (сумму полученную владельцем в банке. Выведите общую формулу для подобных ситуаций*

Задача 18. *Фирма планирует получение кредита в сумме 10,0 млн.рублей. Банк предоставляет кредит под 23% годовых. На какой срок фирма может взять кредит, с тем, чтобы подлежащая возврату сумма не превысила 12,0 млн.рублей?*

Задача 19. *Вывести формулу определения процентной ставки и учетной ставки, при известном размере кредита (P), сумме погашения (S) и сроке его выдачи (n).*

Задача 20. *Фирме необходим кредит в сумме 8,0 млн. рублей. Банк согласен на его выдачу при условии, что через полгода он получит вознаграждение в размере 1 млн. рублей. Определить уровень процентной ставки.*

Сложные проценты

Задача 21. *Вкладчик внес в банк 500 тыс. рублей под 15% годовых. Определить наращенную сумму через 4 года по простым и по сложным процентам. Как изменится наращенная сумма, если каждый год банк будет повышать ставку по депозиту на 2%.*

Задача 22. *Клиент внес в банк 2,5 млн.рублей под 11% годовых. Через 2 года и 270 дней он изъял вклад. Определить полученную им сумму по истечении этого срока.*

Задача 23. *Клиент положил на депозит 10 000 рублей сроком на 1.5 года под 12%. Рассчитайте доход, полученный клиентом по истечении при полугодовой и ежеквартальной капитализации.*

Задача 24. *Клиент положил на депозит 20 000 рублей сроком на 1 год под 10% с ежемесячной капитализацией. Рассчитайте действительную ставку по депозиту.*

Задача 25. *Выведите формулы эквивалентности сложной процентной и сложной учетной ставок*

Аннуитеты

Задача 26. *Производственная фирма приняла решения о создании инвестиционного фонда. С этой целью в течение 5 лет в конце каждого года в банк вносится по 10 млн. руб. под 15% годовых с последующей их капитализацией. Определите объем инвестиционного фонда?*

Задача 27. *Фирма планирует создание в течение четырех лет фонда развития в размере 15 млн.руб. Какую сумму фирма должна вкладывать в банк, если ставка доходности составляет 25%.*

Задача 28. *Страховая компания принимает установленный годовой страховой взнос 6 млн.руб. 4 раза в год – по кварталам по 1,5 млн. руб. в течение 3 лет. Банк же, обслуживающий страховую компанию начисляет ей проценты из расчета 20% годовых (капитализация 1 раз в год).*

8. Контрольные задачи

Простые проценты

ЗАДАЧА 1. Владелец векселя 800 000 рублей и сроком обращения 1 год предъявил его банку-эмитенту для учета за 75 дней до даты погашения. Банк учел его по ставке 30%.

1. Определить дисконтированную сумму, т.е. сумму ,полученную владельцем векселя,
2. Определить величину дисконта.
3. Рассчитайте эффективную годовую процентную ставку, отражающую реальный доход полученный банком, т.е. ставку, по которой фактически начислены проценты на первоначальную сумму.

ЗАДАЧА 2. На какое количество дней срок фирма может взять кредит в банке в размере 2 млн. рублей с условием, учитывая, что она готова заплатить 300 тыс.рублей процентных платежей сверх основной суммы кредита. Банк выдает кредит под 21%.

ЗАДАЧА 3. Фирма, получает кредит в размере 10 млн.руб. Банк предоставляет кредит по учетной ставке 21% годовых. На какой срок фирма может взять кредит, с тем, чтобы сумма возврата не превысила 12,0 млн.руб.? Предварительно выведите формулу определения срока кредита при использовании учетной ставки.

ЗАДАЧА 4. Фирме необходим кредит в сумме 2,0 млн.рублей. Банк согласен на его выдачу при условии, что через 90 дней он получит 2,2 млн.рублей. Определить уровень учетной ставки.

Сложные проценты

ЗАДАЧА 5. (решать в Excel) Предоставлен ипотечный кредит в размере 2 000 000 руб. на срок 10 лет месяцев под 16% годовых с ежеквартальным погашением. Составить план погашения кредита (амортизации кредита) по методу «от ста». Также составьте план погашения кредита таким образом, чтобы суммарные ежеквартальные платежи по кредиту были равными. (решать через «подбор параметра»)

ЗАДАЧА 6. Ваша фирма думает разместить временно свободные денежные средства в размере 1 млн.руб. на депозит в банк сроком на 3 года. Ваш банк работает по простой ставке процентов ($r_{прост}$). Банк-конкурент предложил Вам ставку 15% годовых за размещение депозита у них. Банк-конкурент работает по сложной ставке процентов с капитализацией каждый квартал ($r_{слож}$). Рассчитать: Ставку по депозиту больше какой величины должен предложить ваш банк, чтобы Вы не обратились в банк-конкурент.

ЗАДАЧА 7. Фирма обратилась в банк за кредитом на 3 года для модернизации офисных помещений на сумму 500 000 рублей. Банк предложил номинальную ставку по кредиту в размере 20% годовых. Известны также и следующие дополнительные условия:

Проценты начисляются и капитализируются ежемесячно.

Фирма выплачивает кредит и проценты полностью в конце срока кредитования.

Комиссия за рассмотрения заявки:	1 000 рублей.
Комиссия за открытие счета:	1 000 рублей.
Комиссия за ведение счета:	2% в месяц от основной суммы кредита
Комиссия за обналичивание:	4%
Страховка кредита:	7% от суммы кредита ежегодно

1. Определите эффективную ставку по данному кредиту.
2. Если бы не было комиссий и эффективная ставка равнялась номинальной, то на сколько бы дешевле оказался кредит (в рублях)?

ЗАДАЧА 8. Инвестиционный фонд привлек средства индивидуальных инвесторов в объеме 30 млн. руб. под 15% годовых по простой ставке процентов. При этом он рассматривает альтернативы по размещению этих средств на фондовой бирже на срок 3 года:

10 млн.руб. – высокорисковые акции 50% годовых по сложной ставке с вероятностью получения дохода по истечении 3 лет *p = 33%*

10 млн.руб. – среднедоходные акции корпораций *r = 25%* годовых по сложной ставке с вероятностью получения дохода по истечении 3 лет p=75%

10 млн.руб. – низкодоходные акции *r = 20%* годовых по сложной ставке с вероятностью получения дохода по истечении 1 года *p = 95%*

10 млн.руб. – государственные облигации, *r = 17%* годовых по сложной ставке с вероятностью получения дохода по истечении 3 лет *p = 100%*

1) Сформируйте инвестиционный портфель фонда с учетом вероятности получения доходов (ожидаемых доходов).
2) Определите его ожидаемую годовую доходность (ожидаемую эффективную ставку доходности) с учетом процентных расходов по привлекаемым средствам.
3) Определите ожидаемую величину дохода фонда за рассматриваемый период (3 года).

ЗАДАЧА 9. Вы финансовый менеджер на предприятии. Вам необходимо сформировать план эффективного привлечения финансовых ресурсов на планируемый период (следующий год). Производственный отдел предоставил вам информацию о потребности в объеме 15 млн. рублей оборотных средств на 260 дней.

Варианты:

Вексельное кредитование по учетной ставке 22% годовых.

Текущее кредитование по сложной ставке 23% с капитализацией процентов раз квартал.

Текущее кредитование по простой ставке 25%.

1) Какой из вариантов является наиболее эффективным с точки зрения финансового менеджмента.
2) Для наиболее эффективного варианта привлечения средств рассчитайте эквивалентные ставки процентов по остальным вариантам.

Аннуитеты

ЗАДАЧА 10. Производственная фирма приняла решения о создании инвестиционного фонда. С этой целью в течение 5 лет в конце каждого года в банк вносится 5 000 000 руб. под 15% годовых с последующей их капитализацией. Средний темп инфляции равен 7% в год. Определите номинальный объем инвестиционного фонда? Определите его реальную стоимость (т.е. стоимость с учетом инфляции).

ЗАДАЧА 11. Производственная фирма приняла решения о создании инвестиционного фонда. С этой целью в течение 5 лет в начале каждого года в банк вносится 5 000 000 руб. под 15% годовых с последующей их капитализацией. Средний темп инфляции равен 7% в год. Определите номинальный объем инвестиционного фонда? Определите его реальную стоимость (т.е. стоимость с учетом инфляции).

ЗАДАЧА 12. Производственная фирма приняла решения о создании инвестиционного фонда. С этой целью в течение 5 лет в конце каждого года в банк вносится эквивалент 5 000 000 руб. (т.е. каждый раз новая сумма эквивалентная 5 млн р. с учетом инфляции) под 15% годовых с последующей их капитализацией. Средний темп инфляции равен 7% в год. Определите номинальный объем инвестиционного фонда? Определите его реальную стоимость (т.е. стоимость с учетом инфляции).

(Дополнительные задачи повышенной трудности)

Данные задачи необходимо решать при помощи Excel.

ЗАДАЧА 13. Вы планируете пенсионный фонд на старость. До пенсии вам еще 35 лет, на пенсии вы надеетесь прожить 20 лет. В старости вы желаете получать 20 000 руб. в месяц.

Какими должны быть ваши ежемесячные отчисления в пенсионный фонд в период вашей работоспособности при сложной ставке начисления процентов 10% с ежемесячной капитализацией. Какой вариант выгодней?

ЗАДАЧА 14. Какими должны быть ежемесячные платежи при условии, что мы берем в расчет инфляцию на уровне 12% в год. При этом хотим получать ежемесячно пенсию эквивалентную нынешним 20 000 рублей с учетом инфляции.

ФИНАНСЫ, ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ И КРЕДИТ

Методические указания

для проведения практических занятий по теме
«Кредитование: простые, сложные проценты и аннуитеты»

Составитель: Рахимов Тимур Рустамович, к.э.н., доцент кафедры менеджмента ИЭФ ТПУ

Рецензент: Спицын В.В., к.э.н., доцент кафедры менеджмента ИЭФ ТПУ

Подписано к печати . Формат 60x84/16. Бумага «Классика».

Печать RISO. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л.

Заказ . Тираж 100 экз.

Томский политехнический университет

Система менеджмента качества

Томского политехнического университета сертифицирована

NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.