

**Домашнее задание по теме: «Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения»**

1)  $3 \operatorname{tg} y dx - 2x \ln x dy = 0$ .

**Ответ:**  $\sin^2 y = C \ln^3 x$

$\Rightarrow y = \pm(-1)^k \arcsin \sqrt{C \ln^3 x} + \pi k$ .

2)  $y' = \frac{y^2 - 2y}{2x}$ .

**Ответ:**  $\frac{y-2}{y} = Cx \Rightarrow y = \frac{2}{1-Cx}$ .

3)  $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0$ .

**Ответ:**  $x - 2\sqrt{x} + 2 \ln(\sqrt{x} + 1) + y + 2\sqrt{y} + 2 \ln|\sqrt{y} - 1| = C$ ,

$\Rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 \cdot (\sqrt{y} - 1)^2 = Ce^{2\sqrt{x} - 2\sqrt{y} - x - y}$ .

4)  $y' + \sin \frac{x+y}{2} = \sin \frac{x-y}{2}$ .

**Ответ:**  $\ln \left| \operatorname{tg} \frac{y}{4} \right| = C - 2 \sin \left( \frac{x}{2} \right) \Rightarrow y = 4 \operatorname{arctg} \left[ C \cdot e^{-2 \sin \left( \frac{x}{2} \right)} \right] + 4\pi k, \forall C$ .

5)  $y' + y = 2x + 1$ .

**Ответ:**  $y = 2x - 1 + Ce^{-x}, \forall C$ .

6)  $y' = \sin(x - y)$ .

**Ответ:**  $y = x - 2 \operatorname{arctg} \left( 1 - \frac{2}{x+C} \right) + 2\pi k$ .

1)  $y' + \frac{x+y}{x+2y} = 0$ .

**Ответ:**  $1 + 2 \frac{y}{x} + 2 \frac{y^2}{x^2} = \frac{C}{x^2}, C \neq 0$

$\Rightarrow x^2 + 2xy + 2y^2 = C, C \neq 0$ .

2)  $xy' = y - xe^{y/x}$ .

**Ответ:**  $e^{-y/x} = \ln|x| + C$

$\Rightarrow y = -x \cdot \ln(C + \ln|x|)$ .

4)  $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$ .

**Ответ:**  $2\sqrt{y/x} = \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C$ ,

$\Rightarrow y = x(0,5 \cdot \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C)^2, x = 0, y = 0$ .

6)  $xy'(\ln y - \ln x + 4) = y \left( \ln \frac{y}{x} + 5 \right)$ .

**Ответ:**  $\left[ \ln \left( \frac{y}{x} \right) + 4 \right]^2 = C + 2 \ln|x|$

$\Rightarrow y = x \cdot e^{\pm \sqrt{C + \ln(x^2)} - 4}$ .