

Прямая в пространстве

Вариант №1

- 1.) Привести к каноническому виду уравнение прямой

$$\begin{cases} 5x + y + z = 0, \\ 2x + 3y - 2z + 5 = 0. \end{cases}$$

- 2.) Найти точку, симметричную точке $M(2; -5; 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(5; 4; 6)$ и $B(-2; -17; -8)$.

- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-3}, \quad \frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}.$$

Вариант №2

- 1.) Задать прямую как пересечение двух плоскостей, если известно, что она проходит через точку $M(1; 2; 0)$, параллельно прямой

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-3}.$$

- 2.) Найти расстояние между прямыми

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}.$$

- 3.) Найти угол между прямой $\begin{cases} x = 2t + 5, \\ y = -3t - 1, \\ z = -t \end{cases}$ и плоскостью $2x + y + 4z - 3 = 0$.

Вариант №3

- 1.) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 3; -5)$

параллельно прямой $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0, \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

- 2.) Доказать, что прямые $\begin{cases} x + y - z + 4 = 0, \\ 2x - 3y - z - 5 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+3}{4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}$ пересекаются и найти их точку пересечения.

- 3.) Найти точку, симметричную точке $A(3; -4; -6)$ относительно плоскости, проходящей через точки $M(-6; 1; -5)$, $N(7; -2; -1)$ и $P(10; -7; 1)$.

Вариант №4

1.) Составить параметрические уравнение прямой

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 4 = 0, \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

2.) Даны уравнения траектории движения точки : $\begin{cases} x = 1 - 4t, \\ y = -2 + 2t, \\ z = -2t. \end{cases}$ Определить

расстояние, которое она пройдет за 7 секунд.

1.) Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x - y + z + 3 = 0, \\ x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$ и плоскости $x + 2y - z - 10 = 0$.

Вариант №5

1.) Вычислить косинус угла, образованного прямыми

$$\begin{cases} x - 2y + z - 11 = 0, \\ 2x + y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x - 2y + 3z - 13 = 0, \\ x - y + z - 17 = 0. \end{cases}$$

2.) Из точки $M(2; -1; 0)$ опустить перпендикуляр на прямую

$$\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}.$$

3.) Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ и $\begin{cases} x = 7 + 3t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ лежат в одной плоскости

и составить уравнение этой плоскости.

Вариант №6

1.) Даны вершины треугольника $A(-5; 7; 1)$, $B(-2; 0; 1)$, $C(-1; 3; 5)$. Найти каноническое уравнение медианы, проведенной из вершины B .

2.) Найти точку, симметричную точке $P(4; 1; 6)$ относительно прямой

$$\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0, \\ 2x + y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$

3.) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 0; -1)$ и прямую

$$\begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0, \\ 2x + z + 5 = 0. \end{cases}$$

Вариант №7

- 1.) Через точки $M(-1;6;-5)$ и $N(2;0;3)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.
- 2.) Составить уравнение движения точки $M(x;y;z)$, которая, имея начальное положение $M_0(1;2;3)$, движется прямолинейно и равномерно в направлении вектора $\vec{s} = \{-2;6;3\}$.
- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;0)$ и параллельной

$$\text{прямым } \begin{cases} x = 1, \\ y = 1 + t, \\ z = -2t \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 8 - t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = t. \end{cases}$$

Вариант №8

- 1.) Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(2;1;3)$ параллельно прямой, проходящей через точки $B(3;-2;0)$ и $C(1;-2;-4)$.
- 2.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(0;-2;3)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ и расположенной в плоскости $ХОУ$.
- 1.) Найти проекцию точки $M(4;-3;1)$ на плоскость $x + 2y - z - 3 = 0$.

Вариант №9

- 1.) Доказать параллельность прямых $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y - 5z - 8 = 0. \end{cases}$
- 2.) Составить уравнение движения точки $M(x;y;z)$, которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $A(-7;12;5)$ до точки $B(9;-4;-3)$ за 3 секунды.
- 3.) Найти угол между прямой, проходящей через точки $M(1;2;1)$ и $N(3;1;4)$ и плоскостью $4x + 3y - 1 = 0$.

Вариант №10

- 1.) Доказать перпендикулярность прямых $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -2 + 3t, \\ z = 1 - 6t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0, \\ 4x - y - 5z + 4 = 0. \end{cases}$
- 2.) Найти расстояние от начала координат до прямой $\frac{x-6}{3} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+2}{-1}$.
- 3.) Провести плоскость через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ и точку $M(0;2;1)$.

Вариант №11

- 1.) Написать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;-3;2)$ и параллельной вектору, образующему с координатными осями углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.
- 2.) При каком значении параметра k прямые $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ и $\begin{cases} x = 3 + kt, \\ y = 1 + 4t, \\ z = 7 + 2t \end{cases}$ пересекаются?
- 3.) Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(1;3;-2)$ на плоскость $3y - z - 8 = 0$. Записать его в виде пересечения двух плоскостей.

Вариант №12

- 1.) Найти угол между прямыми $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{\sqrt{2}}$ и $\begin{cases} x - y + 5 = 0, \\ \sqrt{2}x - z + 2\sqrt{2} - 5 = 0. \end{cases}$
- 2.) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(0;-4;8)$ параллельно линии пересечения плоскостей $3x + 2y - 2z + 1 = 0$, $x + y + z = 0$.
- 3.) Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-1;-3)$ и точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ и плоскости $2x - 3y - 5z - 3 = 0$.

Вариант №13

- 1.) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-3;2)$ и образующей с координатными осями углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 120^\circ$.
- 2.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;1;1)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = \{-1;2;-2\}$ и расположенной в плоскости YOZ .
- 3.) Найти расстояние от точки $A(0;1;-1)$ до прямой $\begin{cases} x - y + 2 = 0, \\ 2x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$.

Вариант №14

- 1.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(0;2;3)$ и параллельной прямой $\begin{cases} 3x - y - z - 1 = 0, \\ 2x + 2y + 5 = 0 \end{cases}$.
- 2.) Найти угол между прямыми, пересекающимися в точке $M(1;2;2)$, если одна из этих прямых параллельна вектору $\vec{a} = \{-1;0;4\}$, а другая проходит через точку $N(0;4;-5)$.
- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;2;-1)$ и прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z}{4}$.

Вариант №15

- 1.) Написать параметрическое уравнение медианы треугольника с вершинами $A(2;1;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;2;4)$, проведенной из вершины A .
- 2.) Найти плоские углы при вершине A тетраэдра с вершинами $A(3;-1;0)$, $B(0;-7;3)$, $C(-2;1;-1)$, $D(3;2;6)$ и записать каноническое уравнение ребра AB .
- 3.) Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ и плоскости $2x - 3y = 2$.

Вариант №16

- 1.) Привести к каноническому виду уравнение прямой $\begin{cases} 5x + y + z = 0, \\ 2x + 3y - 2z + 5 = 0. \end{cases}$
- 2.) Найти расстояние между прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$, $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.
- 3.) Найти точку, симметричную точке $A(3;-4;-6)$ относительно плоскости, проходящей через точки $M(-6;1;-5)$, $N(7;-2;-1)$ и $P(10;-7;1)$.

Вариант №17

- 1.) Задать прямую как пересечение двух плоскостей, если известно, что она проходит через точку $M(1;2;0)$, параллельно прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
- 2.) Доказать, что прямые $\begin{cases} x + y - z + 4 = 0, \\ 2x - 3y - z - 5 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+3}{4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}$ пересекаются и найти их точку пересечения.
- 3.) Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x - y + z + 3 = 0, \\ x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$ и плоскости $x + 2y - z - 10 = 0$.

Вариант №18

- 1.) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;3;-5)$ параллельно прямой $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0, \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$
- 2.) Даны уравнения траектории движения точки : $\begin{cases} x = 1 - 4t, \\ y = -2 + 2t, \\ z = -2t. \end{cases}$ Определить расстояние, которое она пройдет за 7 секунд.
- 2.) Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ и $\begin{cases} x = 7 + 3t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ лежат в одной плоскости и составить уравнение этой плоскости.

Вариант №19

- 1.) Составить параметрические уравнение прямой

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 4 = 0, \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

- 3.) Из точки $M(2;-1;0)$ опустить перпендикуляр на прямую $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

- 4.) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;0;-1)$ и прямую

$$\begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0, \\ 2x + z + 5 = 0. \end{cases}$$

Вариант №20

- 1.) Вычислить косинус угла, образованного прямыми

$$\begin{cases} x - 2y + z - 11 = 0, \\ 2x + y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x - 2y + 3z - 13 = 0, \\ x - y + z - 17 = 0. \end{cases}$$

- 2.) Найти точку, симметричную точке $P(4;1;6)$ относительно прямой

$$\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0, \\ 2x + y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$

- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;0)$ и параллельно

прямым $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1 + t, \\ z = -2t \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 8 - t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = t. \end{cases}$

Вариант №21

- 1.) Даны вершины треугольника $A(-5;7;1)$, $B(-2;0;1)$, $C(-1;3;5)$. Найти каноническое уравнение медианы, проведенной из вершины B .

- 2.) Составить уравнение движения точки $M(x;y;z)$, которая, имея начальное положение $M_0(1;2;3)$, движется прямолинейно и равномерно в направлении вектора

$$\vec{s} = \{-2;6;3\}.$$

- 3.) Найти проекцию точки $M(4;-3;1)$ на плоскость $x + 2y - z - 3 = 0$.

Вариант №22

- 1.) Через точки $M(-1;6;-5)$ и $N(2;0;3)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

- 2.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(0;-2;3)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ и расположенной в плоскости XOY .

- 3.) Найти угол между прямой, проходящей через точки $M(1;2;1)$ и $N(3;1;4)$ и плоскостью $4x + 3y - 1 = 0$.

Вариант №23

- 1.) Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $A(2;1;3)$ параллельно прямой, проходящей через точки $B(3;-2;0)$ и $C(1;-2;-4)$.
- 2.) Составить уравнение движения точки $M(x;y;z)$, которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $A(-7;12;5)$ до точки $B(9;-4;-3)$ за 3 секунды.
- 3.) Провести плоскость через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ и точку $M(0;2;1)$.

Вариант №24

- 1.) Доказать параллельность прямых $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и $\begin{cases} x+y-z=0, \\ x-y-5z-8=0. \end{cases}$
- 2.) Найти расстояние от начала координат до прямой $\frac{x-6}{3} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+2}{-1}$.
- 3.) Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(1;3;-2)$ на плоскость $3y - z - 8 = 0$. Записать его в виде пересечения двух плоскостей.

Вариант №25

- 1.) Доказать перпендикулярность прямых $\begin{cases} x=1+2t, \\ y=-2+3t, \\ z=1-6t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x+y-4z+2=0, \\ 4x-y-5z+4=0. \end{cases}$
- 2.) При каком значении параметра k прямые $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ и $\begin{cases} x=3+kt, \\ y=1+4t, \\ z=7+2t \end{cases}$ пересекаются ?
- 3.) Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-1;-3)$ и точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ и плоскости $2x - 3y - 5z - 3 = 0$.

Вариант №26

- 1.) Написать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;-3;2)$ и параллельной вектору, образующему с координатными осями углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.
- 2.) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(0;-4;8)$ параллельно линии пересечения плоскостей $3x + 2y - 2z + 1 = 0$, $x + y + z = 0$.
- 3.) Найти расстояние от точки $A(0;1;-1)$ до прямой $\begin{cases} x-y+2=0, \\ 2x+y+z-1=0. \end{cases}$

Вариант №27

- 1.) Найти угол между прямыми $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{\sqrt{2}}$ и $\begin{cases} x - y + 5 = 0, \\ \sqrt{2}x - z + 2\sqrt{2} - 5 = 0. \end{cases}$
- 2.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;1;1)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = \{-1;2;-2\}$ и расположенной в плоскости YOZ .
- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;2;-1)$ и прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z}{4}$.

Вариант №28

- 1.) Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-3;2)$ и образующей с координатными осями углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 120^\circ$.
- 2.) Найти угол между прямыми, пересекающимися в точке $M(1;2;2)$, если одна из этих прямых параллельна вектору $\vec{a} = \{-1;0;4\}$, а другая проходит через точку $N(0;4;-5)$.
- 3.) Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ и плоскости $2x - 3y = 2$.

Вариант №29

- 1.) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(0;2;3)$ и параллельной прямой $\begin{cases} 3x - y - z - 1 = 0, \\ 2x + 2y + 5 = 0 \end{cases}$.
- 2.) Найти плоские углы при вершине A тетраэдра с вершинами $A(3;-1;0)$, $B(0;-7;3)$, $C(-2;1;-1)$, $D(3;2;6)$ и записать каноническое уравнение ребра AB .
- 3.) Написать уравнение плоскости, проходящей через прямые $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-3}$, $\frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

Вариант №30

- 1.) Написать параметрическое уравнение медианы треугольника с вершинами $A(2;1;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;2;4)$, проведенной из вершины A .
- 2.) Найти точку, симметричную точке $M(2;-5;7)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(5;4;6)$ и $B(-2;-17;-8)$.
- 3.) Найти угол между прямой $\begin{cases} x = 2t + 5, \\ y = -3t - 1, \\ z = -t \end{cases}$ и плоскостью $2x + y + 4z - 3 = 0$.