

Домашнее задание по теме: «Дифференцирование ФНП №1»

1) 3071. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = (2x + y)^{2x+y}$.

2) 3089. Найти $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{x=y=z=1}$, если $u = \ln(1 + x + y^2 + z^3)$.

3) 3187. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$.

4) 3191. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = y^{\ln x}$.

5) 3193. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$, если $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2xz}$.

6) 3196. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$, если $u = \sin(xy)$.

7) 3414.

Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) \text{ в точке } M_0\left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right).$$

Ответ: $x - y + 2z - \frac{\pi}{2} = 0$, $\frac{x-1}{-1/2} = \frac{y-1}{1/2} = \frac{z-\pi/4}{1}$.

8) 3423.

Показать, что поверхности

$$x + 2y - \ln z + 4 = 0 \text{ и } x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$$

касаются друг друга в точке $M_0(2; -3; 1)$ (т.е. имеют в этой точке общую касательную плоскость)

Ответ: $x + 2y - z - 3 = 0$.

9) 3435.

На поверхности $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z = 12$ найти точки, в которых касательные плоскости параллельны координатным плоскостям.

Ответ: параллельно плоскости xOy : $M_1(0; 3; 3)$ и $M_2(0; 3; -7)$;

параллельно плоскости xOz : $M_3(0; 8; -2)$ и $M_4(0; -2; -2)$;

параллельно плоскости yOz : $M_5(5; 3; -2)$ и $M_6(-5; 3; -2)$;

10) В какой точке эллипсоида $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ нормаль к нему образует равные углы с осями координат?

Ответ: $M_{1,2}(\pm 4/3; \pm 4/3; 1/3)$.