ОБРАЗЕЦ

1) Найти производную функции $f(x)$ в точке $x_0 = 0$ (если она существует):

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos\left(x \cdot \sin\dfrac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, \quad x = 0 \end{cases}.$$

Найти производные функций:

2) $y = \left(4^{\cos 3x} + \sin^2 6x\right)^4$;

3) $y = tg\sqrt{\cos\dfrac{1}{3} + \dfrac{\sin^2 31x}{31\cos 62x}}$;

4) $y = \ln\sqrt[4]{\dfrac{3 - x^3}{x^4 - 12x}}$;

5) $y = \ln\left(5x + \sqrt{25x^2 + 1}\right) - \sqrt{25x^2 + 1} \cdot arctg\, 5x$;

6) $y = (x^8 + 1)^{thx}$.

Найти производные указанного порядка:

7) $\begin{cases} x = \ln t \\ y = arctgt \end{cases}$ $\qquad y''_x - ?$;

8) $y - tg(x + y) = 0$, $\qquad y''_x - ?$;

9) $y = \dfrac{3 + 5x}{2 + 3x}$, $\qquad y^{(n)} - ?$;

10) $y = (x^2 + 1)arctgx$, $\qquad y^{(4)} - ?$.

Пользуясь правилом Лопиталя, найти пределы

11) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$;

12) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{x}{x-1} \right)$;

13) $\lim\limits_{x \to +0} x^{\frac{3}{1+\ln x}}$.

14) С помощью дифференциала найти приближенное значение функции $f(x) = x^{11}$, если $x = 1{,}021$.