

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

В.С. Андык

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
ПРОЦЕССАМИ НА ТЭС**

*Рекомендовано в качестве учебника
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство
Томского политехнического университета
2016

УДК 621.311.22:658(075.8)

ББК 31.37-5-05я73

А66

Андык В.С.

А66 Автоматизированные системы управления технологическими процессами на ТЭС : учебник / В.С. Андык ; Томский политехнический университет. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2016. – 408 с.

ISBN 978-5-4387-0684-7

В книге рассматриваются задачи и методы автоматизированного управления технологическими процессами, автоматическое регулирование и управление на ТЭС, электронные вычислительные машины в системах автоматизированного управления технологическими процессами, автоматизированное управление технологическими процессами на основе информационных и управляющих вычислительных комплексов.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, а также инженерно-технических работников, специализирующихся в области АСУ ТП ТЭС.

УДК 621.311.22:658(075.8)

ББК 31.37-5-05я73

Рецензенты

Доктор технических наук, профессор кафедры
электронных средств автоматизации и управления ТУСУРа

А.А. Светлаков

Доктор технических наук, профессор
заведующий кафедрой управления качеством ТГУ

В.И. Сырямкин

ISBN 978-5-4387-0684-7

© ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2016

© Андык В.С., 2016

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|-----------|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 8 |
| ВВЕДЕНИЕ..... | 9 |
| ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ | 12 |
| 1.1. Иерархия управления и декомпозиция задач управления в АСУ | 12 |
| 1.2. Задачи и методы оптимизации технологических процессов | 17 |
| 1.3. Оптимизация статических режимов. Задачи и методы нелинейного программирования | 28 |
| 1.3.1. Оптимизации нелинейных целевых функций без ограничений | 28 |
| 1.3.2. Итерационные методы поиска экстремума..... | 32 |
| 1.3.3. Метод покоординатного спуска | 35 |
| 1.3.4. Метод градиента | 35 |
| 1.3.5. Метод наискорейшего спуска..... | 36 |
| 1.3.6. Метод Ньютона–Рафсона..... | 37 |
| 1.3.7. Методы сопряженных направлений | 39 |
| 1.3.8. Метод сопряженных градиентов Флетчера–Ривса..... | 41 |
| 1.3.9. Поиск глобального экстремума..... | 43 |
| 1.3.10. Глобальный случайный поиск с гиперсферой и направляющим гиперконусом..... | 44 |
| 1.3.11. Оптимизация нелинейных целевых функций при наличии ограничений..... | 46 |
| 1.3.12. Оптимизация при ограничениях в форме неравенств..... | 47 |
| 1.4. Задачи линейного программирования | 50 |
| 1.5. Адаптивные системы управления | 56 |
| 1.5.1. Системы автоматической оптимизации | 61 |
| 1.5.2. САО с запоминанием экстремума..... | 63 |
| 1.5.3. САО шагового типа | 65 |
| 1.5.4. САО с управлением по производной..... | 67 |
| 1.5.5. САО со вспомогательной модуляцией | 68 |
| 1.6. Оптимизация динамических режимов..... | 71 |
| 1.6.1. Вариация функционала и ее свойства..... | 71 |
| 1.6.2. Уравнение Эйлера..... | 73 |
| 1.6.3. Функционалы, зависящие от нескольких неизвестных функций | 76 |
| 1.6.4. Функционалы, зависящие от производных большого порядка, чем первый | 77 |
| 1.6.5. Задача с подвижными концами. Основная формула для вариации функционала | 79 |
| 1.6.6. Условие трансверсальности..... | 81 |
| 1.6.7. Вариационная задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа | 83 |

| | |
|--|-----|
| 1.6.8. Изопериметрическая задача..... | 86 |
| 1.6.9. Аналитическое конструирование регуляторов с помощью классического вариационного исчисления | 88 |
| 1.6.10. Применение уравнения Эйлера при ограничениях | 93 |
| 1.6.11. Основные понятия теории оптимального управления..... | 95 |
| 1.6.12. Принцип максимума Понтрягина. Предварительные выводы..... | 97 |
| 1.6.13. Вывод принципа максимума для задачи со свободным правым концом..... | 100 |
| 1.6.14. Задача о максимальном быстродействии. Постановка задачи. Решение с помощью принципа максимума | 104 |
| 1.6.15. Динамическое программирование и его применение для решения задач оптимального управления. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана..... | 107 |

ГЛАВА 2. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

И УПРАВЛЕНИЕ НА ТЭС.....113

| | |
|--|-----|
| 2.1. Организация управления технологическими процессами на ТЭС..... | 113 |
| 2.2. АСУ энергоблоков и ТЭС. Место АСУТП ТЭС и энергоблоков в иерархической структуре управления..... | 118 |
| 2.3. Задачи (функции) АСУ технологических процессов энергоблока | 120 |
| 2.4. Системы автоматического регулирования на ТЭС | 126 |
| 2.4.1. Автоматическое регулирование барабанных парогенераторов. Котельный агрегат как объект регулирования..... | 126 |
| 2.4.2. Автоматическое регулирование питания барабанного парогенератора | 130 |
| 2.4.3. Свойства барабанного парогенератора как объекта регулирования питания..... | 131 |
| 2.4.4. Принципиальные и структурные схемы систем автоматического регулирования уровня | 136 |
| 2.4.5. Автоматическое регулирование нагрузки и процесса горения в топках барабанных парогенераторов. Свойства парогенератора как объекта регулирования тепловой нагрузки и процесса горения..... | 144 |
| 2.4.6. Принципиальные и структурные схемы систем автоматического регулирования тепловой нагрузки | 150 |
| 2.4.7. Регулирование расхода воздуха | 159 |
| 2.4.8. Виды АСР тепловой нагрузки и воздуха в зависимости от вида сжигаемого топлива и конструкции парогенераторов | 165 |
| 2.4.9. Применение управляющих вычислительных машин (УВМ) в целях оптимизации режима работы парогенератора | 172 |
| 2.4.10. Регулирование разрежения | 177 |
| 2.4.11. Автоматическое регулирование температуры перегретого пара | 182 |
| 2.4.12. Автоматическое регулирование прямоточных парогенераторов.... | 195 |

**ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ
В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ205**

| | |
|--|-----|
| 3.1. Принципиальная схема управления объектом от УВК. Структура команд и общий принцип действия ЭВМ | 205 |
| 3.2. Устройства связи с объектом. Ввод и вывод информации в АСУ | 210 |
| 3.3. Основные элементы цифровых систем автоматического управления ... | 215 |
| 3.3.1. Устройство выборки и хранения | 215 |
| 3.3.2. Цифро-аналоговый преобразователь | 216 |
| 3.3.3. Аналого-цифровой преобразователь | 217 |
| 3.4. Принципы действия ЭВМ..... | 218 |
| 3.4.1. Арифметические основы ЭВМ..... | 218 |
| 3.4.1.1. Системы счисления | 218 |
| 3.4.1.2. Перевод чисел из одной системы счисления в другую | 220 |
| 3.4.1.3. Арифметические действия с двоичными числами..... | 221 |
| 3.4.1.4. Представление чисел в ЭВМ..... | 223 |
| 3.4.1.5. Единицы информации..... | 224 |
| 3.4.1.6. Кодирование..... | 224 |
| 3.4.2. Логические основы ЭВМ | 227 |
| 3.4.2.1. Алгебра логики | 227 |
| 3.4.2.2. Решение логических задач с помощью математической логики | 233 |
| 3.4.2.3. Способы представления сложных высказываний..... | 233 |
| 3.4.2.4. Минимизация сложных высказываний | 234 |
| 3.4.3. Физические основы ЭВМ..... | 239 |
| 3.4.3.1. Реализация основных логических функций | 239 |
| 3.4.3.2. Логические схемы с полупроводниковыми элементами..... | 242 |
| 3.4.4. Шифраторы и дешифраторы | 248 |
| 3.4.4.1. Шифраторы | 248 |
| 3.4.4.2. Дешифраторы..... | 250 |
| 3.4.5. Мультиплексоры и демультиплексоры | 255 |
| 3.4.6. Синтез комбинационных логических схем | 257 |
| 3.4.6.1. Цифровые компараторы | 257 |
| 3.4.6.2. Сумматоры | 258 |
| 3.4.7. Запоминающие устройства | 261 |
| 3.4.7.1. Триггеры..... | 261 |
| 3.4.7.2. Моновибраторы | 266 |
| 3.4.7.3. Мультивибраторы..... | 267 |
| 3.4.8. Счетчики | 268 |
| 3.4.9. Регистры | 274 |
| 3.4.10. Микропроцессоры и микроЭВМ..... | 278 |
| 3.5. Организация многофункциональных систем | 285 |
| 3.5.1. Режимы работы управляющих вычислительных комплексов (УВК) в составе АСУТП | 285 |

| | |
|---|-----|
| 3.5.2. Аппаратурные и топологические структуры АСУ | 286 |
| 3.5.3. Архитектура микропроцессорных систем цифрового управления | 289 |
| 3.5.4. Мультипрограммные системы | 291 |
| 3.5.4.1. Система приоритетного прерывания..... | 292 |
| 3.5.4.2. Распределение памяти..... | 295 |
| 3.5.4.3. Распределение ресурсов УВМ | 296 |

**ГЛАВА 4. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ НА ОСНОВЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ
КОМПЛЕКСОВ (УВК).....299**

| | |
|---|-----|
| 4.1.1. Задачи первичной обработки информации | 299 |
| 4.1.2. Дискретное измерение непрерывных величин. Определение разрешающей способности АЦП..... | 300 |
| 4.1.3. Алгоритмы опроса датчиков и преобразователей..... | 302 |
| 4.1.4. Определение значений технологических параметров. Аналитическая градуировка датчиков..... | 304 |
| 4.1.5. Определение периода опроса датчиков измеряемых величин..... | 307 |
| 4.1.6. Коррекция результатов измерений | 312 |
| 4.1.7. Фильтрация измеряемых величин от помех | 314 |
| 4.1.7.1. Экспоненциальный фильтр | 316 |
| 4.1.7.2. Фильтр скользящего среднего..... | 317 |
| 4.1.7.3. Статистические фильтры..... | 318 |
| 4.1.8. Контроль и повышение достоверности исходной информации ... | 320 |
| 4.1.8.1. Алгоритм допускового контроля параметра | 322 |
| 4.1.8.2. Алгоритм допускового контроля скорости изменения сигнала измерительной информации | 322 |
| 4.1.8.3. Алгоритмы, применяемые при аппаратурном резервировании ИИК | 323 |
| 4.1.8.4. Алгоритмы, использующие связи между измеряемыми величинами | 324 |
| 4.1.9. Автоматическое обнаружение событий | 330 |
| 4.2. Непосредственное цифровое управление | 335 |
| 4.2.1. Автоматические системы регулирования с цифровыми регуляторами..... | 335 |
| 4.2.2. Модулированные последовательности дельта-импульсов. Математическая модель АЦП | 336 |
| 4.2.3. Системы преобразования последовательностей модулированных дельта-импульсов..... | 339 |
| 4.2.3.1. Математическая модель вычислительного устройства | 339 |
| 4.2.3.2. Математическая модель цифроаналогового преобразователя | 342 |
| 4.2.4. Структурная схема модели системы регулирования с цифровым регулятором | 345 |

| | |
|---|------------|
| 4.2.5. Режим непрерывного регулирования в системах с цифровыми регуляторами | 347 |
| 4.2.6. Алгоритмы работы вычислительных устройств цифровых регуляторов | 350 |
| 4.2.7. Расчет параметров настройки цифровых регуляторов | 353 |
| 4.2.8. Цифровые системы регулирования с ШИМ | 356 |
| 4.2.9. Синтез цифровых регуляторов в одноконтурных системах..... | 360 |
| 4.2.10. Цифровые системы регулирования с дополнительными информационными каналами | 362 |
| 4.2.10.1. Каскадные системы регулирования..... | 363 |
| 4.2.10.2. Системы с компенсацией возмущений | 369 |
| 4.2.11. Реализация алгоритмов управления в УВМ..... | 373 |
| 4.2.12. Непосредственное управление исполнительными механизмами от УВМ | 382 |
| 4.2.12.1. Виды исполнительных механизмов в системах НЦУ..... | 382 |
| 4.2.12.2. Принципы цифрового управления исполнительными механизмами | 390 |
| 4.2.13. Особенности применения микропроцессорных контроллеров в системах управления | 401 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 405 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 406 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Современные тепловые электрические станции являются технически сложными высокоавтоматизированными производствами. Автоматизированные системы управления технологическими процессами на ТЭС предназначены обеспечивать надежную и экономичную работу оборудования. Мощные энергетические паровые котлы принципиально не могут работать без автоматизированных систем управления.

При проектировании автоматизированных систем управления важную роль приобретают решения таких задач, как оптимизация технологических процессов, синтез оптимальных и адаптивных систем управления, определение и реализация принципов построения и параметрического синтеза локальных систем автоматического регулирования, разработка алгоритмов цифрового контроля и управления технологическими процессами. Решение указанных задач требует высокой степени подготовки специалистов, обеспечивающих проектирование, монтаж, наладку и эксплуатацию автоматизированных систем управления технологическими процессами. В то же время, несмотря на большое количество специальных источников по указанным вопросам, обобщающей литературы, достаточно доступной по форме для студентов вузов, нет.

Автор настоящей книги поставил перед собой задачу по возможности в максимальной степени изложить комплекс вопросов, относящийся к системам автоматизированного управления технологическими процессами на ТЭС.

В предлагаемой книге рассматриваются задачи и методы автоматизированного управления технологическими процессами, автоматическое регулирование и управление на ТЭС, цифровые вычислительные машины в системах автоматизированного управления технологическими процессами, автоматизированное управление технологическими процессами на основе информационных и управляющих вычислительных комплексов.

Изложенный в книге материал в основной своей части является обобщением результатов многих работ, в частности, приведенных в списке литературы, а также опыта чтения автором лекций по дисциплине «Автоматизированные системы управления технологическими процессами на ТЭС» для студентов Томского политехнического университета.

Учебник предназначен для студентов высших учебных заведений, а также инженерно-технических работников, специализирующихся в области АСУТП ТЭС.

ВВЕДЕНИЕ

Переход от локальных систем автоматизации в промышленности к автоматизированным системам управления в свое время был вызван интенсификацией технологических процессов, применением агрегатов большой мощности, а также прогрессом в развитии вычислительной техники.

Автоматизированная система управления (АСУ) представляет собой совокупность технических средств и алгоритмов сбора, обработки и представления информации, которая обеспечивает управление отраслью, производством, предприятием или отдельными процессами на основе методов технической кибернетики [1]. Соответственно, различают: АСУ отрасли, АСУ производства, АСУ предприятия, АСУ технологических процессов, или: ОАСУ, АСУП, АСУТП. Существует также общегосударственная автоматизированная система сбора и переработки информации ОГАС.

Возможны АСУ, совмещающие функции АСУТП и АСУП. Такие системы называют *интегрированными АСУ*.

Основное отличие АСУ от обычных систем автоматического управления заключается в значительной степени участия человека в процессах управления. АСУ является человекомашиной системой. Как правило, в АСУ за человеком сохраняется определяющая роль в выполнении наиболее сложных и ответственных функциональных задач.

АСУ технологическими процессами создаются с целью поддержания экстремума принятого критерия управления при выполнении всех ограничений на технологические параметры и значения управляющих воздействий. В качестве глобального критерия управления могут служить как технико-экономические показатели, так и социальные, например, глобальной целью АСУ могут быть: повышение производительности, повышение качества продукции, снижение потерь, снижение себестоимости производимой продукции и т. п. В том случае, когда функционирование объекта управления невозможно без АСУ, назначением АСУТП является обеспечение реализуемости и устойчивости технологического процесса в рамках необходимой производительности и экономичности.

Поддержание экстремума принятого глобального критерия управления является, как правило, сложной задачей. Для ее решения приходится выполнять *декомпозицию* (разделение) глобальной цели управления

на совокупность частных целей, каждая из которых требует решения более простой и меньшей размерности задачи управления.

Кроме цели управления каждая АСУТП, как правило, характеризуется функциональной, технической и организационной структурами, математическим и программным обеспечением.

Под *функциональной структурой* АСУТП понимают структуру, элементами которой являются функции системы, а связи между этими элементами определяют порядок (логическую последовательность и подчиненность) реализации этих функций. В свою очередь, под *функцией АСУТП* подразумевается ряд действий АСУТП, обеспечивающих достижение частной цели управления. Функции АСУТП принято делить на информационные и управляющие.

К *информационным функциям* относят те функции, целью реализации которых является сбор, обработка, хранение и представление информации оперативному персоналу о состоянии объекта управления. В число основных информационных функций входят: первичная обработка информации о текущем состоянии объекта управления; расчет значений неизмеряемых величин и показателей (косвенные измерения, прогнозирование, расчет ТЭП и т. д.); обнаружение отклонений технологических параметров и показателей состояния оборудования сверх допустимых значений; оперативное отображение и регистрация информации; обмен информацией с вышестоящими АСУ.

Функции, включающие в себя операции (действия) по принятию решений и осуществлению управляющих воздействий на объект управления, относят к *управляющим функциям*. Управляющие функции обеспечивают поддержание критерия управления на экстремальном значении, регулирование, программно-логическое управление технологическими процессами.

Техническая структура АСУТП предназначена отражать весь комплекс технических средств (КТС), необходимый для реализации функционирующей АСУТП. Элементами технической структуры АСУТП являются конструктивно самостоятельные части КТС, используемые в системе, а связи между этими элементами отражают реальные устройства (электрические провода, кабели, пневмопровода и т. п.), соединяющие отдельные средства автоматизации в совместно функционирующую систему. К основным элементам КТС можно отнести: средства получения информации о текущем состоянии объекта управления; управляющий вычислительный комплекс (УВК), технические средства, необходимые для реализации локальных систем автоматического контроля и управления; исполнительные устройства, выполняющие управляющие воздействия на объект управления.

Организационная структура АСУТП представляет собой состав и взаимодействие оперативного персонала системы, а также его соподчиненность с персоналом других, смежных уровней управления.

Некоторая часть функций АСУТП может осуществляться аппаратно. Большинство же функций АСУТП реализуются программным путем – путем обработки информации в УВК. Таким образом, *программное обеспечение* является важнейшей частью АСУТП. Программное обеспечение АСУТП принято делить на две части: *общее программное обеспечение* и *специальное программное обеспечение*. Общее программное обеспечение представляет собой совокупность программ, поставляемых в комплекте со средствами вычислительной техники, и необходимо для обеспечения функционирования КТС. Специальное программное обеспечение АСУТП охватывает множество программ, разрабатываемых для конкретной системы, и содержит программы, с помощью которых реализуются ее информационные и управляющие функции.

Программное обеспечение выполняется на основе *математического обеспечения*. В его состав входят математические методы, модели и алгоритмы, на основе которых выполняется решение задач управления и обработки информации в системе.

Для реализации информационных и управляющих функций АСУТП создается специальное математическое обеспечение, в состав которого, в частности, входят алгоритмы сбора, обработки и представления информации, алгоритмы непосредственного цифрового управления, алгоритмы идентификации объектов управления.

Вопросы, относящиеся к принципам построения, задачам и алгоритмам функционирования, реализации АСУТП, рассматриваются в последующих разделах книги.

ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

1.1. ИЕРАРХИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ В АСУ

В том случае, когда АСУ осуществляет независимое управление отдельными объектами, взаимосвязь отдельных подсистем, из которых она состоит, может заключаться только в распределении машинного времени между соответствующими программами. Но когда АСУ выполняет ряд функций управления объектами, которые связаны между собой материальными потоками, энергетическими и другими ресурсами, подсистемы АСУ оказываются функционально взаимосвязанными.

В АСУТП взаимосвязь подсистем может распространяться только на два уровня иерархии управления: на верхнем решается задача статической оптимизации технологических режимов, а на нижнем – задачи стабилизации выходных переменных [1].

Такая *декомпозиция* задач управления технологическими процессами следует из того, что технологические переменные являются случайными функциями времени, и задачи оптимизации заключаются в установлении экстремального значения целевой функции при вероятностных ограничениях выходных переменных, характеризующих качество продукции или полуфабриката. Такую постановку задачи можно сформулировать как

$$\max I(x) \Big| P(x_i^H \leq x_i \leq x_i^B) > N_i, \quad (1.1)$$

где $I(x)$ – технико-экономический показатель процесса; x – вектор технологических переменных; N_i – заданная вероятность непревышения технологических норм x_i^H и x_i^B .

Практическую роль при оценке эффективности играют средние значения целевой функции, т. е. $\overline{I(x)}$. При этом, если распределение вероятностей технологических переменных подчиняется нормальному закону, то ограничения средних значений этих переменных зависят от величины их среднеквадратических отклонений σ_i и задачу оптимизации (1.1) можно представить в виде:

$$\max I(x) \left| \begin{array}{l} x_i \leq x_i^B - u\sigma_i; \\ x_i \geq x_i^H + u\sigma_i, \end{array} \right. \quad (1.2)$$

где u – аргумент интегральной функции Лапласа, значение которого можно определить по заданной вероятности N_i по таблице интегральной функции Лапласа.

Задача (1.2) является задачей статической оптимизации и решается с помощью методов математического программирования.

Однако в ограничения задачи входит показатель стабилизации технологических переменных σ_i , следовательно, решение задачи статической оптимизации зависит от динамических систем стабилизации технологических переменных. В одномерном случае, если целевая функция $I(x)$ является монотонной, оптимальному решению задачи (1.2) соответствует условие $\min \sigma_i^2$. Для многомерного случая, при некоторых допущениях, этому условию соответствует

$$\min \sum_{i=1}^n a_i \sigma_i^2,$$

где a_i – весовые коэффициенты.

Минимизация дисперсии отдельных переменных или их суммы осуществляется системами нижнего уровня иерархии управления, которые стабилизируют технологические переменные относительно оптимальных средних значений, задаваемых на верхнем уровне.

Взаимосвязь подсистем управления в АСУТП изображена на рис. 1.1.

В интегрированной АСУ проблема взаимосвязи подсистем сложнее. Стремление подчинить все подсистемы общей цели оптимизации работы предприятия вынуждает рассматривать декомпозицию задачи управления предприятием не только по уровням иерархии, но также по цехам или участкам производства. Можно выделить четыре уровня иерархии (рис. 1.2) [1].

На четвертом – верхнем – уровне должна решаться задача оптимального объемного планирования в масштабе предприятия, например, определение оптимального ассортимента продукции. Критерием оптимизации может служить максимум качества, минимум себестоимости продукции, максимум прибыли предприятия и т. п.

Задача заключается в определении вектора выпуска продукции по видам и сортам x , отвечающего условию максимума целевой функции:

$$F = \max_{x \in X} \alpha(x). \quad (1.3)$$

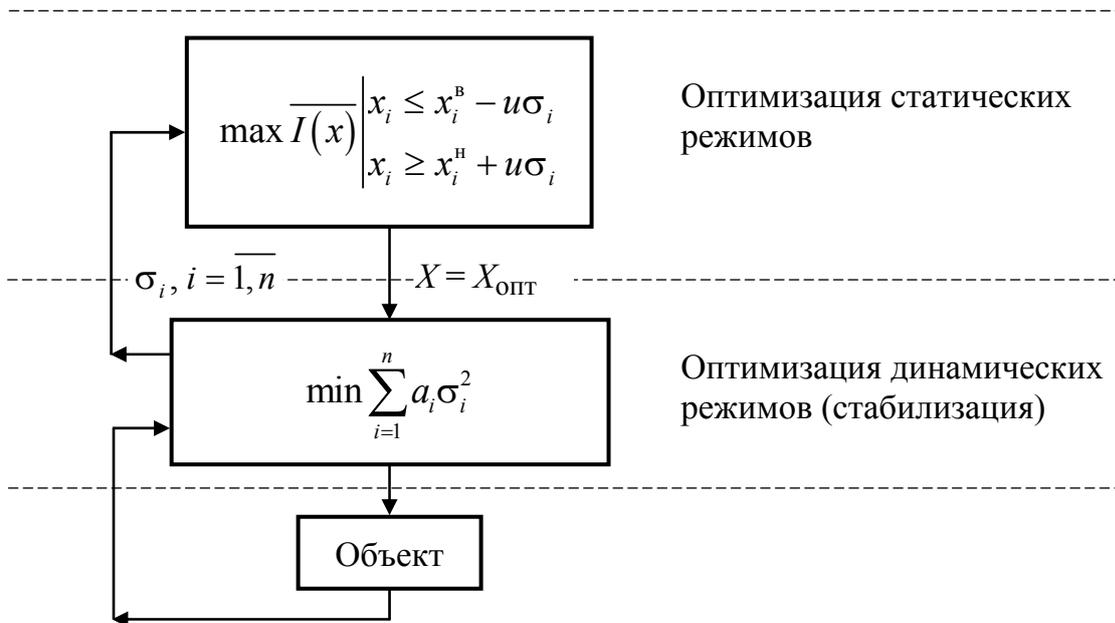


Рис.1.1. Иерархия управления в АСУ ТП

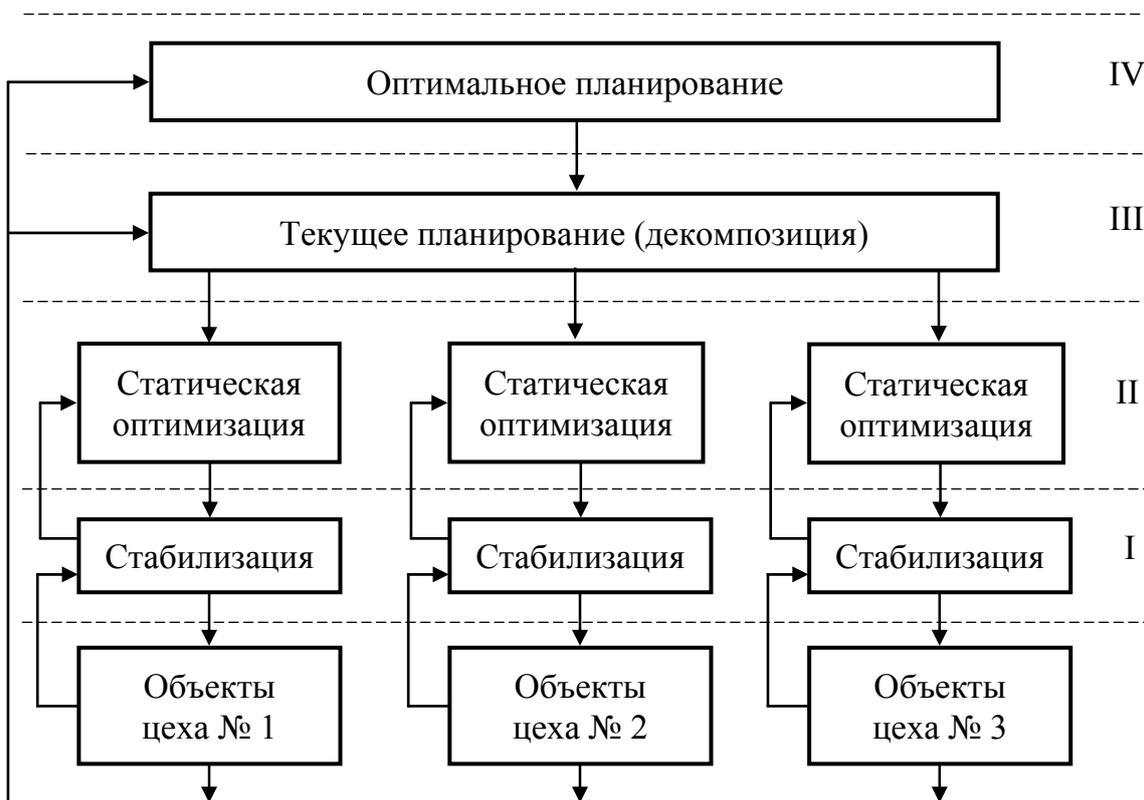


Рис.1.2. Иерархия управления в интегрированной АСУ

Объемный план составляется на длительный период времени, например на год, на основе небольшого объема информации о ресурсах, составляющих ограничения задачи (1.3). Среди этих ограничений – внешние ресурсы, которые могут рассматриваться как детерминированные,

а также внутренние, которые можно определить на основе анализа прошлых периодов работы предприятия. Последние составляют вероятностные ограничения задачи объемного планирования.

Например, ограничение ресурса выпуска некоторого полупродукта можно записать в виде:

$$P\left(\sum_{i=1}^n b_i x_i \leq Q\right) > N_a, \quad (1.4)$$

где b_i – содержание полупродукта (полуфабриката) в продукции i -го вида и сорта; Q – ресурс полуфабриката; N_a – заданная вероятность.

Для нормального закона распределения вероятность того, что ресурс будет выше некоторого гарантированного предела, можно выразить с помощью функции Лапласа и при этом условие (1.4) записать в виде

$$\sum_{i=1}^n b_i x_i \geq \bar{Q} - u\sigma_Q, \quad (1.5)$$

где \bar{Q} и σ_Q – соответственно среднее значение и дисперсия выпуска полупродукта; u – аргумент функции Лапласа.

Таким образом, управление на верхней ступени зависит от статических характеристик переменной, фигурирующей в управлении технологическими процессами, т. е. на нижних ступенях иерархии. Точно так же на стадии объемного планирования можно рассмотреть целый ряд других внутренних ресурсов. Равным образом объемное планирование как верхняя ступень иерархии управления предприятием, в свою очередь, зависит от более высоких ступеней управления, решаемых в ОАСУ.

Более низкой (третьей) ступенью иерархии управления предприятием является текущее планирование. Здесь в рамках утвержденного объемного плана намечаются планы на более короткие периоды, например на декаду. Естественно, что на этой ступени необходима более детальная информация об имеющихся ресурсах. При этом резко возрастает размерность задачи оптимизации, и она не может быть решена без декомпозиции по цехам или участкам производства.

Рассмотрим принцип декомпозиции задачи управления предприятием, состоящим из ряда последовательных цехов. Для определенности примем в качестве целевой функции прибыль предприятия. В этом случае критерий управления можно представить в следующем виде:

$$F = \max_{x_1, x_2} \{[cx_1 - rp_1] - \varphi_2(x_2)\} \Big|_{\substack{x_1 \in X_1 \\ x_2 \in X_2}}, \quad (1.6)$$

где x_1 – вектор-столбец количества выпускаемой предприятием продукции различных видов и сортов; c – вектор-строка цен на продукцию; p_1 – вектор-столбец поставляемых извне ресурсов, которые расходуются в последнем по ходу производства цехе; r – вектор-строка цен на эти ресурсы; $\varphi_2(x_2)$ – затраты, имеющие место в других цехах; x_2 – вектор управления в этих цехах.

Среди ограничений вектора управления последним цехом выделим для простоты одно

$$bx_1 \leq z, \quad (1.7)$$

где b – вектор-строка содержания в продукте одного из полупродуктов, поставляемых предыдущим цехом; z – выпуск этого полупродукта за период планирования.

Естественно, что выпуск полупродукта зависит от управления в предыдущих цехах, т. е.

$$z = z(x_2). \quad (1.8)$$

Выделим из (1.6) задачу максимизации прибыли за счет управления в последнем по ходу производства цехе:

$$\alpha_1 = \max_{x_1 \in X_1} (cx_1 - rp_1). \quad (1.9)$$

Очевидно, что решение задачи линейного программирования (1.9) зависит от ее ограничений, в частности (1.7).

Иными словами, оптимальное значение

$$\alpha_1^{\text{опт}} = \alpha_1^{\text{опт}}(z).$$

Линеаризуем $\alpha_1^{\text{опт}}(z)$ в окрестности некоторой точки $z = z_a$:

$$\alpha_1^{\text{опт}}(z) \approx \alpha_1^{\text{опт}}(z_a) + \lambda_z(z_a) \cdot (z - z_a). \quad (1.10)$$

Это выражение соответствует первым двум членам разложения в ряд Тейлора.

Величина $\lambda_z = \left. \frac{\partial \alpha_1^{\text{опт}}}{\partial z} \right|_{z=z_a}$ называется объективно обусловленной

оценкой полуфабриката и характеризует чувствительность $\alpha_1^{\text{опт}}$ к изменениям внутреннего ресурса z .

Воспользовавшись λ_z , сформулируем задачу управления цехом, производящим данный полуфабрикат. Учитывая (1.10), общую задачу управления предприятием (1.6) можно представить в виде

$$F = \max_{x_2 \in X_2} \{ \lambda_z(z_a) [z(x_2) - z_a] - \varphi_2(x_2) \} + \alpha_1^{\text{опт}}(z_a).$$

Отсюда задача управления цехом, производящим полуфабрикат, выражается в виде

$$\alpha_2 = \max_{x_2 \in X_2} \{ \lambda_z(z_a) \cdot z(x_2) - \varphi_2(x_2) \}. \quad (1.11)$$

Аналогичным образом можно найти объективно обусловленную оценку того или иного внутреннего ресурса, входящего в ограничения задачи (1.11), и сформулировать, в свою очередь, задачу оптимизации предыдущего цеха.

Таким образом, на третьей ступени иерархии управления (рис. 1.2) для каждого цеха определяется целевая функция оптимизации технологических процессов и параметры этой функции.

На втором и первом уровнях иерархии в АСУ предприятия стоят рассмотренные ранее подсистемы статической оптимизации и стабилизации технологических процессов.

1.2. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Как вытекает из иерархии управления и функций АСУТП, одной из основных задач АСУТП является оптимизация статических и динамических режимов. Многие задачи оптимизации технологических процессов можно представить как задачи нахождения экстремумов функции n переменных при различного рода ограничениях. Теория и методы решения таких задач составляют дисциплину, называемую математическим программированием.

К задачам оптимизации, решаемым методами математического программирования, относят, такие как, например, распределение нагрузок между параллельно работающими котельными агрегатами на общую паровую магистраль, выбор оптимального варианта технологии, оптимизация процесса горения топлива в топках парогенераторов и т. п.

Постановка задач статической оптимизации

Прежде чем перейти к постановке задач статической оптимизации, остановимся на некоторых определениях. Как правило, возникновение задач оптимизации основано на том, что существует множество решений, среди которых возможно наилучшее. Множество чисел, по которым производится количественное сравнение решений, называется целевой функцией. Аргументами в целевой функции являются входные варьируемые параметры. В зависимости от решаемой задачи целевые функции могут выражать величины, характеризующие показатели качества, технико-экономические показатели или чисто экономические показатели процесса.

Обычно целевая функция является математическим выражением результата процесса. Задание целевой функции есть лишь часть общей постановки задачи оптимизации. Другая часть состоит в задании условий, которым должны удовлетворять варьируемые переменные и само решение.

Обычно соотношения между переменными не являются произвольными, а задаются конкретными зависимостями, определяемыми исходя из физической или иной природы оптимизируемого процесса. Представленные в форме уравнений или систем уравнений эти зависимости являются не чем иным, как математическими моделями процесса. Математические модели процесса, устанавливающие зависимости между переменными, а также пределы физически возможных или допустимых изменений варьируемых переменных, в задачах оптимизации выступают в виде ограничений. В дальнейшем изложении задачи оптимизации будут рассматриваться в предположении, что математические модели, определяющие целевые функции и взаимосвязи переменных, заданы в виде статических зависимостей.

Приведем некоторые примеры постановки задач оптимизации.

Пример 1

Геометрическая задача

Пусть требуется вписать в окружность заданного радиуса r прямоугольник максимально возможной площади (рис. 1.3).

В декартовой системе координат уравнение окружности: $x^2 + y^2 = r^2$. Если обозначить координаты вершины прямоугольника в первом квадранте как x и y , то площадь прямоугольника $s = 4 \cdot x \cdot y$ и математическая постановка задачи оптимизации запишется в виде

$$s(x) = 4 \cdot x \cdot y \Rightarrow \max$$

при выполнении условий: $x^2 + y^2 - r^2 = 0$, $x > 0$, $y > 0$.

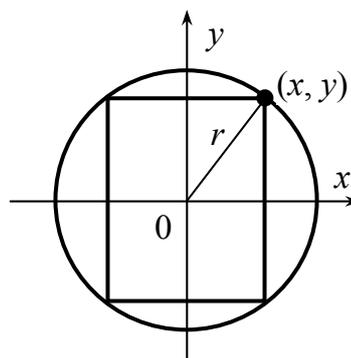


Рис. 1.3. Вписанный в окружность прямоугольник

Пример 2

Аппроксимация экспериментальных переходных характеристик

Аппроксимация экспериментальных переходных характеристик осуществляется с целью идентификации технологических объектов управления.

Пусть для объекта с передаточной функцией

$$W_{об}(p) = \frac{1}{(T_1 \cdot p + 1)(T_2 \cdot p + 1)}$$

и, соответственно, с переходной характеристикой

$$y_a(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$$

получена экспериментальная переходная характеристика.

Требуется определить, такие значения постоянных времени T_1 и T_2 передаточной функции объекта, при которых достигается наилучшая близость экспериментальной $y(t)$ и аппроксимирующей $y_a(t)$ переходных характеристик (рис. 1.4).

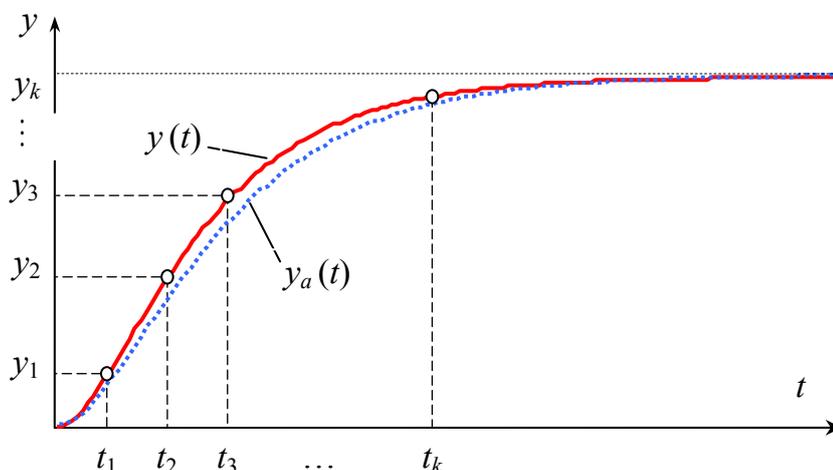


Рис. 1.4. Переходные характеристики объекта управления и определение значений y_j и t_j ($j = 1, 2, \dots, k$)

Близость экспериментальной $y(t)$ и аппроксимирующей $y_a(t)$ переходных характеристик может количественно характеризоваться целевой функцией вида

$$I(T_1, T_2) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [y_j - y_a(t_j)]^2.$$

Такая целевая функция определяет средний квадрат отклонения аппроксимирующей $y_a(t)$ переходной характеристики от экспериментальной $y(t)$. Нетрудно видеть, что такая целевая функция учитывает существенность больших отклонений и незначимость малых.

Рассматриваемый критерий оптимальности I зависит от двух переменных T_1 и T_2 , которые по условиям задачи могут принимать значения

$T_1 \geq 0, T_2 \geq 0$, т. е. на «свободные» переменные накладываются ограничения (условия) в виде неравенств.

Оптимизационная задача формализуется в следующем виде: найти переменные $T_1 \geq 0$ и $T_2 \geq 0$, обеспечивающие минимум критерия

$$I(T_1, T_2) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [y_j - y_a(t_j)]^2.$$

Таким образом, задача наилучшей аппроксимации экспериментальной переходной характеристики может быть сформулирована в виде задачи на условный минимум функции двух переменных.

Пример 3

Параметрическая оптимизация АСР

Параметрическая оптимизация (синтез) АСР заключается в таком определении параметров настройки регулятора, при которых обеспечивается, в определенном смысле, наилучшее качество процесса регулирования.

Пусть регулятор в АСР формирует ПИ-закон регулирования с двумя параметрами настройки k_p и T_u :

$$\mu(t) = k_p \cdot \varepsilon(t) + \frac{k_p}{T_u} \int_0^t \varepsilon(\gamma) d\gamma,$$

или

$$\mu'(t) = k_p \cdot \varepsilon'(t) + \frac{k_p}{T_u} \varepsilon(t),$$

где $\mu(t)$ – регулирующее воздействие, а $\varepsilon(t)$ – ошибка регулирования.

Пусть также качество переходных процессов в АСР количественно определяется величиной интегрального квадратичного критерия

$$I_2(k_p, T_u) = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt.$$

Считается, что чем меньше I_2 , тем выше качество работы АСР.

Зависимость функции I_2 от k_p и T_u задана в неявном виде. Для определения I_2 при известных значениях k_p и T_u необходимо решить систему, состоящую из дифференциальных уравнений, описывающих динамику объекта управления

$$x'_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \mu, t), i = \overline{1, n};$$

уравнения динамики регулятора, а также условия замыкания системы отрицательной обратной связью

$$\varepsilon(t) = s(t) - x_1(t),$$

где $s(t) = 1(t)$ – задающее воздействие; $x_1(t)$ – регулируемая величина; x_i – фазовые координаты объекта.

Непосредственное применение критерия I_2 приводит к повышенной колебательности переходных процессов. Поэтому необходимо дополнительно ввести ограничение на величину степени колебательности переходных процессов m :

$$m(k_p, T_u) \geq m_{\text{зад}},$$

где $m_{\text{зад}}$ – заданное значение степени колебательности.

Таким образом, задача определения оптимальных параметров настройки k_p и T_u ПИ-регулятора, обеспечивающих наилучшее качество переходного процесса в АСР, записывается в следующем формализованном виде.

Необходимо найти такие параметры k_p и T_u , которые обеспечат минимум интегральной оценки

$$I_2(k_p, T_u) = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt \Rightarrow \min$$

при выполнении уравнений связи

$$\begin{cases} x'_i(t) - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \mu, t) = 0, & i = \overline{1, n}; \\ \mu'(t) = k_p \cdot \varepsilon'(t) + \frac{k_p}{T_u} \varepsilon(t); \\ \varepsilon(t) = s(t) - x_1(t), \end{cases}$$

и ограничения в форме неравенства

$$m(k_p, T_u) - m_{\text{зад}} \geq 0.$$

Итак, рассмотренная задача является задачей на условный экстремум функции двух переменных.

Пример 4

Выбор места размещения управляющей вычислительной машины на территории предприятия

При выборе места размещения управляющей вычислительной машины (УВМ), предназначенной для автоматизированного управления технологическими объектами, заранее известны места установки датчиков и исполнительных механизмов. Требуется определить такое место расположения УВМ, при котором минимизируются расходы на кабельную продукцию.

В этой задаче за функцию цели можно принять суммарную стоимость кабельных линий от УВМ к датчикам и исполнительным механизмам.

Обозначим координаты расположения УВМ на плоскости как x и y , а известные координаты датчиков и исполнительных механизмов как $\{x_i, y_i\}$, $i = \overline{1, n}$, где n – общее число датчиков и исполнительных механизмов. Тогда критерий выбора места расположения УВМ (целевую функцию) I можно представить как сумму отрезков от неизвестной точки $\{x, y\}$ до известных точек $\{x_i, y_i\}$, $i = \overline{1, n}$ с учетом стоимости применяемых видов кабельной продукции:

$$I(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2},$$

где λ_i – стоимость единицы длины i -го вида кабельной продукции.

Задача оптимизации заключается в том, что требуется найти такие значения x и y , при которых критерий оптимальности $I(x, y)$ достигнет минимального значения. Причем переменные x и y могут принимать различные вещественные значения на интервале $(-\infty, +\infty)$.

Сформулированная задача оптимизации представляет собой задачу на безусловный экстремум функции двух переменных.

Пример 5

Выбор места размещения управляющей вычислительной машины в пределах производственного здания предприятия

Постановка рассматриваемой задачи отличается от постановки предыдущей задачи лишь наличием ограничений на варьируемые переменные x и y , которые определяются размерами здания.

Пусть координаты здания x_a, y_a, x_b, y_b . Тогда варьируемые переменные могут изменяться лишь в диапазоне, определяемом размерами здания

$$x_a \leq x \leq x_b, \quad y_a \leq y \leq y_b.$$

Эти неравенства определяют множество G допустимых решений задачи оптимизации:

$$G = \{x, y \mid x_a \leq x \leq x_b, y_a \leq y \leq y_b\},$$

где символ « \mid » означает «таких, что».

Требуется найти такие $x, y \in G$, при которых обеспечивается минимум критерия $I(x, y)$ т. е. $\min_{x, y \in G} I(x, y)$.

Приведенная задача является задачей на условный экстремум функции многих переменных.

Пример 6

Оптимальное распределение нагрузки между параллельно работающими котельными агрегатами

Задача оптимального распределения нагрузки между котельными агрегатами, работающими на общую паровую магистраль, заключается в минимизации общего расхода топлива (максимизации общего КПД) котельных агрегатов при обеспечении суммарной их паропроизводительности на заданном значении.

Общий расход топлива обозначим через B , а расход топлива на i -й котельный агрегат через B_i . Тогда критерий оптимальности

$$B = \sum_{i=1}^n B_i \Rightarrow \min \text{ при } \sum_{i=1}^n d_i = G \text{ и } 0 \leq d_i \leq d_i^{\max}, i = \overline{1, n},$$

где d_i – паропроизводительность i -го котельного агрегата, G – заданная суммарная паропроизводительность рассматриваемой группы из n котельных агрегатов при заданных параметрах пара (температура и давление), d_i^{\max} – максимальная паропроизводительность i -го котельного агрегата.

При оптимальном соотношении «топливо–воздух» расход топлива на котельный агрегат зависит от нагрузки котла

$$B_i = f(d_i)$$

и постановка задачи оптимального распределения нагрузки между котельными агрегатами примет вид

$$I(D) = \sum_{i=1}^n f_i(d_i) \Rightarrow \min$$

при выполнении условий

$$D = \left\{ d \left| 0 \leq d_i \leq d_i^{\max}, i = \overline{1, n}; \sum_{i=1}^n d_i = G \right. \right\}.$$

Сформулированная задача является задачей по определению минимума функции n переменных, на которые наложены ограничения (задача на условный экстремум функции многих переменных).

Таким образом, в математической постановке задачи оптимизации сводятся к поиску экстремума некоторых функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n :

$$I = f(x_1, \dots, x_n),$$

при условии что аргументы x_i должны удовлетворять ограничениям, представленным либо в форме равенств:

$$\varphi_j(x_1, \dots, x_n) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

либо в форме неравенств:

$$\varphi_j(x_1, \dots, x_n) \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

либо представленным в обеих формах одновременно; m и k – число уравнений, представленных соответственно в форме равенств или неравенств. Кроме того, считаются заданными пределы изменения варьируемых переменных:

$$x_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

При решении задач оптимизации широко используются аппарат матричной алгебры и теории множеств. Переходя к векторно-матричной форме записи, управляемые переменные представим как вектор-столбец

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Полагая для определенности, что необходимо найти минимум по X целевой функции $I(X) = f(X)$, задачу оптимизации можно представить в следующей стандартной форме:

$$\min_X f(X)$$

при

$$\varphi_j(X) \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

$$x_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

При необходимости найти максимум целевой функции задачу можно свести к предыдущей, если искать:

$$\min[-f(X)].$$

Ограничения типа $x \geq 0$ называют прямыми; типа $\varphi(X) \geq 0$ – функциональными.

В задачах оптимизации ограничения задают множество действительных числовых значений, которые допустимы для варьируемых переменных X . Такое множество называют *допустимым*. Множество всех действительных чисел иногда обозначают R .

Тогда указание на то, что X является любым элементом множества R (любым действительным числом) следует из записи $X \in R$. Встречаются ситуации, когда допустимое множество не содержит значений X , для которых выполняются все ограничения. В таких случаях говорят, что множество *пусто*. Пустое множество принято обозначать \emptyset . Например, $M = \emptyset$, где M – некоторое множество. Если допустимое множество, заданное ограничениями, пусто, то ограничения называют *несовместимыми*.

Допустимые множества могут быть замкнутыми или открытыми. Рассмотрим множество n переменных (x_1, x_2, \dots, x_n) . Если для всех переменных существуют пределы, которые принадлежат множеству, то говорят что множество *замкнуто*. Иными словами, если множество задано системой ограничений, которая охватывает все переменные, и ограничения принадлежат множеству, то множество всегда замкнуто. Если допустимые значения не могут существовать на границах, то множество *открыто*.

В качестве примера рассмотрим множество X , элементы которого обладают тем свойством, что их численные значения должны быть между нулем и a . Формально такое множество может быть представлено записью:

$$X = \{x | 0 < x < a\},$$

где в фигурных скобках обозначены элементы, которые принадлежат множеству, и условия, которым они должны удовлетворять.

Заданное множество открыто, т. к. граничные значения 0 и a не принадлежат множеству X . Множество будет замкнутым, если x удовлетворяют условию $0 \leq x \leq a$.

В дальнейшем, вводя ограничения, будем предполагать, что они замыкают допустимое множество. Это условие является достаточно важным, т. к. задача оптимизации, заданная на открытом множестве, часто не имеет решения. Чтобы показать это, рассмотрим задачу максимизации линейной целевой функции $f(x) = x$ при условии, что x есть элемент множества X . Для каждого x , достаточно близкого к a , существует $x' > x$. Следовательно $f(x)$ не достигает максимума. Если $0 \leq x \leq a$, то $\max f(x) = a$.

В рассмотренном примере исследовалась целевая функция, оптимальное значение которой достигается на границе. В общем случае, когда целевые функции нелинейны, оптимум может достигаться не только на границах, но и внутри допустимого множества. Не исключено, что целевая функция будет достигать экстремального значения в нескольких точках допустимого множества.

В связи с этим принято различать локальные и глобальные экстремумы целевой функции. Говорят, что вектор X^* доставляет функции $f(X)$ *глобальный* максимум на множестве R , если $f(X^*) \geq f(X)$ для всех $X \in R$. Если же $f(X^*) \geq f(X)$ только для X , принадлежащих некоторой малой окрестности X^* , то говорят, что X^* доставляет *локальный* максимум. Решая задачу оптимизации, во всех случаях стремятся найти

глобальный экстремум. Однако большинство вычислительных методов не позволяет различать вид экстремума. Поэтому естественно было бы найти достаточно общие условия, гарантирующие, что целевая функция является одноэкстремальной, т. е. глобальный экстремум совпадает с локальным. Из чисто физических соображений поиск таких условий оправдан тем, что в действительности целевые функции в очень многих задачах оптимизации являются одноэкстремальными. С формальной точки зрения такие условия существенно облегчили бы поиск оптимума и доказательство его существования. В математическом программировании устанавливается, что функция является одноэкстремальной, если она строго выпуклая и задана на выпуклом множестве. Для того чтобы определить эти свойства, рассмотрим две точки (x_1 и x_2) некоторого множества R . Из аналитической геометрии известно, что совокупность точек вида

$$x = \lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2$$

образует отрезок с концами в точках x_1 и x_2 (здесь $0 \leq \lambda \leq 1$).

Множество R называют выпуклым, если вместе с любыми двумя точками $x_1, x_2 \in R$ оно содержит и соединяющий их отрезок

$$x = \lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2 \in R.$$

Функция $f(x)$ называется вогнутой (выпуклой вверх), если для любых двух точек x_1 и x_2 , принадлежащих множеству, выполняется условие:

$$f\{\lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2\} \geq \lambda \cdot f(x_1) + (1 - \lambda) \cdot f(x_2).$$

Если $f\{\lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2\} \geq \lambda \cdot f(x_1) + (1 - \lambda) \cdot f(x_2)$, то функция называется просто *выпуклой*.

Геометрическая интерпретация выпуклой функции приведена на рис. 1.5, выпуклых областей – на рис. 1.6.

В настоящее время разделы математического программирования, основанные на исследовании вогнутых (выпуклых) функций, заданных на выпуклых множествах, разработаны наиболее полно и составляют основу теории оптимизации.

В этих разделах, в зависимости от вида функции $f(X)$ и $\varphi_j(X)$, принято различать следующие типы задач оптимизации.

1. Если $f(X)$ и $\varphi_j(X)$ ($j=1, 2, \dots, k$) являются нелинейными вогнутыми или выпуклыми функциями, то задачу оптимизации называют задачей *выпуклого программирования*.

2. Существует обширный класс технологических объектов, для которых в области допустимых изменений переменных ограничения могут быть приняты линейными:

$$\varphi_j(X) = \sum_{i=1}^n b_{ji}x_i,$$

а целевая функция представляет собой полином, который содержит члены до второго порядка включительно:

$$f(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik}x_i x_k + \sum_{i=1}^n p_i x_i,$$

где b_{ij} , a_{ik} , p_i – коэффициенты.

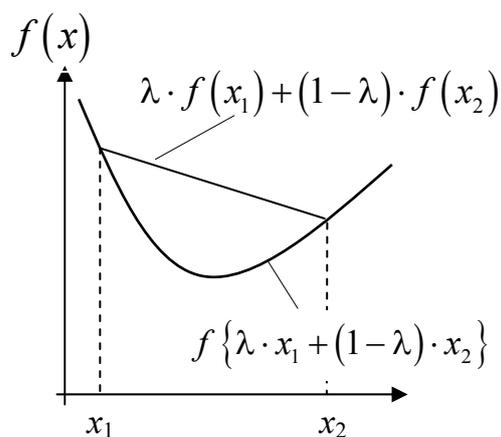


Рис. 1.5. Пример выпуклой функции

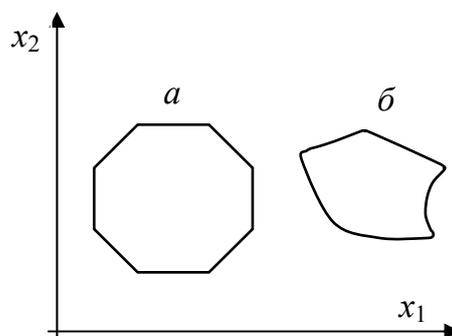


Рис. 1.6. Выпуклая (а) и невыпуклая (б) области

Оптимизацию квадратичных целевых функций при линейных ограничениях называют задачей *квадратичного программирования*. Очевидно, что задача квадратичного программирования есть частный случай задачи выпуклого программирования.

3. В задачах оптимизации технологических процессов важное место занимает случай, когда не только ограничения, но и целевая функция являются линейными. Оптимизация линейных целевых функций при линейных ограничениях представляет собой задачу *линейного программирования*.

Хотя по определению линейные функции являются выпуклыми и задача оптимизации линейных целевых функций может трактоваться как задача выпуклого программирования, переход от нелинейных целевых функций к линейным существенно упрощает процедуру поиска экстремума.

В задачах выпуклого и квадратичного программирования экстремальное значение целевой функции может соответствовать произвольному значению X из допустимого множества. В задачах линейного программирования оптимальное решение, если оно существует, всегда лежит на границе допустимого множества, что сужает область поиска.

Условно решение задач математического программирования можно представить как двухэтапную процедуру, которая включает опознавание (идентификацию) оптимальной точки и ее поиск.

Методы опознавания оптимальной точки опираются на необходимые (или необходимые и достаточные) условия оптимальности и сводятся к проверке на соответствие этим условиям координаты анализируемой точки.

Методы поиска оптимальной точки представляют собой некоторые алгоритмы целенаправленного движения от неоптимальной точки к оптимальной.

В задачах выпуклого программирования поиск оптимальной точки сводится к вычислению целевой функции в ряде точек из области ее задания. В задачах линейного программирования допустимое множество задается линейными уравнениями, которые, пересекаясь, образуют выпуклый многогранник – *симплекс*. Решение такой задачи находится в его вершине. Так как число вершин конечно, то поиск оптимальной точки сводится к целенаправленному перебору вершин и проверке их на оптимальность. Процедура поиска оптимального решения в задачах программирования носит название *симплекс-метода*.

1.3. ОПТИМИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Изучение задач нелинейного программирования удобно начинать с оптимизации целевых функций без ограничений, т. к. при относительной простоте эти задачи позволяют продемонстрировать общую методологию оптимизации и содержание ряда вычислительных процедур.

1.3.1. Оптимизации нелинейных целевых функций без ограничений

Простейшей задачей оптимизации является нахождение экстремума функции одной переменной. Из математического анализа известно, что для функции $f(x)$, определенной на множестве действительных чисел R и имеющей первую и вторую производные для любого x , принадлежащего

этому множеству, необходимое условие экстремума функции в точке $x = x^*$ заключается в равенстве нулю первой производной.

$$\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x^*} = 0.$$

Приведенное выражение называют условием *стационарности*, а точку $x = x^*$, в которой выполняется это условие, называют *стационарной*. Однако равенство нулю производной является только необходимым условием экстремума. Это очевидно, например, из того факта, что горизонтальная прямая также удовлетворяет этому условию.

Достаточные условия экстремума функции заключаются в равенстве нулю первой производной и определяются знаком второй производной в точке $x = x^*$. Достаточным условием минимума в точке стационарности является положительность второй производной:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x^*} > 0,$$

достаточным условием максимума – ее отрицательность:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x^*} < 0.$$

Рассмотрим теперь скалярную функцию n переменных $f(X)$ и определим в каждой точке области задания этой функции вектор, состоящий из частных производных функции, – *вектор-градиент функции*

$$\nabla_X f(X) = \left\{ \frac{\partial f(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(X)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(X)}{\partial x_n} \right\}.$$

Из математического анализа известно, что необходимое условие экстремума функции заключается в равенстве нулю ее вектор-градиента

$$\nabla_X f(X) \Big|_{X=X^*} = 0.$$

Достаточные условия определяются знакоопределенностью матрицы вторых производных – матрицы Гесса:

$$\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x^2} = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_n \partial x_n} \end{array} \right\|.$$

Положительная определенность матрицы Гесса (все главные миноры матрицы строго положительны) дает достаточное условие минимума функции. Отрицательная определенность матрицы Гесса (четные главные миноры положительны, а нечетные отрицательны) является достаточным условием максимума функции.

Если же условия положительной и отрицательной определенности матрицы Гесса не выполняются, но все главные миноры отличны от нуля, то в исследуемой точке X^* функция $f(X)$ не имеет ни максимума, ни минимума. При обращении в нуль главных миноров матрицы Гесса вопрос о наличии экстремума в исследуемой точке решается сложнее, с использованием производных более высокого порядка.

Необходимые и достаточные условия экстремума позволяют распознать оптимальную точку, а иногда определить и координаты оптимальной точки.

Действительно, пусть целевая функция $f(X)$ известна. Тогда, вычислив компоненты вектора-градиента $\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}$ и приравняв их нулю, получим систему из n уравнений, решая которую найдем координаты искомой точки X^* . Рассмотренный метод решения задачи по определению точки экстремума называют *прямым*. Приведем примеры применения прямого метода.

Пример 1

Исследовать на экстремум функцию

$$f(x) = x^3 - x^2 - 3 \cdot x - 2.$$

Решение

1. Определяем $\frac{df(x)}{dx}$:

$$\frac{df(x)}{dx} = 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 3.$$

2. Условие стационарности:

$$\frac{df(x)}{dx} = 0, \quad 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 3 = 0.$$

3. Находим корни этого уравнения, как точки, «подозрительные» на экстремум:

$$x_1 = 1,39; \quad x_2 = -0,72.$$

4. Определяем вторую производную:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 6 \cdot x - 2.$$

5. В точке $x = x_1$ функция имеет минимум

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 6 \cdot 1,39 - 2 > 0.$$

В точке $x = x_2$ функция имеет максимум

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 6 \cdot (-0,72) - 2 < 0.$$

Решение закончено.

Пример 2

Исследовать на экстремум функцию

$$f(x_1, x_2) = 3 \cdot x_1^3 - x_1 + x_2^3 - 3 \cdot x_2^2 - 1.$$

Решение

1. Находим компоненты вектор-градиента:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 9 \cdot x_1^2 - 1; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 3 \cdot x_2^2 - 6 \cdot x_2.$$

2. Приравняем компоненты вектор-градиента нулю:

$$9 \cdot x_1^2 - 1 = 0; \quad 3 \cdot x_2^2 - 6 \cdot x_2 = 0,$$

откуда находим точки стационарности:

$$1) \quad x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = 0; \qquad 3) \quad x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = 0;$$

$$2) \quad x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = 2; \qquad 4) \quad x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = 2.$$

3. Составляем матрицу Гесса:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \cdot x_1 & 0 \\ 0 & 6 \cdot x_2 - 6 \end{bmatrix}.$$

4. Для первой точки стационарности матрица Гесса:

$$\begin{bmatrix} 18 \cdot \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 6 \cdot 0 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}.$$

Первый главный минор $\Delta_1 = 6 > 0$.

Второй главный минор $\Delta_2 = 6 \cdot (-6) - 0 \cdot 0 = -36 < 0$.

Таким образом, матрица Гесса не является ни положительно, ни отрицательно определенной, т. е. в первой точке функция не имеет экстремума (максимума или минимума).

5. Для второй точки стационарности матрица Гесса:

$$\begin{bmatrix} 18 \cdot \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 6 \cdot 2 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_1 = 6 > 0; \Delta_2 = 6 \cdot 6 - 0 \cdot 0 = 36 > 0.$$

Матрица Гесса положительно определена, т. е. во второй точке функция имеет минимум.

6. Для третьей точки стационарности матрица Гесса:

$$\begin{bmatrix} 18 \cdot (-1/3) & 0 \\ 0 & 6 \cdot 0 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_1 = -6 < 0; \Delta_2 = (-6) \cdot (-6) - 0 \cdot 0 = 36 > 0.$$

Матрица Гесса отрицательно определена, т. е. в третьей точке функция имеет максимум.

7. Для четвертой точки стационарности матрица Гесса:

$$\begin{bmatrix} 18 \cdot (-1/3) & 0 \\ 0 & 6 \cdot 2 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_1 = -6 < 0; \Delta_2 = (-6) \cdot 6 - 0 \cdot 0 = -36 < 0.$$

Матрица Гесса не является ни положительно, ни отрицательно определенной, т. е. в четвертой точке функция не имеет экстремума.

На этом исследование функции на экстремум закончено.

Если целевые функции не являются достаточно простыми, то применение прямых методов может не дать желаемых результатов.

Тогда для определения X^* , оптимизирующего $f(X)$, применяют *итерационные методы*. Особое значение итерационные методы приобрели в связи с появлением ЭВМ.

1.3.2. Итерационные методы поиска экстремума

Процедура поиска экстремума функций $f(X)$ в большинстве итерационных методов выглядит следующим образом.

Сначала делают выбор какой-либо точки $X^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ в качестве нулевого приближения. Для этой точки определяют значение целевой

функции $I_0 = f(X^0)$. При поиске минимума из точки X^0 ищут направление при движении, по которому происходит уменьшение значения функции, по крайней мере, в малой окрестности точки I_0 . Вдоль этого направления выбирают следующую точку $X^1 = (x_1^1, \dots, x_n^1)$ и определяют значение целевой функции $I_1 = f(X^1)$. При $I_1 < I_0$ процедура поиска повторяется. При повторении процедуры поиска получается последовательность $X^0, X^1, \dots, X^j, \dots$ точек. Такая последовательность называется *изображающими точками* процесса поиска.

Аналитический переход от точки X^j к точке X^{j+1} записывается в виде:

$$x_i^{j+1} = x_i^j + \Delta x_i^j; \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Величину Δx_i^j называют шагом процесса поиска по i -й переменной. Поиск считают успешным, если в результате перехода от j -й точки к $(j+1)$ -й выполняется неравенство:

$$I(X^{j+1}) < I(X^j),$$

и неуспешным в случае:

$$I(X^{j+1}) \geq I(X^j).$$

Для остановки процесса поиска, когда нет ограничений и производные целевой функции непрерывны, может использоваться правило:

$$\left| \frac{\partial I(X)}{\partial x_i} \right| \leq \varepsilon, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

где ε – некоторое малое положительное число.

Для обеспечения наглядности при изучении итерационных поисковых методов широко применяется такое понятие, как *линии равного уровня (изолинии)* функции цели. Рассмотрим это понятие.

Ранее уже отмечалось, что целевую функцию $I(X)$ можно рассматривать как функцию, определенную в n -мерном пространстве переменных x_i ($i=1, 2, \dots, n$). Так как n -мерное пространство не имеет наглядного графического представления, то применяют следующий способ изображения функции $I(X)$ на плоскости.

Пусть при $X = X^{\text{опт}}$ n -мерного пространства целевая функция получает оптимальное значение, это значение соответствует экстремуму функции цели, для определенности – минимуму. Проведем через точку

$X^{\text{опт}}$ двумерную плоскость Z . При движении по плоскости Z с удалением от точки $X^{\text{опт}}$ в любом направлении значение функции цели $I(X)$ будет увеличиваться. Если в рассматриваемой области $I(X)$ является непрерывной функцией, то вокруг точки $X^{\text{опт}}$ в плоскости Z всегда можно провести замкнутую линию, вдоль которой значение $I(X)$ постоянно. Такую замкнутую линию называют линией равного уровня (изолинией) функции цели. Семейство линий равного уровня (рис. 1.7), определенных для различных значений функции цели $I(X) = c_k$, дает наглядное представление о свойствах этой функции. Следует отметить, что форма линий равного уровня для различных значений c_k может существенно отличаться и что каждая линия равного уровня (в случае минимума функции цели в рассматриваемой области) будет целиком охватывать любую линию равного уровня, для которой значение функции $I(X)$ меньше. На рис. 1.7 цифры указывают значение функции цели $I(X)$ на соответствующей линии.

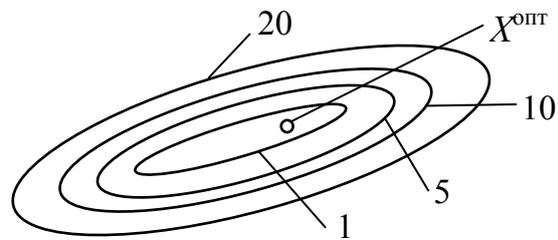


Рис. 1.7. Линии равного уровня функции цели

Конечно, приведенный способ изображения функции $I(X)$ на плоскости не является однозначным, вследствие того что форма линий равного уровня функции $I(X)$ может значительно изменяться в зависимости от ориентации плоскости Z в n -мерном пространстве. Однако, рассмотренный способ позволяет во многих случаях дать наглядную иллюстрацию работы итерационных поисковых методов.

На рис. 1.8 приведен пример вида гиперповерхности и линий равного уровня для некоторой функции двух переменных.

Итерационные поисковые методы, выполняя последовательность шагов, как правило, различаются сходимостью, т. е. скоростью движения к точке экстремума. *Сходимость* итерационного поиска экстремума функции зависит от способа формирования ΔX . Способ формирования ΔX определяет тот или иной метод поиска. В первую очередь рассмотрим наиболее простые из них – *метод покоординатного спуска* и *метод градиента* (метод пропорционального поиска).

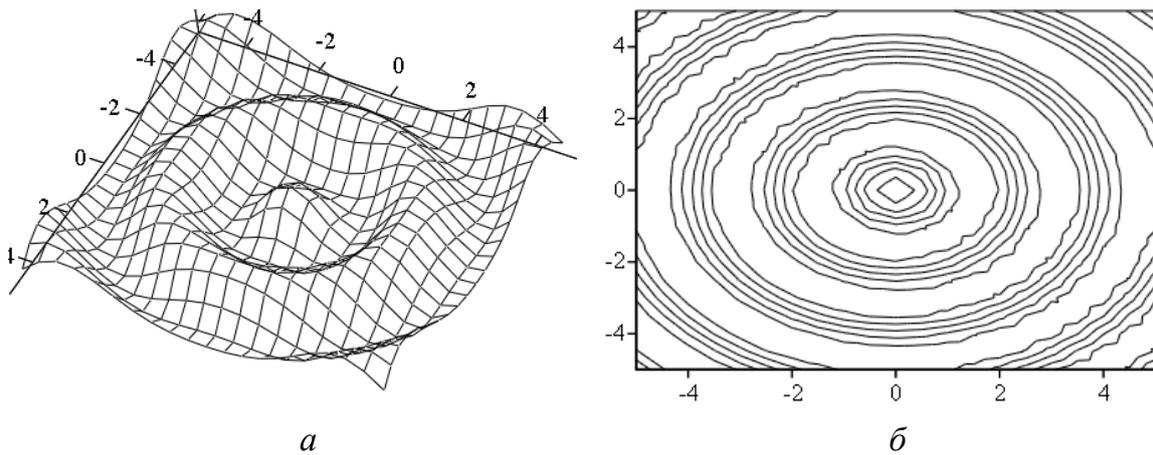


Рис. 1.8. Гиперповерхность (а) и линии равного уровня (б) функции цели вида $I(X) = 3 \cdot \cos(\sqrt{x_1^2 + x_2^2})$

1.3.3. Метод покоординатного спуска

Алгоритм покоординатного спуска заключается в выполнении последовательности рабочих циклов (рис. 1.9).

Рабочий цикл алгоритма состоит из n шагов. На каждом шаге осуществляется поиск минимума по одной переменной при фиксированных значениях других переменных с помощью какого-либо метода одномерной минимизации. После того как минимум будет найден по этой переменной, полученное значение координаты экстремума фиксируют и переходят к поиску минимума по следующей переменной. Такую циклическую процедуру выполняют по всем переменным. Затем проверяют выполнение условия окончания поиска $|I(X^{j+1}) - I(X^j)| \leq \varepsilon$, где ε – некоторое малое положительное число. При выполнении этого условия поиск заканчивают, в противном случае опять выполняют рабочий цикл.

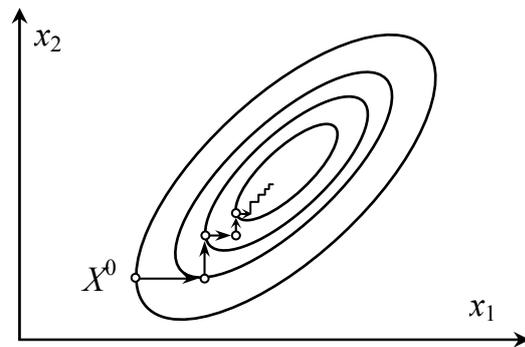


Рис. 1.9. Стратегия поиска минимума квадратичной функции методом покоординатного спуска

1.3.4. Метод градиента

Метод градиента основан на том, что градиент в окрестности некоторой точки X^j задает направление наискорейшего убывания или возрастания функции и для достижения экстремума функции необходимо

совершать движение от точки X^j вдоль направления градиента. Задаваясь нормированным значением градиента

$$\alpha_i^j = \frac{\frac{\partial I(X)}{\partial x_i} \Big|_{X=X^j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial I(X)}{\partial x_i} \Big|_{X=X^j} \right)^2}}; \quad i=1, 2, \dots, n,$$

процедуру поиска можно построить следующим образом:

$$x_i^{j+1} = x_i^j - h\alpha_i^j; \quad i=1, 2, \dots, n,$$

где h – шаг поиска.

Величина шага h влияет на приращение переменных. При большом значении h процесс поиска может стать расходящимся или совершать циклические колебания относительно точки экстремума. При малом значении h движение поиска к точке экстремума будет медленным. Рекомендация по выбору шага поиска h может быть следующей:

$$h^j = \begin{cases} h^{j-1} & \text{при } I(X^j) < I(X^{j-1}); \\ h^{j-1} / k & \text{при } I(X^j) \geq I(X^{j-1}), \end{cases}$$

где $k > 1$. Обычно принимают $k = 2$.

Следуя этой рекомендации, при движении поиска от точки X^0 шаг поиска выбирают заведомо большим и сохраняют его значение при выполнении следующих шагов поиска до тех пор, пока выполняется условие успешности поиска. При неуспешности шага поиска (при переходе через точку экстремума) каждый раз шаг уменьшается.

1.3.5. Метод наискорейшего спуска

Модифицируя метод выбора шага итерации, можно получить *метод наискорейшего спуска*. Алгоритм этого метода состоит в следующем. В начальной точке X^0 определяют направление вектор-градиента. Через точку X^0 по направлению вектор-градиента проводят прямую. Для точек этой прямой находят точку минимума функции I . Пусть это будет точка $X^{*,j}$.

В точке $X^{*,j}$ опять определяют направление вектор-градиента и повторяют описанную процедуру. Иными словами, в методе наискорейшего спуска коэффициент h^j на каждом шаге итерации выбирается из условия

$$\min_h I(X^j + h\Delta X^j).$$

Поиск экстремума методом наискорейшего спуска для функции двух переменных иллюстрирует рис. 1.10.

Достоинства градиентных методов пропорционального поиска и наискорейшего спуска, или, как их иногда называют, градиентных *методов первого порядка*, не исчерпываются только простотой реализации. Эти методы эффективно работают при начале счета из точки, значительно удаленной от оптимума. Однако вблизи окрестности оптимума сходимость методов резко падает. Теоретически число шагов в методе наискорейшего спуска может быть бесконечным.

Существуют методы высокого порядка, которые лишены этого недостатка и обладают быстрой сходимостью в окрестности оптимума. К ним относятся *методы второго порядка*, в частности *метод Ньютона–Рафсона*.

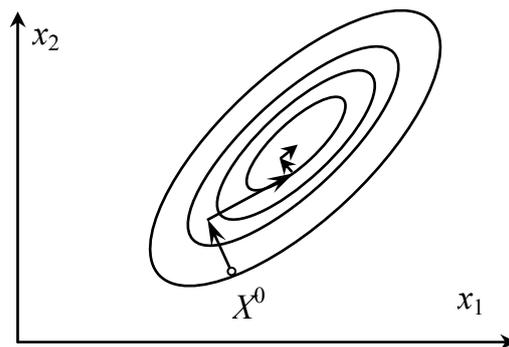


Рис. 1.10. Стратегия поиска минимума квадратичной функции методом наискорейшего спуска

1.3.6. Метод Ньютона–Рафсона

Чем ближе функция $I(X)$ к линейной, тем точнее можно судить о ее поведении по направлению градиента. Если же функция существенно нелинейная, то градиентные алгоритмы сходятся медленно. Сходимость алгоритмов поиска экстремума можно ускорить, если учесть поведение функции более детально, аппроксимировав ее, например, поверхностью второй степени. Однако при этом нужно избегать вычисления вторых производных, т. к. это очень трудоемко и часто сопровождается значительными погрешностями.

Метод Ньютона–Рафсона использует информацию как о кривизне, так и наклоне поверхности в рассматриваемой точке пространства X . Если X – скаляр, то наглядное представление о градиентном методе второго порядка можно получить из рис. 1.11.

На нем AA – функция $I(x)$, экстремальное значение которой соответствует точке A^* с координатой x^* . Для применения градиентного метода второго порядка задают некоторое начальное значение x , например x^0 . Затем определяют первую и вторую производные $I(x)$ по x при $x = x^0$. Используя значения производных, аппроксимируют зависимость $I(x)$ квадратичной параболой (кривая BB):

$$I \approx I(x^0) + \left(\frac{dI}{dx}\right)_{/x=x^0} \cdot (x-x^0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2I}{dx^2}\right)_{/x=x^0} \cdot (x-x^0)^2,$$

и находят экстремум этой параболы (точка B_1). Обозначим абсциссу этой точки через x^1 . Возьмем эту точку за новое приближение и повторим процедуру, аппроксимируя $I(x)$ в точке A_1 . Из рис. 1.11 видно, что уже две итерации дают хорошее приближение к точке максимума.

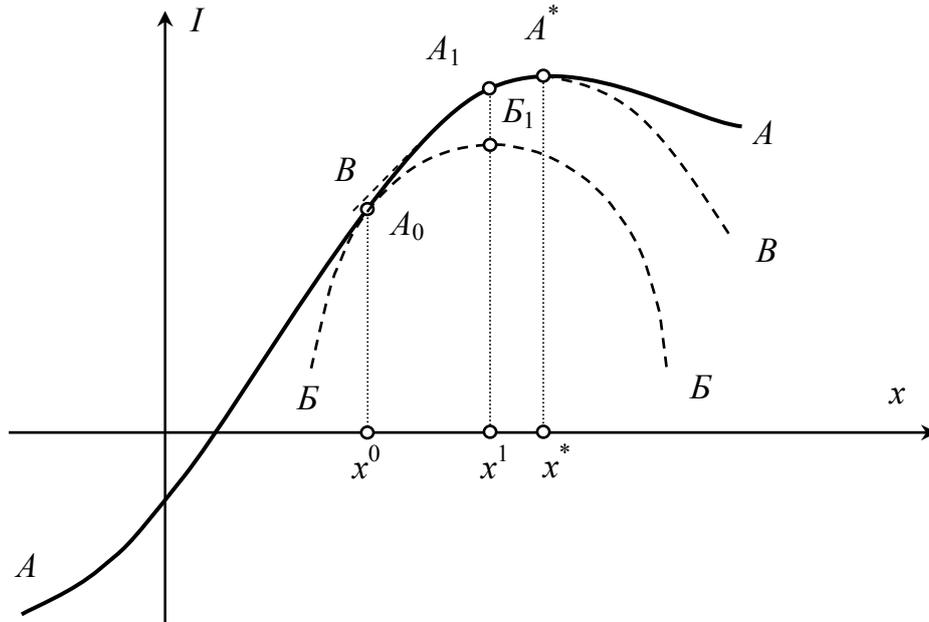


Рис. 1.11. Поиск экстремума методом Ньютона–Рафсона

Для случая положительно определенных квадратичных функций алгоритм градиентного метода второго порядка позволяет отыскивать экстремум за один шаг. В тех случаях, когда целевая функция сильно отличается от квадратичной, алгоритм также обеспечивает быструю сходимость при приближении к минимуму.

Методы второго порядка не лишены собственных недостатков. Это, в частности, необходимость вычисления и обращения матрицы вторых производных целевой функции. Кроме того, в начальной точке (особенно, если она удалена от оптимума) обратной матрицы вторых производных может не существовать; часто, даже если такая матрица может быть получена, она не имеет какой-либо связи с ее значением в окрестности оптимума. В результате процесс поиска может расходиться. Попытка объединить достоинства методов первого и второго порядка и в то же время исключить их недостатки существенно удалась в методах сопряженных направлений.

1.3.7. Методы сопряженных направлений

В методах сопряженных направлений используют некоторое характерное свойство квадратичной функции, существенно облегчающее поиск ее экстремума. Остановимся на этом свойстве подробнее.

Векторы S^0 и S^1 называют сопряженными относительно матрицы F , если выполнено условие

$$(S^0, FS^1) = 0. \quad (1.12)$$

Напомним, что выражение вида (\bar{a}, \bar{b}) обозначает скалярное произведение векторов \bar{a} и \bar{b} , т. е. произведение их длин на косинус угла между ними:

$$(\bar{a}, \bar{b}) = a \cdot b \cdot \cos(\bar{a}, \bar{b}),$$

где a и b соответственно длины векторов \bar{a} и \bar{b} .

Частным случаем сопряженных являются взаимно ортогональные векторы. В этом случае матрица $F = cE$ (где c – произвольный скаляр, E – единичная матрица), а условие (1.12) имеет вид:

$$c(S^0, ES^1) = c(S^0, S^1) = 0,$$

т. е. превращается в условие ортогональности.

В том случае, когда линии уровня минимизируемой функции двух переменных представляют собой окружности, ортогональные направления обладают замечательным свойством: если поиск минимума ведется по ортогональным направлениям, он приводит к минимуму за два шага. В случае функции n переменных, линии уровня которых – n -мерные сферы, поиск заканчивается не более чем за n шагов (рис. 1.12, а).

Аналогичным свойством по отношению к выпуклой квадратичной функции обладают направления, сопряженные относительно матрицы Гессе (матрицы вторых производных) этой функции (рис. 1.12, б). Если минимизируемые функции не являются квадратичными, но в окрестности точки минимума они могут быть аппроксимированы квадратичными, то метод поиска минимума по сопряженным направлениям обладает хорошей сходимостью.

Отметим, что условие сопряженности (1.12) является скалярным и не позволяет найти вектор S^1 по вектору S^0 и матрице F . При $n = 2$ это условие определяет направление вектора; при $n > 2$ направлений, сопряженных с S^0 , бесконечно много. На первом шаге выбирают одно из них; на втором шаге направление S^2 выбирают так, чтобы оно было сопряженным с S^0 и S^1 , и т. д.

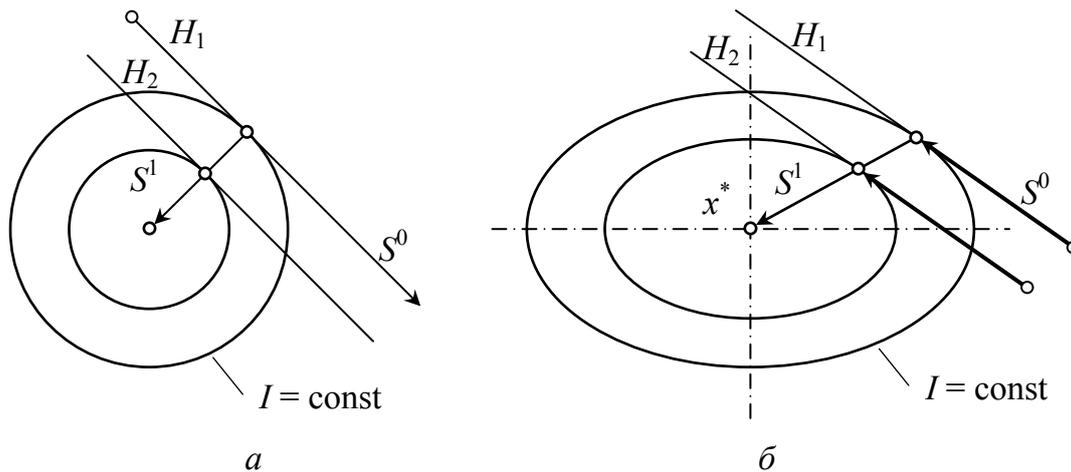


Рис. 1.12. Иллюстрация свойства сопряженных направлений для случая, когда линии уровня функции – окружности (а) и эллипсы (б)

Идея использования сопряженных направлений лежит в основе ряда алгоритмов. Изложим кратко один из них – *метод параллельных касательных*. Для определения сопряженных направлений по этому методу не требуется знание матрицы Гессе. Он основан на том, что для квадратичной выпуклой функции направление вектора S^1 , соединяющего две точки минимума, найденные вдоль двух параллельных касательных, имеющих направление S^0 , является сопряженным с S^0 относительно матрицы Гессе этой функции.

На рис. 1.12, б показаны линии уровня выпуклой квадратичной функции. Они представляют собой вложенные друг в друга эллипсы. Линия, проведенная через две точки касания к эллипсам параллельных друг другу прямых H_1 и H_2 , проходит через центр эллипсов x^* , т. е. через точку минимума функции. Точки же касания представляют собой точки минимума функции I вдоль линий H_1 и H_2 .

Практически удобно на первом шаге алгоритма для проведения параллельных касательных использовать один цикл покоординатного спуска. Действительно, если из точки X^0 (рис. 1.13) проведен один цикл покоординатного спуска, приводящий в точку X^2 , а из этой точки вновь

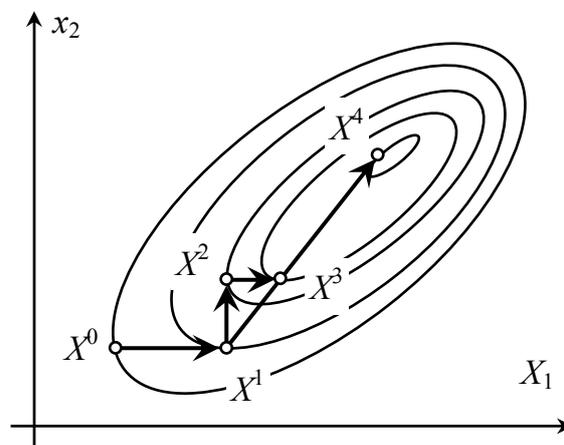


Рис. 1.13. Первый цикл алгоритма сопряженных направлений

проведен одномерный поиск по переменной x_1 , то точки X^1 и X^3 являются точками минимума I на двух параллельных прямых.

Поэтому следующий шаг алгоритма проводят как одномерный поиск вдоль прямой, соединяющей X^1 и X^3 . В дальнейшем описанный цикл повторяют до выполнения условия останова поиска экстремума. Такую разновидность алгоритма называют методом сопряженных направлений.

1.3.8. Метод сопряженных градиентов Флетчера–Ривса

На начальных этапах расчета метод сопряженных градиентов ведет себя как метод первого порядка, а в окрестности оптимума по характеру поведения приближается к методам второго порядка.

Приведенная ниже схема алгоритма (рис. 1.14) поясняет, как реализуется метод сопряженных градиентов Флетчера–Ривса.

Вычислительная схема метода сопряженных градиентов состоит в следующем.

Первый шаг аналогичен первому шагу метода наискорейшего спуска. Второй и следующие шаги выбираются каждый раз в направлении, образуемом в виде линейной комбинации вектор-градиента в данной точке и вектора предшествующего направления. Вычислительная схема строится по следующему правилу (знаки взяты в предположении поиска минимума):

$$x_i^{j+1} = x_i^j + h^j d_i^j, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где $d_i^0 = -\alpha_i^0$, ($j = 0$); $d_i^j = -\alpha_i^j + \beta^{j-1} d_i^{j-1}$, ($j \geq 1$); $\alpha_i^j = \frac{\partial I(X)}{\partial x_i} \Big|_{X=X^j}$.

Коэффициент β^{j-1} выбирается по правилу:

$$\beta^{j-1} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial I}{\partial x_i} \right)_{/X=X^j}^2 - \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial I}{\partial x_i} \right)_{/X=X^j} \cdot \left(\frac{\partial I}{\partial x_i} \right)_{/X=X^{j-1}} \right]}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial I}{\partial x_i} \right)_{/X=X^{j-1}}^2}.$$

Константа h^j определяется на каждом шаге последовательных приближений, так чтобы функция $I(X)$ минимизировалась в направлении d^j .

$$h^j = \arg \min_h I(X^j + h \cdot d^j).$$

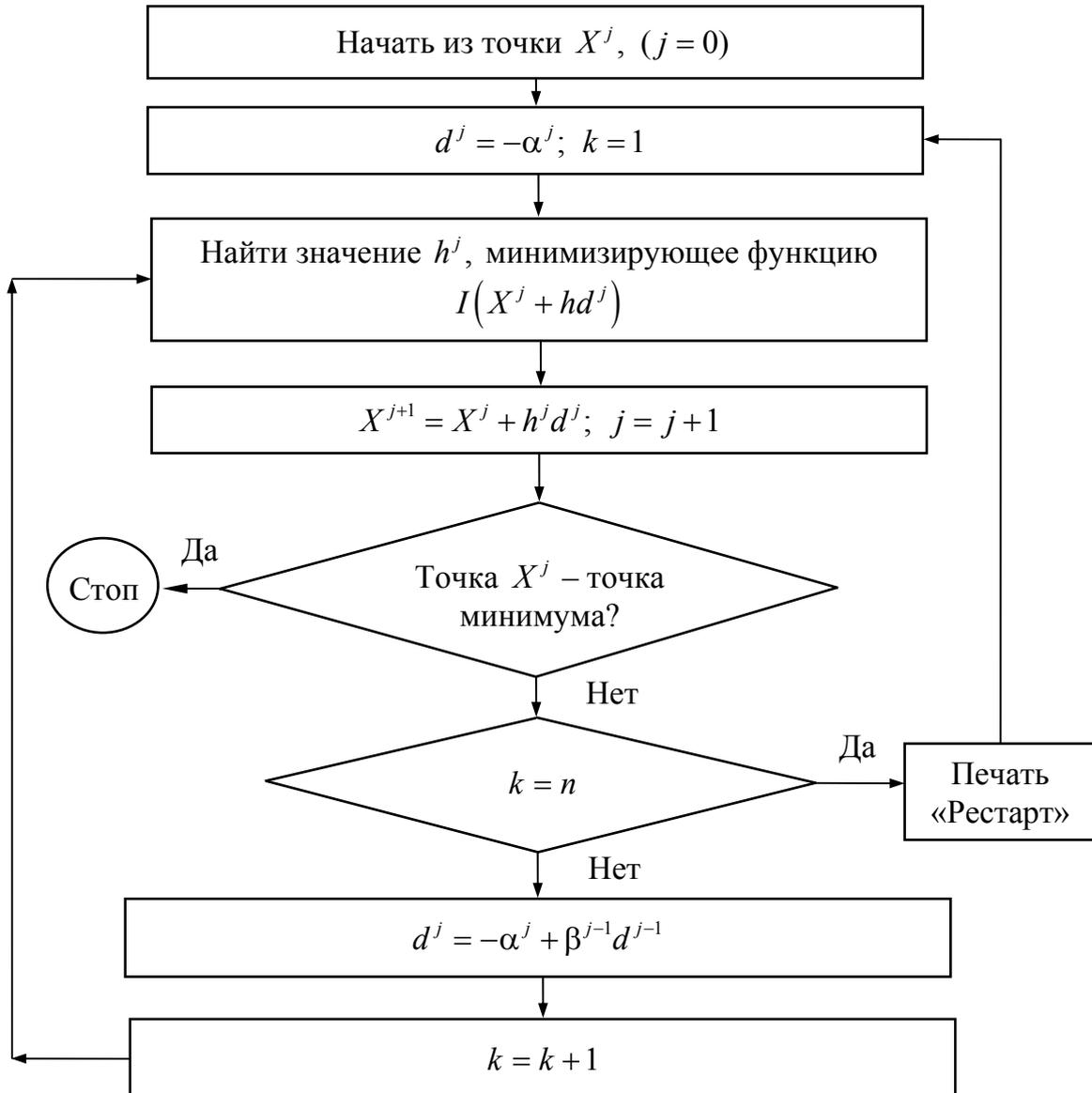


Рис. 1.14. Схема алгоритма метода сопряженных градиентов

При вычислении коэффициента β^{j-1} для квадратичной функции, когда градиенты $\nabla I(X^j)$ и $\nabla I(X^{j-1})$ взаимно ортогональны, вторая сумма в числителе равна нулю.

Для квадратичной функции n переменных точка минимума найдется после n циклов алгоритма. Для функции неквадратичной последовательности из n циклов повторяют, т. е. из точки X^n движутся по направлению антиградиента, как и из точки X^0 (рестарт), а затем до точки X^{2n} по сопряженным направлениям и т. д. Процесс поиска заканчивается при выполнении условия останова.

1.3.9. Поиск глобального экстремума

На практике встречается ситуация, когда функция $I(X)$ имеет несколько экстремумов. В этом случае необходимо найти глобальный экстремум. Для решения многоэкстремальных задач обычные градиентные методы не эффективны, т. к. поиск может закончиться в одном из локальных экстремумов.

Разработан ряд алгоритмов поиска глобального экстремума многоэкстремальной функции. Наиболее простые основаны на последовательном определении локальных минимумов и максимумов многоэкстремальной функции.

Пусть для определенности рассматривается задача поиска минимума. Процедура поиска строится следующим образом. Из некоторой начальной точки A_0 (рис. 1.15) при помощи одного из локальных методов определяется локальный минимум. Запоминаем экстремальное значение вектора координат $x_{\min}^{(1)}$ и величину $I_1 = f(x_{\min}^{(1)})$. Далее движемся по направлению возрастания функции до тех пор, пока не найдем экстремум $x_{\max}^{(1)}$. Новый поиск минимума функции начинаем с этой точки. Пусть координата нового минимума есть $x_{\min}^{(2)}$, и $I_2 = f(x_{\min}^{(2)})$. Если $I_2 < I_1$, то запоминаем I_2 ; если $I_2 > I_1$, по-прежнему помним I_1 .

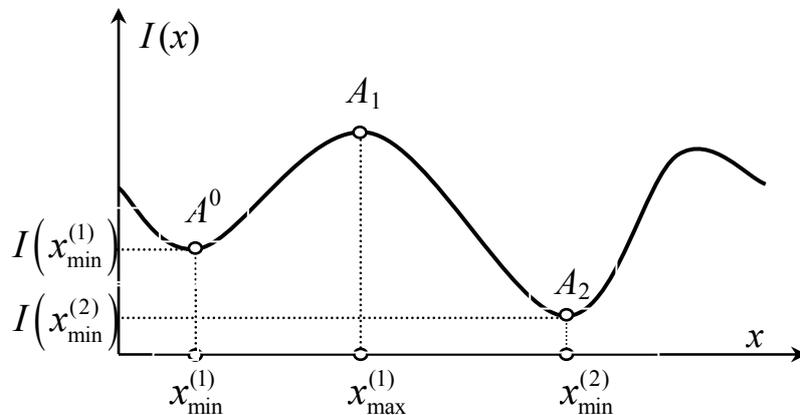


Рис. 1.15. Поиск глобального экстремума многоэкстремальной функции

В обоих случаях продолжаем двигаться по направлению $x_{\min}^{(2)} \rightarrow A_2$, пока не пройдем точку максимума, и на этом направлении повторяем описанную процедуру. Пусть теперь наименьший из минимумов, найденный по указанной процедуре, есть I_{\min} . Процесс поиска заканчивается в том случае, если при поиске точки $I_{\min} = I(x_{\min}^*)$ найдено подряд k минимумов, значения функции в которых больше, чем в точке x_{\min}^* .

1.3.10. Глобальный случайный поиск с гиперсферой и направляющим гиперконусом

Этот алгоритм реализует идею Л.А. Растригина «Глобальный поиск как поиск с самообучением» [2].

Зададимся некоторым произвольным начальным вектором $X^i \in V$. Из точки X^i сделаем m независимых случайных проб (здесь и в дальнейшем верхний индекс при X – номер точки допустимой области пространства V , а не компоненты вектора):

$$I\left(X^i + a \cdot \bar{\xi}^k\right), \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где a – постоянная величина (шаг поиска); $\bar{\xi}^k = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ – случайный, равномерно распределенный на отрезке $[-1, +1]$ вектор, нормированный так, чтобы

$$\sum_{i=1}^n (\xi_i)^2 = 1.$$

Оптимальным значением m считается величина размерности вектора X , т. е. $m = n$. Из этой совокупности проб выберем точку $X^i + a \cdot \bar{\xi}^*$, где $\bar{\xi}^*$ – направление наилучшей пробы, удовлетворяющей условию

$$I\left(X^i + a \cdot \bar{\xi}^*\right) = \min I\left(X^i + a \cdot \bar{\xi}^k\right), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (1.13)$$

Две точки X^i и $X^i + a \cdot \bar{\xi}^*$ определяют вектор W_i , который назовем вектором памяти. На этом векторе, как на оси, построим гиперконус с углом раскрытия 2ψ и вершиной в точке X^i . Из вершины конуса проведем гиперсферу радиуса a . Гиперконус отсечет от гиперсферы часть поверхности, на которой вновь сделаем m независимых случайных проб. Из этих проб выбирается точка, удовлетворяющая условию (1.13). Каждый раз вершина конуса переносится в выбранную точку, а вектор W_i меняет свое направление. Процесс поиска продолжается циклически (рис. 1.16).

На каждом шаге поиска проверяется условие

$$I\left(X^{i-2}\right) > I\left(X^{i-1}\right) < I\left(X^i\right),$$

при выполнении которого точка X^{i-1} отмечается как «подозрительная» на минимум. Движение продолжается на подъем, но угол раскрытия направляющего конуса уменьшается вдвое, чтобы придать поиску большую инерционность и предотвратить «сползание» в уже обнаруженный минимум. После перехода через «перевал»:

$$I(X^{i-2}) < I(X^{i-1}) > I(X^i),$$

угол раскрытия конуса восстанавливается.

Если в процессе поиска произойдет выход k -й компоненты вектора W_i за пределы допустимой области, то направление вектора будет выбираться из условия

$$\bar{\xi}^* = \{ \xi_1^*, \xi_2^*, \dots, \xi_{k-1}^*, 0, \xi_{k+1}^*, \dots, \xi_n^* \},$$

что позволит осуществить поиск вдоль границы ограничений и фиксировать подозрительные точки, лежащие на границе области V .

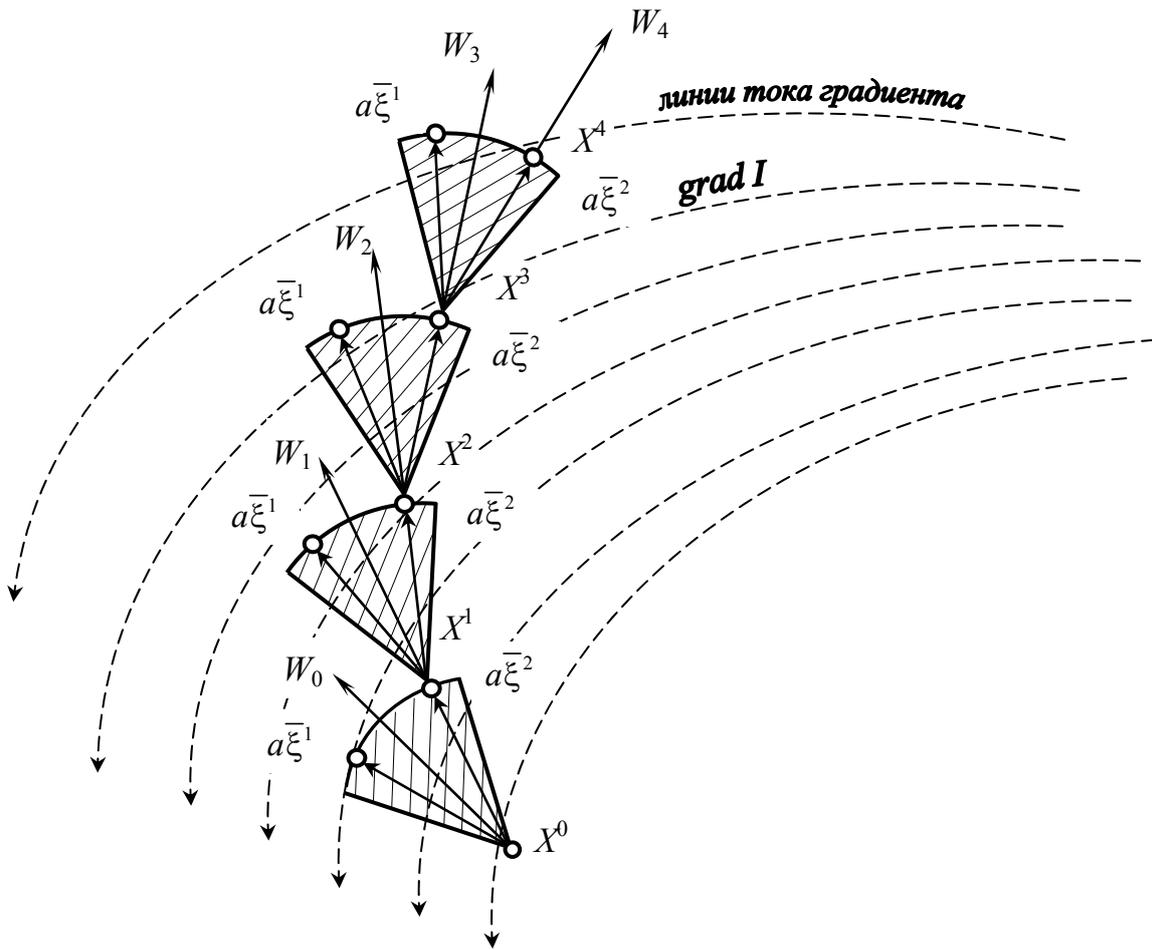


Рис. 1.16. Движение поиска в пространстве управлений при оптимизации алгоритмом с направляющим конусом ($m = n = 2$)

Движение поиска выполняется до тех пор, пока не будет израсходован ресурс числа вычислений значений функции цели. Из найденных точек, «подозрительных» на глобальный экстремум, осуществляются локальные спуски. Результаты локальных спусков сравниваются между собой, и на основе такого сравнения определяется глобальный минимум.

1.3.11. Оптимизация нелинейных целевых функций при наличии ограничений

С появлением ограничений поиск оптимума целевой функции существенно усложняется. Во-первых, в условиях оптимальности должен учитываться тот факт, что экстремум функции, заданной в некоторой допустимой области, может достигаться не в стационарной точке целевой функции, а на границе области. Во-вторых, вычислительные методы должны строиться с учетом возможности движения вдоль границы области.

Прежде всего остановимся на исследовании необходимых и достаточных условий оптимума целевой функции при наличии ограничений. Предположим вначале, что ограничения заданы функциями вида равенств $\varphi_j(X)=0$, $j=1, 2, \dots, m$. Для простоты рассуждений рассмотрим случай, когда целевая функция равна $I=f(x_1, x_2)$ и задано одно ограничение $\varphi(x_1, x_2)=0$. Пусть $I=f(x_1, x_2)=A$ определяет уравнение линии равного уровня.

В точке оптимума линия, задаваемая ограничением $\varphi(x_1, x_2)=0$, и одна из линий равного уровня $I=f(x_1, x_2)=A$ должны касаться друга (рис. 1.17). Здесь A – точка оптимума $X^*=(x_1^*, x_2^*)$. Определим направление вектор-градиентов целевой функции $I=f(x_1, x_2)$ и функции ограничений $\varphi(x_1, x_2)$. По определению, градиенты являются нормальными к касательным, проведенным к линиям равного уровня. Так как в точке оптимума касательные к целевой функции и функции ограничений совпадают, то градиенты целевой функции и функции, задаваемой ограничениями, коллинеарны, а их величины пропорциональны с точностью до множителя λ .

Отсюда в точке X^* должны выполняться: во-первых, условие, связывающее вектор-градиенты целевой функции и функции ограничений:

$$\frac{\partial f(X^*)}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial \varphi(X^*)}{\partial x_i} = 0; \quad i=1, 2,$$

во-вторых, требование, задаваемое ограничением

$$\varphi(X^*)=0.$$

Полученные равенства являются необходимыми условиями оптимума, а для выпуклых функций – не только необходимыми, но и достаточными. Их можно получать аналитически, если образовать вспомогатель-

ную функцию $L(X, \lambda)$, объединив целевую функцию с ограничениями с помощью неопределенных множителей λ_j . В общем случае

$$L(X, \lambda) = I(X) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \varphi_j(X).$$

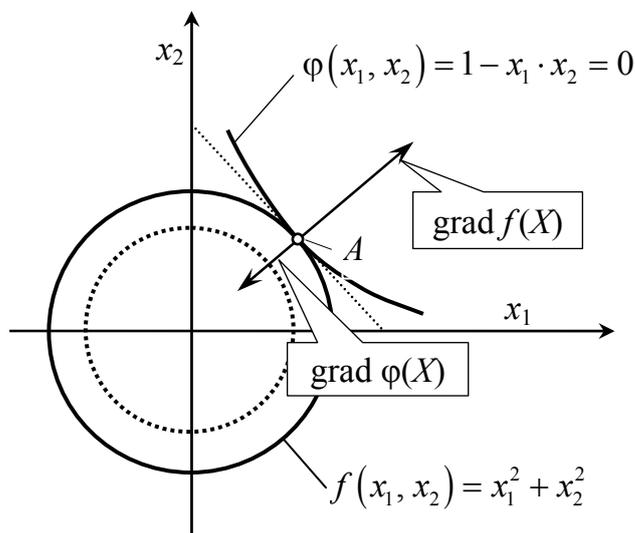


Рис. 1.17. Геометрическая интерпретация условий оптимума при ограничениях в форме равенств

Функция L , называемая *функцией Лагранжа*, уже не содержит ограничений. Множители λ новой функции называются *множителями Лагранжа*. Необходимым условием экстремума является обращение в ноль частных производных по переменным X и λ , а именно:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial I}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial \varphi_j(X^*)}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1, 2, n;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = \varphi_j(X) = 0; \quad j = 1, 2, m.$$

Итак, имеем систему из $(m+n)$ уравнений с n величинами x_j , и m величинами λ_j . В стационарной точке множители Лагранжа могут быть отрицательными, положительными или нулевыми.

1.3.12. Оптимизация при ограничениях в форме неравенств

Рассмотрим теперь задачу оптимизации, в которую входят ограничения в форме неравенств $\varphi_j(X) \geq 0; \quad j = 1, 2, m$. Прямые ограничения $X \geq 0$ можно рассматривать как частный случай $\varphi_j(X) \geq 0$.

Пусть X^* – оптимальная точка. Если оптимум находится не внутри допустимого множества, задаваемого ограничениями, а на границе, то ограничения могут быть разбиты на две группы: те, которые в оптимальной точке выполняются в виде строгих равенств $\varphi_j(X^*) = 0$, такие ограничения называют *активными*, и те, которые в оптимальной точке выполняются в форме неравенств $\varphi_j(X^*) > 0$, так называемые *неактивные*. В теории нелинейного программирования известна *теорема Куна и Такера*, которая обобщает метод множителей Лагранжа на ограничения, задаваемые в форме неравенств. Теорема устанавливает, что в точке X^* :

1) $\lambda_j \geq 0$, т. е. множители λ могут быть только положительными или нулевыми;

2) для всех неактивных ограничений $\lambda_j = 0$, для активных $\lambda_j > 0$, и т. к. для активных ограничений $\varphi_j(X^*) = 0$, то

$$\lambda_j \varphi_j(X) = 0; \quad j = 1, 2, m;$$

3) вектор-градиент целевой функции может быть представлен как линейная комбинация вектор-градиентов целевой функции и активных ограничений в точке X^* :

$$\nabla f(X) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla \varphi_j(X) = 0.$$

Теорема Куна и Такера дает необходимые, а при некоторых специальных предположениях и достаточные условия оптимума, позволяющие определить точку X^* .

Остановимся теперь кратко на методах вычисления оптимального значения X^* . Существует несколько возможностей.

1. Сведение задачи оптимизации к поиску седловой точки функции Лагранжа.

2. Определение оптимальной точки градиентными методами, или, как говорят, методами возможных направлений.

3. Определение оптимальной точки методами штрафных функций. Остановимся на некоторых из них.

Говорят, что функция Лагранжа имеет седловую точку X^* , λ^* , если для нее выполняется соотношение

$$L(X, \lambda^*) \leq L(X^*, \lambda^*) \leq L(X^*, \lambda).$$

Поиск седловой точки опирается на результаты, вытекающие из условий Куна–Такера, и в некоторых случаях является весьма эффективным.

При *градиентном методе поиска с возвратом* внутри допустимой области оптимум ищется с применением любого локального метода

поиска. Поиск продолжается до тех пор, пока не будут нарушены некоторые ограничения. Как только произойдет нарушение одного или нескольких ограничений, изображающая точка (рис. 1.18) начнет двигаться по направлению градиента функции $H(X)$, определяемой соотношением:

$$H(X) = \sum_{i=1}^m \varphi_i^*(X), \text{ где } \varphi_i^*(X) = \begin{cases} \varphi_i(X) & \text{при } \varphi_i(X) \leq 0; \\ 0 & \text{при } \varphi_i(X) > 0. \end{cases}$$

Закон движения определяется следующим выражением:

$$X^{j+1} = X^j + h\alpha^j, \text{ где } \alpha_i^j = \frac{\partial H(X)}{\partial x_i} / \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial H(X)}{\partial x_i} \right)^2}.$$

Следует отметить, что на границе области угол между векторами $\text{grad } I$ и $\text{grad } H$ близок к 180° . Поэтому, если изображающая точка выходит на ограничение, то далее она движется вдоль границы зигзагообразно, что, естественно, замедляет скорость поиска.

В задачах оптимизации со сложными ограничениями широко применяется *метод штрафных функций*.

Идея метода состоит в том, что при наличии ряда ограничений (равенств или неравенств) функция, подлежащая минимизации, заменяется новой, зависящей от штрафа за нарушение ограничений.

Эта функция должна обладать следующими свойствами:

- 1) в большей части допустимой области, определяемой ограничениями, быть равной минимизируемой функции;
- 2) достаточно быстро возрастать при выходе за границы допустимой области.

В качестве такой новой функции обычно применяют выражение:

$$L(X) = I(X) + kH^*(X).$$

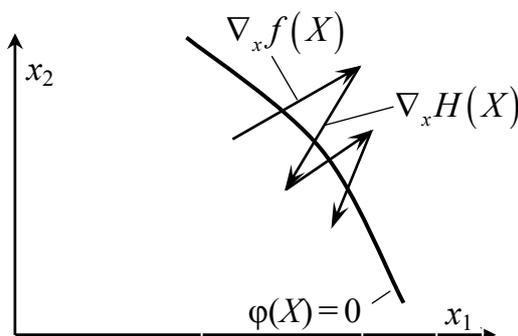


Рис. 1.18. Характер движения изображающей точки вдоль поверхности-ограничения

Здесь $H^*(X) = \sum_{i=1}^m [\varphi_i^*(X)]^2$ и $\varphi_i^*(X) = \begin{cases} \varphi_i(X) & \text{при } \varphi_i(X) < 0; \\ 0 & \text{при } \varphi_i(X) \geq 0. \end{cases}$

Константа k – достаточно большое положительное число, выбираемое таким образом, чтобы условие

$$k \cdot \left| \frac{\partial H^*(X)}{\partial x_i} \right| \gg \left| \frac{\partial I(X)}{\partial x_i} \right|, \quad \forall i = \overline{1, n}$$

выполнялось всюду за пределами допустимой области.

Применение метода штрафных функций удобно тем, что он позволяет пользоваться результатами классического анализа. Недостаток метода – трудность получения точного решения; поэтому его целесообразно использовать в сочетании с другими методами.

1.4. ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задача нахождения экстремального значения линейного функционала на множестве, определяемом системой линейных ограничений в виде равенств или неравенств, называется задачей линейного программирования.

Задача линейного программирования может быть сформулирована, например, следующим образом. Найти

$$\max_x I = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

при $\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i = b_j^{(1)}; \quad j = 1, 2, \dots, m;$

$$\sum_{i=1}^n a_{li} x_i \leq b_l^{(2)}; \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad x_i \geq 0.$$

Здесь c_i – весовые коэффициенты линейной целевой функции; $b_j^{(1)}$, $b_l^{(2)}$ – заданные значения ограничений.

Иными словами, задача линейного программирования состоит в том, что необходимо найти такие неотрицательные значения переменных x_i , которые, удовлетворяя системе линейных уравнений и (или) неравенств, обращали бы в максимум линейную целевую функцию. Для простоты предположим вначале, что отсутствуют ограничения в форме неравенств. Тогда задача линейного программирования может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \max_x I &= \sum_{i=1}^n c_i x_i; \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i &= b_j; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad x_i \geq 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Необходимое условие существования оптимального решения в задачах линейного программирования связано с наличием системы ограничений. Из (1.14) видно, что при отсутствии ограничений оптимального решения не существует, т. к. значения переменных и целевой функции могут быть бесконечными.

Как уже отмечалось ранее, система линейных ограничений задает допустимое множество значений x_i . Поэтому для обсуждения возможных решений задачи линейного программирования необходима система линейных ограничений, которые в данном случае заданы в виде равенств. Допустимые значения x_i могут быть получены из решения этой системы.

Систему линейных уравнений, обладающую решениями, называют *совместной*. Как известно из линейной алгебры, существует несколько возможных исходов в решении совместной системы уравнений.

Вначале положим, что число неизвестных n равно числу уравнений m , т. е. $m = n$, а уравнения линейно независимы. Если система уравнений совместна, то она является определенной и обладает одним-единственным решением. В этом случае задача оптимизации теряет смысл.

Рассмотрим теперь случай, когда число линейно независимых уравнений меньше числа неизвестных, т. е. $m < n$. Если система уравнений совместна, то у нее существует бесчисленное множество решений. При этом любым переменным $n - m$ можно придавать любые значения. Такие переменные называются *свободными*. Остальные переменные выражаются через свободные и называются *базисными*.

Случай, когда число линейно независимых уравнений больше числа неизвестных, требует иных методов решения и здесь не рассматривается. В задачах линейного программирования основной является ситуация, когда число линейно независимых уравнений меньше числа неизвестных и существуют различные решения, среди которых необходимо выбрать оптимальное.

Дадим задаче линейного программирования геометрическую интерпретацию. Для этого положим, что число линейно независимых уравнений на два меньше числа независимых переменных, т. е. $n - m = 2$.

Тогда, выбрав любые две переменные, например x_1 и x_2 , в качестве свободных, выразим через них остальные m базисных

$$x_i = d_{i1}x_1 + d_{i2}x_2 + \beta_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.15)$$

(По условию x_i должны быть неотрицательными.) Выбрав значения $x_i = 0$, получим $m = n - 2$ уравнений прямых, которые на плоскости x_1 и x_2 составят область допустимых решений, последняя на рис. 1.19 выделена штриховкой.

Найдем теперь оптимальное решение из числа допустимых. Применяя уравнение (1.15), выразим целевую функцию через свободные переменные x_1 и x_2 . В результате получим

$$I(x_1, x_2) = k_0 + k_1x_1 + k_2x_2. \quad (1.16)$$

Найдем такие x_1 и x_2 , при которых целевая функция достигает оптимального значения. Придавая целевой функции различные, но постоянные значения, получим линии равного уровня в виде параллельных прямых на плоскости x_1Ox_2 , рис. 1.17.

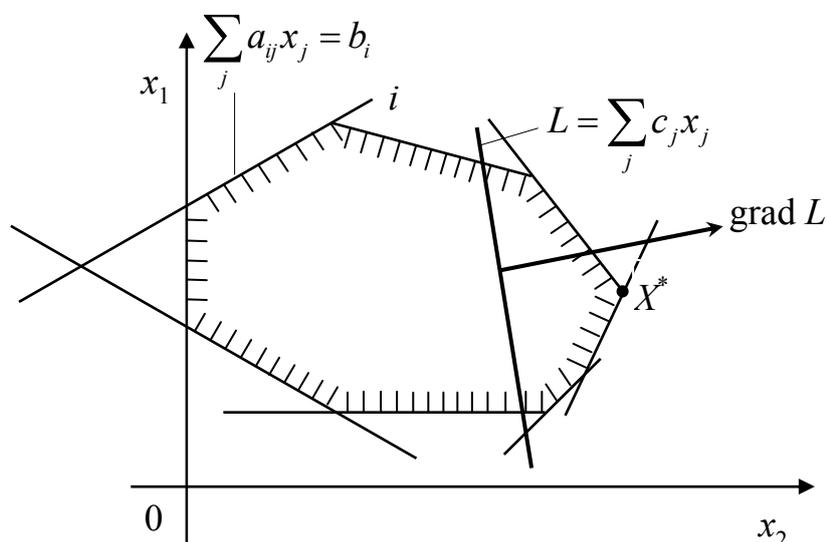


Рис. 1.19. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования

Пусть при перемещении прямой, характеризующей целевую функцию, в направлении, указанном стрелкой, целевая функция будет возрастать.

Очевидно, что максимального значения из всех допустимых целевая функция достигает в наиболее удаленной точке X^* с координатами x_1^* , x_2^* . Эта точка представляет собой вершину многоугольника ограничений. Подставляя в уравнение (1.15) значения x_1^* , x_2^* , можно найти оптимальные значения базисных переменных, а из уравнения (1.16) – оптимальное значение целевой функции.

Пусть теперь ограничения задаются не уравнениями, а неравенствами. Можно заметить, что неравенства могут быть сведены к уравнениям, если ввести дополнительные переменные:

$$\sum_{i=1}^n a_{li}x_i + y_l = b_l^{(2)}; \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

Таким образом, задача линейного программирования с ограничениями в форме неравенств может быть сведена к задаче линейного программирования с ограничениями в форме уравнений за счет увеличения числа переменных.

Перечислим теперь некоторые особенности, относящиеся к задаче линейного программирования.

1. Для того чтобы существовало оптимальное решение, целевая функция должна быть задана на замкнутом ограниченном множестве.

2. Число линейно независимых уравнений, которые задают множество ограничений, должно быть меньше числа неизвестных.

3. Решение задачи линейного программирования, оптимизирующее целевую функцию, всегда достигается в вершине многоугольника ограничений.

4. Решение является единственным, если линия равного уровня целевой функции не параллельна линиям ограничений в той стороне, где достигается оптимум. В противном случае задача имеет бесчисленное множество оптимальных решений.

5. Для того чтобы найти оптимальное решение, достаточно перебрать вершины и выбрать из них ту, где функция достигает оптимального значения.

Все перечисленные особенности сохраняются и в том случае, когда число неизвестных превышает число независимых уравнений больше чем на два. Только теперь множество, заданное ограничениями, в пространстве свободных переменных представляет собой выпуклый многогранник.

Прямой перебор вершин выпуклого многогранника даже при небольшом числе переменных и линейно независимых решений является трудоемким и малоэффективным способом решения задачи линейного программирования. Поэтому для решения подобных задач разработаны и разрабатываются алгоритмы направленного поиска оптимального решения. В основе всех современных вычислительных алгоритмов широко используется направленный поиск оптимального решения, известный под названием *симплекс-метода*. В этом методе решение задачи распадается на два этапа:

1) отыскание координат первой вершины многогранника ограничений, или (в терминах линейного программирования) опорного плана;

2) отыскание координат вершины многогранника ограничений, соответствующего оптимальному значению целевой функции (оптимального плана).

Процедура отыскания координат оптимальной вершины в симплекс-методе предполагает проверку координат вершины (плана) на оптимальность и переход в ту из соседних вершин, для которой значение целевой функции ближе всего подходит к оптимальному.

Таким образом, вычисление в симплекс-методе ведется по следующей схеме.

На первом этапе находится какое-нибудь, хотя бы и не очень удачное решение, удовлетворяющее совокупности линейных ограничений, или устанавливается, что такого решения не существует. На этом этапе выбираются базисные переменные, которые затем выражаются через свободные. Значения целевой функции выражаются через свободные переменные.

На следующем этапе выбирается та из свободных переменных, введение которой в число базисных способно улучшить значение целевой функции. Определяется, какая из базисных переменных должна быть исключена и сделана свободной. Геометрически эти операции эквивалентны выбору того из ребер многогранника ограничений, соединяющих исходную вершину с соседними, проекция градиента целевой функции на который максимальна. Затем вновь вводимая базисная переменная выражается через переменную, выводимую из числа базисных, и другие свободные переменные. Все остальные базисные переменные и значения целевой функции выражаются через новые свободные переменные. Если окажется, что введение любой из свободных переменных неспособно улучшить значение целевой функции, то найденная вершина является оптимальной. В противном случае все операции второго этапа повторяются. Доказано, что, если следовать этой схеме, оптимальное решение будет получено через конечное число шагов.

Рассмотрим некоторые из формальных методов, связанных с выбором опорного плана и способов его улучшения.

Пусть задача линейного программирования сформулирована следующим образом:

$$\begin{aligned} \max_x I &= \sum_{i=1}^n c_i x_i, \\ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i &\leq b_j; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad x_i \geq 0. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Если все компоненты b_j неотрицательны, то первый опорный план уже найден и определяется значениями $x_i=0$; $i=1, 2, \dots, n$. Если среди b_j есть k отрицательных, это значит, что решение не является опорным и его предстоит найти. Для отыскания первого опорного плана необходимо производить обмен базисных и свободных переменных так, чтобы число отрицательных свободных членов b_j ($j=1, 2, \dots, k$) с каждым этапом перебора убывало. Если в результате просмотра всех свободных переменных среди свободных членов останутся отрицательные, то система уравнений является несовместимой и допустимых решений не имеет.

Пусть теперь первый опорный план найден. Существует ряд методов проверки координат вершины на оптимальность. Остановимся на одном из них. Задача линейного программирования уже сформулирована в виде (1.17). Назовем такую задачу прямой. С нею связывается другая, которая по отношению к прямой называется двойственной:

$$\min_{\lambda} I(\lambda) = \sum_{j=1}^m b_j \lambda_j,$$

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \lambda_j \geq c_i; \quad i=1, 2, \dots, n; \quad \lambda_j \geq 0.$$

Из теоремы о соотношении прямой и двойственной задач, которая доказывается в линейном программировании, следует, что если существует решение прямой X_i^* ($i=1, 2, \dots, n$) и двойственной λ_j^* ($j=1, 2, \dots, m$) задачи, то справедливо соотношение

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i^* = \sum_{j \in s} b_j \lambda_j^*,$$

где s – множество индексов тех ограничений двойственной задачи, которые выполняются как строгие равенства в точке X_i^* ($i=1, 2, \dots, n$).

Доказывается, что если

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i^* = b_j; \quad j \in s,$$

то x_i^* является оптимальным решением прямой задачи в том и только в том случае, если существуют такие $\lambda_j \geq 0$, при которых

$$\sum_{j \in s} a_{ij} \lambda_j = c_i; \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Таким образом, для исходной вершины решается двойственная задача (разыскивается λ_j). Если вершина не оптимальна (не все $\lambda_j \geq 0$),

то из исходного множества s выводится некоторый элемент k , определяемый по правилу

$$\lambda_k = \min_j \left\{ \lambda_j \mid \lambda_j < 0 \right\}.$$

Геометрически это соответствует движению по ребру в сторону максимального улучшения значения целевой функции.

1.5. АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Ранее при рассмотрении методов оптимизации систем управления предполагалось, что характеристики объектов и действующих возмущений неизменны. Предполагалось также, что эти характеристики заранее известны в виде математической модели объекта управления. Однако на практике часто возникают случаи, когда непредвиденным образом и в широких пределах происходит изменение характеристик объекта, оказывающих влияние на качество управления. Возникает необходимость применения т. н. *адаптивных систем управления*. Говорят, что система является адаптивной, если она может автоматически анализировать полученные сигналы, извлекать из них необходимую информацию и на основе этой информации формировать алгоритм своей работы, направленный на изменение структуры системы и (или) ее параметров, обеспечивая оптимальное или близкое к оптимальному качество управления.

Исходя из того, что адаптивные системы должны действовать в условиях, вообще говоря, заранее не определенных, т. е. при неполной априорной информации, все они в зависимости от объема априорной информации, необходимой для их построения и функционирования, могут быть разделены на два класса (рис. 1.20): самонастраивающиеся и самоорганизующиеся.

В *самонастраивающихся системах* структура управляющего устройства задается из каких-либо предварительных соотношений и для достижения экстремального качества автоматически изменяются только параметры управляющего устройства. Самонастраивающиеся системы в зависимости от способа получения информации об управляемом процессе можно подразделить на поисковые и беспоисковые (аналитические).

Поисковой называют систему, в которой экстремум заданного критерия качества достигается применением специально организованного и целенаправленного изменения параметров управляющего устройства.

Беспоисковой называют систему, в которой не применяются специальные поисковые сигналы, а параметры управляющего устройства, обеспечивающие заданное качество управления, определяются на основе аналитических зависимостей.

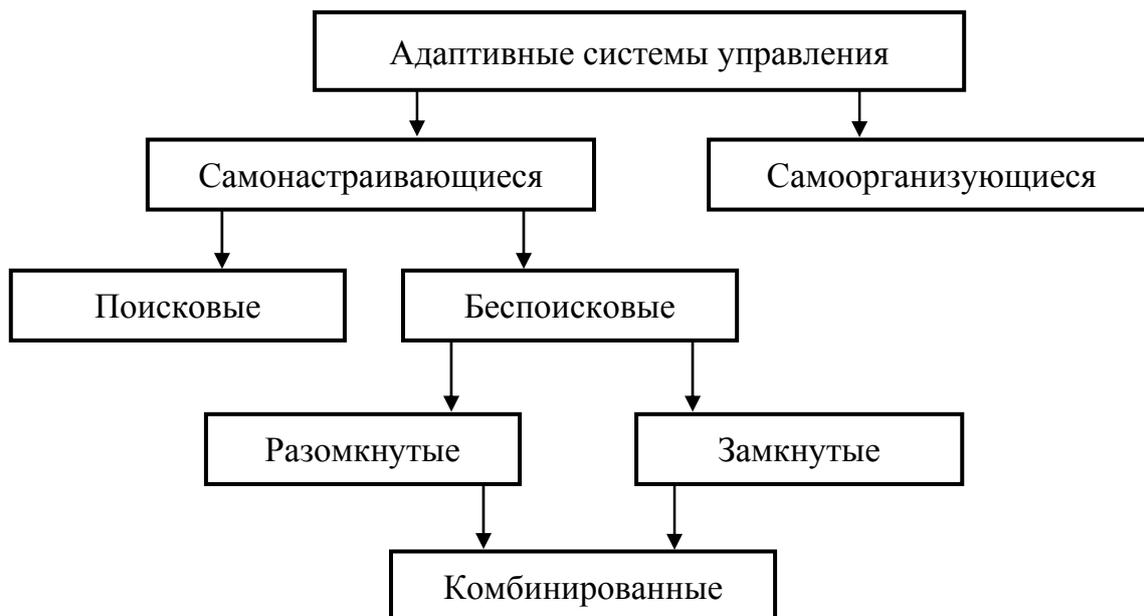


Рис. 1.20. Классификация адаптивных систем

Поисковые самонастраивающиеся системы имеют некоторые преимущества по сравнению с беспоисковыми ввиду использования априорной информации в меньшем объеме. В свою очередь, беспоисковые самонастраивающиеся системы имеют преимущество в том, что в этих системах отсутствуют поисковые движения. Применение поисковых движений приводит к дополнительным потерям и порой недопустимо по условиям эксплуатации.

Беспоисковые самонастраивающиеся системы делятся на системы с *разомкнутым* и *замкнутым контуром самонастройки*. Комбинированные системы сочетают оба способа. Наибольшее распространение получили системы с замкнутым контуром самонастройки и комбинированные.

В самонастраивающихся системах контуры самонастройки не зависят от основной цепи управления (рис. 1.21 и 1.22). Это свойство позволяет сравнительно легко присоединить контур самонастройки к существующим системам без их радикального изменения. Если контур самонастройки по каким-то причинам выходит из строя, то его можно отключить без ущерба для основной системы.

Существуют адаптивные системы, в которых управляющее устройство выбирают таким образом, чтобы система выполняла сразу двойственную функцию: управления и изучения. Такой способ управления, называемый *дуальным*, присутствует в той или иной мере в любой адаптивной системе, т. к. в ней всегда решается задача выбора компромисса между изучением и управлением.

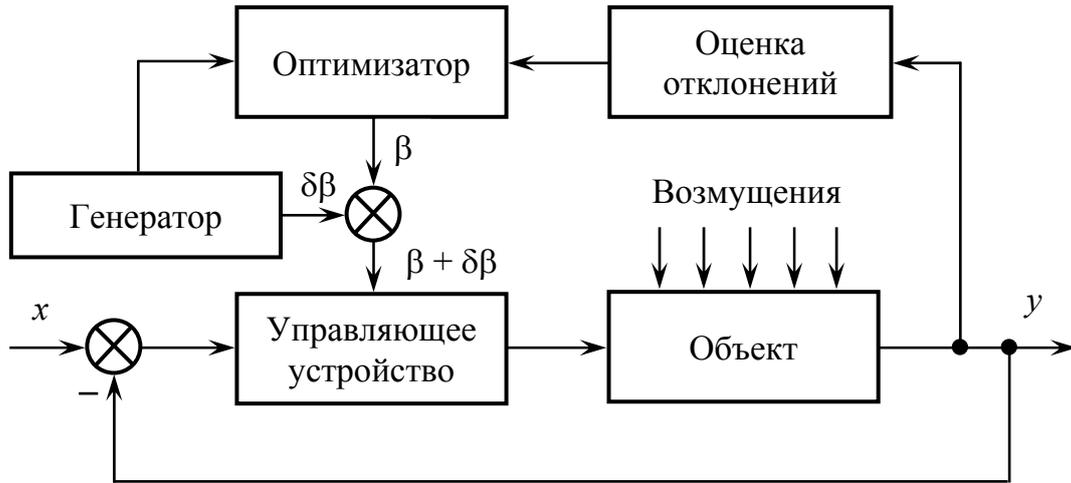


Рис. 1.21. Структурная схема поисковой системы

При проектировании самонастраивающихся систем управления важно правильно подойти к выбору принципа самонастройки. Этот выбор определяется всей совокупностью условий (в которых система должна работать), решаемой задачей, экономическими требованиями. Поэтому не существует общих рецептов. Однако некоторые соображения можно высказать.

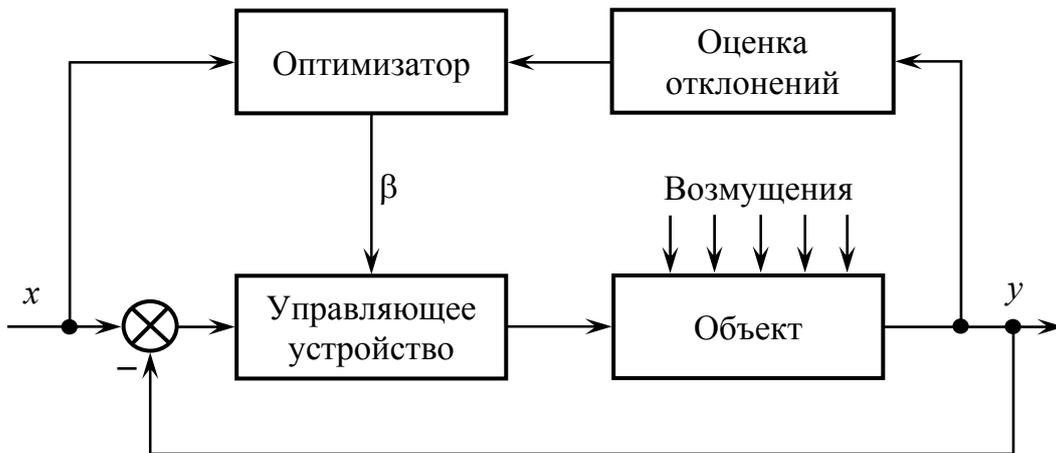


Рис. 1.22. Структурная схема беспойсковой системы

Систему с разомкнутым контуром самонастройки целесообразно применять там, где допустимы значительные отклонения от оптимальных режимов. Преимущества таких систем заключается в простоте реализации. При недостаточном объеме априорной информации о характеристиках объекта целесообразно применять поисковые принципы самонастройки, а также использовать самонастройку, основанную на корреляционных связях входных и выходных сигналов объекта. В тех случаях, когда характеристики объекта известны и возможно найти аналитические зависимости, целесообразно применить беспойсковые аналитические системы.

Самоорганизующиеся системы представляют собой наиболее совершенный класс адаптивных систем. В этих системах для достижения экстремального качества изменяются не только параметры, но и структура. Вследствие этого они нуждаются в минимальном объеме априорной информации.

Задачи адаптации в автоматических системах

Адаптация по существу является оптимизацией в условиях недостаточности априорной информации. С этих позиций самонастраивающаяся система может рассматриваться как некоторый технический комплекс, решающий задачу поиска экстремума целевой функции

$$I=Q(\vec{a}),$$

где I – некоторый критерий оптимальности; \vec{a} – вектор настраиваемых параметров.

Если система управления зависит от некоторых случайных последовательностей или случайных процессов $\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_n(t)$, то показатель качества можно представить в виде условного математического ожидания:

$$I(\vec{a}) = M_{\eta} \{Q(\vec{\eta}, \vec{a})\},$$

где $\vec{\eta}$ – вектор непрерывного или дискретного процесса.

Задача, решаемая самонастраивающейся системой, состоит в поиске таких значений параметров \vec{a}^* , при которых функционал достигает своего экстремума. Так как априори общий вид функционала может быть неизвестен, а информация о характеристиках объекта и возмущений также может меняться, то единственный путь решения задачи связан с текущим наблюдением и обработкой информации. В основе такой обработки лежат итерационные методы, в первую очередь вероятностные.

Чтобы изложить идею *вероятностных итерационных методов*, обратимся к следующей задаче. Пусть настраивается некоторая система, и в дискретные моменты времени $i = 1, 2, \dots$ получены значения выходной величины I_i . Для простоты положим, что рассматривается установившийся режим и ищутся статические зависимости, связывающие эту величину с настраиваемым параметром. Положим, что в каждый момент времени величина I_i связана с a_i соотношением

$$I_i = f(a_i) + q_i; \quad i = 1, 2, \dots,$$

где f – неизвестная функция; q_i – реализация шума.

Относительно шума сделаем предположение, что q_i является случайной величиной с нулевым математическим ожиданием

$$M \{q_i\} = 0.$$

Пусть желаемое значение настраиваемой функции есть I_0 . Будь известна функция f , можно было бы найти такое значение a^* , при котором $f(a^*) = I_0$.

Так как функция f неизвестна, то неизвестно и значение параметра a^* . Возникает вопрос: можно ли на основе значений I_1, \dots, I_n определить настройку a_i таким образом, чтобы

$$\lim_{i \rightarrow \infty} a_i = a^* ? \quad (1.18)$$

Для решения этой задачи может применяться итерационный алгоритм, который строится следующим образом. Выберем настройку a_1 . По предположению величина $I_1 = f(a_1) + q_1$. Составим выражение $a_2 = a_1 + \gamma_1(I_1 - I_0)$ (где γ – параметр алгоритма настройки). Для этого значения \bar{a}

$$I_2 = f(a_2) + q_2.$$

На i -м шаге

$$\left. \begin{aligned} a_i &= a_{i-1} + \gamma_{i-1}(I_{i-1} - I_0) \\ I_i &= f(a_i) + q_i \end{aligned} \right\}$$

Показывается, что алгоритм сходится к искомому значению, т. е. выполняется условие (1.18), если γ_i такие, что

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \infty; \quad \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty.$$

Примером последовательности, удовлетворяющей указанным условиям, является $\gamma_i = 1/i$, где $i = 1, 2, 3, \dots$. Рассмотренный итерационный алгоритм часто называют алгоритмом *стохастической аппроксимации*.

Полученные результаты можно распространить также и на поиск экстремума функционала, зависящего от многих переменных. По аналогии с дискретными алгоритмами стохастической аппроксимации могут быть получены и непрерывные алгоритмы. Последние получаются посредством предельного перехода от разностных уравнений к дифференциальным.

Итерационные алгоритмы адаптации могут быть реализованы, если они *сходятся*, т. е. если с течением времени стремятся к своему оптимальному значению. В связи с этим применение итерационных алгоритмов требует оценки их сходимости и скорости их сходимости. Проблема сходимости итерационных алгоритмов эквивалентна проблеме устойчивости в классической теории управления, а скорость сходимости эквивалентна – качеству управления.

В настоящее время разработаны методы исследования сходимости итерационных алгоритмов при создании конкретных адаптивных систем.

1.5.1. Системы автоматической оптимизации

Наиболее распространенным классом адаптивных систем являются самонастраивающиеся системы, не содержащие элементы обучения. Рассмотрим некоторые самонастраивающиеся системы, получившие наибольшее распространение в автоматическом управлении. Работу указанных систем разберем на примере объектов, у которых статические характеристики являются экстремальными. Системы управления, оптимизирующие подобные объекты, будем называть *системами автоматической оптимизации (САО)*.

Можно показать, что решение задачи оптимизации для объектов с экстремальными статическими характеристиками с помощью обычной АСР невозможно. В обычной АСР по текущему значению регулируемой величины и ее заданному значению всегда можно определить ошибку регулирования и по знаку этой ошибки установить направление изменения регулирующего воздействия для ликвидации ошибки регулирования.

Отличительная особенность САО от обычной АСР состоит в том, что в САО заданное значение регулируемой величины неизвестно и по текущему значению регулируемой величины нельзя определить необходимое направление изменения управляющего воздействия для достижения экстремума цели управления.

Для пояснения сказанного рассмотрим экстремальную статическую характеристику $y = f(x)$ некоторого объекта оптимизации (рис. 1.23).

Здесь x – входной сигнал объекта, а y – выходной сигнал, и его необходимо поддерживать на максимальном значении.

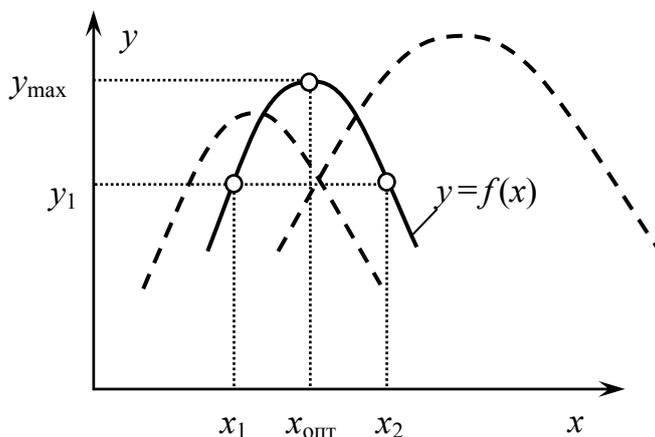


Рис. 1.23. Унимодальная характеристика объекта оптимизации

В реальных промышленных объектах оптимизации форма и положение характеристики $y = f(x)$ могут претерпевать изменения с течением времени под действием различных факторов (кривые, обозначенные пунктиром) и быть в текущий момент времени неизвестны. При этом известным является лишь то, что статическая характеристика объекта $y = f(x)$ имеет экстремум и что, например, $y = y_1$ при $x = x_1$ и при $x = x_2$ (рис. 1.23). Следовательно, по текущим значениям входного и выходного сигналов объекта нельзя установить необходимое направление изменения входного сигнала объекта, при котором выходной сигнал приближался бы к своему экстремальному значению.

Таким образом, для решения задачи оптимизации САО должна непрерывно выполнять поиск экстремума y .

Классификация систем автоматической оптимизации

Системы автоматической оптимизации можно классифицировать по способу выбора необходимого направления движения системы, обеспечивающего приближение к экстремуму. Соответственно, можно дать такую классификацию САО [3]:

1) САО с запоминанием экстремума, принцип действия которой основан на сравнении текущего значения y и наибольшего, достигнутого за предшествующее время, значения выходного сигнала;

2) САО шагового типа, выбирающие направление движения к экстремуму в соответствии со знаком приращения выходного сигнала Δy ;

3) САО, определяющие направление движения к экстремуму в соответствии со знаком производной dy/dx или dy/dt ;

4) САО со вспомогательной модуляцией, в которой направление движения к экстремуму определяется по разности фаз колебаний сигналов на входе и выходе объекта.

САО можно также различать по виду воздействия на объект исполнительным механизмом – непрерывные или дискретные. В непрерывных системах исполнительный механизм осуществляет непрерывное изменение входного сигнала объекта x , а в дискретных САО включение исполнительного механизма осуществляется лишь через некоторые интервалы времени.

Необходимо заметить, что существуют САО, в которых сочетаются признаки разных САО рассмотренной выше классификации.

Рассмотрим принцип действия некоторых САО, реализующих указанные в классификации принципы оптимизации экстремальных объектов управления.

1.5.2. САО с запоминанием экстремума

Вид структурной схемы САО с запоминанием экстремума приведен на рис. 1.24.

Выходной сигнал объекта y поступает на вход ЗУ – запоминающего устройства экстремального регулятора. Запоминающее устройство осуществляет запоминание y только при его увеличении. Уменьшение сигнала y не приводит к изменению сигнала на выходе ЗУ. Выходной сигнал ЗУ поступает на вход элемента сравнения ЭС, а затем сигнал разности $(y - y_{\max})$ с ЭС подается на сигнум-реле СР. При достижении сигналом разности $(y - y_{\max})$ зоны нечувствительности сигнум-реле y_H сигнум-реле сработает, что приведет к реверсу исполнительного механизма ИМ, а также к тому, что запомненное ЗУ значение y_{\max} сбросится и запоминание сигнала y начнется снова.

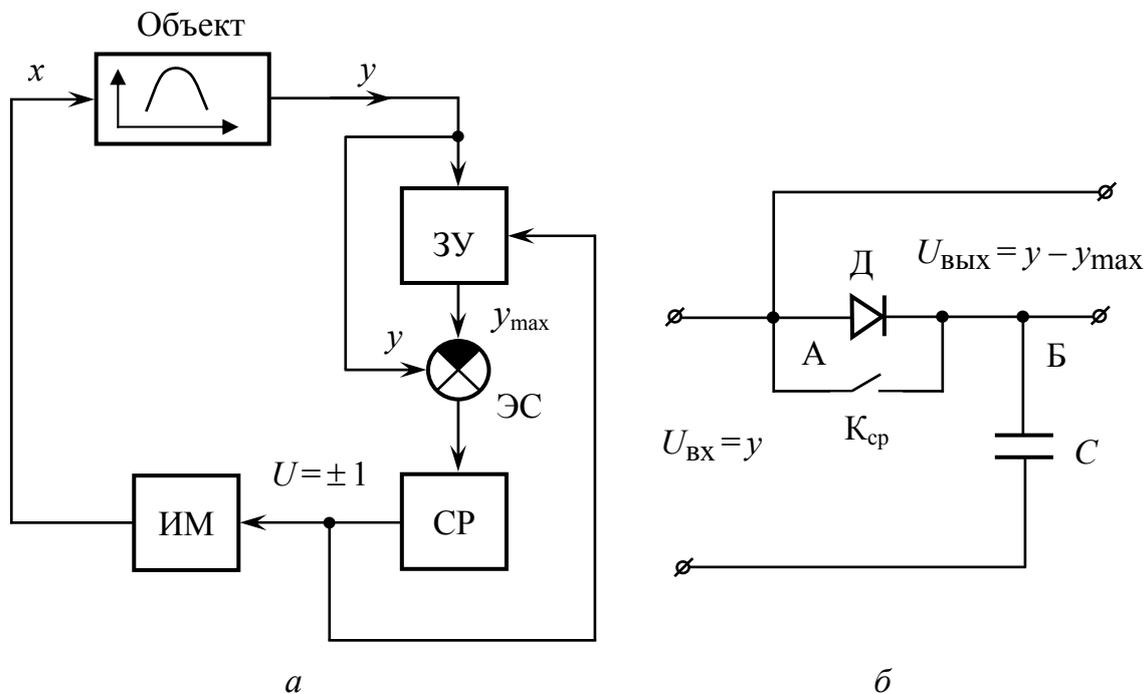


Рис. 1.24. САО с запоминанием экстремума:

а) структура системы; б) схема запоминания на электрической емкости

Схема запоминания (рис. 1.24, б, пример) работает следующим образом. При увеличении $U_{\text{ВХ}}$ диод пропускает входное напряжение, и напряжение на конденсаторе C равно $U_{\text{ВХ}}$. При этом потенциалы точек А и Б равны (падением напряжения на диоде пренебрегаем) и напряжение $U_{\text{ВЫХ}} = 0$. При уменьшении $U_{\text{ВХ}}$ (уменьшение выходного сигнала y объекта) потенциал точки Б становится больше потенциала точки А – диод

запирается. Появляется напряжение на выходе схемы $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{АБ}}$. Таким образом, $U_{\text{ВЫХ}}$ пропорционально разности между текущим значением y и его максимальным значением y_{max} , достигнутом в предыдущий момент времени. Когда $U_{\text{ВЫХ}}$ превысит зону нечувствительности y_{H} СР, произойдет срабатывание СР и реверс ИМ. При этом контакт $K_{\text{ср}}$ кратковременно замкнется и потенциалы точек А и Б сравняются. После этого конденсатор С запомнит текущее значение y , и начнется новый цикл работы схемы. Поясним работу САО с запоминанием экстремума (рис. 1.25).

Допустим, что в момент t_1 (точка M_1), ($x = x_1$, $y = y_1$) включен в работу экстремальный регулятор. В этот момент ЗУ запоминает y_1 .

Предположим, что экстремальный регулятор после включения в работу начал увеличивать значение x , при этом значение y уменьшается – ЗУ не реагирует на это.

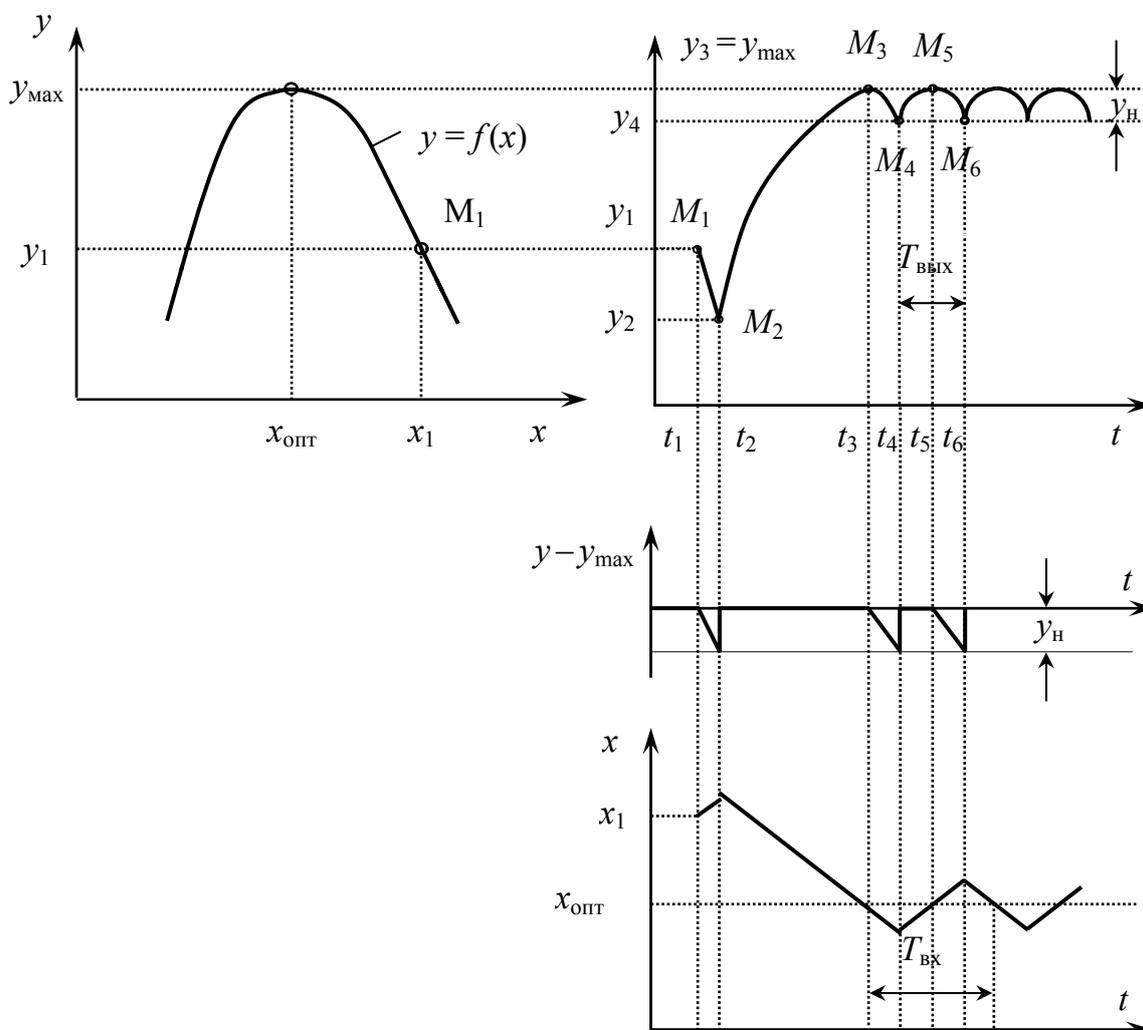


Рис. 1.25. Принцип работы САО с запоминанием экстремума

В результате на входе СР появляется сигнал $y - y_1$. В момент t_2 сигнал $y - y_1$ достигает зоны нечувствительности сигнум-реле y_H (точка M_2), которое срабатывает, производя реверс ИМ. После этого запомненное значение y_1 сбрасывается, и ЗУ запоминает y_2 . Сигнал x уменьшается, а y возрастает (траектория от точки M_2 к точке M_3).

Так как y все время увеличивается, выход ЗУ непрерывно следует за изменением y . В точке M_3 система достигает экстремума, но уменьшение x продолжается. Вследствие этого после точки M_3 значение y уже уменьшается, и ЗУ запоминает y_{\max} . На входе СР опять появляется сигнал $y - y_{\max}$. В точке M_4 , когда $y_4 - y_{\max} = y_H$, СР срабатывает, производя реверс ИМ и сброс запомненного значения y_{\max} и т. д. Устанавливаются колебания вокруг экстремума регулируемой величины. Из рис. 1.25 видно, что период колебаний входа $T_{\text{вх}}$ объекта в 2 раза больше, чем период колебаний выхода объекта $T_{\text{вых}}$. После срабатывания СР направление, в котором происходит последующее движение ИМ, определяется направлением его движения до момента срабатывания СР.

1.5.3. САО шагового типа

Схема САО с запоминанием экстремума приведена на рис. 1.26.

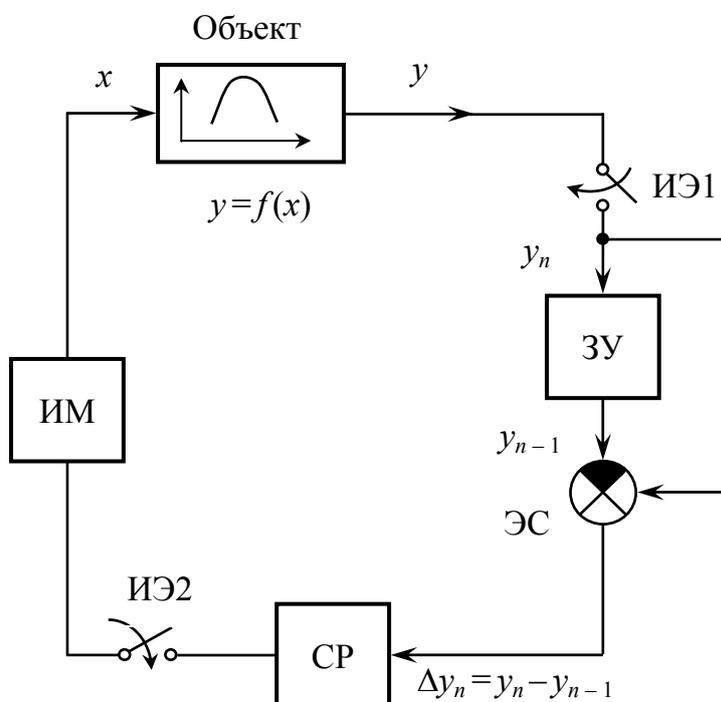


Рис. 1.26. Структурная схема САО шагового типа

Измерение y происходит дискретно посредством импульсного элемента ИЭ1 через равные промежутки времени Δt . Таким образом, ИЭ1 преобразует y в последовательность импульсов, высота амплитуды которых пропорциональна в тактовые моменты времени $t = n \cdot \Delta t$ значениям сигнала y . Значение сигнала y в момент времени $n \cdot \Delta t$ обозначим как y_n . Этот сигнал поступает на ЗУ, представляющее собой звено запаздывания, с величиной запаздывания, равной Δt . Вследствие этого на выходе ЗУ формируется сигнал y_{n-1} предыдущего значения y . Сигналы y_n и y_{n-1} подаются одновременно на элемент сравнения ЭС, на выходе которого формируется разность сигналов $\Delta y_n = y_n - y_{n-1}$. Через время Δt при $t = (n+1)\Delta t$ запомненное ЗУ значение y_{n-1} заменяется новым запомненным значением y_n , поступающим с выхода ЗУ на ЭС. В результате на вход СР поступает сигнал разности $\Delta y_{n+1} = y_{n+1} - y_n$. Итак, на СР в шаговой САО подается сигнал, пропорциональный Δy на интервале времени Δt . При $\Delta y > 0$ значение y увеличивается, и СР не производит реверс ИМ. При $\Delta y < 0$ СР срабатывает и производит реверс ИМ, изменяя направление сигнала x на входе объекта.

Между СР и ИМ расположен второй импульсный элемент ИЭ2, синхронно работающий с ИЭ1. Этот элемент периодически размыкает цепь питания ИМ и останавливает ИМ на время Δt . В рассматриваемой САО изменение входного сигнала объекта x с помощью ИМ осуществляется шагами, как правило, на постоянную величину Δx . Изменение x за шаг необходимо проводить так, чтобы время включения ИМ на этом шаге было минимально возможным. В этом случае характер изменения сигнала на входе в объект, формируемый ИМ, будет приближаться к скачкообразному. Итак, в рассматриваемой САО изменение направления следующего шага Δx_{n+1} происходит лишь при $\Delta y_n < 0$.

Рассмотрим графическую иллюстрацию движения к экстремуму шаговой САО, представленную на рис. 1.27.

Допустим, что начальное состояние объекта характеризуется точкой M_1 . Предположим, что экстремальный регулятор включается в работу в момент времени t_1 и ИМ делает шаг Δx на увеличение сигнала входа объекта. Сигнал на выходе объекта y при этом также увеличивается. Через время Δt (в момент времени t_2) ИМ производит шаг в ту же сторону, т. к. $\Delta y_1 = y_2 - y_1 > 0$. В момент времени t_3 ИМ производит еще один шаг на Δx в ту же сторону, т. к. $\Delta y_2 = y_3 - y_2 > 0$, и т. д. В момент

времени t_8 $\Delta y_7 = y_8 - y_7$ станет меньше нуля, СР срабатывает и следующий шаг Δx ИМ сделает в сторону уменьшения сигнала входа x и т. д.

Существуют шаговые САО, у которых Δx переменное и зависит от Δy .

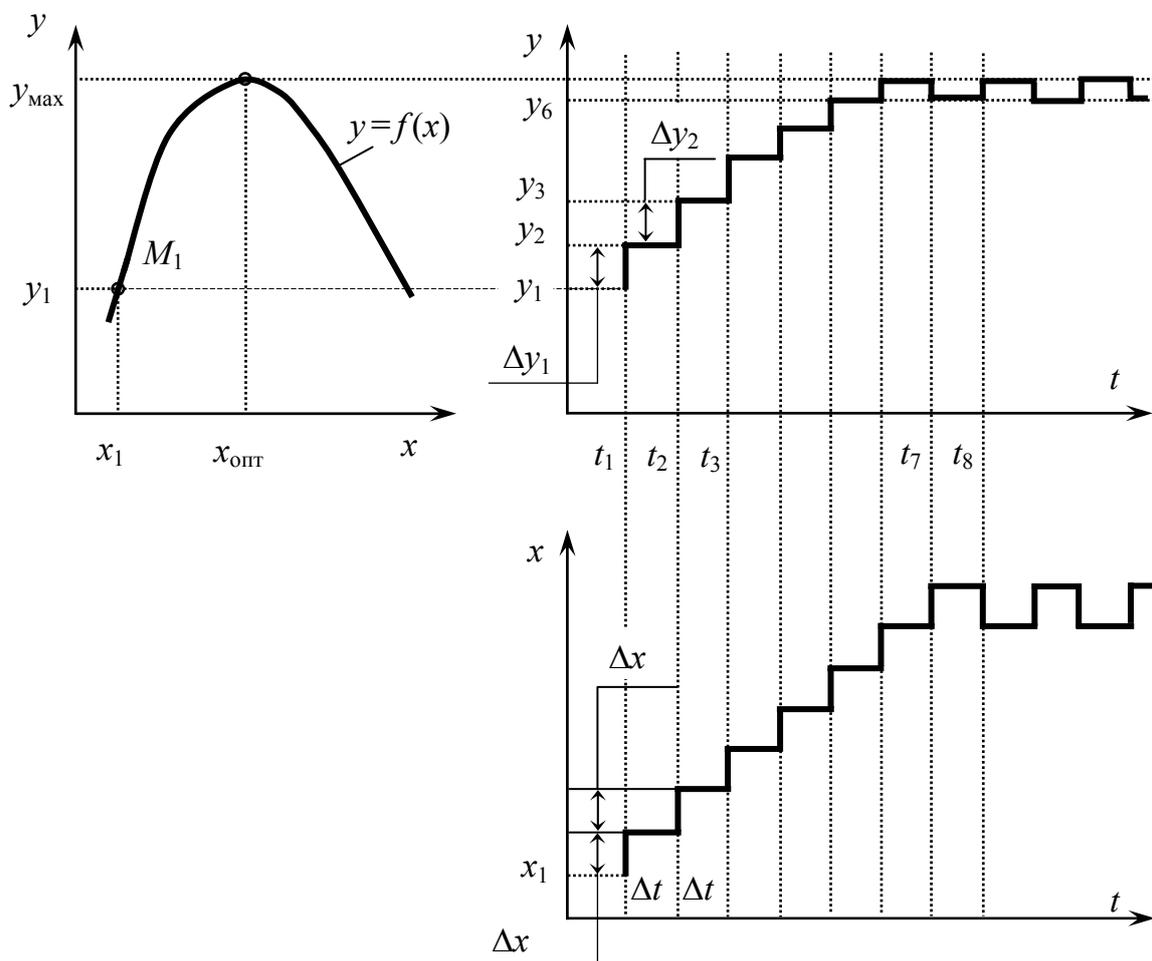


Рис. 1.27. Поиск экстремума в шаговой САО

1.5.4. САО с управлением по производной

В этих САО (рис. 1.28) используется следующее свойство: при переходе через экстремум производная функции меняет знак на противоположный. При $dy/dt > 0$ исполнительный механизм (ИМ) включен в правильном направлении. При $dy/dt < 0$ ИМ реверсируется. Сигнал по производной dy/dt формируется дифференциатором (Диф) и поступает на вход сигнум-реле (СР), которое включает ИМ в сторону, определяемую знаком производной.

Разновидностью приведенной САО может служить система с определением стороны включения ИМ по знаку производной dy/dx . При

$dy/dx > 0$ ИМ включается в сторону увеличения x , а при $dy/dx < 0$ ИМ включается в сторону уменьшения x . Сигнал по производной dy/dx может быть получен с помощью двух дифференциаторов, соответственно формирующих сигналы dy/dt и dx/dt :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}.$$

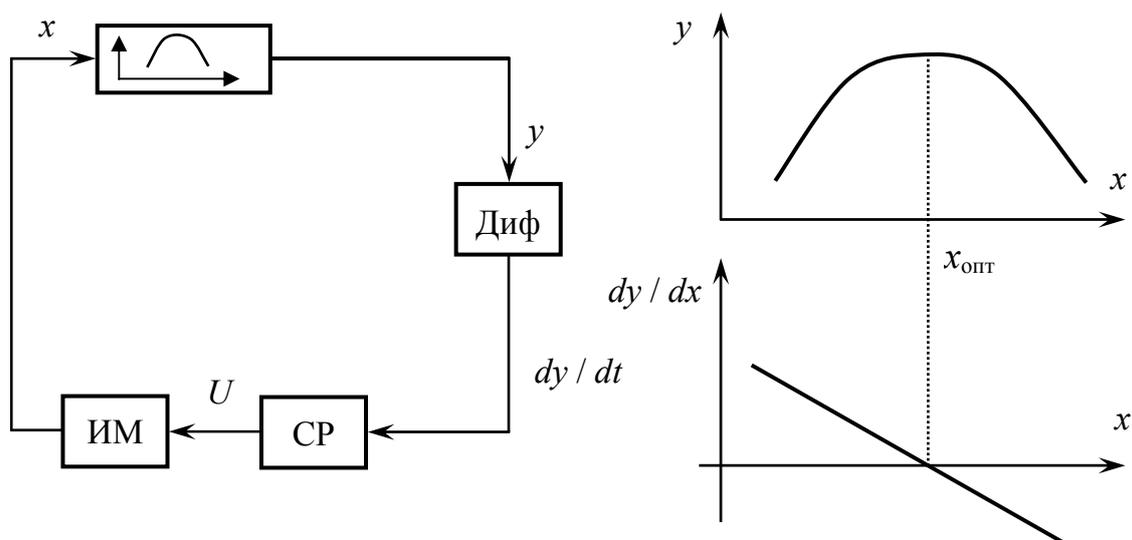


Рис. 1.28. САО с управлением по производной

Очевидно, что второй вариант системы существенно сложнее в реализации, чем первый.

1.5.5. САО со вспомогательной модуляцией

В этих САО (рис. 1.29, 1.30) используется следующее свойство: если во входной сигнал объекта добавить колебательную составляющую, то при движении системы до перехода через экстремум фазы колебаний входного и выходного сигналов объекта будут совпадать, а при переходе через экстремум будут различаться на 180° .

В САО со вспомогательной модуляцией отдельно формируются рабочие и поисковые движения. Входной сигнал x объекта с характеристикой $y = f(x)$ представляет собой сумму двух составляющих: $x = x_0(t) + a \cdot \sin(\omega_0 t)$, где a и ω_0 – амплитуда и частота колебаний поискового движения, имеющие постоянные значения. Поисковое движение $a \cdot \sin(\omega_0 t)$ формируется с помощью генератора Γ , а $x_0(t)$ представляет собой рабочее движение. При подаче на вход объекта поисковой состав-

ляющей $a \cdot \sin(\omega_0 t)$ на выходе объекта появляется колебательная составляющая выходного сигнала с той же частотой ω_0 (рис. 1.29).

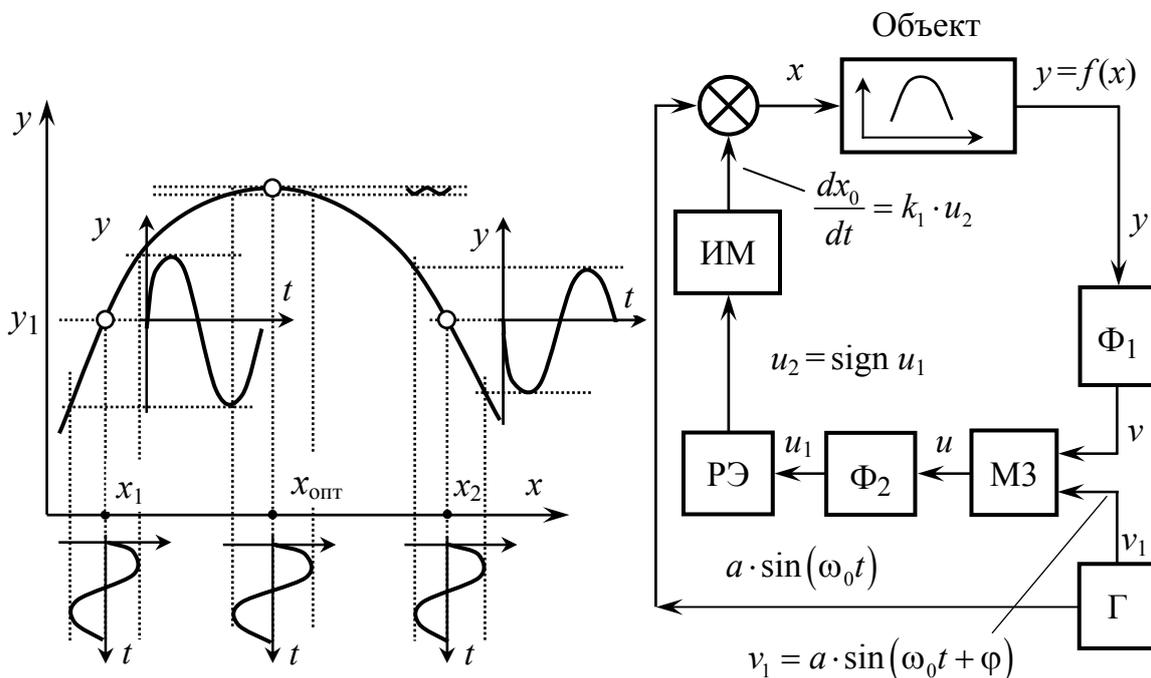


Рис. 1.29. Изменение фазы колебаний выходного сигнала

Рис. 1.30. Структурная схема САО

Анализируя рис. 1.29, можно заметить, что колебательные составляющие сигналов на входе и выходе объекта совпадают по фазе при $x_0 = x_1 < x_{\text{опт}}$. Таким образом, при совпадении по фазе колебательных составляющих сигналов на входе и выходе объекта требуется осуществлять увеличение x_0 . При $x_0 = x_2 > x_{\text{опт}}$ разность фаз входных и выходных колебаний объекта составляет 180° и, следовательно, необходимо уменьшать x_0 , для того чтобы обеспечить движение системы в направлении к экстремуму. При $x_0 = x_{\text{опт}}$ в выходном сигнале объекта исчезают колебания с частотой ω_0 и появляются колебания с большей, чем ω_0 , частотой (с частотой $2\omega_0$, если статическая характеристика объекта в окрестности точки экстремума близка к параболе, в противном случае могут появиться колебания с частотой большей, чем $2\omega_0$).

Поисковые колебания должны иметь небольшую амплитуду, т. к. они, проходя на выход объекта, приводят к появлению ошибки в достижении экстремума.

Выделение колебательной составляющей выходного сигнала объекта с частотой ω_0 осуществляется фильтром Φ_1 (рис. 1.30). При этом фильтр Φ_1 , пропуская составляющую выходного сигнала с частотой ω_0 ,

не должен пропускать постоянную составляющую сигнала y и его другие составляющие, не имеющие частоту ω_0 .

С выхода фильтра Φ_1 колебательная составляющая выходного сигнала объекта, имеющая частоту ω_0 , поступает на вход множительного звена МЗ. На другой вход множительного звена подается опорный сигнал $v_1 = a \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Фаза φ сигнала v_1 вводится для учета сдвига по фазе входных и выходных колебаний, который вносится как фильтром, так и объектом за счет его инерционности. Величина φ может быть определена в процессе наладки САО.

Напряжение на выходе множительного звена $u = v \cdot v_1$. При значении $x < x_{\text{опт}}$

$$\begin{aligned} u &= v \cdot v_1 = b \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \cdot a \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = a \cdot b \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{a \cdot b}{2} [1 - \cos(2 \cdot (\omega_0 t + \varphi))]. \end{aligned}$$

При входном сигнале объекта $x > x_{\text{опт}}$ выходной сигнал множительного звена МЗ определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} u &= v \cdot v_1 = b \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + 180^\circ) \cdot a \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= -a \cdot b \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = -\frac{a \cdot b}{2} [1 - \cos(2 \cdot (\omega_0 t + \varphi))]. \end{aligned}$$

С выхода МЗ сигнал u поступает на вход низкочастотного фильтра Φ_2 . Этот фильтр должен пропускать постоянную составляющую сигнала u и не должен пропускать его переменную составляющую. Выделенная фильтром Φ_2 постоянная составляющая сигнала $u = u_1$ с выхода фильтра поступает на вход релейного элемента РЭ (или в другом варианте этой САО – на вход фазочувствительного усилителя, управляющего исполнительным механизмом). В САО с релейным элементом применяется исполнительный механизм с постоянной скоростью перемещения, а в САО с фазочувствительным усилителем применяют исполнительный механизм с переменной скоростью перемещения.

В САО с фазочувствительным усилителем скорость движения САО к оптимуму зависит от величины амплитуды колебаний выходного сигнала объекта, которая, в свою очередь, определяется отклонением текущего значения сигнала x от его оптимального значения $x_{\text{опт}}$.

1.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ

1.6.1. Вариация функционала и ее свойства

Функционалом называют переменную величину I , зависящую от функции $y(x)$ из некоторого множества функций, если каждой функции из этого множества соответствует определенное значение I . Функционал I , зависящий от функции $y(x)$, будем обозначать как $I[y(x)]$.

Приращением, вариацией δy функции $y(x)$ называют разность двух функций $\delta y = y(x) - y_1(x)$, при этом предполагается, что функция $y(x)$ может меняться произвольно в рамках некоторого класса функций.

Определение непрерывности функционала можно дать по аналогии с понятием непрерывности функции: функция является непрерывной, если при малом изменении ее аргумента изменение функции можно считать малым.

По аналогии: функционал $I[y(x)]$ является непрерывным, если при малом изменении $y(x)$ изменение $I[y(x)]$ также можно считать малым. Однако такое определение требует уточнения, т. к. неясно, какие изменения аргумента $y(x)$ функционала $I[y(x)]$ можно считать малыми или, иначе, какие функции: $y = y(x)$ и $y_1 = y_1(x)$, можно считать близкими.

Близкими функции y и y_1 можно считать, например, в том смысле, что при всех значениях x из области задания функций мал модуль их разности. Другими словами функции $y = y(x)$ и $y_1(x)$ считаются близкими, если они являются близкими по ординатам.

При таком определении близости, функционалы, имеющие вид

$$I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$$

из-за наличия производной y' будут непрерывными в редких случаях.

Например, если функционал есть длина кривой между точками A и B , то длина близкой кривой (близкой по ординатам) может весьма сильно отличаться от длины кривой $y(x)$ (рис. 1.31).

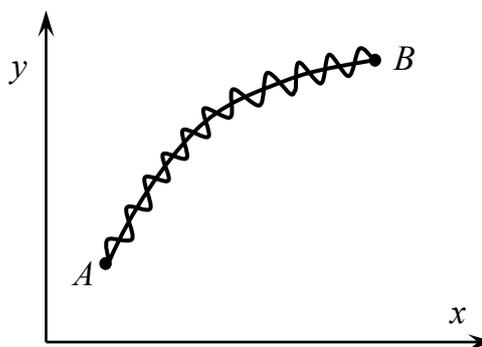


Рис. 1.31. Пример близких по ординатам кривых

Поэтому в большинстве случаев имеет смысл считать близкими такие функции, которые являются близкими не только по ординатам, но и по производным, т. е. при малом модуле разности $|y(x) - y_1(x)|$ и при малом модуле разности производных $|y'(x) - y_1'(x)|$. В некоторых случаях возникает необходимость полагать близкими функции, имеющие малые значения для каждой разности $|y - y_1|$, $|y' - y_1'|$, $|y'' - y_1''|$, ..., $|y^{(n)} - y_1^{(n)}|$.

Учитывая сказанное, можно дать ряд определений близости кривых $y(x)$ и $y_1(x)$.

Функции $y(x)$ и $y_1(x)$ являются близкими в смысле близости нулевого порядка, если выполняется условие малости модуля $|y(x) - y_1(x)|$.

Функции $y(x)$ и $y_1(x)$ являются близкими в смысле близости первого порядка, если выполняются условия малости модулей разности $|y(x) - y_1(x)|$ и $|y'(x) - y_1'(x)|$.

Функции $y(x)$ и $y_1(x)$ близки в смысле близости k -го порядка, если малы модули разности

$$|y - y_1|; |y' - y_1'|; |y'' - y_1''|; \dots; |y^{(k)} - y_1^{(k)}|.$$

Таким образом, если функции являются близкими в смысле близости k -го порядка, то они являются близкими и в смысле близости любого порядка, меньшего, чем k . С учетом сказанного уточним понятие непрерывности функционала.

Функционал $I[y(x)]$ будет являться непрерывным в смысле близости k -го порядка при $y = y_0(x)$, если при любом положительном ε найдется такое $\delta > 0$, что $|I[y(x)] - I[y_0(x)]| < \varepsilon$ при $|y(x) - y_0(x)| < \delta$; $|y'(x) - y_0'(x)| < \delta$; ...; $|y^{(k)}(x) - y_0^{(k)}(x)| < \delta$; при этом подразумевается, что $y(x)$ берется из того класса функций, на котором функционал определен.

Рассмотрим понятие вариации функционала. Это понятие аналогично понятию дифференциала обычной функции.

По определению вариация функционала [4]

$$\delta I = \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x) + \alpha \cdot \delta y]_{\alpha=0}.$$

Смысл вариации функционала заключается в следующем. Составим приращение функционала:

$$\Delta I = \int_{x_0}^{x_1} F(x; y + \alpha \cdot \delta y; y' + \alpha \cdot \delta y') dx - \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx.$$

Считая α малой величиной, разложим $\Delta I(\alpha)$ в ряд Тейлора при $\alpha = 0$:

$$\Delta I(\alpha) = \frac{\alpha}{1!} \cdot \frac{\partial I(y + \alpha \cdot \delta y)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} + \frac{\alpha^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 I(y + \alpha \cdot \delta y)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha=0} + \dots$$

Отсюда видно, что *вариация* $\delta I = \frac{\partial I}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0}$ *есть главная часть приращения функционала*, аналогично тому, как дифференциал есть главная часть приращения функции.

Величина $\frac{\partial^2 I}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha=0} = \delta^2 I$ называется второй вариацией функционала.

Дадим следующее определение.

Функционал $I[y]$ при $y = y_0(x)$ достигает максимума, если для любой близкой к $y = y_0(x)$ функции значение функционала $I[y(x)]$ не больше $I[y_0(x)]$. Таким образом $\Delta I = I[y(x)] - I[y_0(x)] \leq 0$.

Аналогично определяется минимум функционала. При этом $\Delta I \geq 0$ по отношению ко всем близким к $y = y_0(x)$ функциям.

Теорема. Если функционал $I[y(x)]$ имеет экстремум (максимум или минимум) при $y = y_0(x)$, то при $y = y_0(x)$ вариация функционала $\delta I = 0$.

Доказательство. При фиксированных y_0 и δy значение функционала $I[y_0(x) + \alpha \cdot \delta y] = \varphi(\alpha)$ есть функция параметра α , которая по предположению достигает экстремума при $\alpha = 0$, поэтому $\varphi'(0) = 0$, или

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} I[y_0(x) + \alpha \cdot \delta y] \Big|_{\alpha=0} = \delta I = 0.$$

Итак, на кривых, на которых функционал достигает экстремума, его вариация равна нулю.

1.6.2. Уравнение Эйлера

Исследуем на экстремум функционал

$$I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} F[x, y(x), y'(x)] dx,$$

для которого граничные точки A и B допустимых варьируемых кривых закреплены: $y(x_0) = y_0$, $y(x_1) = y_1$ (рис. 1.32).

Будем полагать, что функция $F(x, y, y')$ является дифференцируемой по каждому из аргументов x, y, y' .

Будем также считать, что экстремум функционала достигается на кривой $y = y(x)$, имеющей первую и вторую производные. Возьмем какую-либо близкую к $y = y(x)$ допустимую кривую $y = \bar{y}(x)$ и на основе $y = y(x)$ и $y = \bar{y}(x)$ создадим семейство однопараметрических кривых $y(x, \alpha) = y(x) + \alpha \cdot [\bar{y}(x) - y(x)]$.

При $\alpha = 0$ получим кривую $y = y(x)$, на которой по предположению достигается экстремум. При $\alpha = 1$ получим $y = \bar{y}(x)$ – допустимую близкую кривую, так называемую кривую сравнения (рис. 1.33).

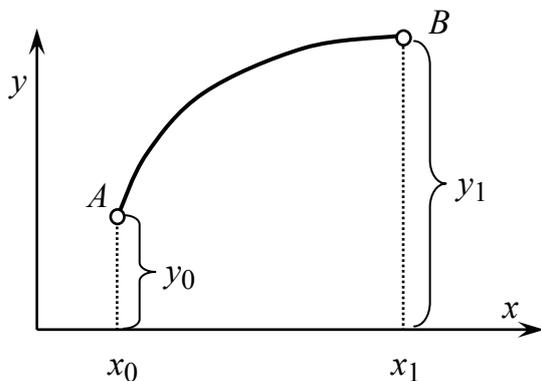


Рис. 1.32. К постановке задачи

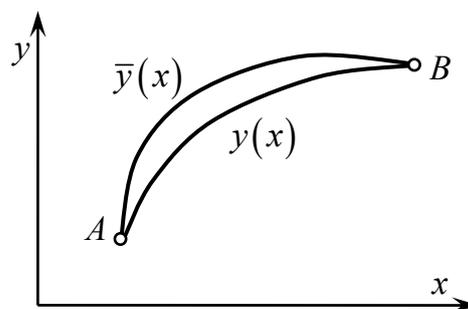


Рис. 1.33. Кривые $y = y(x)$ и $y = \bar{y}(x)$

Мы уже знаем, что разность $\bar{y}(x) - y(x)$ называется вариацией функции $y(x)$ и обозначается δy . Вариация является функцией x . Эту функцию можно дифференцировать, причем

$$(\delta y)' = \bar{y}'(x) - y'(x) = \delta y',$$

т. е. производная вариации равна вариации производной. Точно так же

$$(\delta y)^{(k)} = \bar{y}^{(k)}(x) - y^{(k)}(x) = \delta y^{(k)}.$$

Итак, семейство однопараметрических кривых можно представить в виде $y(x, \alpha) = y(x) + \alpha \cdot \delta y$.

При определении значений функционала

$$I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$$

только на однопараметрическом семействе кривых $y = y(x, \alpha)$ функционал будет зависеть только от α

$$I[y(x, \alpha)] = \varphi(\alpha).$$

Эта функция достигает экстремума при $\alpha = 0$, т. к. в этом случае, т. е. при $\alpha = 0$, получим $y = y(x)$, а по предположению функционал достигает экстремума на кривой $y = y(x)$ среди всего множества близких к $y = y(x)$ допустимых кривых и, следовательно, в том числе среди множества близких кривых семейства $y = y(x, \alpha)$. Учитывая необходимое условие экстремума функции, функция $\varphi(\alpha)$ достигает экстремума при $\alpha = 0$, если при $\alpha = 0$ равна нулю производная функции.

Так как
$$\varphi(\alpha) = \int_{x_0}^{x_1} F[x, y(x, \alpha), y'(x, \alpha)] dx,$$

то
$$\varphi'(\alpha) = \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y \frac{\partial y(x, \alpha)}{\partial \alpha} + F_{y'} \frac{\partial y'(x, \alpha)}{\partial \alpha} \right] dx,$$

где
$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} F[x, y(x, \alpha), y'(x, \alpha)];$$

$$F_{y'} = \frac{\partial}{\partial y'} F[x, y(x, \alpha), y'(x, \alpha)].$$

Имея в виду, что

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} y(x, \alpha) = \frac{\partial}{\partial \alpha} [y(x) + \alpha \cdot \delta y] = \delta y;$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} y'(x, \alpha) = \frac{\partial}{\partial \alpha} [y'(x) + \alpha \cdot \delta y'] = \delta y',$$

получим
$$\varphi'(\alpha) = \int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y'] dx;$$

$$\varphi'(0) = \int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y']_{/\alpha=0} \cdot dx = \delta I = 0.$$

Итак, условие экстремума $\delta I = 0$ приобретает вид

$$\int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y'] dx = 0.$$

Второе слагаемое проинтегрируем по частям, принимая во внимание, что $\delta y' = (\delta y)'$:

$$\int_{x_0}^{x_1} F_{y'} \delta y' dx = \int_{x_0}^{x_1} F_{y'} (\delta y)' dx = \int_{x_0}^{x_1} F_{y'} d[\delta y] = F_{y'} \delta y \Big|_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \frac{d}{dx} F_{y'} \delta y dx,$$

но $\delta y|_{x=x_1} = \bar{y}(x_1) - y(x_1) = 0$ и $\delta y|_{x=x_0} = \bar{y}(x_0) - y(x_0) = 0$, потому что все допустимые кривые проходят через фиксированные граничные точки. Таким образом, условие экстремума получает вид

$$\int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx = 0.$$

Это условие должно выполняться для любых произвольных δy . Можно строго показать, что оно будет выполняться, если выражение в скобках равно нулю.

Таким образом, необходимое условие сводится к равенству

$$F_y - \frac{\partial}{\partial x} F_{y'} = 0.$$

Это уравнение Эйлер получил в 1744 г., и оно носит его имя.

Решение уравнения Эйлера, т. е. интегральные кривые $y = y(x, c_1, c_2)$, называются экстремалиями. Только на экстремалиях $I[y(x)]$ достигает экстремума. Постоянные c_1, c_2 определяются из условий на границе $y(x_0) = y_0$ и $y(x_1) = y_1$.

Уравнение Эйлера является необходимым условием существования экстремума.

1.6.3. Функционалы, зависящие от нескольких неизвестных функций

Пусть задан функционал

$$I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n; y_1', y_2', \dots, y_n') dx = 0$$

и граничные условия

$$y_1(x_0) = y_{10}; y_2(x_0) = y_{20}; \dots; y_n(x_0) = y_{n0}; \\ y_1(x_1) = y_{11}; y_2(x_1) = y_{21}; \dots; y_n(x_1) = y_{n1}.$$

Требуется найти необходимые условия экстремума.

Если варьировать лишь одну функцию $y_i(x)$, оставляя другие функции неизменными, тогда функционал $I[y_1, y_2, \dots, y_n]$ будет зависеть только от одной варьируемой функции

$$I[y_1, y_2, \dots, y_n] = I[y_i],$$

но условие экстремума такого функционала нам известно.

Функция, доставляющая экстремум функционалу, должна удовлетворять уравнению Эйлера

$$F_{y_i} - \frac{d}{dx} F_{y_i'} = 0.$$

Так как наше рассуждение справедливо по отношению к любой функции, то, применяя его ко всем функциям, получим систему уравнений Эйлера:

$$F_{y_i} - \frac{d}{dx} F_{y_i'} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Решение этой системы дает n искомых функций, каждая из которых будет содержать две постоянные интегрирования, т. к. каждое уравнение второго порядка. Постоянные интегрирования находятся из $2n$ -граничных условий.

1.6.4. Функционалы, зависящие от производных большого порядка, чем первый

Найдем условия экстремума функционала

$$I[y] = \int_{x_0}^{x_1} F[x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}] dx$$

при граничных условиях:

$$y(x_0) = y_0; \quad y'(x_0) = y_0'; \quad \dots; \quad y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)};$$

$$y(x_1) = y_1; \quad y'(x_1) = y_1'; \quad \dots; \quad y^{(n-1)}(x_1) = y_1^{(n-1)}.$$

Будем считать, что функция F имеет производные по всем своим аргументам. Пусть

$$y(x, \alpha) = y + \alpha \delta y.$$

Если подставить в F эту проварьированную функцию, то функционал превратится в функцию параметра α , как и в случае простейшей задачи. Мы знаем, что

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x, \alpha)]_{/\alpha=0} = \delta I$$

есть первая вариация функционала, а условием экстремума является равенство нулю δI . Таким образом, условие

$$\delta I = \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{x_0}^{x_1} F[x, y(x, \alpha), y'(x, \alpha), \dots, y^{(n)}(x, \alpha)] dx \Big|_{\alpha=0} = 0$$

является условием экстремума.

Так как

$$y'(x, \alpha) = y' + \alpha \cdot \delta y'; \quad y''(x, \alpha) = y'' + \alpha \cdot \delta y''; \quad \dots; \quad y^{(n)}(x, \alpha) = y^{(n)} + \alpha \cdot \delta y^{(n)},$$

то

$$\delta I = \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y \delta y + F_{y'} \delta y' + F_{y''} \delta y'' + \dots + F_{y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right] dx.$$

Проинтегрируем 2-е слагаемое по частям один раз:

$$\int_{x_0}^{x_1} F_{y'} \delta y' dx = \int_{x_0}^{x_1} F_{y'} d[\delta y] = F_{y'} \delta y \Big|_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \frac{d}{dx} F_{y'} \delta y dx,$$

а третье слагаемое – два раза:

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_1} F_{y''} \delta y'' dx &= \int_{x_0}^{x_1} F_{y''} d[\delta y'] = F_{y''} \delta y' \Big|_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \frac{d}{dx} F_{y''} \delta y' dx = \\ &= F_{y''} \delta y' \Big|_{x_0}^{x_1} - \frac{d}{dx} F_{y''} \delta y \Big|_{x_0}^{x_1} + \int_{x_0}^{x_1} \frac{d^2}{dx^2} F_{y''} \delta y dx, \end{aligned}$$

и т. д. и, учитывая, что при $x = x_0$ и $x = x_1$ $\delta y = \delta y' = \delta y'' = \dots = \delta y^{(n)} = 0$, получим для вариации функционала:

$$\delta I = \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} + \frac{d^2}{dx^2} F_{y''} - \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} F_{y^{(n)}} \right] \delta y dx.$$

Так как δy – функция произвольная, то вариация δI будет равна нулю, если выражение в скобках равно нулю, т. е.

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} + \frac{d^2}{dx^2} F_{y''} - \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} F_{y^{(n)}} = 0.$$

Это уравнение $2n$ -порядка называется уравнением Эйлера–Пуассона. В общем решении этого уравнения содержатся $2n$ -постоянных интегрирования, которые можно определить из $2n$ -граничных условий.

1.6.5. Задача с подвижными концами. Основная формула для вариации функционала

Исследуя на экстремум функционал

$$I[y] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx,$$

мы предполагали, что положение граничных точек (x_0, y_0) и (x_1, y_1) задано. Если же предположить, что одна из них или та и другая граничные точки могут изменять свое положение, перемещаясь, то множество допустимых кривых сравнения расширяется (рис. 1.34). Таким образом, в качестве кривых сравнения можно брать не только кривые с общими граничными точками, но и кривые, граничные точки которых могут перемещаться.

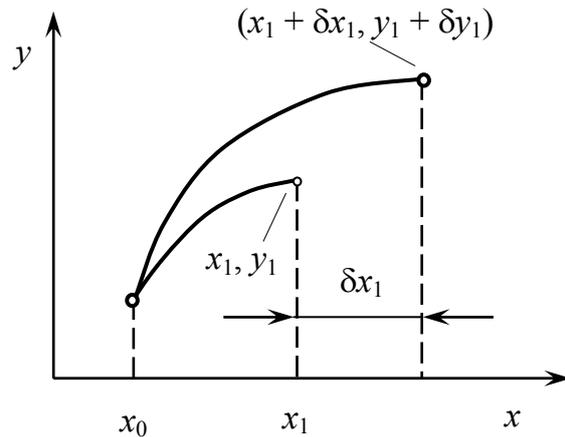


Рис. 1.34. К постановке задачи

Найдем выражение для вариации функционала в этом более общем случае. Для простоты предположим, что левый конец экстремальной кривой закреплен, а правый свободный. Запишем приращение функционала:

$$\begin{aligned} \Delta I &= I[y + \delta y] - I[y] = \int_{x_0}^{x_1 + \delta x_1} F(x, y + \delta y, y' + \delta y') dx - \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx = \\ &= \int_{x_1}^{x_1 + \delta x_1} F(x, y + \delta y, y' + \delta y') dx + \int_{x_0}^{x_1} [F(x, y + \delta y, y' + \delta y') - F(x, y, y')] dx. \end{aligned}$$

Вариация функционала есть главная часть приращения функционала (т. е. линейная часть относительно δy и $\delta y'$) точно так же как дифференциал функции есть главная часть приращения функции.

Итак, найдем главную часть приращения функционала, т. е. вариацию. По теореме о среднем значении имеем

$$\int_{x_1}^{x_1 + \delta x_1} F(x, y + \delta y, y' + \delta y') dx = F_{/x=x_1+\theta\delta x_1} \cdot (x_1 + \delta x_1 - x_1) = F_{/x=x_1+\theta\delta x_1} \cdot \delta x_1,$$

где $0 \leq \theta \leq 1$. Последнее выражение можно представить в виде

$$F_{/x=x_1+\theta\delta x_1} \cdot \delta x_1 = F_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 + \varepsilon_1 \delta x_1,$$

причем $\varepsilon_1 \rightarrow 0$, когда δx_1 и $\delta y_1 \rightarrow 0$, т. е. $\varepsilon_1 \delta x_1$ есть величина 2-го порядка малости.

Разложим в ряд Тейлора первое слагаемое второго подынтегрального выражения при $\delta y = 0$ и $\delta y' = 0$:

$$F(x, y + \delta y, y' + \delta y') = F(x, y, y') + F_y(x, y, y')\delta y + F_{y'}(x, y, y')\delta y' + R_1,$$

где R_1 величина 2-го порядка малости.

Тогда второе подынтегральное выражение будет иметь вид

$$\int_{x_0}^{x_1} [F(x, y + \delta y, y' + \delta y') - F(x, y, y')] dx = \int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y'] dx + R,$$

где $R = \int_{x_0}^{x_1} R_1 dx$ – величина 2-го порядка малости по отношению к инте-

гралу $\int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y'] dx$.

Интегрируя по частям второе слагаемое, получим

$$\int_{x_0}^{x_1} [F_y \delta y + F_{y'} \delta y'] dx = F_{y'} \delta y \Big|_{x_0}^{x_1} + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx.$$

Так как граничная точка (x_0, y_0) закреплена, то $\delta y|_{x=x_0} = 0$.

Следовательно,

$$\Delta I = F_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 + F_{y'/x=x_1} \cdot \delta y|_{x=x_1} + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx + R + \varepsilon_1 \delta x_1.$$

Отбрасывая величины более высокого порядка малости, найдем следующее значение вариации функционала:

$$\begin{aligned} \delta I &= F_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 + F_{y'/x=x_1} \cdot \delta y|_{x=x_1} + \\ &+ \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx. \end{aligned}$$

Найдем выражение для $\delta y|_{x=x_1}$. Из чертежа (рис. 1.35) имеем

$$\begin{aligned} AB &= DE = \delta y|_{x=x_1}; \quad EC = \delta y_1; \\ CD &\approx y'(x_1) \delta x_1 = y'_{/x=x_1} \cdot \delta x_1. \end{aligned}$$

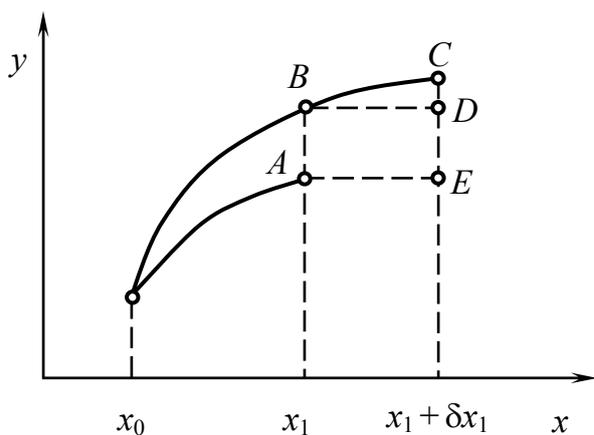


Рис. 1.35. К выводу формулы для вариации функционала

Таким образом,

$$AB = DE = EC - CD,$$

т. е.

$$\delta y_{/x=x_1} \approx \delta y_1 - y'_{/x=x_1} \cdot \delta x_1.$$

Вариацию теперь можно записать в виде

$$\delta I = (F - y'F_{y'})_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 + F_{y' / x=x_1} \cdot \delta y_1 + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx.$$

Если оба конца варьируемой кривой свободны, то вариация функционала будет равна (теперь $\delta y_{/x=x_0} \neq 0$ и $\delta x_0 \neq 0$)

$$\begin{aligned} \delta I = & (F - y'F_{y'})_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 - (F - y'F_{y'})_{/x=x_0} \cdot \delta x_0 + F_{y' / x=x_1} \cdot \delta y_1 - \\ & - F_{y' / x=x_0} \cdot \delta y_0 + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx. \end{aligned}$$

1.6.6. Условие трансверсальности

Поставим следующую задачу.

Пусть задан функционал $I[y] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$, определенный

на гладких кривых, концы которых могут перемещаться по непрерывным кривым $y = \varphi(x)$ и $y = \psi(x)$. Требуется найти экстремум этого функционала при указанных условиях (рис. 1.36).

Условием экстремума является равенство нулю первой вариации, т. е.

$$\begin{aligned} \delta I = & (F - y'F_{y'})_{/x=x_1} \cdot \delta x_1 - (F - y'F_{y'})_{/x=x_0} \cdot \delta x_0 + F_{y' / x=x_1} \cdot \delta y_1 - \\ & - F_{y' / x=x_0} \delta y_0 + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx = 0. \end{aligned}$$

Если на некоторой кривой функционал достигает экстремума по отношению ко всем допустимым кривым, то эта кривая тем более дает экстремум функционалу по отношению к множеству всех кривых, имеющих одни и те же граничные точки. Отсюда следует, что эта кривая является экстремалью и должна подчиняться уравнению Эйлера:

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0.$$

И тогда в записи для вариации интеграл будет отсутствовать.

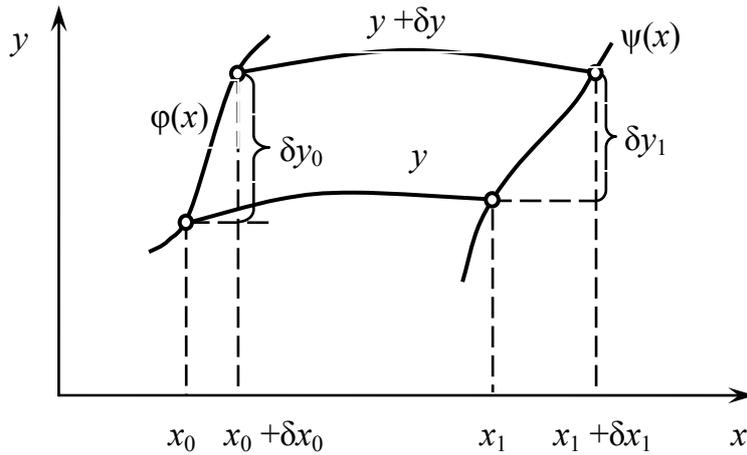


Рис. 1.36. К постановке задачи

Если теперь иметь в виду, что с точностью до бесконечно малых высокого порядка имеем

$$\delta y_0 = \phi' \delta x_0 \text{ и } \delta y_1 = \psi' \delta x_1,$$

то получим дополнительное условие экстремума

$$\delta I = \left(F + \psi' F_{y'} - y' F_{y'} \right)_{/x=x_1} \delta x_1 - \left(F + \phi' F_{y'} - y' F_{y'} \right)_{/x=x_0} \delta x_0 = 0,$$

но, т. к. δx_1 и δx_0 – независимые приращения, будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \left[F + (\psi' - y') F_{y'} \right]_{/x=x_1} &= 0; \\ \left[F + (\phi' - y') F_{y'} \right]_{/x=x_0} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Эти граничные условия представляют собой так называемые *условия трансверсальности*.

Про кривую $y = y(x)$, удовлетворяющую этим условиям, говорят, что она трансверсальна кривым $\phi(x)$ и $\psi(x)$.

Таким образом, для того чтобы решить вариационную задачу с подвижными граничными точками, необходимо:

- 1) решить уравнение Эйлера;
- 2) постоянные интегрирования определить из условий трансверсальности.

Рассмотрим два частных случая. В первом случае граничная точка (x_1, y_1) может перемещаться по вертикальной прямой (рис. 1.37, а), а во втором – по горизонтальной прямой (рис. 1.37, б).

Очевидно, что в первом случае $\delta x_1 = 0$, а $\delta y_1 \neq 0$, и равенство нулю вариации функционала достигается при условии

$$F_{y' / x=x_1} = 0.$$

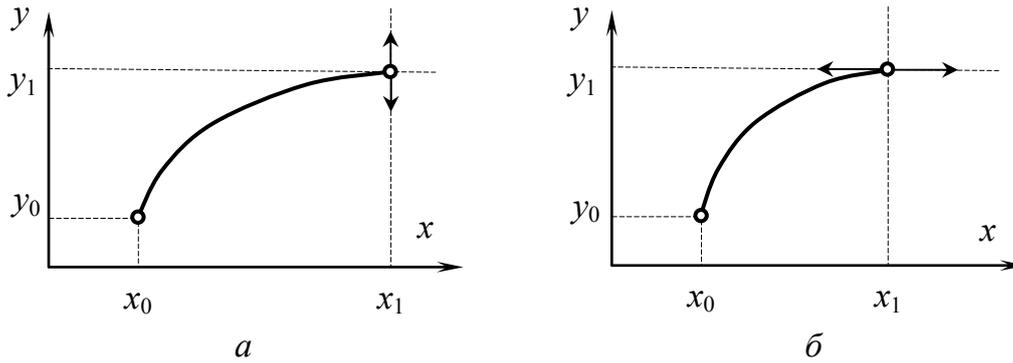


Рис. 1.37. Варианты перемещения граничной точки (x_1, y_1)

Для второго случая, когда $\delta y_1 = 0$, $\delta x_1 \neq 0$, $y_1 = \psi(x) = \text{const}$, условие трансверсальности имеет вид

$$\left[F - y'F_{y'} \right]_{/x=x_1} = 0.$$

1.6.7. Вариационная задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа

Вариационной задачей на условный экстремум называют задачу, в которой необходимо определить экстремум функционала с учетом того, что функции, от которых зависит функционал, должны подчиняться определенным условиям.

Для решения таких задач применяются так называемый метод множителей Лагранжа. Рассмотрим этот метод на примере задачи с двумя неизвестными функциями.

Пусть требуется найти экстремум функционала

$$I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', z, z') dx$$

при условии $\varphi(x, y, z) = 0$.

Согласно методу множителей Лагранжа составляем вспомогательную функцию

$$F^* = F(x, y, y', z, z') + \lambda(x) \cdot \varphi(x, y, z),$$

где $\lambda(x)$ – пока неизвестная функция, и ищем обычным способом экстремум функционала

$$I^* = \int_{x_0}^{x_1} F^* dx = \int_{x_0}^{x_1} [F + \lambda(x) \cdot \varphi] dx.$$

Всего требуется найти три неизвестные функции: y , z и $\lambda(x)$. Чтобы их определить, запишем два уравнения Эйлера для функционала I^* и уравнение связи:

- 1) $F_y^* - \frac{d}{dx} F_{y'}^* = F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} + \varphi_y \lambda(x) = 0;$
- 2) $F_z^* - \frac{d}{dx} F_{z'}^* = F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} + \varphi_z \lambda(x) = 0;$
- 3) $\varphi(x, y, z) = 0.$

Из этих трех уравнений и находим искомые функции.

Функция $\lambda(x)$ называется множителем Лагранжа.

Докажем справедливость такого приема.

Предположим, что экстремум функционала $I[y, z]$ достигается на кривых $y = y(x)$ и $z = z(x)$. Прибавим к этим кривым вариации δy и δz , которые будут не равны нулю лишь в некоторой точке x_c и ее малой окрестности, причем $x_0 < x_c < x_1$. Вычислим вариацию функционала I при переходе от кривых $y = y(x)$ и $z = z(x)$ к кривым $y + \delta y$ и $z + \delta z$ (рис. 1.38).

Известным уже способом находим

$$\delta I = \int_{x_0}^{x_1} \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right] \delta y dx + \int_{x_0}^{x_1} \left[F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} \right] \delta z dx.$$

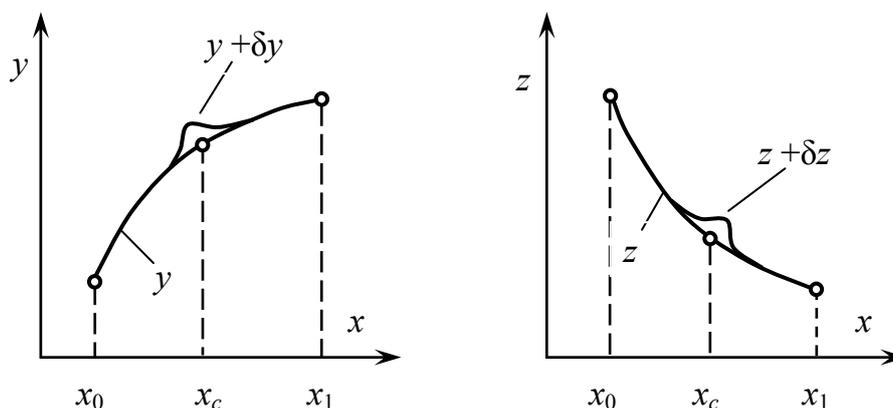


Рис. 1.38. К выводу метода множителей Лагранжа

Учитывая, что вариации в окрестности x_c обладают фильтрующим свойством, т. е. δy и δz равны нулю всюду, за исключением малой окрестности $x = x_c$, можем записать:

$$\delta I = \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right]_{/x=x_c} \cdot \int_{x_0}^{x_1} \delta y dx + \left[F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} \right]_{/x=x_c} \int_{x_0}^{x_1} \delta z dx.$$

Обозначим $\sigma_1 = \int_{x_0}^{x_1} \delta y dx$ и $\sigma_2 = \int_{x_0}^{x_1} \delta z dx$.

Тогда $\delta I = \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right]_{/x=x_c} \sigma_1 + \left[F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} \right]_{/x=x_c} \sigma_2$.

С другой стороны, ясно, что проварьированная кривая $y + \delta y$; $z + \delta z$ должна, как и исходная, лежать на поверхности $\varphi(x, y, z) = 0$, поэтому

$$\int_{x_0}^{x_1} [\varphi(x, y + \delta y, z + \delta z) - \varphi(x, y, z)] dx = \int_{x_0}^{x_1} [\varphi_y \delta y + \varphi_z \delta z] dx = 0,$$

но в силу фильтрующего свойства вариаций имеем

$$\int_{x_0}^{x_1} [\varphi_y \delta y + \varphi_z \delta z] dx = \varphi_{y/x=x_c} \int_{x_0}^{x_1} \delta y dx + \varphi_{z/x=x_c} \int_{x_0}^{x_1} \delta z dx = [\varphi_y \sigma_1 + \varphi_z \sigma_2]_{/x=x_c} = 0.$$

Предполагая, что $\varphi_y, \varphi_z \neq 0$, найдем

$$\sigma_2 = \left(-\sigma_1 \frac{\varphi_y}{\varphi_z} \right)_{/x=x_c}.$$

Подставим это значение σ_2 в выражение для вариации:

$$\delta I = \left[F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right]_{/x=x_c} \sigma_1 - \frac{\varphi_y}{\varphi_z} \left[F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} \right]_{/x=x_c} \sigma_1.$$

Условием экстремума функционала I является равенство нулю вариации δI , причем для любого x_c , поэтому

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} - \frac{\varphi_y}{\varphi_z} \left(F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} \right) = 0,$$

или
$$\frac{F_y - \frac{d}{dx} F_{y'}}{\varphi_y} = \frac{F_z - \frac{d}{dx} F_{z'}}{\varphi_z} = -\lambda(x).$$

Откуда
$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} + \varphi_y \lambda(x) = 0;$$

$$F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} + \varphi_z \lambda(x) = 0.$$

Таким образом, правило множителей Лагранжа доказано.

Замечания

1. Метод множителей Лагранжа легко распространяется на случай произвольного числа функций и ограничений.

Пусть задан функционал

$$I[y_1, y_2, \dots, y_n] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n; y'_1, y'_2, \dots, y'_n) dx$$

и уравнения связи

$$\varphi_j(x, y_1, y_2, \dots, y_n) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, k).$$

Требуется найти экстремали.

Составляем вспомогательную функцию

$$F^* = F + \sum_{j=1}^k \lambda_j \varphi_j$$

и находим экстремали для функционала $\int_{x_0}^{x_1} F^* dx$.

Задача сводится к решению системы уравнений Эйлера:

$$F_{y_i}^* - \frac{d}{dx} F_{y_i'}^* = F_{y_i} - \frac{d}{dx} F_{y_i'} + \sum_{j=1}^k \lambda_j \varphi_{j y_i} = 0; \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

которые вместе с уравнениями связи позволяют найти $(n + k)$ неизвестных функций [n неизвестных функций y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) и k неизвестных функций $\lambda_j(x)$, $j = 1, 2, \dots, k$].

2. Метод остается справедливым, если уравнения связи содержат производные от неизвестных функций, т. е. являются дифференциальными уравнениями:

$$\varphi_j(x, y_1, y_2, \dots, y_n; y'_1, y'_2, \dots, y'_n) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, k).$$

3. Для вспомогательного функционала $I^* = \int_{x_0}^{x_1} F^* dx$ остаются справедливыми условия трансверсальности.

1.6.8. Изопериметрическая задача

Изопериметрическими называются вариационные задачи, в которых требуется найти экстремум функционала

$$I_1 = \int_{x_0}^{x_1} F_1(x, y, y') dx,$$

при условии что другой функционал

$$I_2 = \int_{x_0}^{x_1} F_2(x, y, y') dx = I_{20}$$

сохраняет заданное значение I_{20} .

Следовательно, эта задача является задачей на условный экстремум, но связь задана в интегральной форме. Изопериметрическую задачу можно свести к общей задаче Лагранжа. Введем обозначение

$$\psi(x) = \int_{x_0}^{x_1} F_2(x, y, y') dx,$$

тогда $\psi' = F_2(x, y, y')$ или $\psi' - F_2(x, y, y') = 0$.

В результате приходим к следующей задаче Лагранжа: найти экстремум функционала I_1 при условии $\psi' - F_2(x, y, y') = 0$.

Согласно общему правилу составляем вспомогательную функцию

$$F^* = F_1 + \lambda(x) \cdot [\psi' - F_2],$$

которая зависит от 3-х неизвестных функций y , ψ и λ .

Имеем 2 уравнения Эйлера:

$$F_y^* - \frac{d}{dx} F_{y'}^* = 0 \text{ и } F_\psi^* - \frac{d}{dx} F_{\psi'}^* = -\frac{d}{dx} \lambda(x) = 0.$$

Из второго уравнения следует, что $\lambda = \text{const}$, т. е. для изопериметрической задачи множитель Лагранжа обращается в постоянное число. Отсюда следует правило, приведенное ниже.

Решением изопериметрической задачи является экстремаль функционала

$$\int_{x_0}^{x_1} [F_1 + \lambda \cdot F_2] dx.$$

Постоянная λ определяется из изопериметрического условия. Это правило обобщается на случай произвольного числа функций.

Для того чтобы найти экстремум функционала

$$\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n; y_1', y_2', \dots, y_n') dx$$

при наличии изопериметрических условий

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n; y_1', y_2', \dots, y_n') dx = l_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

нужно составить вспомогательный функционал

$$\int_{x_0}^{x_1} \left[F + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot F_i \right] dx,$$

где λ_i – постоянные, и записать для него уравнения Эйлера. Постоянные интегрирования находятся из граничных условий, а множители Лагранжа λ_i из m изопериметрических условий.

1.6.9. Аналитическое конструирование регуляторов с помощью классического вариационного исчисления

Аналитическое конструирование регуляторов (АКР) рассмотрим на следующем примере.

Требуется найти оптимальную передаточную функцию $W_p(p)$ регулятора, который в замкнутой системе с объектом (рис. 1.39), имеющим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{1}{p+1} \quad \text{и, соответственно,}$$

уравнение для переходных составляющих y и u

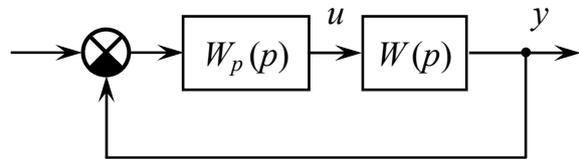


Рис. 1.39. К постановке задачи АКР

$$\frac{dy}{dt} + y + u = 0, \quad (1.19)$$

обеспечивает минимум интеграла

$$I = \int_0^{\infty} [y^2(t) + u^2(t) + u'^2(t)] dt \quad (1.20)$$

при граничных условиях

$$y(0) = y_0; \quad y(\infty) = 0; \quad u(0) = u_0; \quad u(\infty) = 0.$$

Для вариационной задачи минимизации функционала (1.20) дифференциальное уравнение (1.19) является уравнением связи и может быть записано в виде

$$\varphi(u, y, y') = y' + y + u = 0. \quad (1.21)$$

Образует функцию F^* :

$$F^* = F + \lambda(t)\varphi = y^2 + u^2 + u'^2 + \lambda(t)(y' + y + u),$$

где $\lambda(t)$ – неопределенный множитель Лагранжа.

Поскольку для синтеза регулятора важно знать оптимальные процессы на его входе и выходе, составим уравнения Эйлера относительно переменных $y(t)$ и $u(t)$ для функции F^* :

$$F_u^* - \frac{d}{dt} F_{u'}^* = 2u + \lambda - 2u'' = 0, \quad F_y^* - \frac{d}{dt} F_{y'}^* = 2y + \lambda - \lambda' = 0.$$

Дополняя эту систему уравнением связи (1.21) (уравнение объекта), получим систему уравнений вариационной задачи, переменные которой расположим в соответствующим порядке:

$$\begin{cases} 2(u - u'') + 0 \cdot y + \lambda = 0; \\ 0 \cdot u + 2y + (\lambda - \lambda') = 0; \\ u + (y + y') + 0 \cdot \lambda = 0. \end{cases} \quad (1.22)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (1.22) необходимо найти характеристическое уравнение, получаемое путем приравнивания характеристического определителя нулю, т. е.

$$\begin{vmatrix} 2(1-p^2) & 0 & 1 \\ 0 & 2 & (1-p) \\ 1 & (1+p) & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Раскроем определитель, тогда

$$p^4 - 2p^2 + 2 = 0. \quad (1.23)$$

Характеристическое уравнение (1.23) имеет четыре корня, соответствующих различным сочетаниям знаков «плюс» и «минус» в следующем выражении:

$$p_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{1 \pm i}. \quad (1.24)$$

Расположение корней уравнения в комплексной плоскости представлено на рис. 1.40.

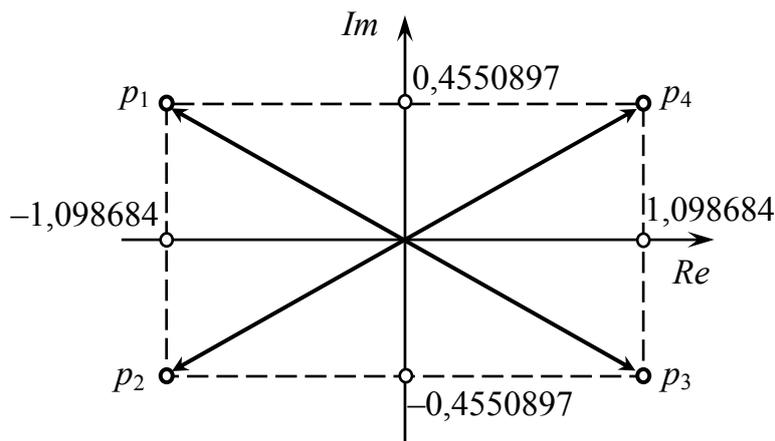


Рис. 1.40. Расположение корней уравнения (1.23) в комплексной плоскости

Для простых корней характеристического уравнения общим решением системы будет сумма экспонент. Например, для рассогласования можно записать:

$$y = \sum_{j=1}^4 c_j e^{p_j t}. \quad (1.25)$$

Постоянные c_j могут быть найдены из граничных условий. Так как по условию задачи $y(\infty) = 0$, $Re(p_3) = Re(p_4) > 0$, то отсюда следует, что необходимо принять $c_3 = c_4 = 0$.

С учетом этого равенства выражение (1.25) примет вид

$$y = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}.$$

Дифференцируя y и подставляя y' в уравнение объекта (1.19), можно найти u . При дифференцировании также можно найти u' . Запишем совместно выражения для процессов в системе и их производных:

$$\begin{aligned} y &= c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}; \\ y' &= p_1 \cdot c_1 \cdot e^{p_1 t} + p_2 \cdot c_2 \cdot e^{p_2 t}; \\ -u &= (1 + p_1) \cdot c_1 \cdot e^{p_1 t} + (1 + p_2) \cdot c_2 \cdot e^{p_2 t}; \\ -u' &= p_1 \cdot (1 + p_1) \cdot c_1 \cdot e^{p_1 t} + p_2 \cdot (1 + p_2) \cdot c_2 \cdot e^{p_2 t}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Проанализируем полученное решение. Во-первых, процессы в оптимальной системе соответствуют линейным дифференциальным уравнениям. Отсюда с учетом линейности объекта можно заключить, что оптимальный регулятор также должен быть линейным. Во-вторых, полученное решение соответствует уравнению системы второго порядка.

Так как объект описывается уравнением апериодического звена, то получение уравнения второго порядка для системы требует, чтобы передаточная функция регулятора имела знаменатель первого порядка. Числитель при этом может иметь любой порядок от 0 до 1.

Предположим, что регулятор описывается уравнением

$$A \cdot y' + B \cdot y = C \cdot u' + D \cdot u. \quad (1.27)$$

Подставим в (1.27) выражения (1.26) для всех координат и произведем простейшие преобразования. Получим:

$$\begin{aligned} &c_1 \cdot e^{p_1 t} [A \cdot p_1 + B + C \cdot p_1 (1 + p_1) + D \cdot (1 + p_1)] + \\ &+ c_2 \cdot e^{p_2 t} [A \cdot p_2 + B + C \cdot p_2 (1 + p_2) + D \cdot (1 + p_2)] = 0. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Функции $c_1 \cdot e^{p_1 t}$ и $c_2 \cdot e^{p_2 t}$ не могут быть одновременно тождественно равны нулю, в противном случае $y = 0$, а это значило бы невыполнение

задачи управления. Отсюда следует, что должны равняться нулю обе квадратные скобки в (1.28), т. е.

$$\begin{aligned} A \cdot p_1 + B + C \cdot p_1(1 + p_1) + D \cdot (1 + p_1) &= 0, \\ A \cdot p_2 + B + C \cdot p_2(1 + p_2) + D \cdot (1 + p_2) &= 0. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Полученная система уравнений позволяет найти параметры оптимального регулятора, т. е. параметры оптимального закона уравнения.

Поскольку уравнений только два, а неизвестных четыре, то для двух неизвестных могут быть приняты любые значения. Отсюда очевидна неоднозначность получаемого решения. Важно подчеркнуть, что неоднозначность имеется только в выборе параметров (а отсюда и структуры), но оптимальный процесс единственный и определяется системой (1.26).

Рассмотрим некоторые важные решения, вытекающие из (1.29). Проще всего задать пару неизвестных равными нулю. При этом получаем следующие структуры регуляторов:

1) $A = C = 0$ или $B = D = 0$ – пропорциональный регулятор с уравнением

$$B \cdot y = D \cdot u \text{ или } A \cdot y' = C \cdot u';$$

2) $B = C = 0$ – идеальный дифференцирующий регулятор с уравнением

$$u = \frac{A}{D} y';$$

3) $A = D = 0$ – интегрирующий регулятор (И-регулятор) с уравнением

$$u = \frac{B}{C} \int_0^t y(\gamma) d\gamma.$$

(Сочетания $A = C = 0$, или $C = D = 0$, лишены здравого смысла).

Заметим, что при задании любой пары неизвестных нулями и остальные неизвестные при решении системы (1.29) обращаются в нули. Это говорит о том, что рассмотренные структуры регуляторов 1...3 не могут быть взяты в качестве оптимальных.

Рассмотрим еще два сочетания произвольно задаваемых неизвестных:

1. $A = 0$, $D = 1$. При таком выборе параметров получим регулятор с уравнением

$$B \cdot y = C \cdot u' + u,$$

передаточная функция которого имеет вид

$$W_p(p) = \frac{U(p)}{Y(p)} = \frac{B}{C \cdot p + 1}. \quad (1.30)$$

Из (1.30) видно, что полученный регулятор описывается уравнением инерционного звена. Очевидный недостаток этого регулятора заключается в том, что получаемая при этом система является статической.

2. Если задать $C = 1$ и $D = 0$, то получим регулятор с уравнением

$$A \cdot y' + B \cdot y = u',$$

передаточная функция которого

$$W_p(p) = \frac{U(p)}{Y(p)} = \frac{A \cdot p + B}{p} = A \cdot \left[1 + \frac{1}{(A/B) \cdot p} \right]. \quad (1.31)$$

Регулятор с такой передаточной функцией называют пропорционально-интегральным (ПИ-регулятор), причем параметр A трактуется как коэффициент передачи, A/B – как время изодрома. Система с таким регулятором является уже астатической. Поэтому целесообразно в качестве оптимального принять регулятор с передаточной функцией (1.31).

Определим параметры A и B , подставляя в систему (1.29) $C = 1$ и $D = 0$:

$$\begin{aligned} A \cdot p_1 + B + p_1(1 + p_1) &= 0, \\ A \cdot p_2 + B + p_2(1 + p_2) &= 0. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Из (1.32) с учетом числовых значений p_1 и p_2 (рис. 1.38 или (1.24)) находим:

$$\begin{aligned} A &= -(1 + p_1 + p_2) \approx 1,2; \\ B &= p_1 \cdot p_2 \approx 1,41. \end{aligned}$$

Полученный результат по аналитическому конструированию оптимального регулятора для инерционного объекта имеет большое прикладное значение. Из решения вариационной задачи с функционалом общего вида:

$$I = \int_0^{\infty} [y^2(t) + u^2(t) + u'^2(t)] dt,$$

учитывающим качество процессов (слагаемое y^2 под знаком интеграла), стоимость управления (слагаемое u^2), возможность технической реализации (u'^2), установлено, что оптимальным регулятором является ПИ-регулятор, и найдены его параметры. Этот результат является теоретическим обоснованием широкого применения в промышленной автоматике именно ПИ-регуляторов при управлении инерционными объектами.

1.6.10. Применение уравнения Эйлера при ограничениях

Задачи на экстремум при наличии ограничений на допустимые функции сравнений представляют наибольший практический интерес. Так как на практике приходится чаще всего встречаться именно с этой задачей, поскольку в реальных устройствах, системах мы должны считаться с ограниченностью усилий, мощностей, конечных размеров и т. д.

С математической точки зрения это означает, что допускаемые для сравнения функции должны удовлетворять некоторой системе неравенств:

$$\varphi_k(x, y_i, y'_i) \leq 0; \quad (k = 1, 2, \dots, n); \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Рассмотрим простейшую задачу. Найти экстремум функционала

$$I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx \quad (1.33)$$

при условии

$$y(x) \geq \varphi(x). \quad (1.34)$$

Равенство $y = \varphi(x)$ определяет границу допустимой области, внутри которой только и может находиться функция, доставляющая экстремум.

Ограниченную область, включающую и свою границу, называют замкнутой областью. При наличии ограничений приходится искать экстремум в замкнутой области.

Основное необходимое условие экстремума – уравнение Эйлера – выводилось прежде в предположении свободы варьирования функций. Или, что то же самое, предполагалось, что если $y(x)$ удовлетворяет уравнению Эйлера, т. е. является экстремалью, то $y + \delta y$, где $\delta y > 0$ и $y - \delta y$ – также являются допустимыми функциями и возможно сравнивать значение функционала на функции $y(x)$ и значения функционала на функциях $y + \delta y$ и $y - \delta y$.

На основании такого сравнения и было выведено уравнение Эйлера. Для замкнутой области такое сравнение не всегда возможно. Так, если $y(x)$ проходит по границе, то функция $y - \delta y$, где $\delta y > 0$, уже выходит за границы допустимой области. Следовательно, если допустимая область является замкнутой, вывод уравнения Эйлера теряет силу. Экстремум может достигаться и не на экстремальных.

Для того чтобы обойти эту трудность, произведем замену переменных согласно уравнению $z^2 = y(x) - \varphi(x)$.

Из этого уравнения следует, что

$$2z \cdot z' = y'(x) - \varphi'(x),$$

т. е.

$$y' = 2z \cdot z' + \varphi'(x),$$

и функционал в новых переменных принимает вид

$$I = \int_{x_0}^{x_1} F \left[x, z^2 + \varphi(x), 2z \cdot z' + \varphi'(x) \right] dx.$$

На новую переменную $z(x)$ уже не наложено никаких ограничений, границе области соответствует просто значение $z = 0$.

Экстремум функционала в новых переменных можно искать уже обычным методом, справедливым для открытой области, т. е. искомая функция $z(x)$ должна удовлетворять уравнению Эйлера

$$F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} = 0.$$

Но

$$F_z = \frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial z} = F_y 2z + F_{y'} 2z',$$

$$F_{z'} = \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial z'} = F_{y'} \cdot 2z.$$

Следовательно,

$$\frac{d}{dx} F_{z'} = \frac{d}{dx} (F_{y'} \cdot 2z) = 2z' F_{y'} + 2z \frac{d}{dx} F_{y'},$$

т. е. окончательно

$$F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} = 2z F_y - 2z \frac{d}{dx} F_{y'},$$

или

$$2z \left(F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} \right) = 0. \quad (1.35)$$

Это уравнение фактически распадается на два уравнения: $z = 0$, которому удовлетворяет функция $y = \varphi(x)$, т. е. граница допустимой области, и уравнение Эйлера для исходного функционала

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0.$$

Теперь можно сформулировать окончательный результат.

Экстремум функционала (1.33) при наличии ограничений (1.34) может достигаться лишь на кривых, представляющих собой соединение отрезков экстремалей и отрезков границы допустимой области. В частных

случаях длина отрезков экстремалей или отрезков границы допустимой области может обращаться в нуль.

К сожалению, уравнение (1.35) указывает лишь на допустимость использования в качестве экстремалей граничных значений функции $y = \varphi(x)$, но не позволяет доказать, что для линейной задачи, например при ограничении $|y(x)| \leq 1$, $y(x)$ принимает только граничные значения. Такие доказательства можно получить с помощью принципа максимума, который будет рассмотрен ниже.

1.6.11. Основные понятия теории оптимального управления

Рассмотрим объект управления, представленный структурной схемой на рис. 1.41.

Состояние объекта задается в каждый момент времени n величинами y_1, y_2, \dots, y_n , которые называются *фазовыми координатами объекта*. Фазовые координаты являются функциями времени.

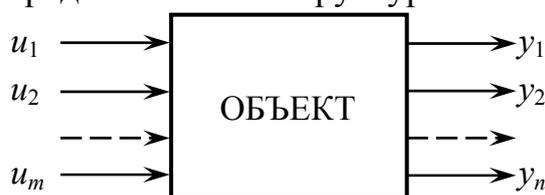


Рис. 1.41. Структурная схема объекта

Движением объекта можно управлять, для этой цели объект снабжен своеобразными устройствами – «рулями», положение которых в каждый момент времени характеризуется m величинами u_1, u_2, \dots, u_m , называемыми управляющими параметрами.

Управляющие параметры u_1, \dots, u_m удобно рассматривать как координаты некоторого вектора (вектор-функции)

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_m) = u(t),$$

который называют *управлением*. Точно так же величины y_1, y_2, \dots, y_n удобно рассматривать как координаты n -мерного вектора (вектор-функции), т. е. как точку n -мерного пространства с координатами y_1, y_2, \dots, y_n . Эта точка определяет *фазовое состояние* объекта. Евклидово n -мерное пространство, в котором в виде точек изображаются фазовые состояния объекта, называют *фазовым пространством*. Вектор-функцию обычно называют *фазовым вектором*. Годограф, который прочертит своим концом фазовый вектор при изменении фазовых координат во времени, называется *фазовой траекторией*.

Как правило, управляющие параметры u_1, \dots, u_m не могут принимать произвольных значений, а подчинены некоторым ограничениям в соответ-

ствии с различным смыслом задачи. Так, например, тяга двигателя u не может быть сколь угодно большой, а подчинена ограничениям вида

$$\lambda \leq u \leq \beta,$$

где λ и β – некоторые постоянные.

Если управляющих параметра два, ограничения в плоскости параметров

$$\lambda_1 \leq u_1 \leq \beta_1, \quad \lambda_2 \leq u_2 \leq \beta_2$$

представляются в виде прямоугольника (рис. 1.42). Этот прямоугольник будет *областью управления*.

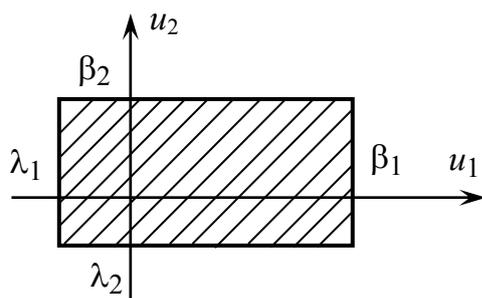


Рис. 1.42. Область управления

Область управления есть множество точек m -мерного пространства, удовлетворяющих определенным условиям. Область управления не обязательно должна иметь вид параллелепипеда. Она может иметь более сложный геометрический характер. Аналитически это выражается так:

$$\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_m) \leq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, q).$$

Задание области управления входит в математическое описание объекта. Подчеркнем одно важное обстоятельство о характере управляющих функций.

Будем предполагать, что они могут относиться к классу кусочно-непрерывных, т. е. наряду с непрерывными управлениями мы будем рассматривать и кусочно-непрерывные. Последнее означает, что «рули» являются безынерционными и мы можем их мгновенно перебрасывать из одного положения в другое. В действительности всякий реальный процесс обладает инерционностью, однако в любой реальной задаче можно ввести такие величины, которые могли бы играть роль управляющих параметров и в то же время, с той или иной степенью точности, могли бы считаться безынерционными.

Так, например, пусть α – угол поворота руля (самолета или корабля). Если принять эту величину за управляющий параметр, то мы не можем считать ее безынерционной. Диаграмма работы руля имеет вид (рис. 1.43).

Требуется некоторое время $\Delta\tau$, чтобы повернуть руль из нейтрального положения до α_{\max} . Если же в качестве управляющего параметра взять скорость угла поворота $\alpha' = u$, то последнюю можно с большей точностью считать безынерционной величиной, т. е. способной мгновенно переключаться с одного значения на другое (рис. 1.44).

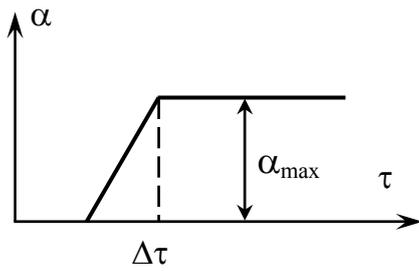


Рис. 1.43. Диаграмма работы руля

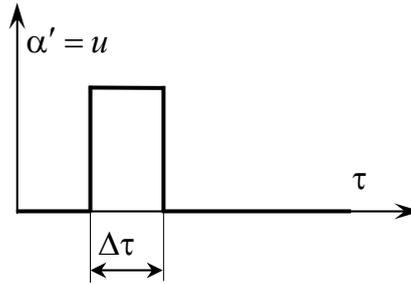


Рис. 1.44. Диаграмма скорости поворота руля

Итак, управляющие функции могут относиться к классу кусочно-непрерывных. Дадим определение. *Допустимым управлением* называется всякая кусочно-непрерывная функция $u(\tau)$, принадлежащая области управления (рис. 1.45).

Ограничения могут накладываться не только на управление, но и на фазовые координаты. Часто оказывается, что неучет ограничений делает задачу об оптимальном управлении бессодержательной, лишенной реального смысла.

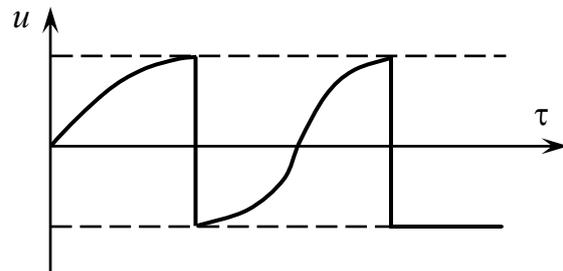


Рис. 1.45. Кусочно-непрерывная функция

1.6.12. Принцип максимума Понтрягина. Предварительные выводы

Широкий круг задач оптимального управления сводится к задаче оптимизации одной координаты. Нам удобнее, однако, рассмотреть несколько более общую задачу об оптимизации линейной функции конечных значений всех ее координат, т. е. величины

$$S = \sum_{k=1}^n c_k x_k(T),$$

где c_k – некоторые постоянные.

Введем n -мерные векторы: $x(T) = [x_1(T), x_2(T), \dots, x_n(T)]$, и $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$. Вектор $x(T)$ есть, очевидно, конечное состояние объекта, т. е. конечная точка траектории $x(t)$.

В самой общей постановке задача может быть сформулирована так.

Из множества допустимых управлений найти такое управление $u(t)$, которое бы переводило объект из точки $x(t_0) = x^0$ на фиксирован-

ное замкнутое множество фазового пространства и притом так, чтобы функционал

$$S = \sum_{k=1}^n c_k x_k(T)$$

в заданный момент времени $t = T$ принимал минимальное (или максимальное) значение. Будем предполагать, что время управления $(T - t_0)$ фиксировано.

Рассмотрим частный случай нашей основной задачи, а именно будем считать, что на положение конечной точки фазовой траектории не наложено никаких ограничений, т. е. правый конец свободен, и, следовательно, множество, на которое мы переводим объект, занимает все фазовое пространство. Отсутствие ограничений означает, что концы кривых: $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, при $t = T$ могут скользить по вертикальной прямой $t = T$ (рис. 1.46).

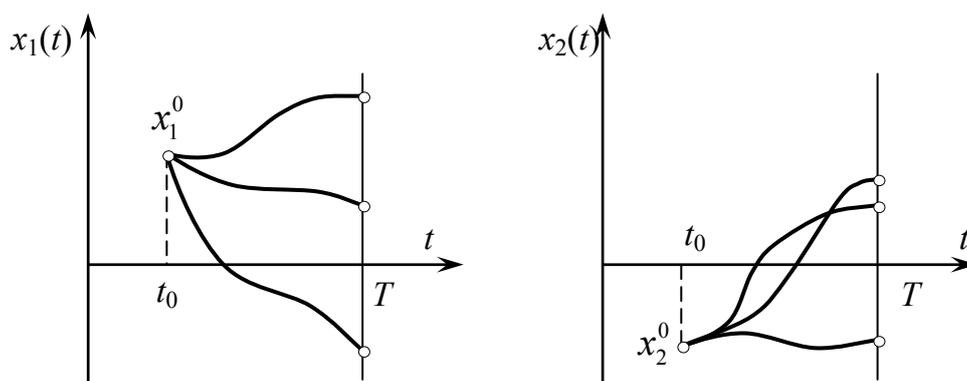


Рис. 1.46. К постановке задачи

Результаты, полученные при решении этой задачи, будут полностью аналогичны результатам решения общей задачи, отличаясь от последней лишь в деталях, касающихся граничных условий.

Итак, сформулируем задачу оптимального управления со свободным правым концом фазовой траектории. Пусть задан объект, описываемый системой дифференциальных уравнений:

$$x'_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_m, t), \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1.36)$$

Требуется найти такое управление $u(t)$ из области допустимых, которое переводило бы объект из заданного начального состояния $x(t_0) = x^0$ в некоторое заранее нефиксированное состояние $x(T)$ за фиксированное время $(T - t_0)$, причем так, что величина

$$S = \sum_{k=1}^n c_k x_k(T)$$

принимала бы минимальное (или максимальное) значение.

Для решения этой задачи запишем величину S в виде интеграла:

$$S = \int_{t_0}^T \sum_{k=1}^n c_k x'_k dt + \sum_{k=1}^n c_k x_k(t_0). \quad (1.37)$$

Постоянная составляющая $\sum_{k=1}^n c_k x_k(t_0)$ в (1.37) не влияет на условия экстремума функционала S , и поэтому в дальнейшем ее можно не учитывать.

Найдем условия экстремума функционала S при ограничениях (1.36). Это задача Лагранжа. Составляем вспомогательный функционал.

$$S^* = \int_{t_0}^T \left[\sum_{i=1}^n c_i x'_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i (x'_i - f_i) \right] dt = \int_{t_0}^T F^* dt,$$

где λ – множители Лагранжа (функции времени).

Система уравнений Эйлера имеет вид (имеем n неизвестных функций x_j и m функций u_k).

$$-\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j} - \lambda'_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n); \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

К этим уравнениям мы должны добавить условия трансверсальности. Для рассматриваемого случая, когда правые концы $x_k(t)$, ($k = 1, 2, \dots, n$) скользят по вертикальной прямой, эти условия имеют вид:

$$F_{x'_j/t=T}^* = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

что дает

$$\lambda_j(T) = -c_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Итак, мы получим решение нашей задачи в виде двух систем уравнений:

$$\lambda'_j = -\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}; \quad \lambda_j(T) = -c_j; \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

и

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k} = 0; \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

Запишем первую систему, как систему уравнений Эйлера, в канонической форме. Введем функцию Гамильтона и канонические переменные p_j , ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$H(t, x, p, u) = -F^* + \sum_{j=1}^n p_j x'_j; \quad p_j = F_{x'_j}^*.$$

Для нашего функционала S^* имеем

$$p_j = c_j + \lambda_j;$$

$$H = -\sum_{i=1}^n c_i x'_i - \sum_{i=1}^n \lambda_i x'_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i + \sum_{j=1}^n c_j x'_j + \sum_{j=1}^n \lambda_j x'_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i.$$

Введем новое обозначение $\lambda_i = \psi_i$, тогда $p_i = c_i + \psi_i$ и

$$H(t, x, \psi, u) = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i = \sum_{i=1}^n \psi_i x'_i.$$

Функции времени $\psi_i(t)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) есть те же множители Лагранжа. Они отличаются от канонических переменных p_i постоянными c_i .

Система уравнений Эйлера теперь запишется так:

$$\psi'_j = -\sum_{i=1}^n \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial H}{\partial x_j}, \quad \psi_j(T) = -c_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n);$$

$$x'_j = f_j = \frac{\partial H}{\partial \psi_j}, \quad x_j(t_0) = x_j^0, \quad \sum_{i=1}^n \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k} = \frac{\partial H}{\partial u_k} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

Мы получили эти уравнения на основе правил классического вариационного исчисления и, казалось бы, не имеем здесь никакой новой информации. Однако это не так. Обратим внимание на группу последних условий:

$$\frac{\partial H}{\partial u_k} = 0; \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

Если частная производная от некоторой функции по какой-то переменной обращается в нуль, то это значит, что при некотором значении этой переменной функция либо имеет экстремум (min или max), либо точку перегиба с горизонтальным участком. Покажем, что рассматриваемые условия есть условия экстремума функции Гамильтона по переменным u_1, u_2, \dots, u_m , т. е. по управляющим параметрам.

1.6.13. Вывод принципа максимума для задачи со свободным правым концом

Вернемся к нашей задаче. Запишем уравнение объекта более компактно:

$$x'_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_m; t) = f_i(x, u, t), \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

где x – фазовый вектор, а u – вектор управления.

Нам нужно перевести объект из начального состояния x^0 в некоторое заранее не фиксированное конечное состояние за фиксированное время $(T - t_0)$, причем так, чтобы доставить экстремум функционалу

$$S = \sum_{k=1}^n c_k x_k(T),$$

выбирая надлежащим образом управляющие функции $u_1(t), \dots, u_m(t)$, которые принадлежат некоторой области допустимых управлений.

Предположим, что мы нашли оптимальное управление \bar{u} , которое минимизирует функционал S (или максимизирует). Подставляя \bar{u} в систему уравнений объекта и решая ее, мы найдем оптимальную траекторию $\bar{x}(t)$ и оптимальное значение конечного состояния $\bar{x}(T)$. Возьмем другое управление $\bar{u} + \delta u$. Тогда движение объекта будет происходить по другой траектории, отличающейся от оптимальной на величину (функцию) δx , т. е. $\bar{x} + \delta x$, но очевидно

$$\bar{x}'_i + \delta x'_i = f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t), \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

а также

$$\delta x'_i = f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Умножим обе стороны этого равенства на ψ_i и просуммируем:

$$\sum_{i=1}^n \psi_i \delta x'_i = \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)].$$

Умножим теперь обе части последнего равенства на dt и проинтегрируем в пределах от t_0 до T :

$$\int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i \delta x'_i dt = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] dt.$$

Вычислим интеграл слева по частям:

$$\int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i \delta x'_i dt = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i \cdot d(\delta x_i) = \sum_{i=1}^n \psi_i \delta x_i \Big|_{t_0}^T - \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi'_i \delta x_i dt.$$

Тогда

$$\sum_{i=1}^n \psi_i \delta x_i \Big|_{t_0}^T = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi'_i \delta x_i dt + \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] dt.$$

Рассмотрим выражение в левой части равенства

$$\sum_{i=1}^n \psi_i \delta x_i \Big|_{t_0}^T = \sum_{i=1}^n \psi_i(T) \delta x_i(T) - \sum_{i=1}^n \psi_i(t_0) \delta x_i(t_0) = - \sum_{i=1}^n c_i \delta x_i(T) = -\Delta S,$$

где $\delta x_i(t_0) = 0$, ($i = 1, 2, \dots, n$), т. к. левый конец закреплен, $\psi_i(T) = -c_i$ согласно граничному условию на правом конце. ΔS – приращение функционала S , обусловленное вариацией управления в районе оптимального, т. е. ΔS – отклонение от экстремального значения.

Таким образом,

$$-\Delta S = \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi'_i \delta x_i dt + \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] dt.$$

Предполагая малость вариации δx , разложим выражение в скобках в ряд Тейлора, ограничиваясь линейными членами:

$$\begin{aligned} & f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t) \cong \\ & \cong f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t)}{\partial x_j} \delta x_j, \end{aligned}$$

получим главную часть приращения по траектории.

Подынтегральная функция теперь запишется в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x} + \delta x, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] \cong \\ & \cong \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \psi_i \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t)}{\partial x_j} \delta x_j. \end{aligned}$$

Если теперь учесть, что (в силу уравнения Эйлера для ψ'_j)

$$\sum_{i=1}^n \psi'_i \delta x_i = \sum_{j=1}^n \psi'_j \delta x_j = - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \psi_i \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)}{\partial x_j} \delta x_j,$$

то выражение для ΔS можно представить так:

$$\begin{aligned} \Delta S &= - \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] dt - \\ & - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^T \psi_i \frac{\partial}{\partial x_j} [f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] \delta x_j dt. \end{aligned}$$

Предположим для простоты, что $f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$ есть линейная функция относительно x , т. е.

$$f_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) \cdot x_j + \varphi_i(u, t),$$

тогда

$$\frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)}{\partial \bar{x}_j} = \frac{\partial f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t)}{\partial \bar{x}_j}$$

и второй интеграл в выражении для ΔS будет равен нулю. Для рассматриваемого случая ΔS получает вид

$$\Delta S = - \int_{t_0}^T \sum_{i=1}^n \psi_i [f_i(\bar{x}, \bar{u} + \delta u, t) - f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)] dt,$$

или, если учесть, что

$$H(x, \psi, u, t) = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i(x, u, t),$$

получим
$$\Delta S = - \int_{t_0}^T [H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u} + \delta u, t) - H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}, t)] dt.$$

Это выражение справедливо для любого интервала $(T - t_0)$, в том числе и для весьма малого, поэтому знак интеграла должен совпадать со знаком подинтегральной функции в любом случае. Достаточным условием минимума целевого функционала S является требование $\Delta S > 0$, а для этого необходимо, чтобы

$$H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u} + \delta u, t) - H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}, t) < 0$$

независимо от знака δu , а это означает, что оптимальное управление \bar{u} доставляет максимум гамильтониану H (рис. 1.47):

$$\bar{H} = \max_u H.$$

Наоборот, если нужно максимизировать целевой функционал, то для этого необходимо требование $\Delta S < 0$, что приводит к условию

$$H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u} + \delta u, t) - H(\bar{x}, \bar{\psi}, \bar{u}, t) > 0,$$

т. е. в этом случае оптимальное управление доставляет минимум гамильтониану.

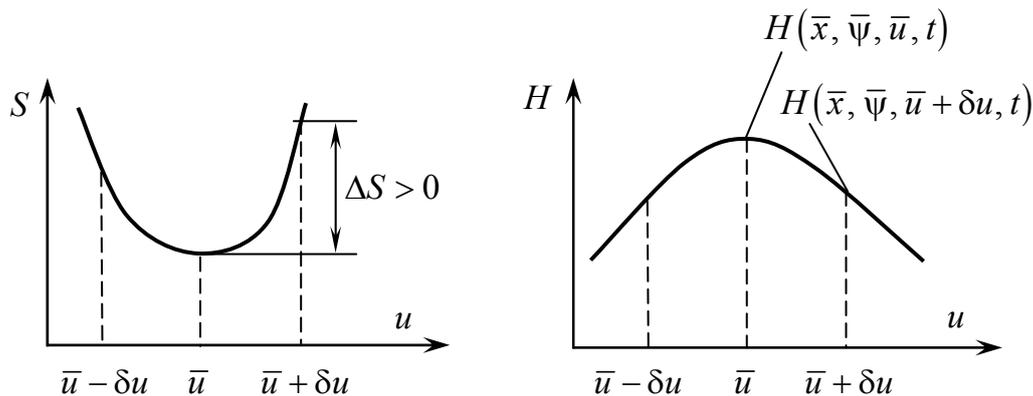


Рис. 1.47. Управление \bar{u} доставляет минимум функционалу S при максимуме гамильтониана H

Заметим, что эти выводы сохраняются полностью и для случая нелинейных дифференциальных уравнений. Доказательства в этом случае оказываются весьма сложными, и мы их опустим. Итак, мы получили следующую теорему, выражающую знаменитый принцип максимума Понтрягина:

«Если управление $u(t)$ минимизирует (максимизирует) функционал $S = \sum_{i=1}^n c_i x_i(T)$, то оно удовлетворяет условию максимума (минимума) функции Гамильтона».

1.6.14. Задача о максимальном быстродействии.

Постановка задачи. Решение с помощью принципа максимума

Пусть задан объект, описываемый системой дифференциальных уравнений

$$x'_i = f_i(x, u, t), \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Требуется найти такое управление из области допустимых, которое переводило бы объект из начального состояния $x(t_0) = x^0$ в конечное $x(T) = x^T$ за минимальное время. Требуется, таким образом, минимизировать функционал $I = \int_{t_0}^T dt$.

Очевидно, условие экстремума этого функционала останется прежним, если его запишем в виде

$$I = \alpha \int_{t_0}^T dt,$$

где α – некоторое положительное число $\alpha > 0$.

Введем новую фазовую координату $x_{n+1} = \alpha \int_{t_0}^T dt$, или $x_{n+1} = \alpha$, и добавим к системе уравнений еще одно $x'_{n+1} = f_{n+1} = \alpha$.

Функционал получит вид

$$I = S = x_{n+1}(T),$$

следовательно, $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$; $c_{n+1} = 1$.

Задача отличается от предыдущей тем, что конечное состояние объекта задано, а время не фиксировано.

Находим вспомогательные переменные:

$$\psi'_j = -\sum_{i=1}^n \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad \psi'_{n+1} = 0, \quad \psi_{n+1} = \text{const.}$$

Граничные условия $\psi_j(T) = -c_j$, $(j=1, 2, \dots, n)$ уже не имеют место, т. к. они получены для свободного правого конца. У нас же он фиксирован. Но граничное условие $\psi_{n+1}(T) = -c_{n+1} = -1$ сохраняется, т. к. правый конец координаты x_{n+1} как функции времени остается свободным. Найдем гамильтониан:

$$H_1 = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i + \psi_{n+1} f_{n+1} = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i(x, u, t) - \alpha = H - \alpha.$$

Оптимальное управление найдется из условия максимума гамильтониана H_1 по управлению или, что то же самое, из условия $\max_{u \in \Omega} H$, т. е.

α можно не учитывать (можно не учитывать x_{n+1}).

Рассмотрим пример.

Пусть объект управления описывается уравнением

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + x = ku.$$

Требуется найти алгоритм управления, переводящий объект из положения $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$ (т. е. из состояния покоя) в положение $x(T) = x^T$; $x'(T) = 0$ за минимальное время. На управление u наложено ограничение $|u| \leq u_{\max}$.

Запишем уравнение объекта в виде системы ($x_1 = x$):

$$\begin{cases} x'_1 = x_2 = f_1; \\ x'_2 = -\frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{1}{a_2} x_1 + \frac{k}{a_2} u = f_2, \end{cases}$$

и находим вспомогательные переменные:

$$\psi'_1 = -\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} - \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{1}{a_2} \psi_2, \quad \psi'_2 = -\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} - \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -\psi_1 + \frac{a_1}{a_2} \psi_2$$

или
$$\psi'_1 - \frac{1}{a_2} \psi_2 = 0, \quad \psi_1 + \left(-\frac{a_1}{a_2} \psi_2 + \psi'_2 \right) = 0.$$

Составляем характеристическое уравнение для полученной системы:

$$\begin{vmatrix} p & -\frac{1}{a_2} \\ 1 & \left(-\frac{a_1}{a_2} + p\right) \end{vmatrix} = p\left(p - \frac{a_1}{a_2}\right) + \frac{1}{a_2} = p^2 - \frac{a_1}{a_2}p + \frac{1}{a_2} = 0.$$

Пусть корни характеристического уравнения будут p_1 и p_2 . Решение для ψ_2 имеет вид $\psi_2 = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}$.

Составляем гамильтониан:

$$H = \psi_1 f_1 + \psi_2 f_2 = \psi_1 x_2 + \psi_2 \left(-\frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{1}{a_2} x_1 \right) + \frac{k}{a_2} \psi_2 \cdot u.$$

Максимум функции H достигается при управлении

$$u = u_m \cdot \text{sign}(\psi_2) = u_m \cdot \text{sign}(c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}).$$

Это и есть искомый алгоритм управления.

После окончания управления u должно быть равно $\frac{x^T}{k}$.

Постоянные c_1 и c_2 должны быть подобраны так, чтобы в момент $t = T$ объект оказался в положении x^T . Процесс управления можно иллюстрировать следующими диаграммами (рис. 1.48, 1.49).

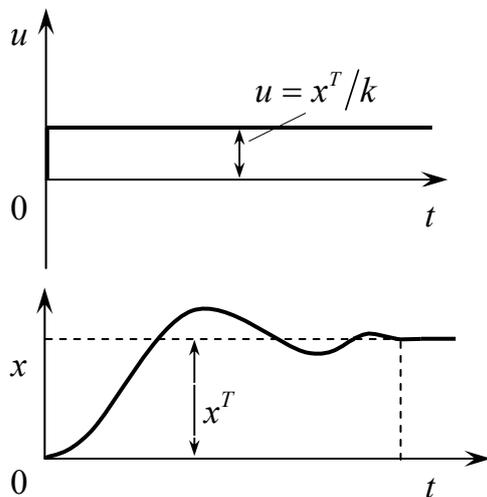


Рис. 1.48. Переходный процесс при подаче на вход $u = x^T/k$

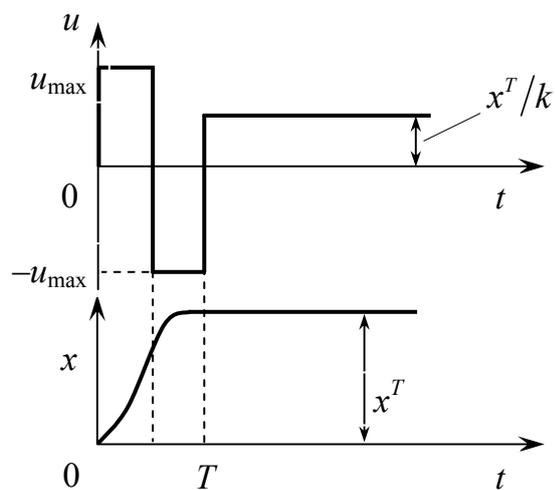


Рис. 1.49. Оптимальное управление

1.6.15. Динамическое программирование и его применение для решения задач оптимального управления. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана

Динамическое программирование, созданное в значительной мере Р. Беллманом и его учениками в 50-х годах XX в., является математическим аппаратом изучения многошаговых оптимальных решений. Многошаговые процессы позволяют получать решения оптимизационных задач в различных отраслях науки и техники.

Р. Беллман так объясняет название метода [5]: «Название принято на основании следующих соображений. Пользуясь популярной ныне терминологией, можно сказать, что рассматриваемые нами задачи являются задачами программирования (т. е. задачами принятия решений). При этом прилагательное «динамический» указывает на то, что мы интересуемся процессами, в которых существенную роль играет время и в которых порядок выполнения операций может оказаться решающим».

Принцип оптимальности Р. Беллмана удобно рассмотреть на примере задачи о максимальном быстродействии.

Будем полагать, что для любой точки x фазового пространства, отличающейся от точки x_k , существует оптимальное управление $u_k(t)$, под действием которого объект попадает в x_k . Время, за которое происходит переход из x в x_k оптимальным образом, обозначим через $T(x)$, причем переход за время, меньшее, чем $T(x)$, невозможен, т. к. это противоречило бы предположению об оптимальности $u_k(t)$. Если положить $T(x) = \text{const}$, то это уравнение определяет в фазовом пространстве $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ геометрическое место точек, из которых время оптимального перехода в x_k постоянно. Такие геометрические места точек называют *изохронами*.

Введем в рассмотрение функцию $S(x)$, которая отличается от функции $T(x)$ только знаком:

$$S(x) = -T(x). \quad (1.38)$$

Предположим, что функция $S(x)$ является непрерывной и всюду имеет непрерывные частные производные $\frac{\partial S}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial x_n}$, за исключением точки x_k .

Если объект начал движение из точки x_0 в момент t_0 по произвольной фазовой траектории, то для попадания в некоторую точку $x(t)$ было затрачено время $(t - t_0)$. Если от точки $x(t)$ объект движется к x_k по оптимальной траектории, то на движение затратится время $T[x(t)]$. В результате на переход из x_0 в x_k затратится время $(t - t_0) + T[x(t)]$. Учитывая, что оптимальное время перехода от x_0 до x_k равно $T[x(t_0)]$, то

$$T[x(t_0)] \leq (t - t_0) + T[x(t)].$$

Заменяв функцию T на S [см. формулу (1.38)] и поделив обе части равенства на величину $(t - t_0)$, которая является положительной, получим

$$\frac{S[x(t)] - S[x(t_0)]}{t - t_0} \leq 1,$$

или, переходя к пределу при $t \rightarrow t_0$, найдем

$$\left. \frac{d}{dt} S[x(t)] \right|_{t=t_0} \leq 1. \quad (1.39)$$

Производная в левой части этого неравенства существует, поскольку функции $S(x)$ и $x(t)$ дифференцируемы, и вычисляется по формуле полной производной:

$$\frac{d}{dt} S[x(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} x'_i.$$

Полагая, что движение объекта описывается системой уравнений первого порядка вида $x'_i = f_i(x, u)$, перепишем (1.39):

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(x_0)}{\partial x_i} f_i(x_0, u_0) \leq 1.$$

Точки u_0 и x_0 здесь были произвольными, поэтому для любой произвольной точки u из области управления выполняется условие

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(x)}{\partial x_i} f_i(x, u) \leq 1. \quad (1.40)$$

Пусть $u(t)$, $x(t)$ – оптимальный процесс перехода объекта из начального фазового состояния x_0 в конечное состояние x_k за интервал времени $t_0 \leq t \leq t_k$. Тогда $x(t_0) = x_0$; $x(t_k) = x_k$ и $t_k = t_0 + T(x_0)$. Оптимальная траектория находится по уравнениям объекта $x'_i = f_i(x, u)$. Движение по этой траектории от фазовой точки x_0 до фазовой точки

$x(t)$ происходит в течение времени $(t - t_0)$, а движение от фазовой точки $x(t)$ до фазовой точки x_k — в течение времени $T[x(t)]$. Поскольку общее время движения от x_0 до x_k по оптимальной траектории равно $T(x_0)$, то можно записать:

$$T[x(t_0)] = (t - t_0) + T[x(t)]. \quad (1.41)$$

Это равенство кажется простым и очевидным. В то же время это равенство служит формальной записью принципа оптимальности, являющегося основным положением в методе динамического программирования. В формулировке Беллмана принцип оптимальности выглядит следующим образом:

«Оптимальное поведение обладает тем свойством, что каковы бы ни были первоначальное состояние и решение (управление) в начальный момент, последующие решения (управления) должны составлять оптимальное поведение относительно состояния, получившегося в результате первого решения». Иначе говоря, в текущий момент надо принимать такое решение (управление), чтобы достигнуть наилучших результатов за оставшееся время.

Отсюда следует равенство (1.41): если $x(t)$ — оптимальная траектория для $t_0 \leq t \leq t_k$, то для любой промежуточной точки $t_0 < t < t_k$ заключительный участок траектории на отрезке t, t_k также является оптимальной траекторией. Принцип оптимальности и равенство (1.41), в частности, легко доказываются от противного. Действительно, пусть существует траектория (штриховая линия на рис. 1.50), для которой переход из точки $x(t)$ в точку x_k осуществляется за время, меньшее, чем $T(x_0) - (t - t_0)$. Тогда, переместившись из x_0 в $x(t)$ за время $(t - t_0)$, а из $x(t)$ в x_k быстрее, чем за время $T(x_0) - (t - t_0) = T[x(t)]$, осуществился бы переход из точки x_0 в точку x_k за время, меньшее, чем $T(x_0)$, что противоречит оптимальности процесса.

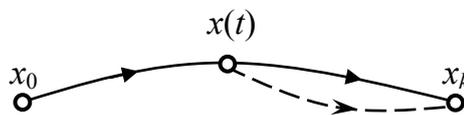


Рис. 1.50. Переход из точки x_0 в точку x_k

Итак, равенство (1.41) доказано. Заменяя T на S в (1.41):

$$S[x(t)] = S[x(t_0)] + t - t_0,$$

и дифференцируя по времени, находим

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S[x(t)]}{\partial x_i} f_i[x(t), u(t)] = 1.$$

Введем обозначение

$$H(x, u) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S[x(t)]}{\partial x_i} f_i[x(t), u(t)], \quad (1.42)$$

с учетом которого запишем соотношения (1.40) и (1.41):

$H(x, u) \leq 1$ – для произвольного допустимого процесса;

$H(x, u) = 1$ – для оптимального допустимого процесса.

Сопоставляя эти условия, запишем

$$\max_{u \in \Omega} H(x, u) = 1,$$

или с учетом обозначений (1.42):

$$\max_{u \in \Omega} \sum_{i=1}^n \frac{\partial S[x]}{\partial x_i} f_i(x, u) = 1$$

– для любой точки $x \neq x_k$.

Это выражение называют уравнением Беллмана.

Основное значение динамического программирования заключается в том, что динамическое программирование лежит в основе ряда численных алгоритмов решения задач оптимизации.

Общая идея приближенных алгоритмов, основанных на принципе оптимальности, заключается в том, что весь интервал, на котором нужно оптимизировать процесс, делят на такое число малых интервалов, чтобы решение задачи оптимизации на этом малом интервале было уже несложным. После этого решение задачи начинается «с конца». Согласно принципу оптимальности, оптимальное управление на последнем шаге не зависит от того, каким было управление на предыдущих шагах. На последнем шаге управление должно быть, во-первых, оптимальным для условий данного (и только данного) шага и, во-вторых, приводить в заданную конечную точку.

Однако для выбора управления на последнем шаге нужно знать, чем закончился предпоследний шаг. Это дает начальное условие для последнего шага. Поскольку мы его не знаем, будем делать разные предположения об исходе предпоследнего шага и для каждого из этих предположений вычислять оптимальное управление и значение функционала на последнем шаге. После этого переходим к выбору управления на предпоследнем шаге, причем его выбираем так, чтобы оно совместно с уже выбранным управлением на последнем шаге обеспечивало экстремум функционала на двух последних шагах. Таким образом, процесс динамического программирования развивается в обратном по времени направлении – от конца к началу – до тех пор, пока не доходит до заданной начальной точки.

Характерные особенности алгоритмов динамического программирования удобно рассматривать на примере дискретной задачи. Представим себе прямоугольное поле из $(n \cdot m)$ клеток: m – по горизонтали и n – по вертикали. На рис. 1.51 для наглядности показано поле при $m = 5$ и $n = 4$. Пусть для каждой клетки задана «стоимость» перехода в любую клетку соседнего справа столбца. Требуется найти оптимальную по «стоимости» траекторию перехода из заданной клетки крайнего левого столбца в заданную клетку крайнего правого столбца.

Если искать оптимальный путь простым перебором, то придется сравнивать между собой $n^{(m-2)}$ возможных путей, а это очень большое число. При больших m и n прямой перебор нереален. Рассмотрим теперь, что может в этой ситуации дать динамическое программирование. Пусть начальной будет клетка 3, а заданной конечной клетка 18. На последнем шаге в эту клетку можно попасть из клеток 13, 14, 15, 16.

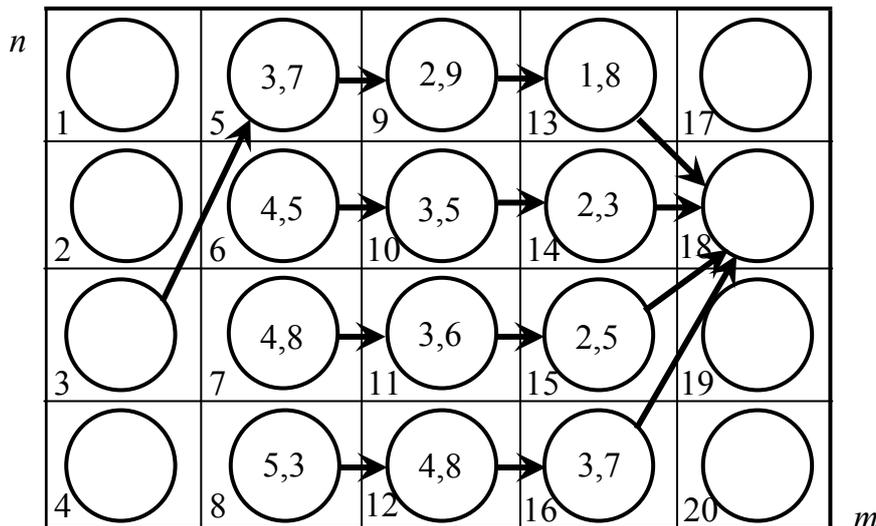


Рис. 1.51. Поиск оптимального пути

Запишем «стоимости» перехода из каждой из этих клеток в клетку 18 как характеристики клеток (на рис. 1.51 характеристики указаны в кружках), после чего перейдем к выбору решения на последнем шаге. Из клетки 9 можно перейти в любую из клеток четвертого столбца, а из нее в клетку 18, всего возможны четыре пути. Сравним их между собой и выберем путь с наименьшей стоимостью (с учетом и стоимости движения из клетки четвертого столбца в конечную клетку 18). Стоимость перехода в клетку 18 по наилучшему пути запишем как характеристику клетки 9. Повторим эту процедуру для каждой из клеток третьего столбца. На рис. 1.51 выписаны характеристики всех клеток третьего столбца и для каждой клетки показан оптимальный путь.

Переходя ко второму столбцу, убеждаемся, что для каждой из клеток этого столбца нужно сравнить между собой только четыре варианта пути. Действительно, если, например, находясь в клетке 5, мы избрали путь в клетку 9, то над дальнейшим выбором пути задумываться уже не надо – оптимальный путь из клетки 9 был определен на предыдущем шаге исследования, а согласно принципу оптимальности, этот путь не зависит от того, каким образом мы попали в клетку 9. Заполнив характеристики второго столбца, переходим к последнему шагу решения – складываем стоимости перехода из заданной клетки 3 с характеристиками клеток второго столбца и выбираем наименьшую из сумм. Пусть наименьшая сумма соответствует переходу в клетку 5. Тогда оптимальной траекторией будет последовательность 3–5–9–13–18.

Подсчитаем теперь, сколько сравнений возможных путей необходимо провести при решении общей задачи выбора траектории на поле из $m \times n$ клеток. В каждом из столбцов кроме крайних, необходимо сделать n^2 сравнений путей (по n путей в каждой из n клеток), в крайних столбцах (исключая последний) по n сравнений, т. е. всего будет $n^2(m-3) + 2n$ сравнений, а это гораздо меньше, чем $n^{(m-2)}$ путей при прямом переборе. Так, при $n = m = 10$ при прямом переборе надо сравнить 100 000 000 путей, а при использовании динамического программирования 720. В сокращении числа кривых сравнения заключается основное достоинство алгоритмов, основанных на идеях динамического программирования.

Непрерывные задачи оптимального управления могут быть сведены к дискретным выбором достаточно малого шага квантования. Однако при уменьшении шага объем вычислений быстро возрастает, и численные алгоритмы динамического программирования требуют для своей реализации весьма быстродействующих вычислительных машин.

ГЛАВА 2. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ НА ТЭС

2.1. ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ НА ТЭС

Сложность задач управления технологическими процессами на ТЭС вынуждает для удобства выполнения операций по управлению и исключению ошибочных действий персонала разделять оборудование энергоблоков ТЭС и их вспомогательные участки на группы по функциональному признаку.

Под *функциональной группой* (ФГ) понимается часть основного оборудования, предназначенная для выполнения единой технологической функции. Например, по парогенератору могут быть выделены ФГ перегрева пара, подачи воздуха, подачи и сжигания топлива, питания парогенератора водой и т. п. Функциональная группа состоит из нескольких функциональных подгрупп (ФПГ). Как правило, в подгруппу входит один из однотипных агрегатов ФГ.

Реализация управления энергоблоком на основе функционально-группового принципа требует оптимального формирования групп оборудования и отдельных систем блока.

Управление технологическими процессами ТЭС осуществляется оператором с группового или блочного щита управления.

Для надежной и эффективной работы оборудования на современных ТЭС требуется осуществлять контроль и поддержание на заданных значениях несколько сотен технологических параметров, выполнять тысячи операций по управлению двухпозиционными органами, механизмами и устройствами. Системы автоматического контроля и управления позволяют освободить оператора от выполнения перечисленных задач и дать ему возможность сосредоточить свое внимание на важнейших параметрах и операциях по управлению. В число таких автоматических систем входят подсистемы дистанционного и дискретного автоматического управления механизмами и арматурой, автоматического регулирования и защиты, теплового контроля и сигнализации, расчета ТЭП.

Принцип организации управления технологическими процессами на ТЭС приведен на рис. 2.1 [6], где представлены подсистемы автоматического контроля и управления.

На рис. 2.1 приняты следующие обозначения: КУ – ключ управления; ИС – индикатор состояния; ИМ – исполнительный механизм; ЦП – цифровой прибор; ПУ – печатающее устройство.

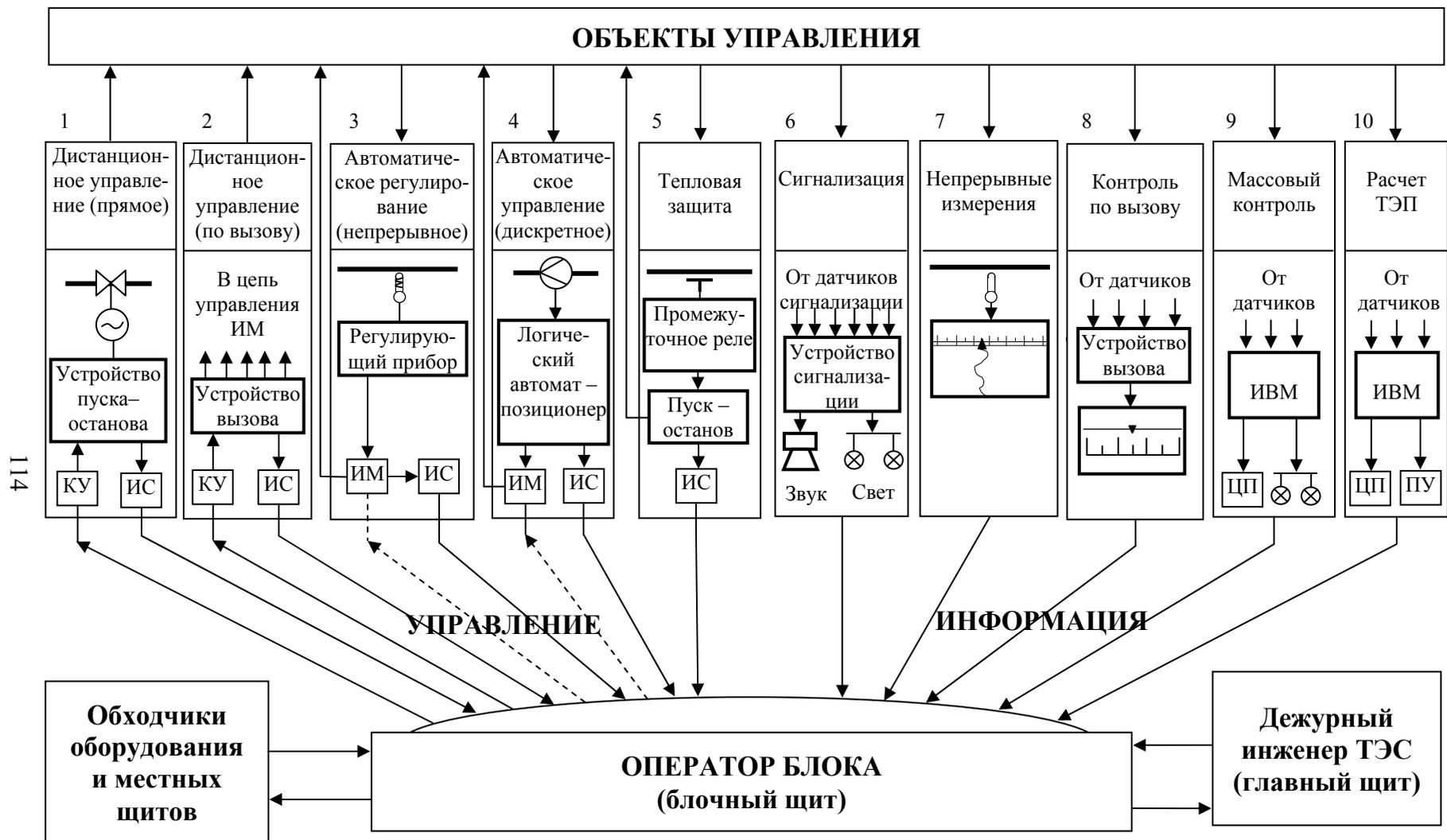


Рис. 2.1. Структура организации управления технологическими процессами на ТЭС

Устройства дистанционного управления предназначены для передачи воздействий оператора на удаленные от поста управления запорные и регулирующие органы, устройства пуска и отключения механизмов.

Широкое применение на ТЭС получили системы *индивидуального* (прямого) дистанционного управления, действующие по цепочке оператор (команда) – ключ – система передачи сигнала – пусковое устройство – исполнительный механизм (1 на рис. 2.1).

При значительном количестве электроприводов и исполнительных механизмов применяются *избирательные устройства управления* (по вызову 2). Устройство вызова обычно представляет собой клавишный аппарат, с помощью которого выбирается нужный для управления исполнительный механизм. Управление выбранным исполнительным механизмом осуществляется оператором с помощью ключа управления общего для группы исполнительных механизмов.

Устройства систем автоматического регулирования 3 предназначены обеспечивать надежную и экономичную работу оборудования при заданной производительности установок, стабилизацию технологических параметров на заданных значениях.

Действие устройств автоматического регулирования осуществляется без участия или при ограниченном участии человека – оператора (воздействие на задающие устройства регуляторов).

Автоматическое дискретное управление 4 предусматривает управление группой механизмов от одной команды с последующим автоматическим развитием этой команды по заданной программе.

Устройства тепловой защиты 5 предназначены для недопущения возникновения и развития аварий при нарушении нормального режима работы теплоэнергетического оборудования. Кроме того они защищают оборудование от повреждений при неверных действиях оператора или отказах систем регулирования.

Нарушение нормального режима работы теплоэнергетического оборудования сопровождается отклонениями технологических параметров сверх допустимых пределов, что и используется при включении защит в работу. Чаще всего действие защит одностороннее: отключенное защитой оборудование после устранения причин ее срабатывания включается в работу дежурным персоналом.

Системы защиты имеют собственные первичные устройства для измерения и датчики контролируемых технологических параметров, собственные резервируемые источники питания, независимые каналы управляющих воздействий.

К *устройствам сигнализации 6* относятся устройства предупредительной сигнализации и устройства сигнализации состояний вспомогательного оборудования.

Задача устройств предупредительной сигнализации заключается в четком информировании оператора о параметрах, вышедших за установленные пределы. Осуществляется звуковым сигналом и зажиганием светового табло.

Устройства сигнализации состояний вспомогательного оборудования информируют оператора о положении задвижек, шиберов, режимов работы регуляторов, функциональных групп и т. п. Осуществляется на элементах мнемосхемы.

Приборы непрерывного измерения 7 предназначены для обеспечения повышенной надежности контроля ограниченной группы наиболее важных технологических параметров. Ряд приборов непрерывных измерений снабжены устройствами регистрации, что позволяет оператору отслеживать тенденцию изменения параметров, качество работы систем автоматического регулирования, оценить экономическую эффективность работы теплоэнергетического оборудования за длительный промежуток времени.

Измерения по вызову 8 предназначены в основном для контроля оперативных технологических параметров (т. е. тех, отклонения которых от нормальных значений сигнализируются), а также параметров, характеризующих регулирующие воздействия (например, расходы воды, топлива и т. п.). При осуществлении контроля по вызову, оператор с помощью устройства вызова (например, клавишного переключателя цепей) подключает к одному показывающему прибору выбранный из группы измерительный преобразователь.

Массовый контроль 9 выполняется автоматически и служит для контроля большого количества вспомогательных параметров, вероятность выхода которых за установленные пределы мала (например, температуры металла турбины, подшипников различных механизмов и т. п.). При выходе параметров массового контроля за установленные пределы срабатывает сигнализация.

Расчет технико-экономических показателей 10 (ТЭП) выполняется на ЭВМ. Расчет ТЭП предназначен для представления персоналу электростанции текущей и отчетной информации о состоянии оборудования и качества его эксплуатации по отдельным участкам технологического процесса, основным агрегатам и энергоблоку в целом. Результаты расчета ТЭП выводятся на печатающие устройства.

Технические средства автоматизации рассмотренных выше систем (регулирующие устройства, преобразователи, ключи и переключатели управления, измерительные приборы, указатели положения исполнительных механизмов и т. п.) в основном располагаются на групповых или блочных щитах управления (ГрЩУ и БЩУ). Щит управления представляет собой совокупность вертикальных панелей и противостоящих им пультов и располагается в специально отведенных помещениях. Часть приборов для контроля второстепенных параметров устанавливается на так называемых местных щитах управления (щиты деаэраторных и редукционно-охладительных установок, щиты манометров, щиты U-образных манометров и др.). Местные щиты управления располагаются вблизи технологического оборудования и обслуживаются дежурными обходчиками. Обходчики следят за состоянием оборудования и показаниями приборов на местных щитах и при необходимости могут связаться с оператором центрального щита управления или дежурным инженером станции. Связь осуществляется по радио или телефону.

Применение выше описанных подсистем автоматического контроля и управления (контроль и управление по вызову, массовый контроль) позволяет существенно уменьшить число необходимых приборов контроля и управления и вследствие этого значительно уменьшить размеры щитов управления и размеры помещений, в которых эти щиты располагаются. Автоматические системы контроля и управления уменьшают нагрузку на оператора, давая ему возможность сосредоточить свое внимание на поведении основных параметров теплоэнергетической установки и избавить его от выполнения множества второстепенных операций.

Для лучшего восприятия поступающей информации и четкого выполнения управляющих действий в нормальных, предаварийных или аварийных режимах работы теплоэнергетического оборудования необходимые для этого органы управления и средства отображения информации должны располагаться непосредственно в поле зрения оператора, образуя так называемый *оперативный* контур БЩУ. Приборы остальных систем устанавливаются на панелях *неоперативного* контура БЩУ (регулирующие устройства, различные преобразователи, приборы массового контроля, коммутационная и вспомогательная аппаратура и т. п.)

На рис. 2.2 в качестве примера приведен возможный план компоновки БЩУ для энергоблока.

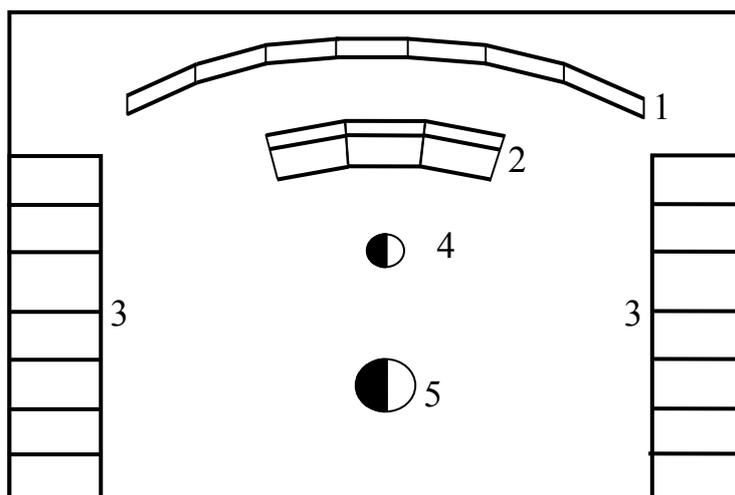


Рис. 2.2. Компоновка БЩУ:

*1 – оперативные панели щитов; 2 – оперативные панели пультов;
3 – неоперативные панели щитов; 4 – оператор блока;
5 – старший оператор (начальник смены)*

2.2. АСУ ЭНЕРГОБЛОКОВ И ТЭС. МЕСТО АСУ ТП ТЭС И ЭНЕРГОБЛОКОВ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ УПРАВЛЕНИЯ

Автоматизированные системы управления ТЭС должны выполняться с учетом перспективы создания отраслевой автоматизированной системы управления производством и распределением электроэнергии в масштабе всей страны – ОАСУ «Энергия».

В качестве составных частей в эту сложную многоступенчатую (иерархическую) систему должны входить подсистемы управления технологическими процессами отдельных энергоблоков (АСУ ТПЭ), тепловыми и атомными электростанциями (АСУ ТЭС и АСУ АЭС) и энергосистемами (АСУ ЭС). На рис. 2.3 представлена иерархическая структура управления в ОАСУ «Энергия» [6], где:

- 1 – главный управляющий информационно-вычислительный центр;
- 2 – зональные управляющие информационно-вычислительные центры;
- 3 – автоматизированные системы управления энергосистемами (АСУ ЭС);
- 4 – автоматизированные системы управления электростанциями;
- 5 – автоматизированные системы управления технологическими процессами энергоблока (АСУ ТПЭ);
- 6 – ФГ теплоэнергетического оборудования;
- 7 – функциональные подгруппы;
- 8 – исполнительные механизмы.

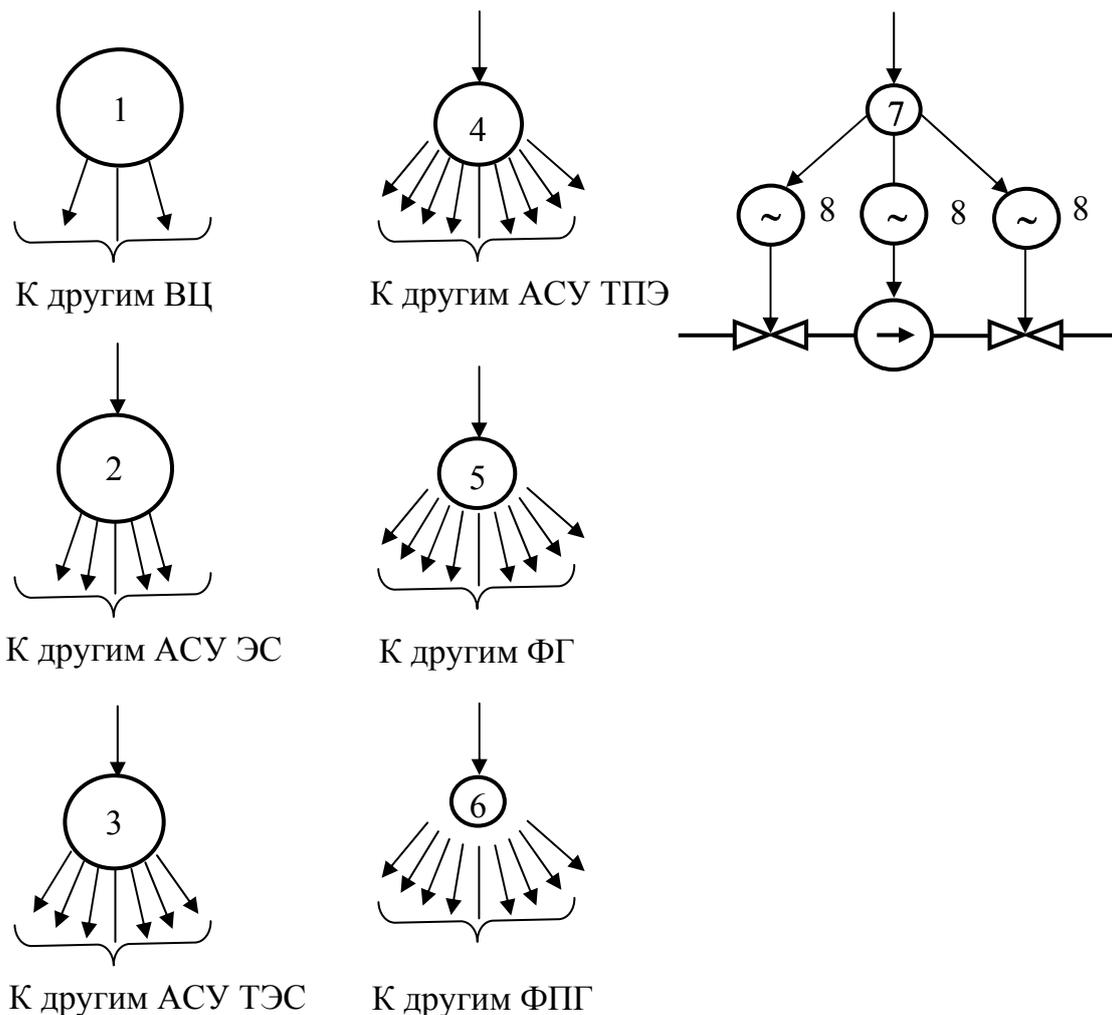


Рис. 2.3. Иерархическое дерево оперативно-диспетчерского управления ОАСУ «Энергия»

Рассмотрим назначение и основные функции этих подсистем.

АСУ ТПЭ представляет собой совокупность средств измерений и сигнализации, дистанционного управления, автоматического регулирования и защиты, а также расчета ТЭП, позволяющих персоналу осуществлять централизованное и эффективное управление технологическими процессами энергоблока во всех эксплуатационных режимах, включая пуски и остановки, плановые и внеплановые изменения нагрузки.

АСУ ТПЭ следует рассматривать как систему, состоящую из двух частей: 1) *функциональной*, призванной решать задачи оптимального управления технологическими процессами, и 2) *обеспечивающей* необходимой информацией для решения этих задач.

При этом обеспечивающая часть состоит из информационной базы (данные для расчетов, априорные данные об объекте управления и графиках нагрузки, нормативные и руководящие материалы, текущие сведения

о возмущающих воздействиях и т. п.), комплекса технических средств (датчики, преобразователи сигналов, информационные и управляющие машины, традиционные средства контроля и регулирования и др.) и системы математического обеспечения (трансляторы с языков любых уровней: машинных и процедурных, готовые программы и алгоритмы для решения перечисленных задач, запрограммированные методы оптимизации процессов управления и экономико-математические методы расчета ТЭП, статических и динамических характеристик объектов управления и др.).

Основу современной АСУТП составляет управляющий вычислительный комплекс (УВК), который строится по двухуровневому принципу. Нижнюю ступень составляет информационная подсистема, работающая по алгоритмам, имеющим несложный и массовый характер: сбор и первичная обработка информации, оперативный контроль, сигнализация, вызывная цифровая печать, графическая регистрация и передача информации вычислительному комплексу. Верхнюю ступень составляет собственно вычислительный комплекс – вычислительная подсистема, выполняющая функции управления и решающая задачи со сложными алгоритмами.

2.3. ЗАДАЧИ (ФУНКЦИИ) АСУ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГОБЛОКА

Оперативный контроль

Оперативный контроль предусматривает:

1) контроль на индивидуальных постоянно включенных приборах. Предназначен для контроля наиболее важных технологических параметров, на основе которых можно оценить общее положение на энергоблоке. Для этой цели применяются преимущественно регистрирующие приборы;

2) контроль по вызову на аналоговых приборах. Предназначен обеспечить повышенную надежность измерений ограниченной группы технологических параметров. Этот вид контроля охватывает в основном оперативные технологические параметры;

3) контроль по вызову на цифровых приборах. Расширяет возможности контроля, обеспечивает информацию о любом подключенном ко входу УВК или вычисленном параметре;

4) контроль по вызову на электронных дисплеях. Обеспечивает наглядность, позволяя представлять оператору для обозрения группу взаимосвязанных параметров;

5) графическая регистрация на аналоговых приборах. Применяется для важных точек контроля и группы параметров множественного контроля с целью представления оператору предыстории, текущих значений и направления изменения параметров;

6) цифровая регистрация по вызову. Обеспечивает возможность печати на печатающих устройствах любого вычисленного параметра или подключенного ко входу УВК;

7) предупредительная световая или звуковая сигнализация технологических параметров, вышедших за пределы установленных значений;

8) сигнализация состояний оборудования (положение задвижек, шиберов и др., состояний агрегатов и электродвигателей, режимов работы регуляторов и т. п.). Осуществляется на элементах мнемосхемы объекта, которая располагается на оперативном контуре БЩУ.

Регистрация аварийных ситуаций

Служит для фиксации событий и параметров в аварийных режимах работы теплоэнергетического оборудования. Фиксация аварийного режима начинается сразу после поступления сигнала, классифицируемого как признак аварии.

Система регистрации аварийных ситуаций обеспечивает регистрацию последовательности и времени срабатывания технологических защит, положения всех контролируемых двухпозиционных органов на момент аварии, последовательности и моментов переключения двухпозиционных органов, положений важнейших регулирующих органов, значений технологических параметров.

Автоматический расчет ТЭП

К вычисляемым ТЭП относятся: показатели парогенератора и турбины, объемы электрических и тепловых собственных нужд, анализ топливоиспользования и другие показатели в объеме существующей технической отчетности. Все расчеты ТЭП производятся одновременно с ходом технологического процесса на основе данных, получаемых за различные интервалы времени непосредственно с объекта или накапливаемых памятью УВК в результате обработки информации. В целях подавления динамических помех значение оперативного интервала расчета устанавливается равным 15 минут. Для анализа качества работы вахтенного персонала предусмотрен сменный (за 8 ч.) интервал расчета ТЭП. Для анализа работы всего энергоблока и составления отчетности предусматривается месячный интервал расчета ТЭП. При этом обеспечивается контроль достоверности важнейших каналов

измерения, осуществляемый путем сравнения с показаниями дублирующих датчиков, со сходными параметрами или со значениями параметров, полученных на основе косвенных вычислений. УВК на основе данных теплотехнических испытаний, расчетов и другой заранее известной информации вычисляет также нормативные значения ТЭП, которые определяются как функция внешних, не зависящих от эксплуатации факторов.

Коррекция настроек регуляторов

Выполняет автоматическую подстройку регуляторов при изменениях режимных условий работы энергоблока (изменения вида топлива, нагрузки, состава работающего оборудования и его характеристик). В систему настройки АСР должны входить следующие устройства: автоматические регуляторы, снабженные приспособлениями для дистанционного управления настройками, автоматические задатчики регулируемых величин и источники пробных воздействий на АСР в форме ступенчатых или гармоничных сигналов. УВК должен обеспечивать выполнение трех режимов: определения динамических характеристик объектов, оптимизации АСР (расчет настроек) и автоматической коррекции настроечных органов регуляторов.

Оптимизация процесса горения в топке парогенератора

Осуществляется путем поддержания КПД парогенератора на максимальном значении в различных режимах его работы воздействуя на расход подаваемого в топку воздуха. Реализуется с помощью регулятора подачи воздуха и системы автоматической оптимизации, выполненной на базе УВК. Обеспечивает автоматический поиск экстремума КПД и автоматическую коррекцию оптимального избытка воздуха в топке.

Оптимизация вакуума в конденсаторе турбины

Служит для определения оптимального значения расхода циркуляционной воды на турбоустановку. Применяется для энергоблоков с индивидуальной системой снабжения циркуляционной водой и оснащенных устройствами изменения производительности циркуляционных насосов. В качестве оптимального критерия используется КПД турбоустановки нетто. Управляющими воздействиями являются включения отдельных циркуляционных насосов и изменение положения их направляющих аппаратов.

АСУ ТЭС является высшим звеном по отношению к АСУ ТПЭ. Она представляет собой совокупность методов управления и технических средств автоматизации, позволяющих осуществить наиболее эффективное

оперативно-диспетчерское управление эксплуатацией и управление производственно-хозяйственной деятельностью ТЭС.

Под техническими средствами автоматизации имеются в виду средства вычислительной техники и связи (информационные и управляющие вычислительные машины), а также традиционные средства контроля и регулирования (измерительные и регулирующие приборы, исполнительные механизмы и пр.).

Под методами управления понимаются определенные операции, действия (совершаемые автоматически или персоналом) и мероприятия по управлению, направленные на выполнение *основной задачи АСУ ТЭС*: обеспечение наилучшего использования материально-финансовых и трудовых ресурсов ТЭС для надежного и качественного производства электроэнергии в соответствии с заданиями АСУ энергосистемы. АСУ ТЭС призвана решать сложные задачи технологического и экономического управления станцией с наличием связей с высшими (энергосистема) и низшими (энергоблоки или группы агрегатов) уровнями.

Назначение АСУ ТЭС состоит в следующем:

1) сбор, обработка, анализ и отображение информации, передача информации на высшие и низшие уровни управления, воздействие на объекты (*оперативно-диспетчерское управление*);

2) разработка и выдача рекомендаций для принятия оптимальных решений по задачам управления производственно-технической и хозяйственной деятельностью (*производственно-техническое и хозяйственное управление*).

АСУ ТЭС, так же как и АСУ ТПЭ, состоит из функциональной части и обеспечивающей, включающей информационную базу, комплекс технических средств и систему математического обеспечения.

Оперативно-диспетчерское управление осуществляется с помощью подсистем функциональной части АСУ ТЭС (подсистемы планирования, учета, анализа и принятия решений, воздействия на объект управления).

Общестанционное автоматизированное оперативно-диспетчерское управление предусматривает:

1) автоматический сбор и первичную обработку информации о режиме главной электрической схемы станции и о состоянии общестанционного технического оборудования;

2) автоматический контроль достоверности информации;

3) регистрацию и предупреждение аварийных состояний;

4) расчет и анализ общестанционных технико-экономических показателей ТЭС, с различными интервалами времени в зависимости от требуемых форм отчетности;

5) определение энергетических характеристик энергоблоков с целью оптимального распределения нагрузок между отдельными энергоблоками;

6) выбор оптимального количества работающих энергоблоков при снижении нагрузки электростанции с учетом предполагаемой длительности простоя части оборудования и затрат электроэнергии и топлива на его последующий пуск;

7) учет выработанной, переданной в энергосистему и отпущенной потребителям электроэнергии;

8) обмен оперативно-диспетчерской информацией с АСУ высших уровней;

9) выполнение логических операций по переключениям главной электрической схемы станции;

10) управление общестанционными технологическими процессами и оборудованием.

Источники экономического эффекта от внедрения АСУ технологических процессов лежат в первую очередь в улучшении качественных показателей технологического процесса и повышении надежности функционирования технологического оборудования.

Производственно-техническое и хозяйственное управление ТЭС осуществляется с помощью следующих подсистем функциональной части АСУ:

- а) обслуживание основного и вспомогательного оборудования;
- б) обслуживание автоматизированных систем управления;
- в) экономического управления.

Подсистема обслуживания основного и вспомогательного теплового оборудования

Устанавливает сроки планово-предупредительных и капитальных ремонтов. Оптимальные сроки планово-предупредительных ремонтов (очистки теплообменных аппаратов – конденсаторов, различных подогревателей, экономайзеров и др.) определяются сопоставлением денежных затрат, например, на очистку $S_{оч}$, включая затраты, связанные с простоем оборудования, и ущерба в денежном выражении от загрязнения теплообменников ΔS_3^{τ} . Критерием оптимальности сроков очистки является минимум выражения

$$Q = S_{оч} + \Delta S_3^{(\tau)},$$

где τ – время между очистками, определяется из условия

$$Q = Q_{\min}.$$

Для определения сроков и целесообразности капитальных ремонтов необходимо сопоставить затраты на ремонт и замену оборудования (например, воздухоподогревателя в связи с коррозией) с возможным улучшением экономичности установки (в данном примере повышением КПД брутто парогенератора). Критерий оптимальности капитальных ремонтов Q может быть представлен в следующем виде

$$\Delta K_k + \Delta S_k^B + \Delta S_k^H = Q_{\min},$$

где ΔK_k – затраты на ремонт или замену, включая простои оборудования; ΔS_k^B – ухудшение экономичности работы оборудования в связи с износом за время безремонтной эксплуатации; ΔS_k^H – ущерб от снижения надежности за то же время τ .

Подсистема обслуживания автоматизированных систем управления

Обеспечивает надежность аппаратуры АСУ в эксплуатации. Она осуществляет сбор и обработку информации о надежности элементов самой АСУ и определяет объем и сроки заказа запасных изделий на основе анализа статистических данных потока отказов, что под силу лишь информационным вычислительным машинам.

Подсистема экономического управления

Призвана оптимизировать хозяйственную деятельность на электростанции, включая развитие основного производства, оборотные средства, трудовое и производственно-финансовое обеспечение ТЭС.

В качестве критерия эффективности для проведения работ по реконструкции основного и вспомогательного оборудования должно быть использовано выражение экономии приведенных затрат

$$\Delta S_p^B - \Delta K_p = Q_{\max},$$

где ΔS_p^B – ожидаемая экономия топлива в результате реконструкции; ΔK_p – суммарные затраты на данную реконструкцию.

Оптимизация оборотных средств предусматривает поставки наиболее выгоднейшего топлива с точки зрения качества и транспортных затрат при наличии возможностей выбора источника топливоснабжения и экономию средств на управление запасами ТЭС (пополнение запчастями и материалами).

Неоптимальность существующей практики управления запасами состоит в недостаточной изученности потока отказов, что под силу лишь машинному расчету и анализу. Вследствие этого наряду с убытками, которые несет станция от простоев оборудования из-за отсутствия нужных запчастей и материалов, имеют место потери от длительного

хранения дорогостоящих узлов в связи с замораживанием средств и затратами на хранение материальных ценностей в надлежащих условиях. Критерием оптимальности запаса материалов и приобретения запасных частей служит выражение

$$\Delta S_{к.р}^B + \Delta S_{к.р}^H - \Delta S_{з.м} = Q_{\max},$$

где $\Delta S_{к.р}^B$ и $\Delta S_{к.р}^H$ – соответственно экономия топлива и снижение ущерба за счет повышения надежности работы оборудования, которые могут быть получены вследствие проведения капитальных ремонтов оборудования и реконструктивных работ в заданные сроки; $\Delta S_{з.м}$ – затраты на материалы и запасные части.

2.4. СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ТЭС

2.4.1. Автоматическое регулирование барабанных парогенераторов. Котельный агрегат как объект регулирования

Принципиальная схема барабанного парогенератора приведена на рис. 2.4. В процессе своей работы парогенераторы на электростанции должны вырабатывать такое количество пара, какое его потребляют турбины. Для генерации требуемого количества пара в топку 1 подается топливо V_T и необходимое для его сжигания количество воздуха V_B .

Подаваемый с помощью дутьевого вентиляторы ДВ в топку воздух предварительно нагревается в воздухоподогревателе 9.

Образовавшиеся в результате сгорания топлива дымовые газы V_T эвакуируются из топки с помощью дымососа ДС и затем, омывая поверхности нагрева водяного экономайзера 8 и воздухоподогревателя через дымовую трубу уходят в атмосферу.

Нужная для генерации пара питательная вода, проходя через регулирующий питательный клапан РПК, подогревается уходящими дымовыми газами в экономайзере и поступает в барабан парогенератора 4. Барабан, подъемные трубы 2, экранирующие камерную топку, и опускные трубы 3 образуют т. н. циркуляционный контур. За счет тепла, полученного при сгорании топлива, в подъемных трубах циркуляционного контура идет процесс парообразования. Насыщенный пар из подъемных труб поступает в барабан котельного агрегата. Границей раздела между насыщенным паром и котловой водой в барабане служит уровень воды H_6 . Для уменьшения соленосодержания котловой воды осуществляется непрерывная продувка $D_{пр}$, при которой часть котловой воды удаляется из барабана котельного агрегата.

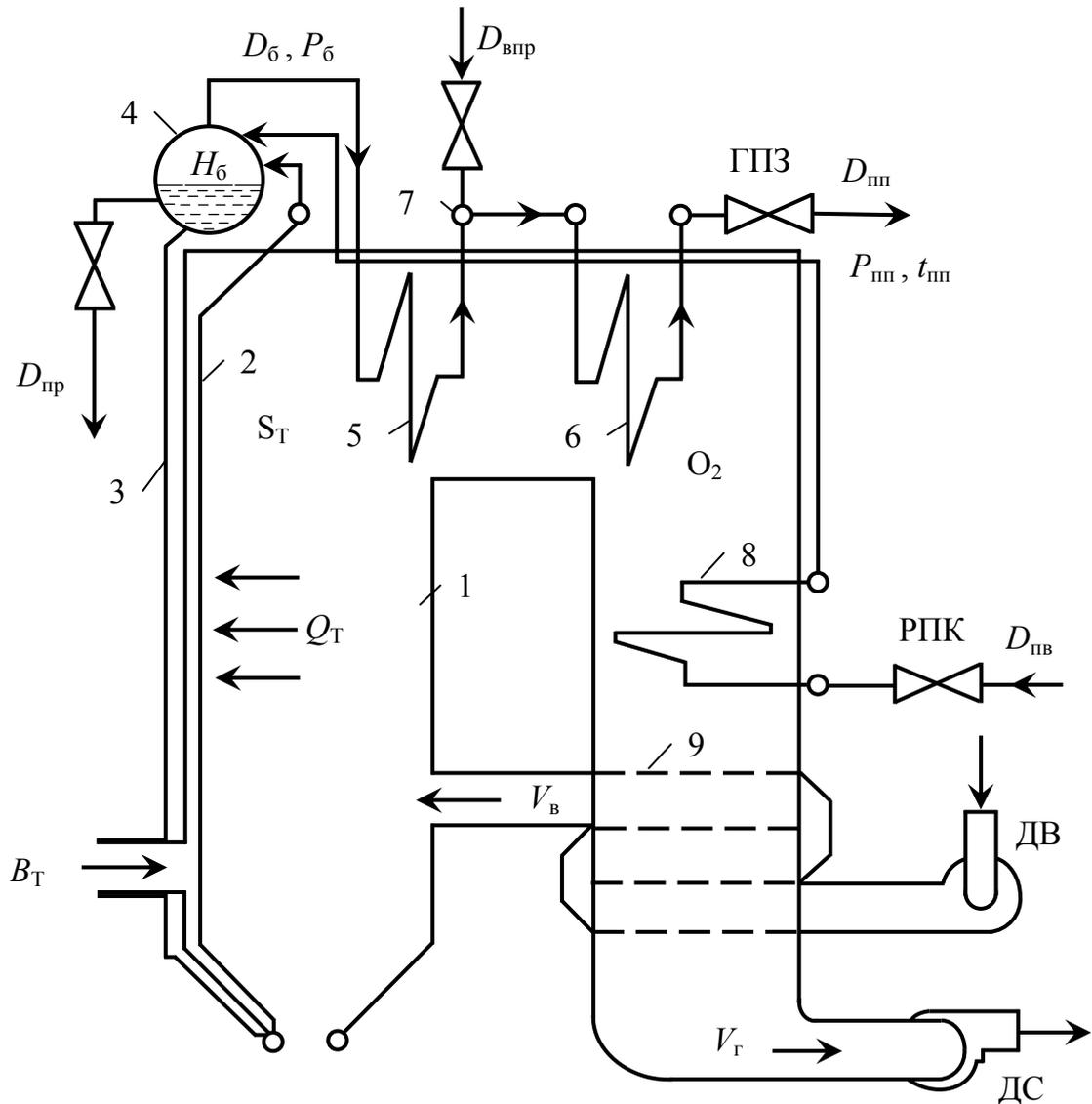


Рис. 2.4. Принципиальная схема барабанного парогенератора

Насыщенный пар D_6 , идущий от барабана парогенератора, перегревается в пароперегревателе 5, 6 и через главную паровую задвижку (ГПЗ) поступает на выход котельного агрегата с параметрами: расходом $D_{шт}$, давлением $P_{шт}$, температурой $t_{шт}$. Перегрев пара в пароперегревателе до необходимой температуры происходит вследствие радиации факела и за счет конвективного теплообмена с топочными газами. Для защиты пароперегревателя от чрезмерного нагрева и для осуществления регулирующего воздействия на температуру перегретого пара в рассечку пароперегревателя с помощью пароохладителя 7 впрыскивается вода $D_{впр}$.

Как уже отмечалось выше, парогенераторы на электростанции в каждый момент времени должны вырабатывать такое количество пара, какое его потребляют турбины. Показателем баланса между выработкой

пара парогенераторами и потреблением пара турбинами служит постоянство давления пара в паропроводе между турбинами и парогенераторами или в барабане парогенератора. Повышение давления пара свидетельствует о том, что производительность парогенераторов больше потребности турбин в паре и ее нужно снизить. Понижение давления пара свидетельствует о том, что производительность парогенераторов меньше потребности турбин в паре и ее нужно повысить.

Производительность парогенератора зависит от количества, выделившегося в топке тепла полученного в результате сгорания топлива. Если количество выделившегося тепла в топке больше чем это нужно для получения требуемого количества пара, то избыток тепла вызывает рост давления пара. В противном случае, при недостаточном расходе топлива в топку, происходит снижение давления пара.

Топливо в топке парогенератора должно сжигаться с максимальной экономичностью. Экономичность сжигания топлива обеспечивается подачей оптимального количества воздуха в топку в соответствии с расходом топлива. Об экономичности процесса горения можно судить по содержанию свободного кислорода O_2 в уходящих газах.

Для обеспечения устойчивого процесса горения топлива в топке парогенератора необходимо удалять образующиеся в процессе горения продукты сгорания. Косвенным показателем соответствия между количеством образующихся и удаляемых продуктов сгорания служит величина разрежения в топке S_T .

Производство пара в парогенераторе должно быть не только экономичным, но и надежным. Для надежной работы парогенератора требуется поддержание на заданных постоянных значениях целого ряда параметров. К ним относятся такие параметры как температура и давление перегретого пара, уровень воды в барабане. Отклонение этих параметров за допустимые пределы может привести к серьезной аварии.

При выполнении материального и энергетического балансов парогенератор работает в так называемом *стационарном режиме*, т. е. при постоянстве температур, давлений, уровня воды в барабане, расходов. Постоянство давления перегретого пара свидетельствует об энергетическом балансе, постоянство уровня воды в барабане свидетельствует о материальном балансе, постоянство разрежения в топке свидетельствует о материальном балансе между количеством газов образовавшихся при сгорании топлива в подводимом воздухе и количеством дымовых газов эвакуируемых из топки. Нарушение стационарного режима работы парогенератора может произойти вследствие действия внутренних

и внешних возмущений. При нарушении стационарного режима работы (нарушении энергетического и материального балансов) в парогенераторе возникают *переходные режимы*.

Итак, для надежной и экономичной работы парогенератора требуется стабилизировать на заданных значениях как минимум пять регулируемых параметров: уровень воды в барабане, давление пара, температуру перегретого пара, разрежение в топке и КПД парогенератора. Соответствующие системы автоматического регулирования должны обеспечивать нормальную работу парогенератора в регулируемом диапазоне нагрузок (40...100 % номинальной нагрузки). При меньших нагрузках и в пусковых режимах, как правило, применяют специальные (пусковые) системы автоматического регулирования.

Парогенератор как объект управления является весьма сложной динамической системой, т. к. ему присуща нестационарность характеристик, нелинейности, значительные инерционности и запаздывания в каналах передачи воздействий, взаимосвязанность параметров. Примерный характер взаимосвязей параметров барабанного парогенератора приведен на рис. 2.5, [6]. На этом рисунке наиболее сильные взаимосвязи обозначены сплошными линиями, а менее сильные – пунктирными линиями. Анализ взаимосвязей параметров в парогенераторе позволяет выделить основные каналы регулирующих воздействий (сплошные линии) и остальные каналы (пунктирные линии), которые можно рассматривать в качестве каналов внешних и внутренних возмущений по отношению к регулируемому участку.

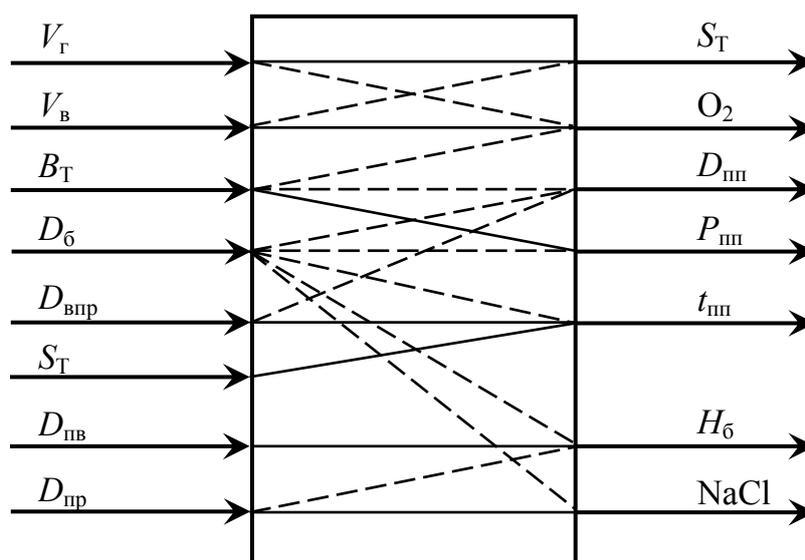


Рис. 2.5. Схема взаимосвязей между выходными и входными величинами в барабанном парогенераторе

Учитывая различную степень влияния одних регулируемых параметров на другие, можно рассматривать одни системы автоматического регулирования независимыми друг от друга, а другие тесно связанными между собой. Так, например, наиболее тесно связаны между собой системы автоматического регулирования тепловой нагрузки, разрежения в топке парогенератора и экономичности процесса горения. В связи с этим принято считать эти системы единой системой автоматического регулирования тепловой нагрузки и процесса горения. В итоге, к основным задачам автоматизации барабанного парогенератора можно отнести: автоматическое регулирование питания, автоматическое регулирование тепловой нагрузки и процесса горения, автоматическое регулирование температуры перегретого пара.

2.4.2. Автоматическое регулирование питания барабанного парогенератора

Система автоматического регулирования питания барабанного парогенератора водой является одной из важнейших. По условиям надежной и безопасной работы парогенератора и турбины необходимо поддерживать уровень в барабане парогенератора в заданных пределах.

Превышение уровнем верхнего допустимого предела называется *«перепиткой»* парогенератора, а снижение уровня за нижний предел – *«упуском»* уровня воды.

Перепитка парогенератора может привести к нарушению работы внутрибарабанных сепарационных устройств, к постепенному заносу солями пароперегревателя и даже к забросу частичек воды в турбину. Попадание частичек воды в турбину может вызвать сильнейший механический удар на лопатки и ротор турбины и, как следствие, ее повреждение и выход из строя.

Упуск воды из барабана также чреват тяжелыми последствиями. Снижение уровня воды за нижний допустимый предел может привести к прекращению циркуляции в топочных экранах. Прекращение циркуляции приводит к нарушению охлаждения водой топочных экранов, к ослаблению прочности подъемных труб в местах их крепления к барабану, а в худшем случае и к пережогу труб.

На надежность работы парогенератора влияет характер подачи питательной воды. Значительные и частые изменения расхода питательной воды могут вызвать значительные температурные напряжения в металле экономайзера.

Уровень воды в барабане является показателем, характеризующим материальный баланс между расходом пара от котла и расходом

питательной воды, поступающей в парогенератор. Учитывая повышенные требования к обеспечению надежности работы парогенератора (недопустимо даже кратковременное отклонение уровня от допустимых пределов), к системе автоматического регулирования питания предъявляют повышенные требования к качеству регулирования. Эти требования заключаются в следующем [8]:

- в стационарном режиме работы (без изменения нагрузки) максимальное отклонение уровня от заданного значения для котлов средней и большой производительности не должно превышать ± 20 мм;
- при ступенчатом изменении нагрузки котла на ± 10 % от номинальной максимальное отклонение уровня от заданного значения не должно превышать ± 50 мм;
- рабочий диапазон регулятора питания должен находиться между уставками срабатывания защит по превышению и снижению уровня в барабане;
- число срабатываний (включений) регулятора в стационарном режиме работы котла не должно превышать 6 раз в минуту.

Экономически и технологически обоснованным критерием качества работы АСР питания является минимум второго интегрального критерия при апериодическом переходном процессе [7].

2.4.3. Свойства барабанного парогенератора как объекта регулирования питания

Стабилизация уровня воды в барабане парогенератора на заданном значении является сложной задачей. Дело в том, что в рассматриваемом случае приходится регулировать уровень двухфазной среды, состоящей из кипящей воды и содержащихся в ней пузырьков пара. Для двухфазной среды постоянство уровня в барабане наблюдается лишь при стационарном режиме работы парогенератора. В переходных режимах значение уровня изменяется, причем отклонение уровня может быть противоположным знаком материального небаланса – разности между расходом питательной воды и расходом перегретого пара от котла. Отклонение уровня воды в барабане в сторону, противоположную знаку материального небаланса, получило название «набухание» уровня.

К числу основных возмущений, приводящих к отклонению уровня, можно отнести следующие воздействия:

- 1) изменение расхода питательной воды;
- 2) изменение расхода пара при изменении нагрузки потребителя;
- 3) изменение расхода топлива;
- 4) изменение температуры питательной воды.

Характерной особенностью поведения уровня в барабане котла является наличие его пульсаций, т. е. колебаний уровня с некоторой амплитудой и частотой. Возникновение пульсаций уровня происходит вследствие наличия нестационарных процессов на границе раздела паровой и двухфазной сред при непрерывном перемещении больших масс воды и пара.

Пульсации уровня оказывают негативное влияние на работу системы регулирования, вызывая без необходимости частые включения и отключения исполнительного механизма, приводя к ударным нагрузкам на исполнительный механизм и регулирующий орган. Для устранения влияния пульсаций на работу системы регулирования применяют специальные демпфирующие устройства, обеспечивающие сглаживание пульсаций до уровня, не превышающего зону нечувствительности регулятора. В качестве таких демпфирующих устройств обычно применяют электрические демпферы регулирующих устройств, но могут применяться шайбы или емкости, устанавливаемые перед первичным преобразователем.

Рассмотрим динамические свойства барабанного котла как объекта регулирования уровня по различным каналам регулирующих и возмущающих воздействий.

Воздействие изменением расхода питательной воды

Расход питательной воды является регулирующим воздействием в АСР питания, но может быть и возмущающим воздействием при изменении перепада давления на РПК при его фиксированном положении, например, при изменении давления в питательной магистрали.

Переходные характеристики барабанного парогенератора по уровню при возмущении расходом питательной воды представлены на рис. 2.6. Для парогенераторов с некипящим экономайзером увеличение расхода относительно холодной питательной воды приводит к уменьшению парообразования в начальный момент, к уменьшению температуры пароводяной смеси, а следовательно, к уменьшению объема пара в циркуляционном контуре и барабане парогенератора. Освободившийся паровой объем заполняется котловой водой, что приводит к понижению уровня, т. е. к его отклонению в сторону, противоположную знаку материального небаланса («набуханию»). После заполнения водой освобожденного парового объема уровень в барабане начинает расти (рис. 2.6, *а*), и через некоторое время устанавливается постоянная скорость изменения уровня.

Для парогенераторов с кипящим экономайзером замещение освобожденного парового объема происходит в самом экономайзере и, как следствие, не приводит к явлению «набухания» (рис. 2.6, *б*).

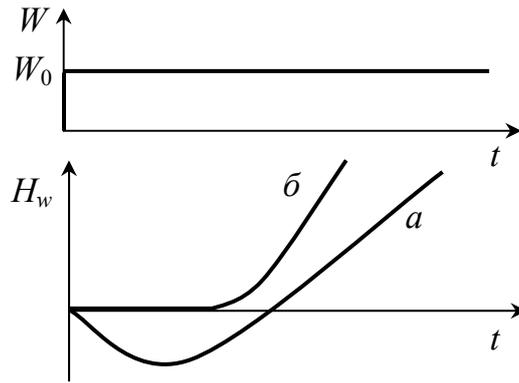


Рис. 2.6. Переходная характеристика парогенератора по уровню при возмущении расходом питательной воды в случае некипящего экономайзера (а), в случае кипящего экономайзера (б)

В дальнейшем передаточную функцию объекта регулирования по каналу «расход питательной воды – уровень» будем обозначать как W_{fw} . Для последующего качественного анализа свойств систем регулирования питания передаточную функцию W_{fw} , с некоторой степенью приближения, можно представить в виде

$$W_{fw}(p) = \frac{k_{fw}}{p} e^{-p\tau_{fw}}, \quad (2.1)$$

где k_{fw} и τ_{fw} – соответственно коэффициент передачи и величина запаздывания объекта регулирования по каналу «расход питательной воды – уровень».

Воздействие изменением нагрузки потребителя

Возмущение нагрузкой потребителя при постоянном расходе топлива приводит к изменению давления в пароводяном тракте парогенератора и к изменению уровня в барабане. Увеличение нагрузки вызывает падение давления в пароводяном тракте и, как следствие, приводит к увеличению объема пара в циркуляционном контуре. В свою очередь, падение давления приводит к уменьшению температуры кипения и дополнительному парообразованию за счет тепла аккумуляции. Увеличение объема пара и дополнительное парообразование вызывает повышение уровня, т. е. отклонение уровня в сторону, противоположную знаку материального небаланса («набухание»). По мере исчерпания дополнительного тепла аккумуляции уровень в барабане начнет понижаться в соответствии со знаком материального небаланса.

При снижении нагрузки потребителя в парогенераторе протекают противоположные рассмотренным выше процессы: увеличивается давление в пароводяном тракте, уменьшается объем пара в циркуляционном

контуре, увеличивается температура кипения котловой воды, и, т. к. нет дополнительного подвода тепла, уменьшается парообразование. Уровень падает («набухание»). Затем, через некоторое время, уровень начнет расти согласно знаку материального небаланса.

Переходная характеристика изменения уровня в барабане при ступенчатом изменении паровой нагрузки на величину D_0 приведена на рис. 2.7.

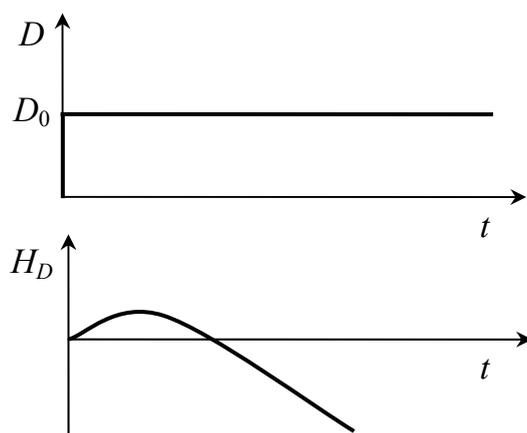


Рис. 2.7. Переходная характеристика парогенератора по уровню при возмущении расходом пара

В основном «набухание» уровня зависит от разности удельных объемов кипящей воды и насыщенного пара. Для парогенераторов с высоким давлением явление «набухания» проявляется в меньшей степени, чем для парогенераторов с более низким давлением.

«Набухание» уровня зависит также от теплового напряжения экранных испарительных поверхностей. При увеличении теплового напряжения экранных поверхностей в них возрастает паросодержание, и, как следствие, изменение нагрузки потребителя сильнее влияет на степень «набухания» уровня.

У современных парогенераторов с высоким тепловым напряжением отклонение уровня при резких и значительных изменениях нагрузки достигает значительной величины. Так, например, для парогенератора ТГМ-94 сброс нагрузки на 40 % приводит к изменению уровня до 120 мм при максимальном регулирующем воздействии расходом питательной воды, осуществленном для удержания уровня на заданном значении [7].

В дальнейшем передаточную функцию объекта регулирования по каналу «расход пара – уровень» будем обозначать как W_{fD} . Для последующего качественного анализа свойств систем регулирования питания

передаточную функцию W_{fD} , с некоторой степенью приближения, представим в виде

$$W_{fD}(p) = -\frac{k_{fD}}{p} e^{-p\tau_{fD}}, \quad (2.2)$$

где k_{fD} и τ_{fD} соответственно коэффициент передачи и величина запаздывания объекта регулирования по каналу «расход пара – уровень».

Воздействие изменением расхода топлива

При изменении расхода топлива изменяются парообразование и направленность процесса аккумуляции тепла. Увеличение расхода топлива повышает парообразование, что в свою очередь приводит к повышению давления. Повышение парообразования и давления влияют разнонаправлено на изменение уровня. Увеличение парообразования приводит к повышению уровня, а увеличение давления к его понижению, т. к. при повышении давления уменьшается удельный объем пара в циркуляционном контуре, происходит аккумуляция тепла и увеличивается температура кипения, а значит, уменьшается парообразование. Вид переходной характеристики парогенератора по уровню при возмущении изменением расхода топлива подобен переходной характеристике при возмущении нагрузкой потребителя (рис. 2.7).

Так как изменение расхода топлива приводит к двум одновременным и разнонаправленным процессам, «набухание» уровня происходит слабее, чем при изменении нагрузки потребителя.

В дальнейшем передаточную функцию объекта регулирования по каналу «расход топлива – уровень» будем обозначать как W_{fB} .

Возмущение изменением температуры питательной воды

Изменение температуры питательной воды может произойти при изменении числа работающих ПВД. Повышение температуры питательной воды равносильно дополнительной подаче тепла в парогенератор, что вызовет дополнительное парообразование и повышение уровня. В свою очередь, дополнительное парообразование повышает давление в испарительном контуре парогенератора, приводя к понижению уровня. Таким образом, переходная характеристика парогенератора по уровню при возмущении изменением температуры питательной воды подобна переходной характеристике при возмущении расходом топлива. С учетом принятых обозначений структурная схема барабанного парогенератора как объекта регулирования уровня примет вид, представленный на рис. 2.8.

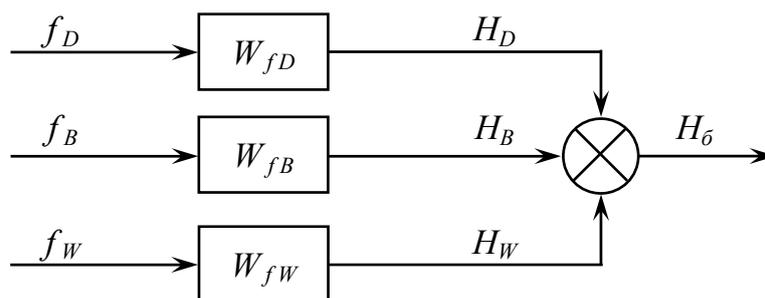


Рис. 2.8. Структурная схема барабанного парогенератора как объекта регулирования уровня

2.4.4. Принципиальные и структурные схемы систем автоматического регулирования уровня

Как было показано выше, барабанный парогенератор как объект регулирования уровня является интегрирующим звеном с наличием ложной информации в виде явления «набухания» уровня. Известно, что применение простейшего закона регулирования – интегрального (И) – на таком объекте неприемлемо по условиям устойчивости.

Хорошие результаты с точки зрения устойчивости процесса регулирования обеспечиваются пропорциональным П-регулятором. Единственным параметром настройки П-регулятора является коэффициент передачи k_p . Однако АСР с П-регулятором обладает статической ошибкой, что может привести к негативным последствиям. Рассмотрим эти последствия, предварительно определив статическую характеристику АСР с П-регулятором, отражающую зависимость величины регулируемого параметра от нагрузки объекта.

Согласно структурной схеме АСР (рис. 2.9) передаточная функция одноконтурной системы регулирования уровня с П-регулятором по каналу «возмущение нагрузкой – уровень» $W_c(p)$ имеет вид:

$$W_c(p) = \frac{W_{fD}(p)}{1 + W_p(p) \cdot W_{fW}(p)}$$

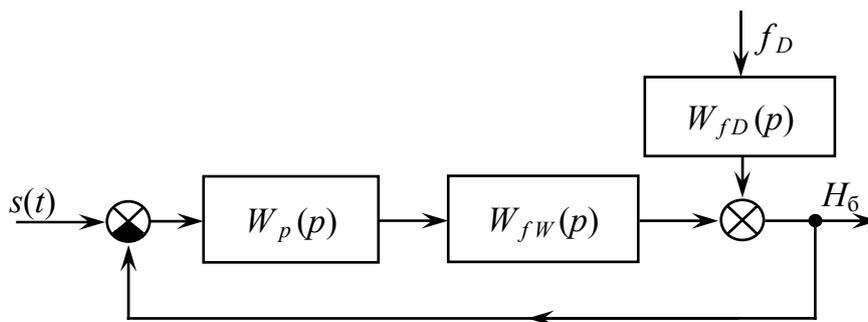


Рис. 2.9. Структурная схема АСР уровня

Подставляя в $W_c(p)$ выражения для передаточных функций (2.1) и (2.2), получим:

$$W_c(p) = \frac{-\frac{k_{fD}}{p} e^{-p\tau fD}}{1 + k_p \cdot \frac{k_{fw}}{p} e^{-p\tau fw}} = \frac{-k_{fD} \cdot e^{-p\tau fD}}{p + k_p \cdot k_{fw} \cdot e^{-p\tau fw}}.$$

Переходя к пределу для $W_c(p)$ при $p \rightarrow 0$, найдем зависимость величины уровня от нагрузки в статике

$$H_0 = -\frac{k_{fD}}{k_p \cdot k_{fw}} (f_D - f_{D_0}) + H_0.$$

График этой зависимости представлен на рис. 2.10.

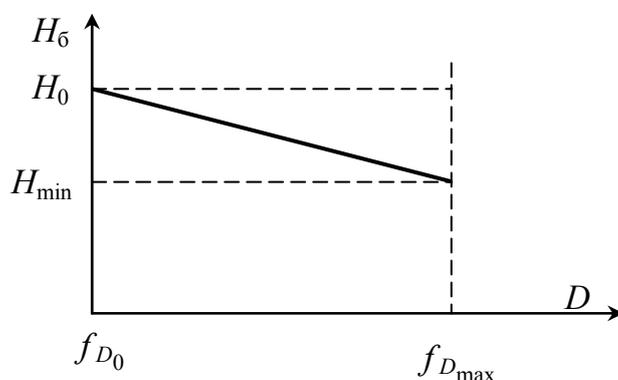


Рис. 2.10. Статическая характеристика АСР уровня с П-регулятором

При уменьшении k_p устойчивость АСР с П-регулятором повышается. Однако требование устойчивости АСР вступает в противоречие с технологическими требованиями. Как видно из статической характеристики АСР, максимальной нагрузке объекта соответствует низкий уровень в барабане. При резком сбросе нагрузки от максимального значения из-за влияния набухания возможно снижение уровня за допустимые пределы. И наоборот, поддержание повышенного уровня при низких нагрузках в случае резкого наброса нагрузки может привести к перепитке котла. Уменьшение статической ошибки регулирования за счет увеличения коэффициента передачи АСР обычно невозможно по условиям устойчивости, поэтому применение одноимпульсного П-регулятора на многих парогенераторах становятся неприемлемым. Добавление интеграла в закон П-регулирования позволят ликвидировать статическую ошибку, однако применение ПИ-регулятора также не дает удовлетворительного качества регулирования уровня. Получая из-за набухания ложную информацию по отклонению уровня, ПИ-регулятор

в переходных режимах длительное время производит регулирующее воздействие в сторону, обратную сохранению материального баланса, что приводит к значительным и частым отклонениям расхода питательной воды.

Статическую ошибку П-регулятора можно ликвидировать введением компенсирующего воздействия по возмущению. В приведенной на рис. 2.11 принципиальной схеме системы регулирования уровня на вход регулирующего устройства РУ, кроме импульса от измерительного устройства уровня ИУ₁, подается еще импульс от измерительного устройства расхода пара ИУ₂.

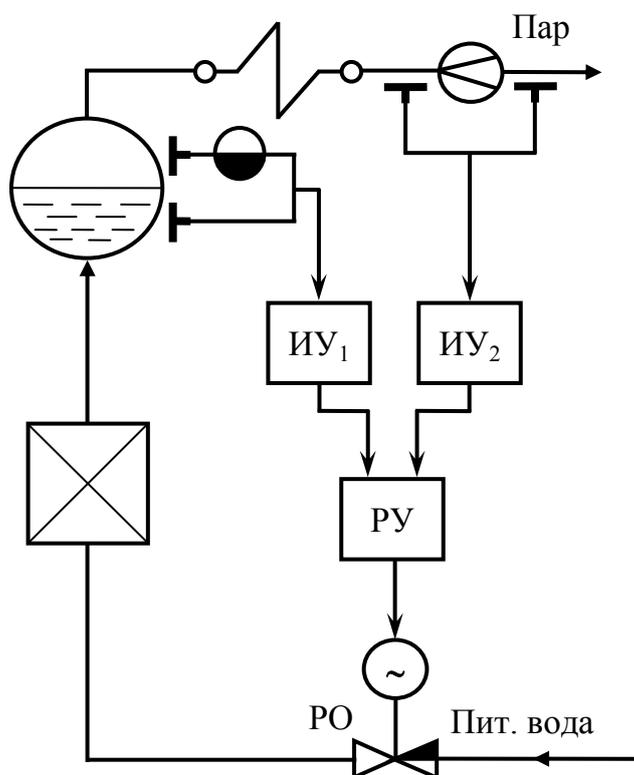


Рис. 2.11. Принципиальная схема АСР уровня с корректирующим воздействием по расходу пара

Рассмотрим структурную схему системы регулирования уровня, состоящую из объекта регулирования, П-регулятора и устройства ввода воздействия по возмущению (рис. 2.12).

Как известно, для достижения полной инвариантности АСР по отношению к возмущающему воздействию передаточная функция устройства ввода компенсации возмущения должна иметь вид:

$$W_{\text{в}}(P) = -\frac{W_{fD}(P)}{W_p(P) \cdot W_{fw}(P)}$$

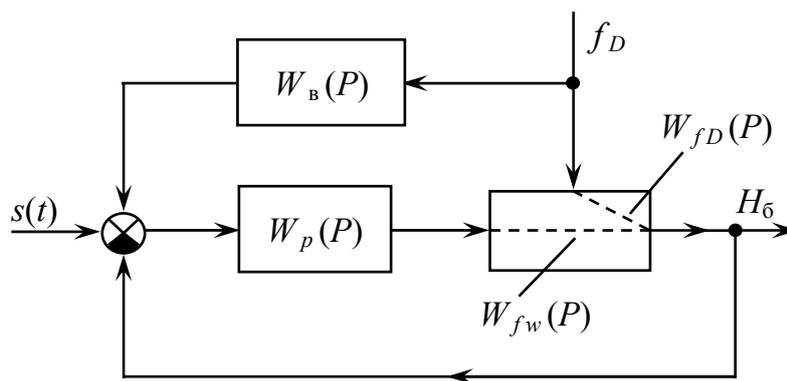


Рис. 2.12. Структурная схема АСР уровня с корректирующим воздействием по расходу пара

Принимая передаточные функции объектов по возмущающему $W_{fD}(P)$ и регулирующему $W_{fw}(P)$ каналам, достаточно близкими друг другу и противоположными по знаку, можно записать:

$$W_b(P) \approx \frac{1}{k_p} = k_b.$$

Таким образом, устройство ввода возмущения должно быть выполнено в виде пропорционального звена с коэффициентом передачи, равным $k_b = \frac{1}{k_p}$.

Теоретически ввод компенсирующего воздействия должен привести к ликвидации статической ошибки. Однако на практике, в реальной АСР, статическая ошибка присутствует и связано это, прежде всего, с неоднозначностью расходной характеристики регулирующего клапана. Расходная характеристика клапана изменяется в зависимости от изменения перепада давления на нем.

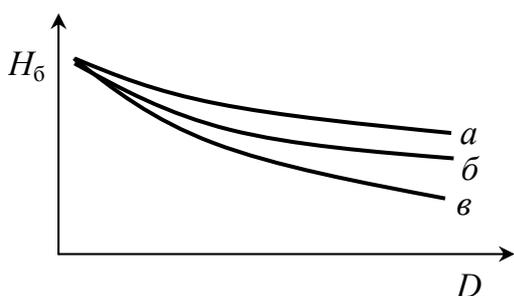


Рис. 2.13. Статические характеристики АСР уровня с ПИ-регулятором и дополнительным импульсом по расходу пара

На величину перепада давлений на клапане влияют давление в питательной магистрали, зависящее от количества и характеристик включенных насосов, нагрузка параллельно действующих агрегатов и другие факторы. На перепад может также влиять степень открытия вентилей и задвижек на питательной магистрали данного парогенератора. На рис. 2.13 изображены статические характеристики АСР с пропорциональным регулятором и компенсацией

возмущения по расходу пара, характеристики a и b относятся, соответственно, к максимальному и минимальному перепаду давлений на клапане, характеристика b соответствует промежуточному значению перепада давлений.

Для стабилизации расхода питательной воды в АСР питания вводят третий импульс – импульс по расходу питательной воды. Принципиальная схема системы регулирования уровня с трехимпульсным регулятором представлена на рис. 2.14.

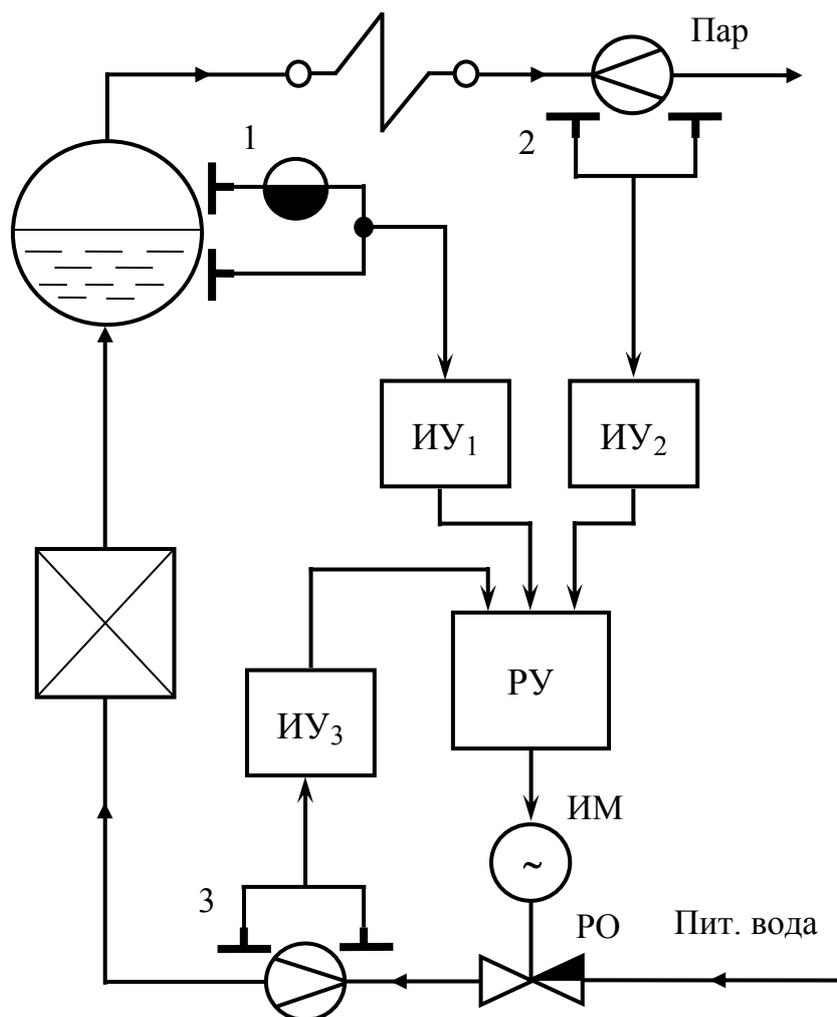


Рис. 2.14. Схема трехимпульсной АСР уровня

В АСР с трехимпульсным регулятором в качестве импульсов используются сигналы по уровню в барабане котла 1 (схема измерения уровня в барабане парогенератора приведена на рис. 2.15), расходу пара после пароперегревателя 2 и расходу воды до экономайзера 3 , получаемые соответственно на выходах датчиков ИУ₁, ИУ₂ и ИУ₃.

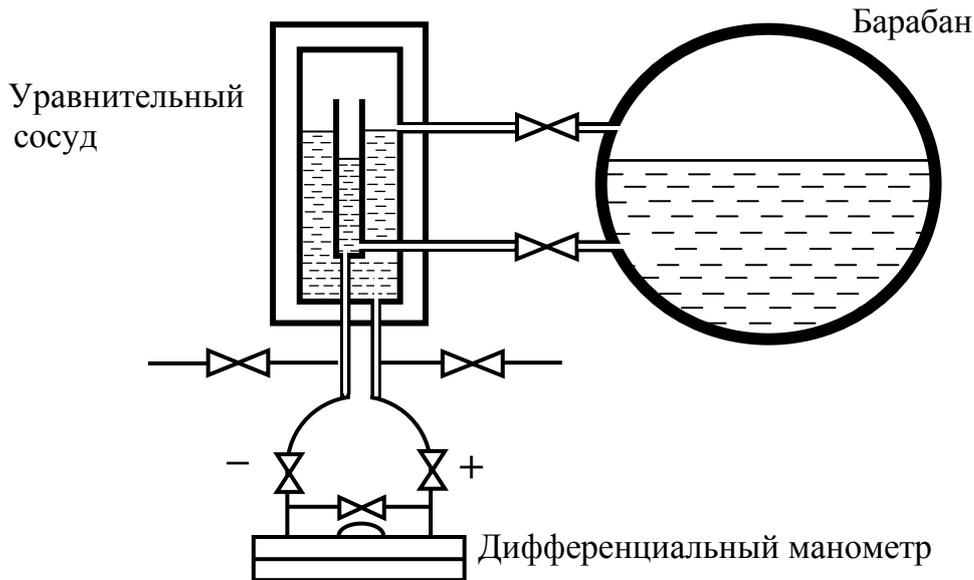


Рис. 2.15. Схема измерения уровня в барабане котла

Регулирующее устройство РУ формирует совместно с исполнительным механизмом ИМ ПИ-закон регулирования. Однако введение в схему регулятора уровня импульса по расходу воды ИУ₃ позволяет сформировать пропорциональный закон регулирования. Действительно, согласно принципиальной схеме АСР (рис. 2.14), участок системы «вход регулятора – расход питательной воды в точке измерения ее расхода» может быть представлен структурной схемой (рис. 2.16) и передаточной функцией

$$W_{\Pi}(p) = \frac{W_p(p) \cdot W_{p.o}(p) \cdot W_{т.р}(p)}{1 + W_p(p) \cdot W_{p.o}(p) \cdot W_{т.р}(p) \cdot W_w(p)},$$

где $W_p(p)$ – передаточная функция ПИ-регулятора; $W_{p.o}(p)$ – передаточная функция регулирующего органа по каналу степень открытия регулирующего органа – расход питательной воды на его выходе; $W_{т.р}(p)$ – передаточная функция участка трубопровода от регулирующего органа до точки отбора импульса по измерению расхода питательной воды по каналу расход питательной воды на входе в участок – расход питательной воды на выходе из участка; $W_w(p)$ – передаточная функция датчика расхода питательной воды.

Учитывая пренебрежимо малые инерционности регулирующего органа, участка трубопровода и датчика расхода воды параметры настройки ПИ-регулятора могут быть «высокими» (большое значение коэффициента передачи k_p и малое значение постоянной интегрирова-

ния T_u), при которых можно считать, что $W_p(p) \rightarrow \infty$. При $W_p(p) \rightarrow \infty$ передаточная функция рассматриваемого участка АСР как «некоторого» регулятора, фактически формирующего закон управления в АСР

$$W_{\Pi}(p) = \frac{1}{W_w(p)} = \frac{1}{k_w},$$

где k_w – коэффициент передачи датчика расхода питательной воды.

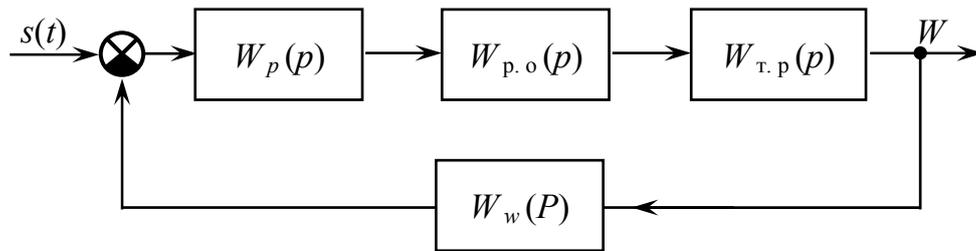


Рис. 2.16. Структурная схема участка АСР уровня

Нетрудно видеть, что этот «некоторый» регулятор формирует П-закон регулирования.

Структурная схема трехимпульсной АСР приведена на рис. 2.17, где:

W_D – передаточная функция датчика расхода пара;

W_H – передаточная функция датчика уровня;

$W_{от}$ – передаточная функция отборного устройства (уравнительного сосуда);

$W_{н.п.1}$, $W_{н.п.2}$, $W_{н.п.3}$ – передаточные функции нормирующих преобразователей;

$W_{к.п.ч.1}$, $W_{к.п.ч.2}$, $W_{к.п.ч.3}$ – масштабные коэффициенты чувствительности соответственно по уровню, расходу пара, расходу питательной воды;

$W_{дем}$ – передаточная функция демпфера.

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, приведенными выше.

Итак, в трехимпульсной АСР питания введение импульса по расходу пара позволяет ликвидировать статическую ошибку системы с пропорциональным регулятором и компенсировать возмущения, идущие со стороны изменения нагрузки. Введение импульса по расходу питательной воды обеспечивает стабилизацию расхода питательной воды и формирование П-закона регулирования. Импульс по уровню в барабане парогенератора является основным и обеспечивает реализацию фундаментального принципа регулирования по отклонению.

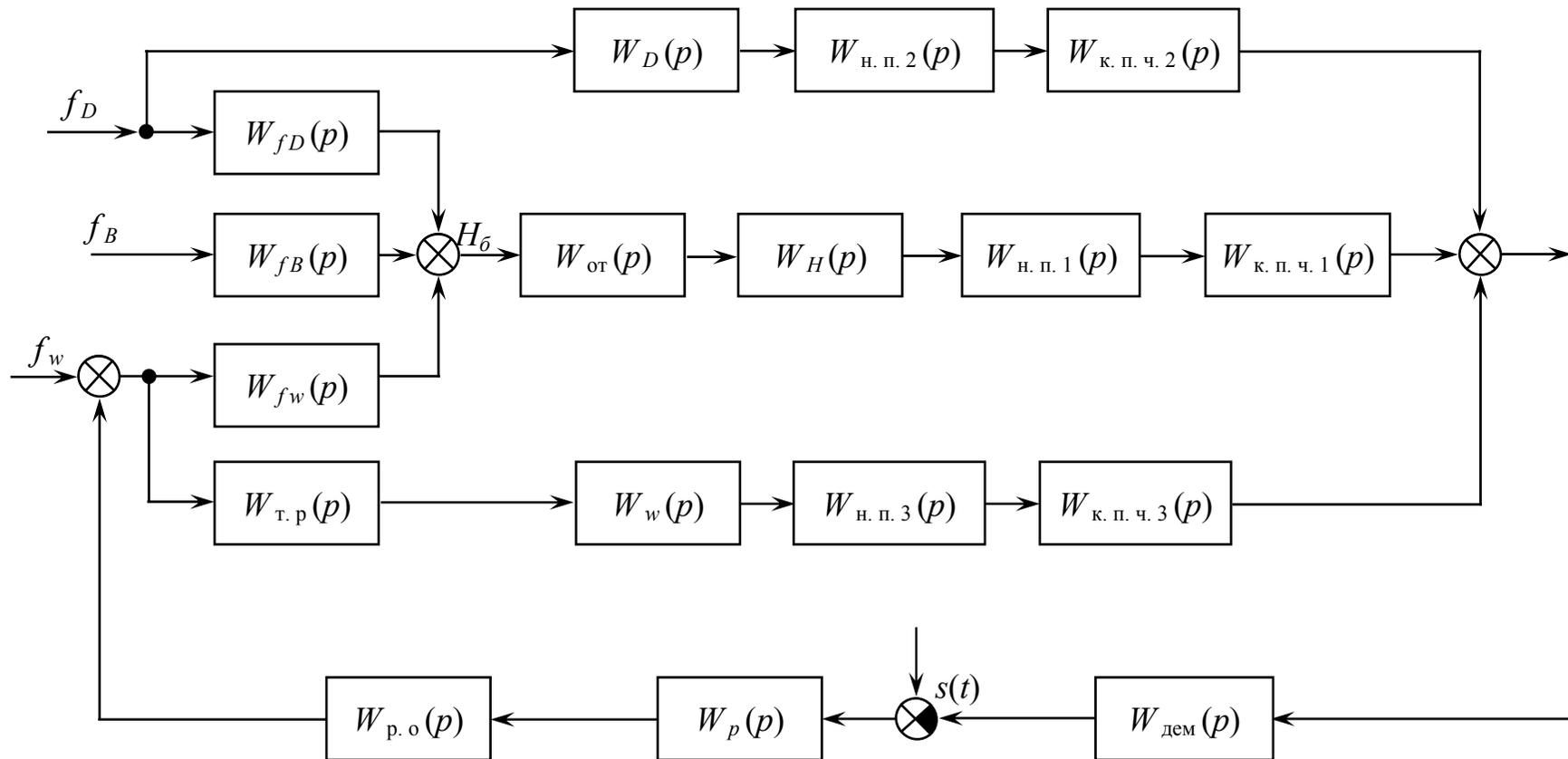


Рис. 2.17. Структурная схема трехимпульсной АСР уровня

2.4.5. Автоматическое регулирование нагрузки и процесса горения в топках барабанных парогенераторов.

Свойства парогенератора как объекта регулирования тепловой нагрузки и процесса горения

Паропроизводительность парогенератора должна соответствовать количеству потребляемого пара. Косвенным показателем такого соответствия является постоянство давления пара в любой точке парового тракта. Паропроизводительность парогенератора зависит от количества тепла, образовавшегося при сгорании топлива в топке. Излишняя подача топлива в топку приводит к росту давления пара, а недостаточная подача топлива вызывает снижение давления пара. Таким образом, расход топлива в топку V_T является регулирующим воздействием при обеспечении требуемой паропроизводительности парогенератора, а регулируемой величиной является давление пара в выбранной точке парового тракта. Давление пара должно поддерживаться с высокой точностью не только для обеспечения требуемой паропроизводительности, но и исходя из требований к надежности и экономичности работы оборудования.

Сжигание топлива в топке парогенератора необходимо осуществлять с максимально возможной экономичностью. Экономичность сжигания топлива обеспечивается подачей в топку оптимального количества необходимого для горения топлива воздуха V_B . Количество подаваемого в топку воздуха можно представить равенством

$$V_B = \alpha_T \cdot V_T,$$

где α_T – коэффициент избытка воздуха; V_T – теоретически необходимое для полного сгорания топлива количество воздуха. Оптимальное значение коэффициента избытка воздуха зависит от нагрузки и определяется при испытаниях парогенератора.

На практике коэффициент избытка воздуха определяется по результатам измерения процентного содержания свободного кислорода O_2 или углекислого газа CO_2 в дымовых газах. Так, например, при известном содержании свободного кислорода в дымовых газах величину α_T можно приближенно оценить с помощью следующего выражения:

$$\alpha_T = \frac{21}{21 - [O_2]},$$

где $[O_2] = \frac{V_{O_2}}{V_r} 100$ – содержание O_2 в продуктах сгорания, выраженное в процентах от объема дымового газа V_r ; число 21 – процентное содержание кислорода в воздухе, подаваемого в топку.

Для обеспечения устойчивости процесса горения топлива необходимо удалять из топки продукты сгорания. Показателем соответствия между количеством подаваемых в топку топлива и воздуха и удалением продуктов сгорания служит величина разрежения в топочной камере.

Величина разрежения неодинакова по высоте топочной камеры. В нижней ее части разрежение более высокое из-за самотяги, чем в верхней части топки. При поддержании разрежения в верхней части топки обеспечивается разрежение по всей топочной камере. Воздействие на величину разрежения осуществляют путем изменения производительности дымососов.

Подводя итог сказанному можно заключить, что поддержание процессов горения и парообразования в барабанном парогенераторе на заданном уровне заключается в обеспечении подачи требуемого количества топлива (путем изменения производительности топливоподающих устройств) и воздуха (путем изменения производительности дутьевых вентиляторов), а также в удалении дымовых газов (путем создания разрежения в топке с помощью дымососов). Таким образом, для управления процессами горения и парообразования в барабанном парогенераторе необходимы следующие системы автоматического регулирования:

- 1) тепловой нагрузки (регулирование давления перегретого пара);
- 2) экономичности сжигания топлива (регулирование подачи воздуха);
- 3) разрежения в топочной камере.

На парогенератор как объект регулирования тепловой нагрузки действуют внешние и внутренние возмущения. Изменение нагрузки является внешним возмущением. К внутренним возмущениям относятся изменение свойств топлива (калорийности, зольности, влажности), нарушения в топливоподаче, изменение числа работающих горелок и т. п.

При внутренних возмущениях изменяется величина тепловыделения, что приводит к одновременному изменению расхода пара D_{σ} и давления в барабане P_{σ} . При этом скорость изменения давления в барабане прямо пропорциональна количеству тепла, затраченного на нагрев пароводяной смеси, т. е. разности между теплом, воспринятым пароводяной смесью Q и теплом ушедшим с паром Q_D

$$A \frac{dP_{\sigma}}{dt} = Q - D_{\sigma} (i_{н. п} - i_{п. в}), \quad (2.3)$$

где A – коэффициент, характеризующий тепловую аккумулирующую способность пароводяной смеси и металла топочных экранов; $i_{н. п}$ – энтальпия насыщенного пара на выходе из барабана; $i_{п. в}$ – энтальпия питательной воды, поступающей в котел.

Введем обозначение

$$\Delta Q = Q - D_6(i_{н. п} - i_{п. в}),$$

тогда выражение (2.3) примет вид:

$$A \frac{dP_6}{dt} = \Delta Q. \quad (2.4)$$

Таким образом, переходная характеристика парогенератора, согласно уравнению (2.4), является переходной характеристикой интегрирующего звена. Такой вид переходной характеристики, соответствует случаю принудительного поддержания расхода пара от парогенератора на постоянном значении. В реальных условиях работы парогенератора при изменении давления практически всегда изменяется и расход пара. В этом случае переходная характеристика парогенератора будет иметь вид переходной характеристики инерционного звена с самовыравниванием (рис. 2.18).

При регулировании тепловой нагрузки требуется осуществлять одновременную подачу топлива и воздуха. Процесс горения топлива происходит тогда оптимально, когда между подачей топлива и воздуха существует такое соотношение, при котором КПД парогенератора достигает максимального для заданной нагрузки значения. Очевидно, что максимальному значению КПД парогенератора соответствует минимум потерь.

Уравнение материального баланса парогенератора при стационарном режиме его работы, выраженное в процентном отношении, имеет вид:

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 = 100,$$

где q_1 – полезное тепло, затраченное в парогенераторе на подогрев воды до температуры кипения, ее последующее испарение, а затем и перегрев пара; q_2 – потеря тепла с уходящими газами; q_3 и q_4 – потери тепла

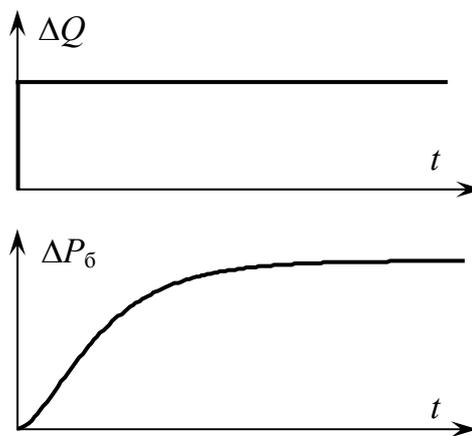


Рис. 2.18. Характер изменения давления в барабане при возмущении тепловосприятием

от химического и механического недожога топлива; q_5 – потеря тепла в окружающую среду; q_6 – потеря с физическим теплом шлака.

Потери тепла q_5 и q_6 в основном определяются конструкцией парогенератора, температурой наружного воздуха, составом топлива и мало зависят от режима работы топки.

Потери тепла q_2 , q_3 и q_4 зависят от вида сжигаемого топлива, способа сжигания, совершенства организации топочного процесса, но в основном определяются избытком воздуха в топке. Изменяя избыток воздуха, можно изменять потери q_2 , q_3 и q_4 , а следовательно, и их сумму. На рис. 2.19 представлен характер изменения потерь q_2 , q_3 и q_4 , а также их суммы и КПД парогенератора в зависимости от коэффициента избытка воздуха α_T .

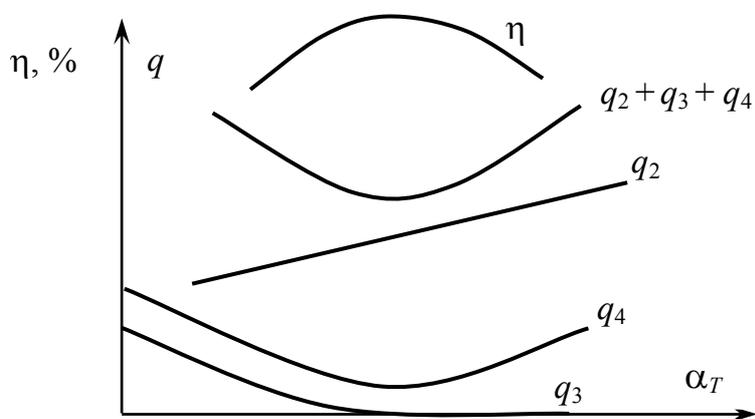


Рис. 2.19. Зависимости потерь и КПД парогенератора от коэффициента избытка воздуха

Непосредственное определение потерь и поддержание их минимального значения представляет собой сложную и дорогостоящую задачу, связанную со значительными техническими трудностями. Значительно более простым подходом к оптимизации процесса горения является поддержание на оптимальном постоянном значении соотношения расхода топлива и расхода воздуха при неизменном составе топлива.

Расход воздуха можно измерить с достаточной для практики точностью. Надежное измерение расхода топлива возможно лишь для жидкого и газообразного топлива. При невозможности непрерывного измерения расхода топлива или при значительном изменении его свойств применяют косвенные оценки расхода топлива. В качестве одной из таких косвенных оценок, характеризующих расход пылеугольного топлива, может служить значение частоты вращения питателей пыли. Однако эта оценка имеет существенный недостаток, т. к. при одной и той же частоте враще-

ния питатели могут иметь разную производительность в зависимости от влажности топлива, запаса его в бункере и других причин.

В качестве другой косвенной оценки расхода топлива может служить количество тепла, выделившегося в топке. В результате проведенных исследований было установлено, что необходимое количество воздуха, приходящееся на единицу выделившегося тепла при сгорании топлива, примерно одинаково для различных видов топлив.

Количество тепла, выделившееся в топке, можно определить из уравнения (2.3)

$$Q = D_{\sigma} (i_{н.п} - i_{п.в}) + A \frac{dP_{\sigma}}{dt}.$$

Преобразуем полученное выражение, поделив его правую и левую часть на $i_{н.п} - i_{п.в}$. Тогда

$$\frac{Q}{i_{н.п} - i_{п.в}} = D_{\sigma} + \frac{A}{i_{н.п} - i_{п.в}} \frac{dP_{\sigma}}{dt}.$$

Вводя обозначения

$$D_q = \frac{Q}{i_{н.п} - i_{п.в}}; \quad M = \frac{A}{i_{н.п} - i_{п.в}}$$

и учитывая, что $D_{\sigma} \approx D_{п.п}$, где $D_{п.п}$ – расход перегретого пара на выходе парогенератора, получим:

$$D_q = D_{п.п} + M \frac{dP_{\sigma}}{dt}.$$

Величина D_q представляет собой тепловую нагрузку парогенератора и характеризует тепловосприятие металла топочных экранов в единицу времени, выраженное в единицах измерения расхода пара, и численно выражается расходом пара, который был бы выработан парогенератором, если бы все тепло, воспринятое им, было бы использовано на парообразование. Суммарный сигнал по D_q получил название импульса по тепловой нагрузке, или сокращенно – по «теплу».

При применении импульса по «теплу» следует учитывать ряд факторов, влияющих на его представительность. Поскольку при стационарном режиме работы парогенератора расход пара соответствует количеству выделившегося в топке тепла, то уравнение теплового баланса для этого случая примет вид

$$D_{п.п} = \frac{Q_P^H \cdot B_T \cdot \eta}{(i_{п.п} - i_{п.в}) + d_{п.р} \cdot (i' - i_{п.в})},$$

где Q_p^H – теплота сгорания топлива; B_T – расход топлива; η – коэффициент полезного действия парогенератора; $i_{п.п}$ – энтальпия перегретого пара; $i_{п.в}$ – энтальпия питательной воды; i' – энтальпия котловой воды; $d_{п.р} = D_{п.р} / D_{п.п}$ – относительная величина непрерывной продувки.

Коэффициент пропорциональности между расходом пара и выделенным теплом, очевидно, имеет вид

$$k = \frac{\eta}{(i_{п.п} - i_{п.в}) + d_{п.р}(i' - i_{п.в})}$$

и тогда при $k = \text{const}$, расход пара будет точно соответствовать выделенному в топке теплу

$$D_{п.п} = k \cdot Q_p^H \cdot B_T.$$

Для выполнения условия $k = \text{const}$ требуется постоянство таких параметров, как нагрузка парогенератора (КПД зависит от нагрузки), температура питательной воды, величина относительной продувки, давление (теплосодержание котловой воды i' зависит от давления).

Существуют и другие способы косвенной оценки тепловыделения в топке, например по перепаду давлений на циркуляционном контуре барабанного парогенератора, по излучению факела.

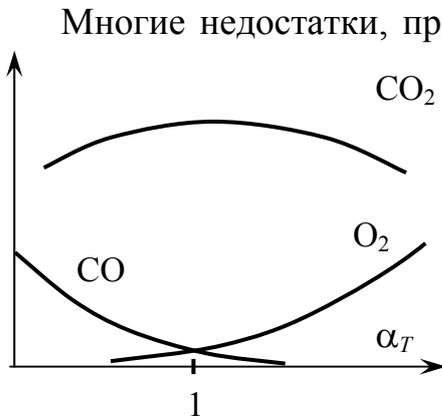


Рис. 2.20. Зависимость содержания CO , CO_2 и O_2 от α_T

Многие недостатки, присущие всем косвенным методам контроля качества горения, приводят к необходимости применения газового анализа продуктов сгорания. Применение результатов газового анализа дает возможность прямой оценки качества процесса горения.

По результатам газового анализа можно установить хорошую корреляционную связь между отдельными составляющими уходящих дымовых газов (CO_2 , CO , O_2) и коэффициентом избытка воздуха α_T (рис. 2.20), а следовательно, и с тепловыми потерями q_1 , q_3 и q_4 (рис. 2.19).

В настоящее время практическое применение в системах автоматического регулирования нашел только импульс по содержанию O_2 . Это обусловлено тем, что соотношение между содержанием O_2 и коэффициентом избытка воздуха α_T мало зависит от свойств топлива, что обстоит

иначе для CO_2 . В то же время относительное изменение O_2 существенно больше, чем относительное изменение CO_2 , а инерционность датчиков, измеряющих содержание свободного кислорода O_2 , меньше, чем у датчиков, измеряющих содержание CO_2 .

Оптимальная величина избытка воздуха неодинакова для различных типов топок и видов топлива. Так, при сжигании газа оптимальное значение $[\text{O}_2]$ на выходе из топки примерно равно 2 % ($\alpha_T^{\text{опт}} = 1,1$), при сжигании мазута оно примерно равно 3,5 % ($\alpha_T^{\text{опт}} = 1,2$), а при сжигании угольной пыли примерно равно 5 % ($\alpha_T^{\text{опт}} = 1,3$).

В настоящее время прямое регулирование расхода воздуха по результатам газового анализа не нашло практического применения из-за значительной инерционности и запаздывания промышленных датчиков газоанализаторов. В связи с этим применяют сочетание прямых и косвенных методов оценки качества процесса горения. В переходных режимах оптимальность процесса горения обеспечивают с помощью косвенных методов, а в установившемся режиме оптимальный коэффициент избытка воздуха корректируется с помощью импульса по содержанию свободного кислорода в уходящих газах.

2.4.6. Принципиальные и структурные схемы систем автоматического регулирования тепловой нагрузки

Схемы систем регулирования тепловой нагрузки весьма разнообразны и определяются видом компоновки электростанции (блочная или с поперечными связями), вида сжигаемого топлива (жидкое или газообразное, угольная пыль), способа пылеприготовления при сжигании угольной пыли, режима работы парогенератора (регулирующий или базовый). В настоящем разделе рассматриваются лишь основные, наиболее часто применяемые на практике схемы автоматизации тепловой нагрузки.

Как уже отмечалось ранее, паропроизводительность парогенератора должна соответствовать количеству потребляемого пара и что показателем такого соответствия является постоянство давления пара в любой точке парового тракта. При этом регулирующим воздействием, предназначенным для компенсации внутренних и внешних возмущений, является расход топлива.

Изменение расхода жидкого или газообразного топлива, поступающего в топку парогенератора, осуществляется с помощью регулирующих клапанов или поворотных заслонок.

При сжигании угольной пыли способ подачи ее в топку и изменение расхода топлива определяются способом пылеприготовления.

В системах пылеприготовления с прямым вдуванием пыли в топку применяются быстроходные, среднеходные молотковые мельницы и мельницы-вентиляторы. Топливо, поступающее в мельницу, размалывается, подсушивается и выносится в топку первичным воздухом. Количество угольной пыли, вносимой в топку, зависит от загрузки мельницы топливом и расхода первичного воздуха.

Системы пылеприготовления с прямым вдуванием пыли в топку применяются сравнительно редко. Чаще всего применяются системы пылеприготовления с промежуточным бункером.

В системах пылеприготовления с промежуточным бункером угольная пыль обычно готовится в тихоходных шаровых барабанных мельницах. Измельченная угольная пыль подхватывается и уносится из мельниц воздухом в циклон, где пыль отделяется от воздуха. Угольная пыль из циклона поступает в промежуточный бункер, где происходит ее накопление. Из промежуточного бункера угольная пыль с помощью пылепитателей сбрасывается в пылепроводы и, смешавшись с первичным воздухом в виде аэросмеси через горелки, подается в топку. В связи с тем, что емкость промежуточного бункера достаточна для работы парогенератора в течение нескольких часов, режимы работы системы пылеприготовления и парогенератора не зависят друг от друга. Расход топлива в топку регулируется одновременным изменением частоты вращения электродвигателей всех пылепитателей парогенератора.

К качеству работы АСР тепловой нагрузки предъявляются следующие требования [8]:

- поддержание в регулирующем режиме работы котла давления пара перед турбиной или общей магистралью P_M с ошибкой не более двух процентов от номинального значения $\Delta P_M \leq 0,02 \cdot P_{\text{НОМ}}$;
- при работе котла в базовом режиме поддержание расхода пара с отклонением не более 3 % от заданного значения;
- при исходной номинальной нагрузке $D_{\text{п. п}}^{\text{НОМ}}$ и ступенчатом изменении задания по нагрузке в 10 % от номинальной, процесс регулирования должен обеспечить величину интегральной квадратичной оценки при работе в базовом режиме $I \leq 1200 (\% ^2) \cdot \text{с}$, при работе в регулирующем режиме $I \leq 1000 (\% ^2) \cdot \text{с}$, где

$$I = \int_0^{\infty} (\Delta D_{\text{п. п}})^2 dt.$$

Экономически и технологически обоснованным критерием качества работы АСР тепловой нагрузки является минимум интегрального критерия

$$I_2 = \int_0^{\infty} (\Delta P_M)^2 dt \Rightarrow \min$$

при апериодическом переходном процессе [7].

Постоянство давления в любой точке парового тракта свидетельствует о балансе между количеством генерируемого и потребляемого пара. Обычно регулирование давления производят в барабане парогенератора или перед потребителем.

Регулирование давления пара в барабане парогенератора предпочтительней, чем перед потребителем с точки зрения подавления внутренних возмущений. Это связано с тем, что по отношению к внутренним возмущениям импульс по давлению пара в барабане парогенератора имеет меньшую инерционность, чем импульс по давлению пара перед потребителем. Схема регулирования тепловой нагрузки парогенераторов работающих на общую паровую магистраль с регулированием давления пара в барабанах приведена на рис. 2.21. В этой схеме для каждого парогенератора K_1 и K_2 импульс по давлению с датчика I поступает на регулирующее устройство 2 . Регулирующее устройство воздействует на исполнительный механизм 3 , который при посредстве регулирующего органа 4 изменяет расход топлива в топку. В качестве регулятора в этой схеме может быть применен регулятор, реализующий ПИ-закон регулирования. Как показывает практика, применение ПИ-закона регулирования дает удовлетворительные результаты. При внутренних возмущениях регулятор тепловой нагрузки быстро приводит в соответствие выделяющееся в топке и потребляемое тепло, обеспечивая высокую стабильность поддержания нагрузки параллельно работающими парогенераторами. При этом внутренние возмущения, возникшие в одном из парогенераторов, практически не пройдут к другим парогенераторам.

При всех своих достоинствах (простота и быстрое устранение внутренних возмущений) рассматриваемая схема регулирования имеет серьезные недостатки. Так, при внешних возмущениях возможно перераспределение нагрузки между параллельно работающими парогенераторами. Это связано с тем, что распределение нагрузок между парогенераторами зависит от величины сопротивления парового тракта между точкой отбора пара потребителем и барабаном каждого парогенератора. К недостаткам следует отнести и то, что давление пара регулируется в барабанах парогенераторов, а не у потребителя. Поэтому приведенная схема регулирования тепловой нагрузки применяется весьма редко.

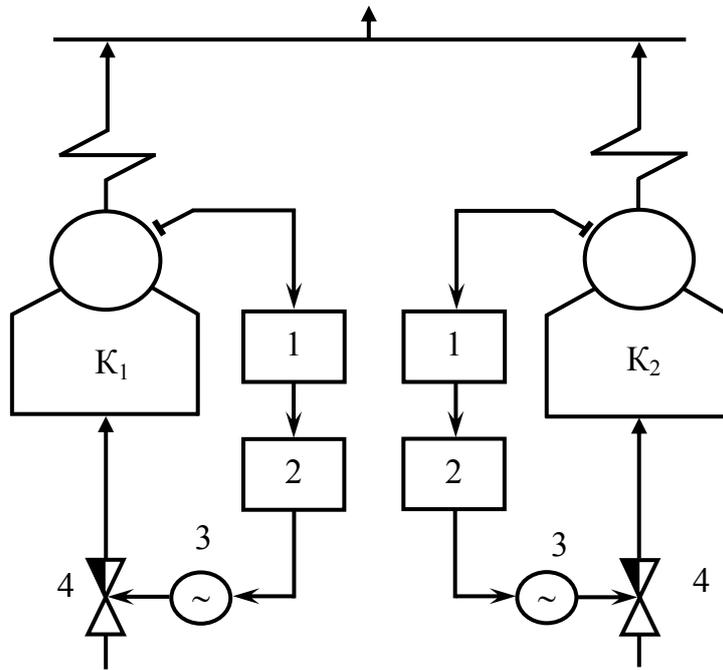


Рис. 2.21. Схема регулирования нагрузки парогенераторов с регуляторами давления в барабанах

Схема регулирования тепловой нагрузки, лишенная указанных недостатков, представлена на рис. 2.22. В этой схеме сигнал по давлению в общей магистрали или у потребителя поступает с датчика давления 5 на вход корректирующего регулятора 6, формирующего воздействия на локальные регуляторы тепловой нагрузки. При возникновении внешнего возмущения все регуляторы тепловой нагрузки одновременно участвуют в стабилизации давления пара в общей магистрали или у потребителя на заданном значении. С помощью корректирующего регулятора (его иногда называют главным регулятором) можно установить требуемое относительное распределение нагрузки между параллельно работающими парогенераторами. В качестве корректирующего регулятора обычно применяют регулятор, формирующий ПИ-закон регулирования.

К недостатку рассматриваемой схемы можно отнести возможность перераспределения нагрузки между парогенераторами в переходных режимах при внутренних возмущениях в связи со значительной инерционностью импульса по давлению пара в барабане. С этой точки зрения для увеличения быстродействия регулятора тепловой нагрузки вместо импульса по давлению пара в барабане целесообразно применение импульса по «теплу». В отличие от импульса по давлению пара в барабане импульс по «теплу» имеет в несколько раз меньшую инерционность и обеспечивает более высокую динамическую точность работы АСР. Принципиальная схема АСР тепловой нагрузки с применением импульса по «теплу» представлена на рис. 2.23.

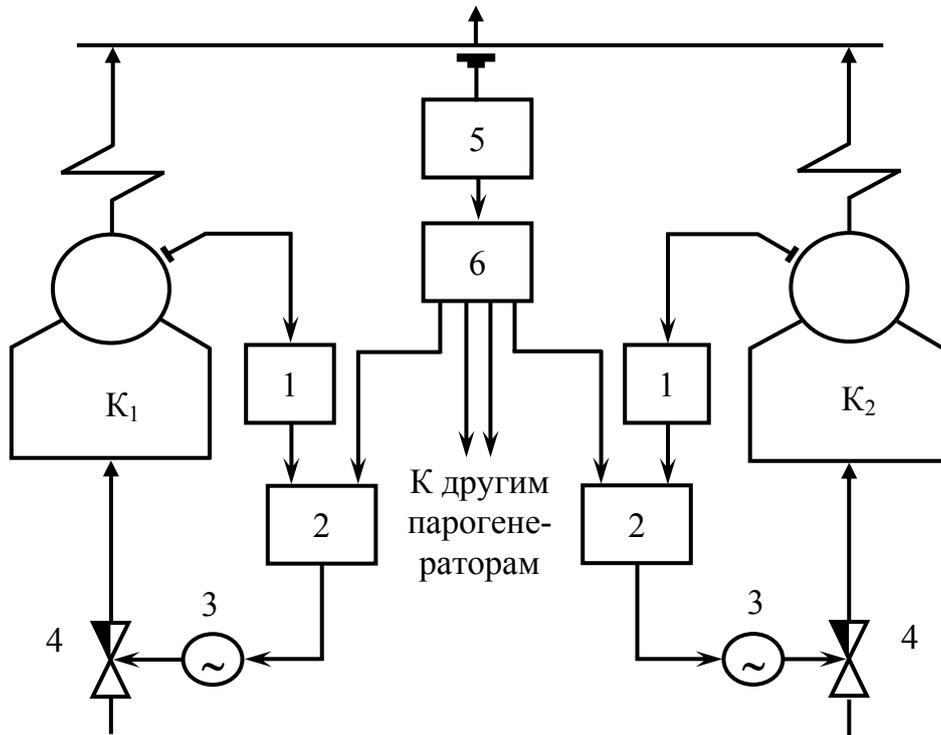


Рис. 2.22. Схема регулирования нагрузки парогенераторов с регуляторами давления в барабане и корректирующим регулятором

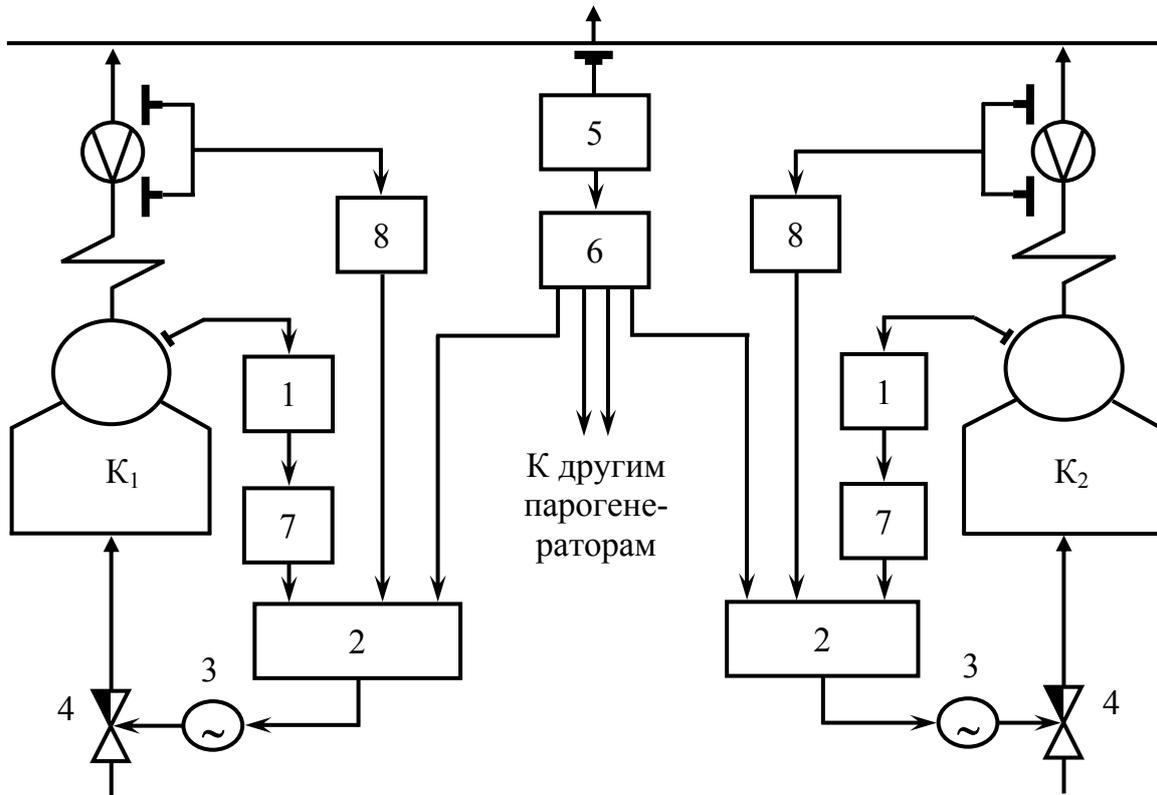


Рис. 2.23. Применение импульса по тепловосприятию в схеме регулятора тепловой нагрузки

В приведенной схеме АСР тепловой нагрузки импульс по «теплу» представляет собой сумму двух сигналов: сигнала по расходу пара $D_{п.п}$, формируемого датчиком 8 расхода пара, и сигнала по производной от давления пара в барабане dP_6/dt , формируемого датчиком 1 давления пара в барабане и дифференциатором 7.

Структурная схема АСР тепловой нагрузки с импульсом по «теплу» представлена на рис. 2.24. На этой схеме:

S_1 – задание корректирующему регулятору;

S_2 – задание стабилизирующему регулятору;

f_D – возмущение нагрузкой;

$W_{р.к}(p)$ – передаточная функция корректирующего регулятора;

$W_{р.с}(p)$ – передаточная функция стабилизирующего регулятора;

$W_{р.о}(p)$ – передаточная функция регулирующего органа;

$W_{BP_6}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «расход топлива – давление в барабане котла»;

$W_{P_6}(p)$ – передаточная функция датчика давления;

$W_{BP_M}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «расход топлива – давление в паровой магистрали»;

$W_{диф}(p)$ – передаточная функция дифференциатора;

$W_{BD}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «расход топлива – расход пара от котла»;

$W_D(p)$ – передаточная функция датчика расхода пара;

$W_{P_M}(p)$ – передаточная функция датчика давления в магистрали;

$W_{fP_M}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «возмущение нагрузкой – давление в магистрали»;

$W_{fP_6}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «возмущение нагрузкой – давление в барабане»;

$W_{fD}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «возмущение нагрузкой – расход пара»;

$W_{fD}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «возмущение нагрузкой – расход пара»;

$k_{п.ч.1}$, $k_{п.ч.2}$, $k_{п.ч.3}$ – масштабирующие коэффициенты;

$k_{п.ч.1}$, $k_{п.ч.2}$, $k_{п.ч.3}$ – масштабирующие коэффициенты;

P_M – давление пара в общей магистрали.

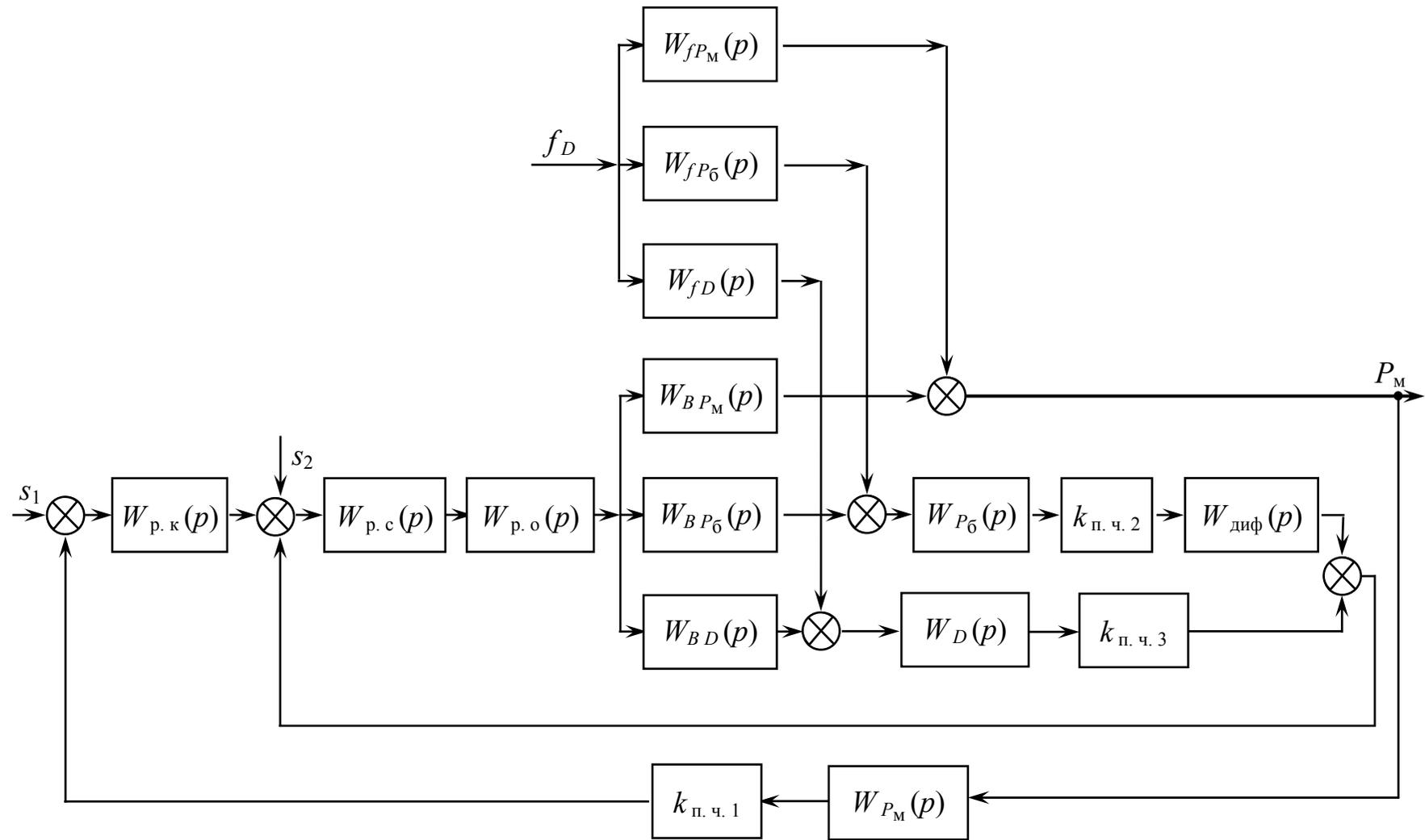


Рис. 2.24. Структурная схема АСР тепловой нагрузки

Изменение импульса по «теплу» косвенно определяет изменение расхода топлива в топку. При постоянном тепловыделении в топке импульс по «теплу» не должен изменяться. Это положение определяет условие настройки импульса по «теплу». Характер изменения импульса по «теплу» и его составляющих при внешнем и внутреннем возмущениях иллюстрирует рис. 2.25.

При внешнем возмущении и постоянном тепловыделении в топке изменяются расход пара $D_{п.п}$ и давление пара в барабане P_6 . Для того чтобы в этом случае импульс по «теплу» не изменялся, сигнал с датчика расхода пара U_D и сигнал на выходе дифференциатора $U_{диф}$ должны изменяться в противоположных направлениях (рис. 2.25, а). Изменение этих сигналов в одном направлении должно происходить лишь при внутренних возмущениях (рис. 2.25, б).

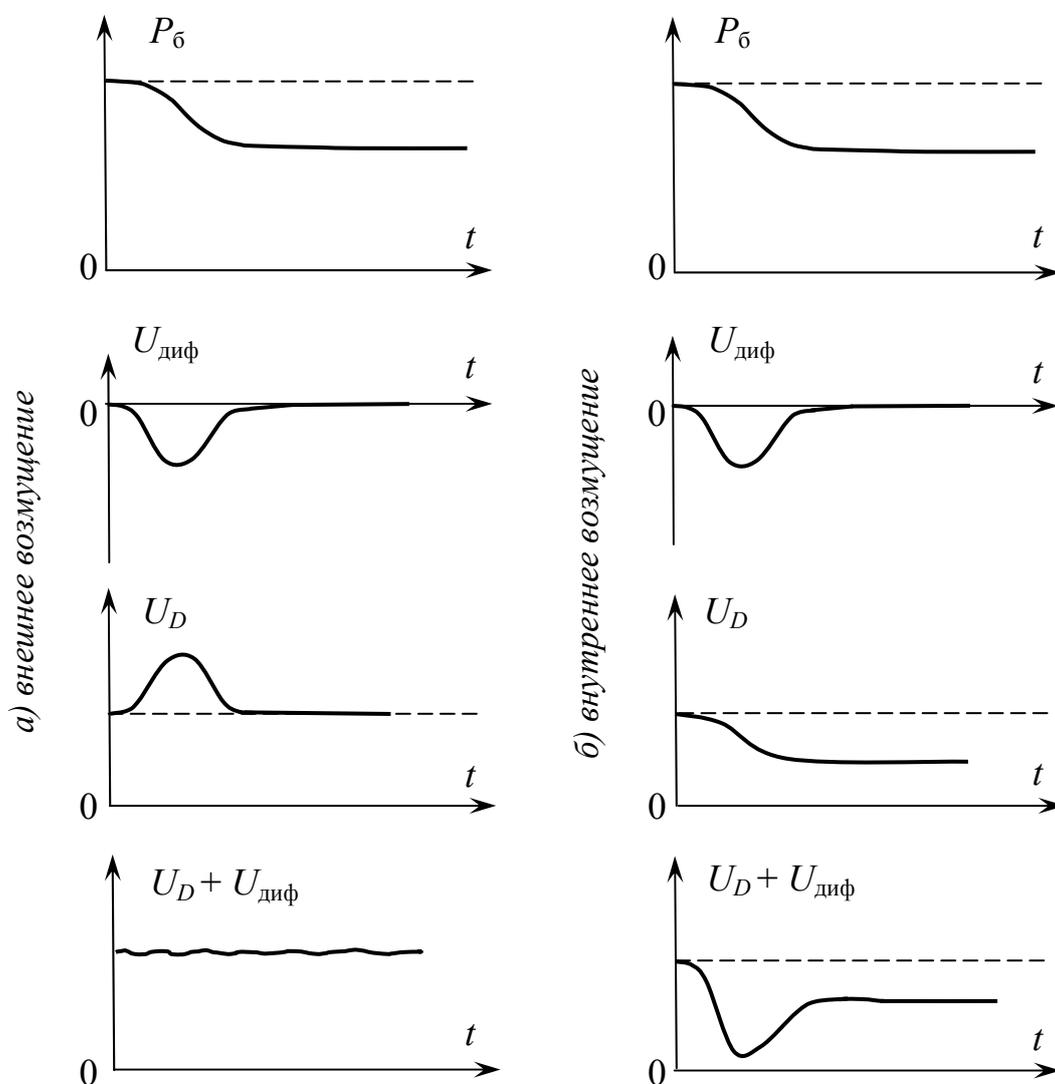


Рис. 2.25. Характер изменения импульса по «теплу» и его составляющих

В практике автоматизации парогенераторов для схем систем автоматического регулирования приняты сокращенные наименования. Так, например, рассматриваемая схема системы регулирования тепловой нагрузки с корректирующим регулятором и импульсом по «теплу» получила название «Электронный корректирующий прибор – тепло» или сокращенно «ЭКП – тепло».

В случае сжигания жидкого или газообразного топлива с постоянной теплотой сгорания количество тепла, выделившегося в топке при сгорании топлива, прямо пропорционально расходу топлива. Учитывая, что измерение расхода жидкого или газообразного топлива не вызывает технических трудностей, то вместо косвенного способа измерения расхода топлива с помощью импульса по «теплу» в схеме регулирования тепловой нагрузки применяют импульс по расходу топлива (рис. 2.26). Практическая безынерционность импульса по расходу топлива обеспечивает высокое быстродействие и динамическую точность стабилизации расхода топлива.

В схеме на рис. 2.26 корректирующий регулятор 2 получает сигнал по давлению пара в магистрали или у потребителя от датчика давления 1 и формирует сигналы задания для локальных регуляторов тепловой нагрузки (регуляторов топлива). Регулирующие устройства регуляторов тепловой нагрузки 3 воздействуют на исполнительные механизмы 6, изменяя расход топлива B с помощью регулирующего органа 5. Импульс по расходу топлива поступает на регулирующее устройство 3 от датчика расхода 4.

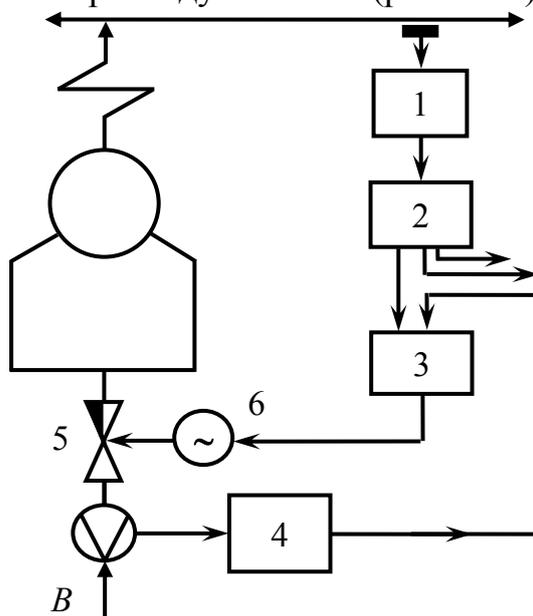


Рис. 2.26. Схема регулирования нагрузки парогенератора «ЭКП-топливо»

Схема системы автоматического регулирования тепловой нагрузки с корректирующим регулятором и импульсом по расходу топлива получила название схемы «ЭКП – топливо». Структурная схема такой системы регулирования приведена на рис. 2.27, где $W_B(p)$ – передаточная функция датчика расхода топлива, а остальные обозначения соответствуют обозначениям, принятым на рис. 2.24.

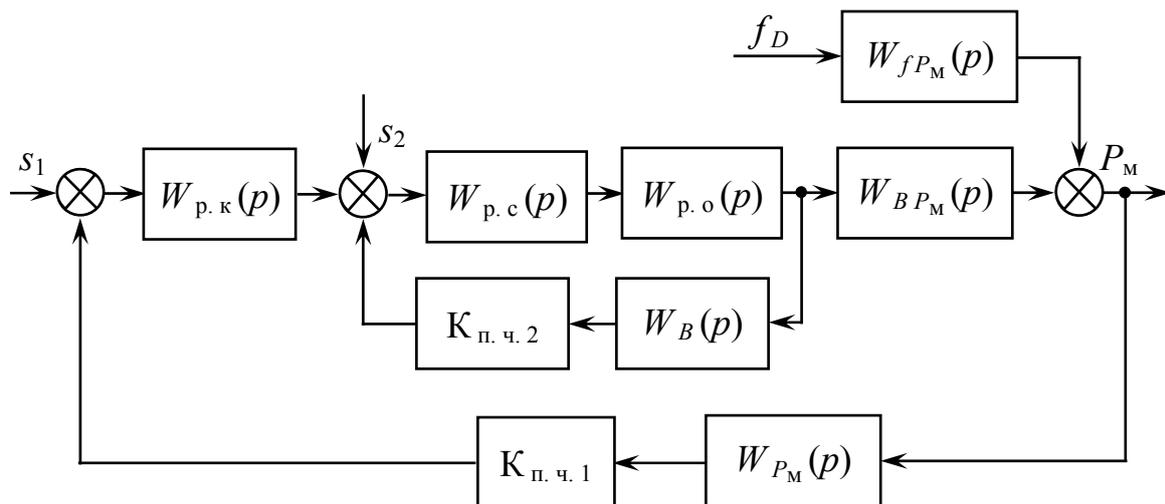


Рис. 2.27. Структурная схема АСР тепловой нагрузки со стабилизацией расхода топлива

2.4.7. Регулирование расхода воздуха

Регулирование расхода воздуха может быть общим (на парогенератор), групповым (на группу горелок) или погорелочным (на каждую горелку). Как уже отмечалось ранее, прямое регулирование расхода воздуха по результатам газового анализа не нашло практического применения из-за значительной инерционности и запаздывания промышленных датчиков газоанализаторов. В связи с этим применяют сочетание прямых и косвенных методов оценки качества процесса горения. В переходных режимах оптимальность процесса горения обеспечивают с помощью косвенных методов, а в установившемся режиме оптимальный коэффициент избытка воздуха корректируется с помощью импульса по содержанию свободного кислорода в уходящих газах.

К качеству работы АСР расхода общего воздуха предъявляются следующие требования [8]:

- при 10%-м возмущении нагрузкой котла от исходной номинальной, максимальное отклонение содержания $[O_2]$ в дымовых газах от $\alpha_{зад}$ не должно превышать для газомазутных котлов с малыми $\Delta\alpha_T$ – 0,3 % O_2 , для пылеугольных – 1,0 % O_2 ;
- в стационарном нормальном режиме максимальное отклонение содержания $[O_2]$ не должно превышать $\pm 0,2$ % для газомазутных котлов, $\pm 0,5$ % для пылеугольных котлов;
- при исходной номинальной нагрузке и 10%-м возмущении с постоянной времени кислородомера $T \leq 1,5$ мин АСР должна обеспечить величину интегральной квадратичной оценки качества переходного

процесса для газомазутных котлов – $\leq 10(\%O_2)^2$.с, для пылеугольных котлов – $\leq 200(\%O_2)^2$.с.

Выбор схемы АСР расхода общего воздуха определяется применяемой схемой АСР тепловой нагрузки, видом сжигаемого топлива, режимом работы парогенератора и его конструктивными характеристиками, способом косвенной оценки качества процесса горения. Наиболее простой схемой является схема АСР расхода общего воздуха при сжигании жидкого или газообразного топлива. Поскольку расходы топлива и воздуха могут быть измерены достаточно точно, то становится возможным прямое регулирование соотношения между расходом топлива и расходом воздуха. Схема системы регулирования, в которой расход воздуха пропорционален расходу топлива (схема «топливо–воздух»), приведена на рис. 2.28.

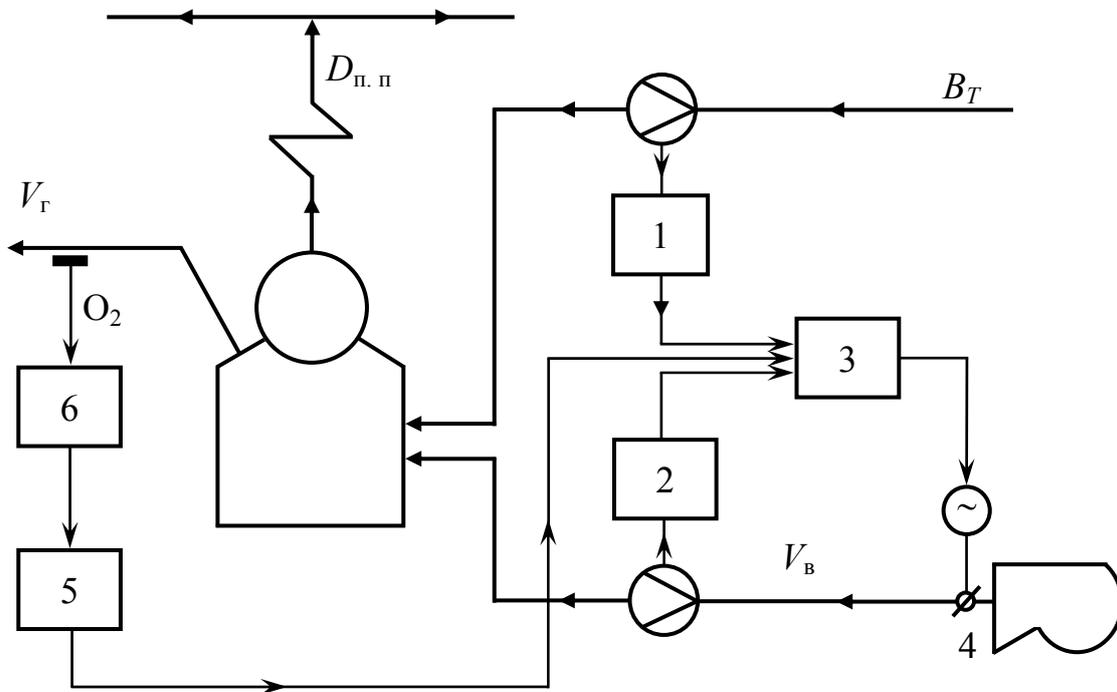


Рис. 2.28. Схема регулирования экономичности по соотношению «топливо–воздух»

В этой схеме сигналы с датчика расхода топлива 1 и датчика расхода воздуха 2 подаются на регулирующее устройство 3 регулятора воздуха. Регулирующее устройство управляет исполнительным механизмом, изменяющим положение направляющего аппарата дутьевого вентилятора 4, и тем самым изменяет расход воздуха в топку в соответствии с расходом топлива. Расход воздуха может быть измерен разными способами, например с использованием перепада давления на воздухо-

подогревателе или его части, с использованием давления на всасе и напоре дутьевых вентиляторов (с применением или без применения мультипликаторов).

При изменении свойств топлива схема системы регулирования экономичности процесса горения дополняется корректирующим сигналом, поступающим на вход регулятора воздуха от корректирующего регулятора 5. В свою очередь, на вход корректирующего регулятора поступает сигнал по содержанию кислорода в уходящих дымовых газах от газоанализатора 6. Структурная схема АСР, соответствующая принципиальной схеме рис. 2.28 представлена на рис. 2.29. По своему построению эта схема регулирования является схемой каскадной системы с корректирующим $W_{кор}$ и стабилизирующим $W_{р.с}$ регуляторами. Как правило, эти регуляторы формируют ПИ-закон регулирования. Стабилизирующий регулятор (регулятор воздуха) вместе с объектом $W_{об.1}$ и отрицательной обратной связью образует внутренний малоинерционный контур.

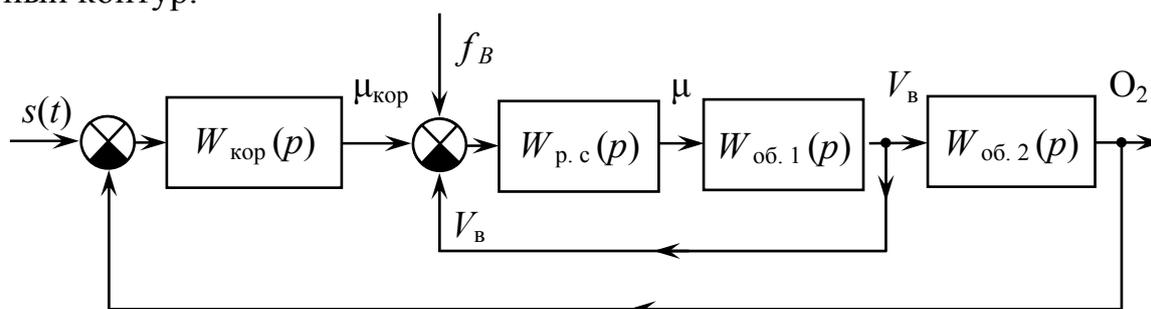


Рис. 2.29. Структурная схема АСР воздуха с корректирующим регулятором по содержанию кислорода

Инерционность объекта регулирования $W_{об.1}$ (канал передачи входного воздействия в виде положения направляющего аппарата дутьевого вентилятора μ в выходную величину – расход воздуха V_B через воздухоподогреватель) мала, что обеспечивает высокое быстродействие и качество стабилизации расхода воздуха при отработке внешнего воздействия f_B – сигнала по изменению расхода топлива. Сигнал f_B совместно с корректирующим сигналом $\mu_{кор}$ от регулятора $W_{кор}$ формирует задание регулятору воздуха.

Во время работы парогенератора может произойти нарушение качества топочного процесса в силу ряда причин, например при изменении свойств топлива, температуры и давления воздуха, работы форсунок и др. В этих случаях необходимо корректировать соотношение «топливо–воздух» по содержанию O_2 в уходящих дымовых газах. Эту задачу выполняет внешний контур, осуществляющий коррекцию зада-

ния малоинерционному контуру. Нужно отметить, что внешний контур обладает значительной инерционностью вследствие инерционности объекта $W_{об 2}$ (канал расход воздуха – содержание свободного кислорода в уходящих газах с учетом динамики датчика газоанализатора на O_2 и газозаборного устройства).

По отношению к внешнему контуру внутренний контур является практически безынерционным. Поэтому переходные процессы, возникшие во внутреннем контуре, при изменении расхода топлива заканчиваются быстро и не успевают оказать влияние на выходную величину внешнего контура.

При сжигании пылеугольного топлива, а также при сжигании жидкого и газообразного топлива при значительных изменениях их теплотворной способности для регулирования экономичности процесса горения применяется схема «тепло–воздух». Известны две разновидности схемы «тепло–воздух» – с последовательным и параллельным воздействием на воздух.

Схема системы регулирования экономичности процесса горения «тепло–воздух» с последовательным воздействием на воздух приведена на рис. 2.30.

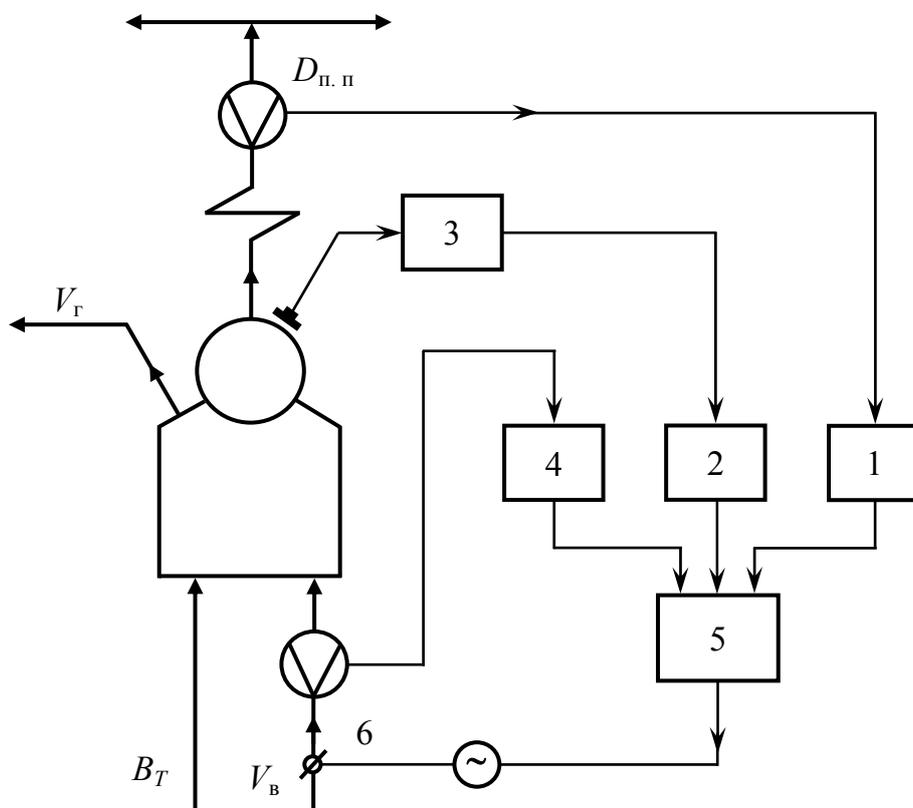


Рис. 2.30. Схема регулирования экономичности по соотношению «тепло–воздух» с последовательным воздействием на воздух

В этой схеме в отличие от схемы «топливо–воздух» вместо импульса по расходу топлива применяется импульс по «теплу» косвенно характеризующий расход топлива. Импульс по «теплу» формируется на входе регулирующего устройства 5 регулятора воздуха в виде суммы двух сигналов. Один сигнал поступает от датчика расхода пара 1, а второй от дифференциатора 2, на вход которого, в свою очередь, поступает импульс от датчика давления пара в барабане 3. Расход воздуха V_v , измеряемый датчиком 4 с помощью регулирующего органа 6, приводится в соответствии с импульсом по «теплу», который является сигналом задания для регулятора воздуха.

К недостаткам рассматриваемой схемы можно отнести то, что при внешних возмущениях регулирование расхода воздуха происходит только при изменении тепловосприятия парогенератора. Поэтому при значительных и частых внешних возмущениях не обеспечивается экономичность процесса горения. К недостаткам следует отнести и то, что при внутренних возмущениях при относительно быстродействующем регуляторе тепловой нагрузки регулирующие органы топлива и воздуха перемещаются в противоположных направлениях.

Схема системы регулирования экономичности процесса горения «тепло–воздух» с параллельным воздействием на воздух приведена на рис. 2.31.

Принцип работы системы регулирования экономичности процесса горения «тепло–воздух» с параллельным воздействием на воздух заключается в следующем. Регулирование тепловой нагрузки осуществляется по схеме «ЭКП–тепло». Импульс по «теплу», поступающий на регулирующее устройство 7 регулятора тепловой нагрузки, формируется обычным образом с помощью датчика расхода пара 1, датчика давления пара в барабане 3 и дифференциатора 2. Корректирующий регулятор 6, получая сигнал по давлению пара от датчика 5, вырабатывает сигнал задания для регуляторов топлива и воздуха. Регулирующее устройство 8 регулятора воздуха воздействует с помощью исполнительного механизма на регулирующий орган подачи воздуха. Для стабилизации расхода воздуха на вход регулятора воздуха в качестве отрицательной обратной связи поступает импульс по расходу воздуха от датчика 4. В стационарном режиме работы парогенератора импульс от корректирующего регулятора равен импульсу по «теплу» и, таким образом, расход воздуха соответствует нагрузке парогенератора. Следовательно, эта схема регулирования является схемой «тепло–воздух». При внешнем возмущении регуляторы тепловой нагрузки и воздуха,

получая сигнал от корректирующего регулятора, одновременно вступают в работу, изменяя расходы топлива и воздуха. При внутреннем возмущении расход воздуха не изменяется. Возникшее несоответствие между расходами топлива и воздуха устраняется регулятором тепловой нагрузки.

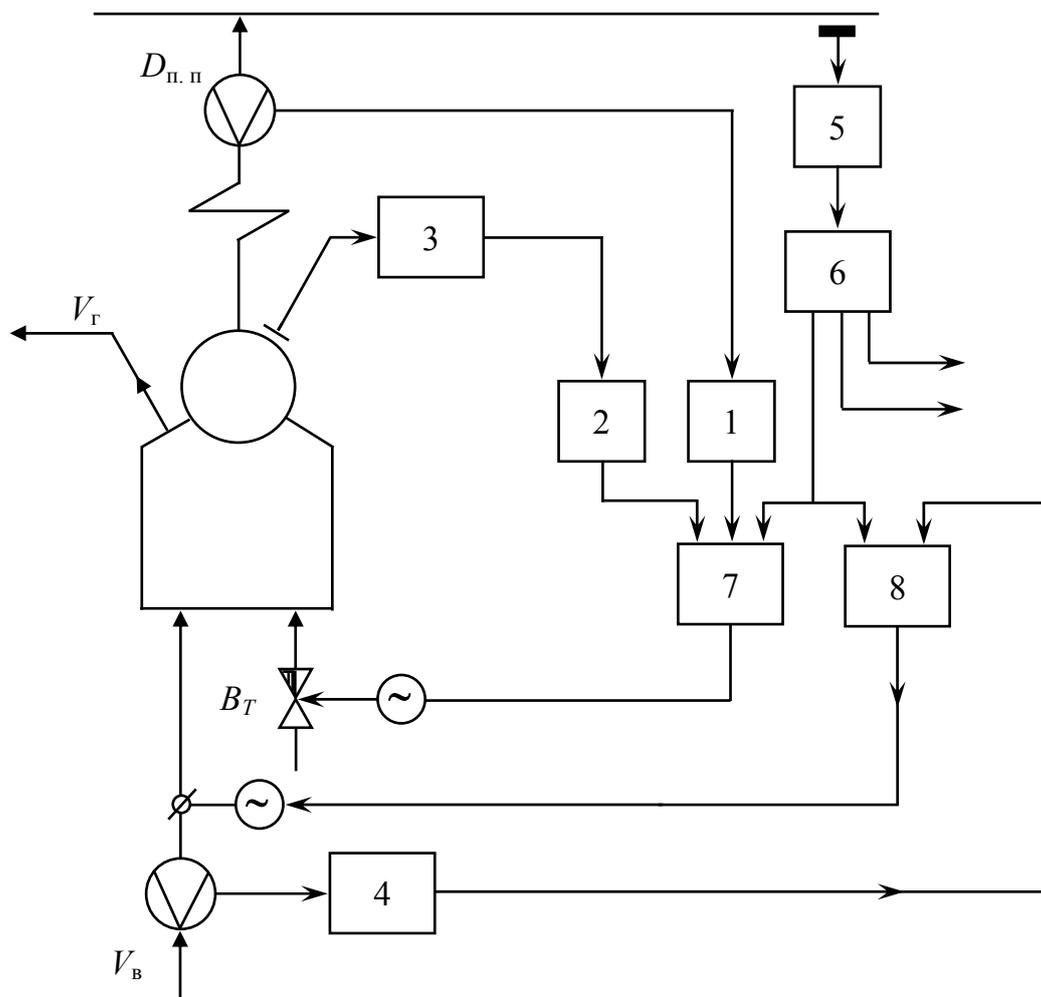


Рис. 2.31. Схема регулирования экономичности по соотношению «тепло–воздух» с параллельным воздействием на воздух

К недостатку рассматриваемой схемы регулирования экономичности процесса горения можно отнести зависимость работы регулятора воздуха от работы регулятора тепловой нагрузки. При выходе из строя регулятора тепловой нагрузки сигнал от корректирующего регулятора уже не будет соответствовать тепловой нагрузке парогенератора и поэтому регулятор воздуха придется отключить. В то же время нужно отметить, что при работе парогенератора в регулирующем режиме, при глубоких и частых внешних возмущениях схема регулирования «тепло–воздух» с параллельным воздействием на воздух является предпочти-

тельней, чем схема регулирования «тепло–воздух» с последовательным воздействием на воздух.

В приведенных схемах систем автоматического регулирования экономичности процесса горения «тепло–воздух» используются косвенные оценки качества процесса горения, зависящие от ряда технологических параметров. Поэтому во время работы парогенератора, процесс горения топлива может отличаться от оптимального. Для оптимизации процесса горения, так же как и в схеме «топливо–воздух», применяется корректирующий импульс по содержанию свободного кислорода O_2 в уходящих дымовых газах.

2.4.8. Виды АСР тепловой нагрузки и воздуха в зависимости от вида сжигаемого топлива и конструкции парогенераторов

АСР нагрузки и воздуха парогенераторов, работающих в блоке с турбиной

Регулирование парогенераторов, работающих в блоке с турбиной, имеет ряд особенностей. Первая из них состоит в том, что производительность парогенератора должна непрерывно изменяться в соответствии с изменением нагрузки турбины при постоянном давлении пара перед турбиной. Вторая особенность заключается в том, что парогенераторы, работающие в блоке с турбиной, как правило, большую часть времени несут базовую нагрузку. В связи с этим можно считать, что основными возмущениями для пылеугольных парогенераторов, работающих в блоке с турбиной, являются внутренние возмущения.

Отсутствие внешних возмущений позволяет существенно упростить схемы систем регулирования нагрузки и воздуха. Типовая схема АСР нагрузки и воздуха парогенератора, оборудованного шаровыми мельницами и работающего в блоке с турбиной, представлена на рис. 2.32.

В схеме на рис. 2.32 давление пара перед турбиной P_T как показателя материального и энергетического балансов блока поддерживается регулятором топлива, состоящего из регулирующего устройства 1 и исполнительного механизма 5. На вход регулирующего устройства 1 поступает сигнал от датчика давления пара перед турбиной 2 и скоростной сигнал по давлению пара в барабане парогенератора, формируемый датчиком давления 4 и дифференциатором 3. Регулятор топлива управляет подачей топлива B_T путем изменения частоты вращения двигателей пылепитателей.

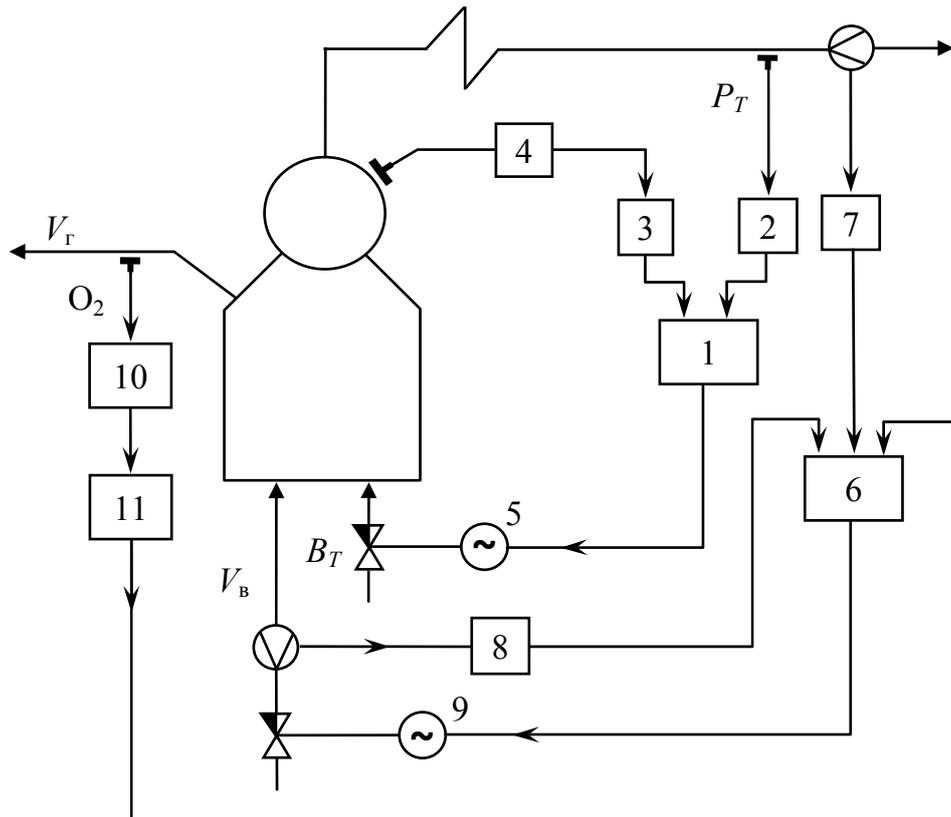


Рис. 2.32. Схема регулирования расходов топлива и воздуха для парогенератора, работающего в блоке с турбиной

Система регулирования подачи воздуха выполняется по схеме «пар–воздух», т. к. при отсутствии внешних возмущений расход пара характеризует нагрузку парогенератора. Регулятор воздуха состоит из регулирующего устройства 6 и исполнительного механизма 9. На вход регулятора воздуха поступают сигнал от датчика расхода пара 7, сигнал обратной связи от датчика расхода воздуха 8, а также корректирующий сигнал по содержанию кислорода O_2 в дымовых газах. Корректирующий сигнал формируется с помощью датчика – газоанализатора 10 – и корректирующего регулятора 11.

Система автоматического регулирования тепловой нагрузки, представленная на рис. 2.32, является каскадной с вводом производной от вспомогательной регулируемой величины. Структурная схема такой системы приведена на рис. 2.33, где $W_{об}(P)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «расход топлива – давление пара перед турбиной»; $W_{об.1}(P)$ – передаточная функция объекта регулирования по каналу «расход топлива – давление пара в барабане парогенератора»; $W_p(P)$ и $W_d(P)$ – передаточные функции соответственно регулятора топлива и дифференциатора.

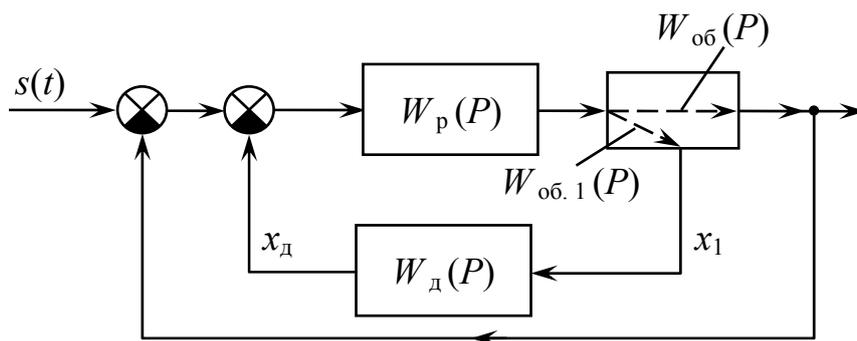


Рис. 2.33. Структурная схема АСР

Регулирование расходов топлива и воздуха для парогенераторов с двухсветными экранами

В парогенераторах большой мощности часто устанавливают двухсветные экраны, которые разделяют топку на две полутопки. В целях обеспечения экономичности сжигания топлива для пылеугольных парогенераторов принято раздельное регулирование подачи топлива по полутопкам. В типовой схеме АСР процесса горения выравнивание тепловых нагрузок полутопок предлагается осуществлять по разности содержания кислорода в уходящих из полутопок дымовых газов. Такая схема системы регулирования имеет существенные недостатки из-за низкой надежности и большой инерционности датчиков кислородомеров.

Рассмотрим схему АСР подачи топлива по полутопкам (рис. 2.34), в которой для определения тепловых перекосов в полутопках применяется разность давлений в промежуточных коллекторах циркуляционных контуров парогенератора.

В этой схеме для парогенератора, работающего в блоке с турбиной, корректирующий регулятор KP_1 получает сигнал по давлению пара перед турбиной и сигнал по скорости изменения давления пара в барабане dP_6/dt . Корректирующий регулятор KP_1 формирует сигнал задания по нагрузке для регуляторов топлива левой $PT_{л}$ и правой $PT_{пр}$ полутопок. На регуля-

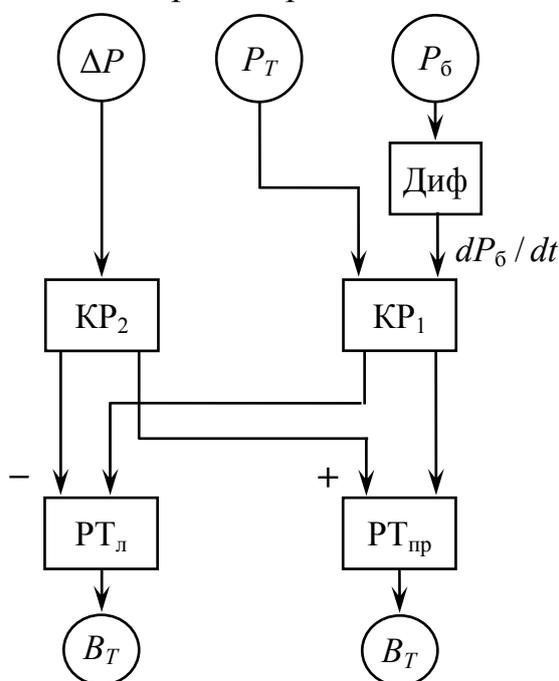


Рис. 2.34. Схема АСР подачи топлива по полутопкам

торы $PT_{л}$ и $PT_{пр}$ дополнительно поступает корректирующий сигнал от корректирующего регулятора KP_2 , получающего сигнал о разности давлений ΔP в промежуточных коллекторах циркуляционных контуров полUTOпок. Действие коррекции по разности давлений состоит в том, что увеличение расхода топлива B_T в одну из полUTOпок вызывает уменьшение подачи топлива в эту полUTOпку и увеличение подачи топлива в другую полUTOпку, что тем самым приводит к выравниванию тепловых нагрузок полUTOпок.

Регулирование расхода общего воздуха для парогенератора с двухсветными экранами выполняется по обычной схеме «задание по нагрузке – воздух». Кроме задания по нагрузке, поступающего от регулятора KP_1 , регулятор общего воздуха получает также импульс по расходу общего воздуха и усредненный по двум газходам корректирующий импульс по содержанию O_2 в дымовых газах.

АСР нагрузки и воздуха парогенераторов с шахтно-мельничными топками

У парогенераторов с шахтно-мельничными топками в системе пылеприготовления отсутствует промежуточный бункер. Получаемая в мельнице угольная пыль подсушивается, подхватывается первичным воздухом и вносится в топку парогенератора. Расход угольной пыли в топку зависит как от загрузки мельницы сырым углем, так и от скорости (расхода) первичного воздуха в мельнице. При увеличении загрузки мельницы топливом ее производительность повышается. С увеличением расхода первичного воздуха происходит вынос в топку дополнительного количества угольной пыли за счет транспортировки воздухом более крупных частиц топлива. При изменении загрузки мельницы изменение расхода угольной пыли в топку происходит со значительной инерционностью, а при изменении расхода первичного воздуха практически мгновенно. При увеличении расхода первичного воздуха происходит увеличение расхода угольной пыли в топку, но в установившемся новом режиме вынос угольной пыли в топку восстанавливается до первоначального значения. Поэтому для повышения качества работы АСР тепловой нагрузки парогенераторов с шахтно-мельничными топками изменение производительности мельницы производят одновременным изменением расхода сырого топлива на мельницу и изменением расхода первичного воздуха.

При применении систем с прямым вдуванием угольной пыли в топочную камеру производительность мельниц постоянно должна соответствовать нагрузке парогенератора. Таким образом, производительность мельниц должна определяться нагрузкой парогенератора.

При регулировании тепловой нагрузки и экономичности процесса горения для парогенераторов с шахтно-мельничными топками применяется несколько вариантов схем, выбор которых определяется целым рядом технологических факторов. В качестве примера рассмотрим один из возможных вариантов схемы системы автоматического регулирования процесса горения (рис. 2.35) для парогенератора с шахтными мельницами, работающего на общую паровую магистраль.

В схеме на рис. 2.35 сигнал по давлению в магистрали P_M поступает на вход главного регулятора ГР. Главный регулятор ГР формирует задание по нагрузке, которое одновременно подается на входы регуляторов топлива РТ, воздуха РВ и первичного воздуха РПВ. Регулятор топлива, получая сигнал по тепловой нагрузке, управляет расходом сырого топлива B_T на мельницы, число которых определяется производительностью парогенератора. Приводами питателей сырого угля служат электродвигатели постоянного тока. Для управления этими двигателями применяется система бесступенчатого регулирования АР-СП. С помощью такой системы регулируется одновременная подача топлива ко всем мельницам парогенератора.

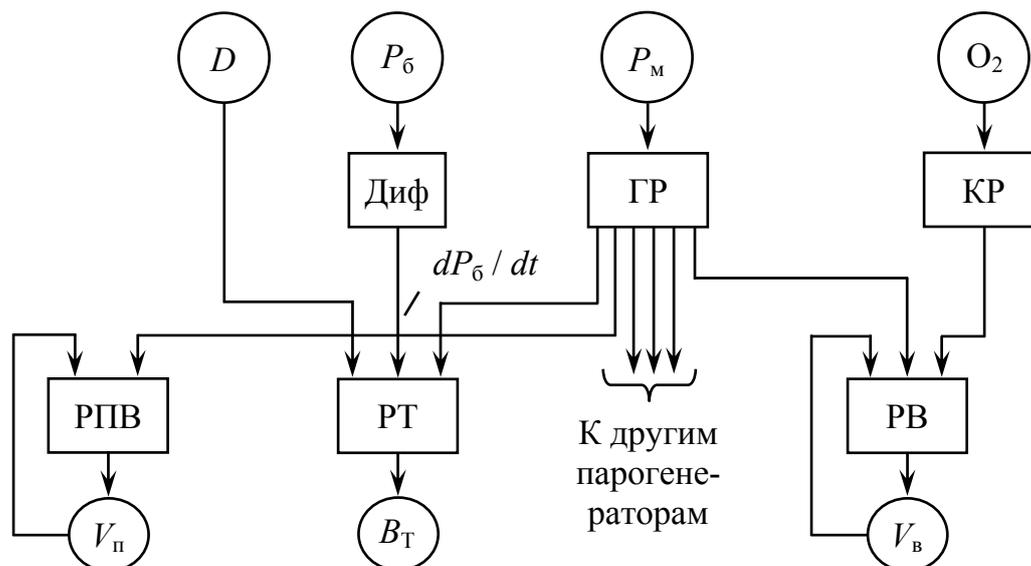


Рис. 2.35. Схема АСР процесса горения для парогенератора с шахтными мельницами

В связи с тем, что вынос угольной пыли из мельницы в топку зависит не только от загрузки мельницы сырым углем, но и от скорости первичного воздуха в мельнице, в схеме регулирования процесса горения применяется регулятор первичного воздуха РПВ. Регулятор РПВ получает сигнал задания от главного регулятора, сигнал по расходу первичного воздуха $V_{п}$ на мельницу и управляет клапаном, установленным

на воздухопроводе первичного воздуха перед мельницей. Для каждой мельницы предусматривается свой отдельный регулятор первичного воздуха (на схеме рис. 2.35 показан регулятор лишь одной мельницы).

В качестве сигнала, косвенно характеризующего загрузку мельницы топливом, в регуляторе первичного воздуха иногда применяют сигнал по потребляемой мощности из электросети приводным электродвигателем мельницы, или сигнал от системы АР-СП, пропорциональный напряжению в якорях электродвигателей питателей топлива.

На регулятор воздуха РВ поступают три сигнала: задание по нагрузке от главного регулятора; сигнал по расходу воздуха V_B ; сигнал от корректирующего регулятора КР, осуществляющего коррекцию подачи воздуха по содержанию кислорода O_2 в уходящих дымовых газах.

Система регулирования процесса горения работает следующим образом. При увеличении нагрузки парогенератора регулятор топлива увеличит подачу топлива в мельницы, а регулятор РПВ увеличит расход первичного воздуха. В свою очередь, при увеличении расхода первичного воздуха вынос угольной пыли из мельниц в топку увеличится за счет некоторого запаса угольной пыли в мельницах. Одновременно с повышением нагрузки парогенератора регулятор воздуха увеличит производительность дутьевых вентиляторов. Система автоматического регулирования процесса горения придет в новое установившееся состояние, когда тепловыделение в топке и подача воздуха придут в соответствие с нагрузкой парогенератора.

АСР тепловой нагрузки и воздуха парогенераторов, работающих на смешанном топливе

На ряде производств существует необходимость одновременного сжигания в топках парогенераторов разных видов топлив. Например, на металлургических заводах сжигают угольную пыль и доменный газ или смесь доменного и природного газов. По условиям технологии поступающий доменный газ должен сжигаться полностью и поэтому регулирование тепловой нагрузки парогенератора осуществляют за счет изменения расхода угольной пыли. Сжигание угольной пыли и доменного газа происходит в разных горелках с распределением подачи воздуха между газовыми и угольными горелками в соответствии с расходами топлив.

Схема АСР тепловой нагрузки и воздуха парогенератора, сжигающего доменный газ и угольную пыль приведена на рис. 2.36 [7].

В схеме на рис. 2.36 регулятор тепловой нагрузки 1 изменяет подачу угольной пыли в топку парогенератора в соответствии с заданием по нагрузке от корректирующего регулятора 2. Текущее значение теп-

ловой нагрузки поступает на регулятор 1 в виде импульса «по теплу» как результат суммы сигналов по расходу пара от парогенератора и скорости изменения давления пара в барабане. Сигнал по скорости изменения давления пара в барабане парогенератора формируется дифференциатором 9. Регулирование расхода доменного газа осуществляется регулятором расхода газа 3 в соответствии с давлением газа в сети. При повышении давления газа в заводской сети его расход увеличивается, а при понижении давления расход газа уменьшается, что обеспечивает стабилизацию давления газа в сети и его первоочередное сжигание. При снижении тепловой нагрузки парогенератора до минимального значения и, следовательно, при минимально возможном расходе топлива на пылеугольные горелки регулятор тепловой нагрузки уменьшает задание регулятору расхода доменного газа с помощью датчика перемещения вспомогательного исполнительного механизма 6.

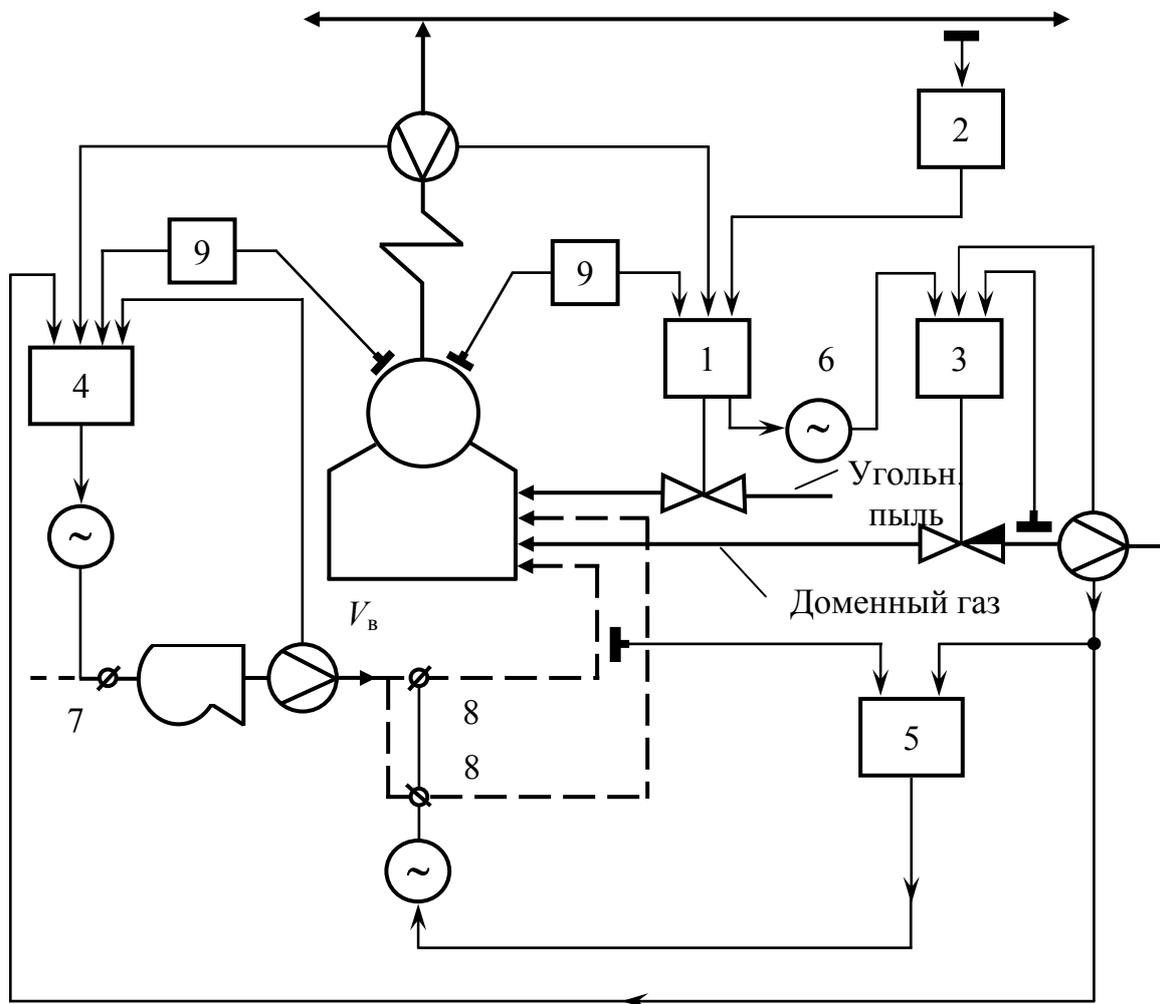


Рис. 2.36. Схема АСР тепловой нагрузки и воздуха парогенератора, сжигающего два вида топлива

Регулирование расхода общего воздуха в топку парогенератора осуществляется регулятором общего воздуха 4 в АСР, выполненной по схеме «тепло–воздух» с коррекцией по расходу доменного газа. Необходимость такой коррекции вызвана тем, что оптимальные коэффициенты избытка воздуха в топке при сжигании разных топлив различны. Так, оптимальный коэффициент избытка воздуха при сжигании твердого топлива лежит в пределах 1,25...1,3, а для доменного газа равен 1.1. При наладке АСР общего воздуха настройка соотношения между импульсами «по теплу» и по расходу общего воздуха производится из условия оптимального сжигания твердого топлива. При увеличении расхода доменного газа расход общего воздуха будет уменьшаться вследствие воздействия импульса коррекции, обеспечивая оптимальное сжигание смеси двух видов топлива.

Непосредственное изменение расхода общего воздуха происходит за счет изменения положения направляющего аппарата 7 дутьевого вентилятора, а изменение расхода воздуха к горелкам пылеугольного топлива и горелкам доменного газа осуществляется дроссельными заслонками 8. С помощью регулятора 5 регулируется соотношение между расходом доменного газа и расходом воздуха на газовые горелки. При включении исполнительного механизма регулятора соотношения механически связанные между собой заслонки 8 перемещаются в противоположных направлениях. Так, если происходит открытие заслонки на воздухопроводе к горелкам пылеугольного топлива, то на воздухопроводе к горелкам доменного газа заслонка закрывается.

2.4.9. Применение управляющих вычислительных машин (УВМ) в целях оптимизации режима работы парогенератора

Рассмотрим задачу оптимизации режима работы парогенератора (на примере котла ТГМ-96) с помощью УВМ [3].

Вычислительное устройство автоматически вычисляет КПД парогенератора, и, выполняя функции экстремального регулятора (в нем реализуется алгоритм экстремального управления), непосредственно воздействует на органы управления парогенератора. Целью оптимизации является нахождение и поддержание режима работы парогенератора, соответствующего максимальному значению КПД.

Как уже известно, для наиболее эффективного процесса горения в топку парогенератора одновременно с топливом должно подаваться определенное количество воздуха. Это оптимальное количество воздуха зависит от многих факторов, влияющих на режим работы парогенератора (состава топлива, условий перемешивания воздуха с топливом, условий

теплообмена в различных поверхностях нагрева парогенератора, нагрузки парогенератора, температуры питательной воды и т. д.).

За критерий оптимальности режима работы парогенератора можно принять КПД, максимальное значение которого соответствует наибольшей эффективности сжигания топлива и, следовательно, будет соответствовать оптимальной подаче воздуха в топку парогенератора.

Значения КПД, необходимые в дискретные моменты времени вычисляются автоматически в цифровом вычислительном устройстве, куда требуемые для этого показания нужных параметров поступают от соответствующих датчиков непрерывной информации через преобразователи аналог-код. Датчики имеют аналоговый унифицированный выходной сигнал $0 \dots 5$ мА, линейно зависящий от измеряемой величины. Опрашиваются датчики вычислительным устройством в дискретные моменты времени t_n ($n = 1, 2, \dots$). Период опроса составляет τ .

Сигналы, поступающие от датчиков, преобразуются в двоичный код и обрабатываются в соответствии с алгоритмом вычисления КПД.

Мгновенные значения КПД $\eta(t_n = n \cdot \tau)$ вычисляются по следующей формуле:

$$\eta(t_n = n \cdot \tau) = \frac{Q_{\text{ВЫХ}}(t_n)}{Q_{\text{T}}(t_n)},$$

где $Q_{\text{ВЫХ}}(t_n)$ – общая выработка тепла; $Q_{\text{T}}(t_n)$ – количество тепла, вносимое топливом.

Значение $Q_{\text{ВЫХ}}(t_n)$ определяется из равенства

$$Q_{\text{ВЫХ}}(t_n) = Q_k^{\text{бп}}(t_n) - A \cdot \mathcal{E}_k^{\text{с.н}}(t_n),$$

где $Q_k^{\text{бп}}(t_n)$ – выработка тепла брутто котлом в дискретные моменты $t = t_n$; A – теплоэлектрический эквивалент; $\mathcal{E}_k^{\text{с.н}}(t_n)$ – расход электроэнергии на собственные нужды котла в моменты $t = t_n$.

Значение выработки тепла брутто для парогенератора ТГМ-96 можно определить из выражения

$$Q_k^{\text{бп}}(t_n) = D_n^1 \cdot i_n^1 + D_n^2 \cdot i_n^2 - D_{\text{в}} \cdot i_{\text{в}} + \left[D_{\text{в}} - (D_n^1 + D_n^2) \right] \cdot i_{\text{б}},$$

где D_n^1 и D_n^2 – расход перегретого пара соответственно по первому и второму паропроводу; i_n^1 и i_n^2 – теплосодержание перегретого пара соответственно по первому и второму паропроводу; $D_{\text{в}}$ – расход питательной воды; $i_{\text{в}}$ – теплосодержание питательной воды; $i_{\text{б}}$ – теплосодержание котловой воды в барабане.

В выражении для КПД выработка тепла определяется равенством

$$Q_T(t_n) = B_H(t_n) \cdot Q_p^H,$$

где $B_H(t_n)$ – расход натурального топлива на котел в моменты $t = t_n$; Q_p^H – низшая тепловая способность топлива, подаваемого в моменты $t = t_n$.

Упрощенная схема для расчета КПД парогенератора приведена на рис. 2.37. Вычисляемое значение КПД $\eta(t_n)$ является выходной координатой котла как объекта оптимизации, а входной координатой можно считать коэффициент избытка воздуха α_k . Исследования формы зависимости КПД парогенератора от коэффициента избытка воздуха показали, что эта зависимость унимодальна (рис. 2.37) и имеет экстремальный характер.

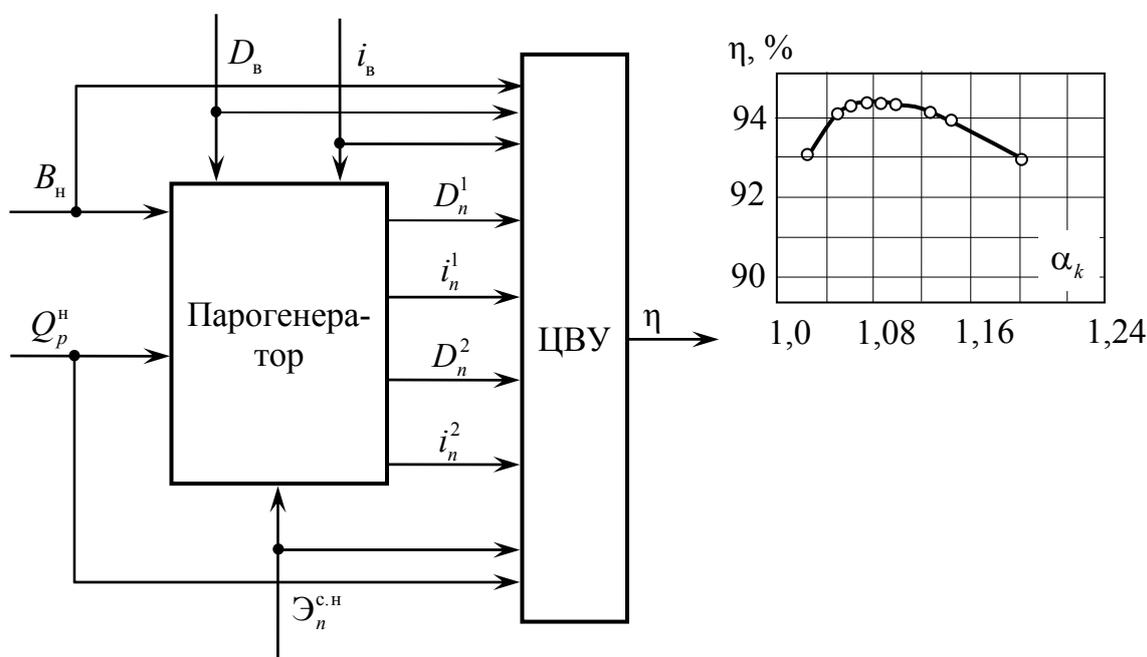


Рис. 2.37. Схема для расчета КПД парогенератора по каналу КПД – коэффициент избытка воздуха, экстремальная характеристика $\eta(\alpha_k)$

Снижение КПД справа от максимума объясняется увеличением потерь тепла с уходящими газами и увеличением потерь на тягу и дутье. Уменьшение КПД слева от максимума объясняется появлением химического недожога топлива. Дрейфу экстремальной характеристики соответствует изменение условий работы парогенератора, в том числе не поддающихся определению изменений его параметров. При этом также может изменяться и форма самой кривой, т. е. экстремальная характеристика может становиться более или менее выпуклой.

Структурная схема системы автоматической оптимизации парогенератора после пренебрежения менее существенными инерционностями при определении передаточной функции котла может быть приведена к виду, изображенному на рис. 2.38.

В динамическом отношении канал оптимизации может быть представлен двумя последовательно соединенными инерционными звеньями первого порядка.

В результате снятия переходных характеристик парогенератора были определены постоянные времени инерционных звеньев – они оказались равными $T_1 = 255$ с, $T_2 = 110$ с. Помеха $\varphi(t)$, представляющая собой стационарный случайный процесс с ограниченной дисперсией и математическим ожиданием, равным нулю, складывается с выходным сигналом η объекта. Экстремальный регулятор ЭР реализован как вычислительное устройство с жестким алгоритмом управления, на который подается выходной сигнал η_D , пропорциональный динамическому значению КПД.

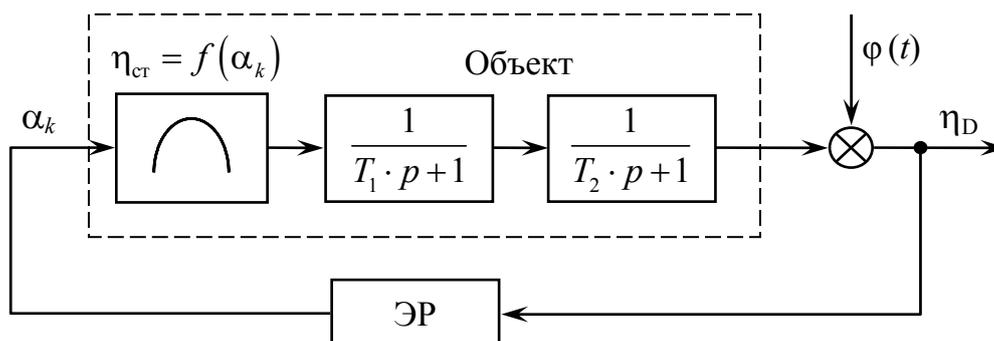


Рис. 2.38. Структурная схема системы оптимизации

Для объектов подобного рода в настоящее время разработаны алгоритмы работы быстродействующих САО с учетом конкретной структуры объекта и действия высокочастотных помех. Однако в настоящем случае могут быть применены и САО, принцип работы которых был изложен в первой главе. Действительно, рассмотрим САО, изображенную на рис. 2.39. В этом теоретическом случае, когда передаточная функция формирующего устройства $W_{\phi. y}(p)$ равна обратной передаточной функции линейной части объекта, т. е. $W_{\phi. y}(p) = 1/W(p)$, происходит полная компенсация динамики объекта и поиск экстремума идет по статической характеристике объекта.

Если передаточная функция $W_{\phi. y}(p)$ приблизительно равна $1/W(p)$, то в этом случае поиск экстремума будет улучшен ввиду частичной компенсации динамики объекта.

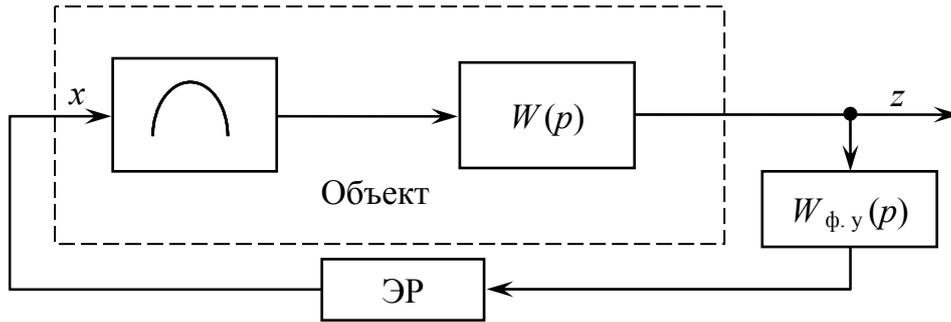


Рис. 2.39. Структурная схема САО

Для нашего случая формирующее устройство имеет передаточную функцию

$$W_{\text{ф.у}}(p) = (T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1). \quad (2.5)$$

Следует отметить, что практически звено с такой передаточной функцией выполнить невозможно, т. к. в выражение (2.5) входят чистые производные от входного сигнала объекта. Реальная передаточная функция формирующего устройства будет иметь вид:

$$W_{\text{ф.у}}^*(p) = \frac{T_1 \cdot p + 1}{T_{\mu 1} \cdot p + 1} \cdot \frac{T_2 \cdot p + 1}{T_{\mu 2} \cdot p + 1}.$$

Если $T_{\mu i} \ll T_i$ (например, $T_{\mu i} < 0,1 \cdot T_i$), то влияние инерционности формирующего устройства достаточно мало.

Вернемся к оптимизации процесса горения парогенератора ТГМ-96. Структурная схема оптимизации топочного режима парогенератора представлена на рис. 2.40.

Вычислительное устройство воздействует на направляющие аппараты двух дутьевых вентиляторов для шагового изменения входного параметра α (подача воздуха в парогенератора осуществляется по двум каналам). Для управления направляющими аппаратами в вычислительной установке организуется следящий контур, который приводит положение направляющих аппаратов в соответствие с уставками Y_1 и Y_2 , вырабатываемыми вычислительным устройством.

Информация о положении направляющих аппаратов вентиляторов поступает в вычислительное устройство от специальных датчиков перемещения, установленных в исполнительных механизмах дистанционного управления направляющих аппаратов. Получаемые в каждом шаге новые значения уставки Y_{1k} и Y_{2k} сравниваются при этом с минимально допустимым значением уставки. Если $Y_{ik} < Y_{\min}$ ($i = 1, 2$), то уставки остаются неизменными. Если же $Y_{ik} > Y_{\min}$ ($i = 1, 2$), новое значение устав-

ки записывается в ячейку следящего контура, который устанавливает новое положение направляющего аппарата.

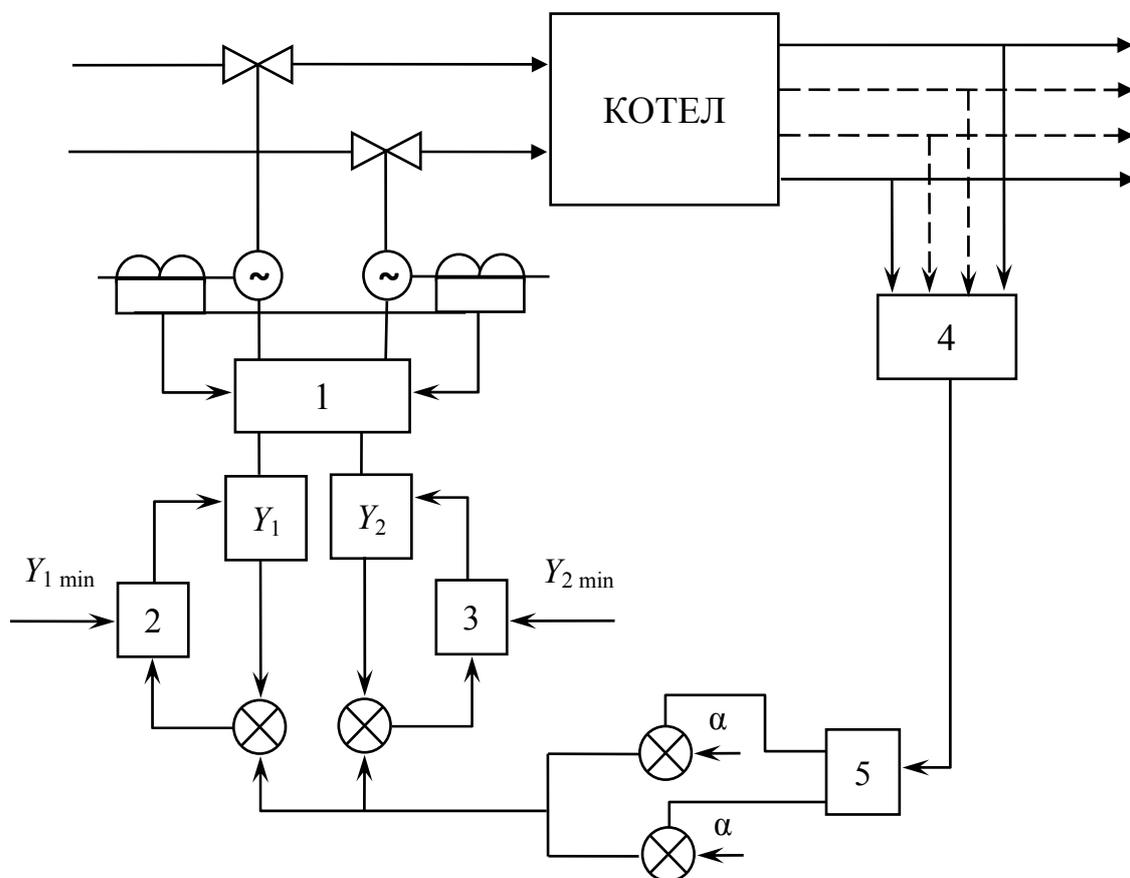


Рис. 2.40. Структурная схема системы оптимизации:
 1 – следящий контур; 2, 3 – блок проверки уставки на минимум; 4 – блок вычисления дискретных значений КПД; 5 – блок выработки управляющих воздействий (экстремальный регулятор)

2.4.10. Регулирование разрежения

Удаление дымовых газов из топки парогенератора необходимо для обеспечения устойчивого процесса горения топлива. Изменение количества удаляемых дымовых газов осуществляется путем изменения производительности дымососов. При работе дымососов в топке парогенератора создается разрежение. Разрежение по высоте топочной камеры различно, в нижней части топки оно выше, чем в верхней, из-за самотяги. Поэтому для обеспечения разрежения по всей топочной камере поддерживают наименьшее разрежение в верхней части топки. Постоянство разрежения в верхней части топки парогенератора является косвенным показателем выполнения материального баланса между количеством газов, образующихся в процессе горения топлива, и количеством газов,

удаляемых из топки парогенератора. Величина разрежения в верхней части топки обычно поддерживается в пределах 20...30 Па.

Характерной чертой парогенераторов как объектов регулирования разрежения является наличие существенных пульсаций разрежения. Пульсации оказывают негативное влияние на работу системы регулирования, вызывая без необходимости ее частое срабатывание. Для сглаживания пульсаций используют электрический демпфер регулирующих устройств.

Увеличение разрежения в топке парогенератора приводит к увеличению присосов холодного воздуха в газоходы и топку, увеличению потребления электроэнергии на привод дымососа и, как следствие, снижению экономичности работы парогенератора. Однако топочная камера должна постоянно находиться под разрежением. В противном случае при избыточном давлении дымовые газы будут поступать из топки в помещение котельного цеха. Таким образом, разрежение в верхней части топки должно поддерживаться на определенном оптимальном значении.

К АСР разрежения предъявляются следующие требования [8]:

- в стационарных нормальных режимах работы отклонение разрежения ΔS_T от заданного значения не должно превышать 15...20 Па (1,5...2,0 мм вод. ст.);
- при 10%-м изменении нагрузки котла от исходного номинального значения, отклонение разрежения ΔS_T не должно превышать 10...20 Па (1...2 мм вод. ст.).

Парогенератор как объект регулирования разрежения обладает малой инерционностью и малым запаздыванием. Поэтому применение ПИ-регулятора в одноконтурной АСР разрежения обычно обеспечивает требуемое качество регулирования для парогенераторов небольшой мощности. Однако для мощных парогенераторов одноконтурная система регулирования уже не обеспечивает требуемого качества.

На систему регулирования разрежения действуют возмущения в виде изменений расходов топлива и воздуха. Эти возмущения действуют практически одновременно и для мощных парогенераторов приводят к значительным отклонениям разрежения в переходных режимах. Для компенсации указанных возмущений применяют динамическую связь от регулирующего устройства регулятора воздуха к регулятору разрежения. При наличии динамической связи регулятор разрежения реагирует не только на отклонения разрежения, но и на включение в работу регулятора воздуха.

Рассмотрим схему (рис. 2.41) системы автоматического регулирования разрежения с компенсацией возмущений со стороны регулятора воздуха посредством динамической связи.

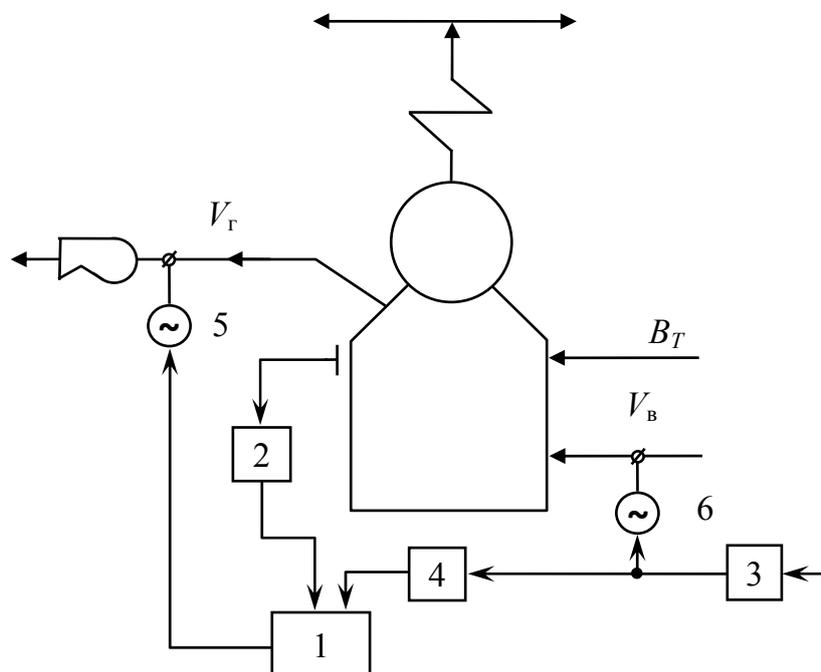


Рис. 2.41. Схема системы регулирования разрежения

В этой схеме сигнал по разрежению в верхней части топки поступает от датчика разрежения 2 на вход регулирующего устройства регулятора разрежения 1. При срабатывании регулирующего устройства регулятора воздуха 3 включается исполнительный механизм 6, воздействуя на расход воздуха в топку. Одновременно на вход регулирующего устройства регулятора разрежения поступает сигнал от регулирующего устройства регулятора воздуха 3 через устройство компенсации – динамическую связь 4. Регулирующее устройство 1 управляет исполнительным механизмом регулятора разрежения 5, который воздействует на направляющий аппарат дымососа.

На рис. 2.42 представлена структурная схема АСР разрежения с компенсацией возмущений со стороны регулятора воздуха.

В структурной схеме АСР приняты следующие обозначения: S – задание регулятору разрежения; S_T – величина разрежения; V_T – расход дымовых газов; V_B – расход воздуха; f_B – сигнал от регулирующего устройства регулятора воздуха; W_{PY_S} – регулирующее устройство регулятора разрежения; $W_{ИМ_S}$ – исполнительный механизм регулятора разрежения; W_{PO_S} – регулирующий орган регулятора разрежения; $W_{об}$ – канал объекта

регулирования «расход дымовых газов – разрежение»; W_{D_S} – датчик разрежения; $W_{дем}$ – демпфер; $W_{об_В}$ – канал объекта регулирования «расход воздуха – разрежение»; $W_{PO_В}$ – регулирующий орган регулятора воздуха; $W_{ИМ_В}$ – исполнительный механизм регулятора воздуха; W_{DC} – динамическая связь от регулятора воздуха к регулятору разрежения.

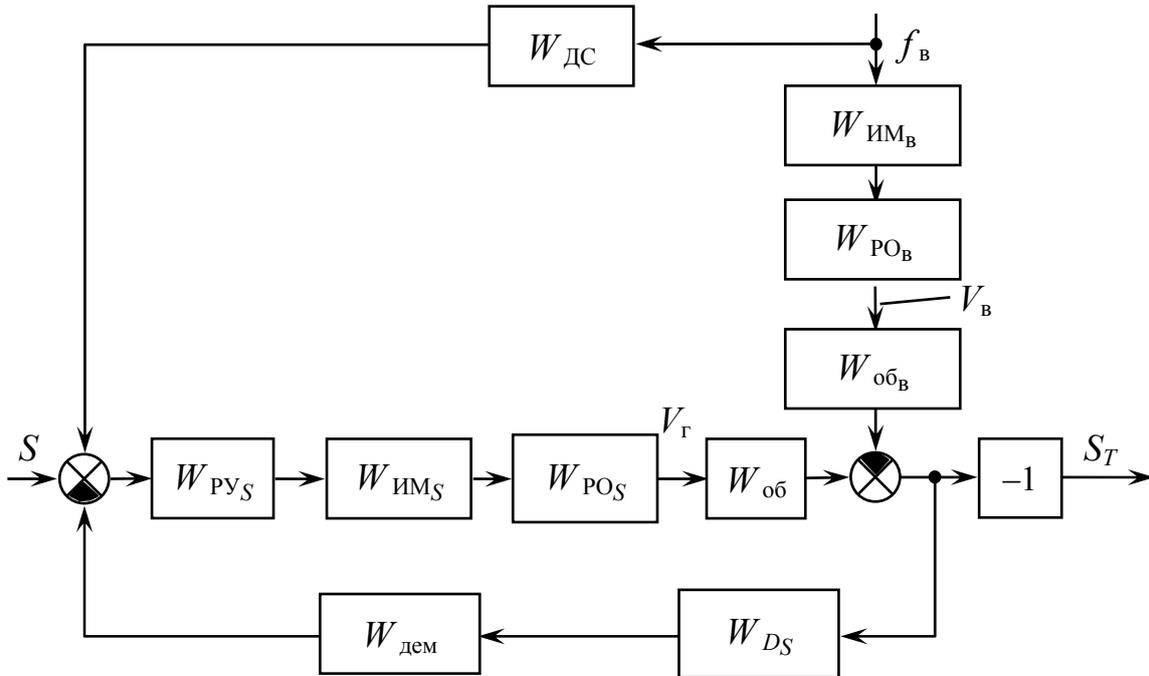


Рис. 2.42. Структурная схема АСР разрежения

Согласно структурной схеме (рис. 2.42), передаточная функция идеального устройства компенсации, обеспечивающего инвариантность АСР разрежения по отношению к возмущениям, идущим со стороны регулятора воздуха, должна иметь вид

$$W_{DC}^{ид}(p) = \frac{W_{ИМ_В}(p) \cdot W_{PO_В} \cdot W_{об_В}(p)}{W_{PY_S}(p) \cdot W_{ИМ_S}(p) \cdot W_{PO_S} \cdot W_{об}(p)}.$$

Полагая, что передаточные функции каналов объекта $W_{об_В}$ и $W_{об}$ можно представить в виде передаточных функций аperiodических звеньев первого порядка с запаздыванием:

$$W_{об_В}(p) = \frac{k_{об_В}}{T_{об_В} \cdot p + 1} \cdot e^{-p \cdot \tau_{об_В}}; \quad W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{T_{об} \cdot p + 1} \cdot e^{-p \cdot \tau_{об}},$$

а исполнительных механизмов регуляторов воздуха и разрежения – в виде передаточных функций интегрирующих звеньев

$$W_{ИМ_В}(p) = \frac{1}{T_{ИМ_В} \cdot p}; \quad W_{ИМ_С}(p) = \frac{1}{T_{ИМ_С} \cdot p},$$

получим выражение для передаточной функции устройства компенсации:

$$W_{ДС}(p) \approx \frac{\frac{1}{T_{ИМ_В} \cdot p} \cdot k_{РО_В} \cdot \frac{k_{об_В}}{T_{об_В} \cdot p + 1} \cdot e^{-p \cdot \tau_{об_В}}}{k_{Р_У_С} \cdot (T_{И} \cdot p + 1) \cdot \frac{1}{T_{ИМ_С} \cdot p} \cdot k_{РО_С} \cdot \frac{k_{об}}{T_{об} \cdot p + 1} \cdot e^{-p \cdot \tau_{об}}},$$

где $k_{об}$, $k_{об_В}$ – коэффициенты передачи объекта; $T_{об}$, $T_{об_В}$ – постоянные времени объекта; $\tau_{об}$, $\tau_{об_В}$ – запаздывание объекта по каналам регулирующего и возмущающего воздействия соответственно; $T_{ИМ_В}$, $T_{ИМ_С}$ – постоянные времени исполнительных механизмов соответственно регуляторов воздуха и разрежения; $k_{РО_В}$, $k_{РО_С}$ – коэффициенты передачи регулирующих органов регулятора воздуха и регулятора разрежения соответственно; $k_{Р_У_С}$ – коэффициент передачи регулирующего устройства регулятора разрежения; $T_{И}$ – постоянная интегрирования регулятора разрежения.

Полагая также, что $T_{об} \approx T_{об_В}$; $\tau_{об} \approx \tau_{об_В}$; $T_{ИМ_В} \approx T_{ИМ_С}$, последнее выражение для передаточной функции устройства динамической связи примет вид

$$W_{ДС}(p) = \frac{k_{РО_В} \cdot k_{об_В}}{k_{РО_С} \cdot k_{об} \cdot k_{Р_У_С} \cdot (T_{И} \cdot p + 1)} = \frac{k_{ДС}}{T_{ДС} \cdot p + 1},$$

где $k_{ДС} = \frac{k_{РО_В} \cdot k_{об_В}}{k_{РО_С} \cdot k_{об} \cdot k_{Р_У_С}}$ – коэффициент передачи устройства динамической связи; $T_{ДС} = T_{И}$ – постоянная времени устройства динамической связи.

Таким образом, при выполнении вышеприведенных предположений динамическая связь представляет собой апериодическое звено первого порядка. Примером реализации такой динамической связи может служить устройство типа КДС-Б, принципиальная схема которого представлена на рис. 2.43.

С помощью потенциометра $R1$ («Степень связи») устанавливается коэффициент передачи $k_{ДС}$, а потенциометром $R3$ («Время $T_{ДС}$ ») и сменным сопротивлением $R2$ устанавливается значение постоянной времени $T_{ДС}$ соответственно точно и грубо.

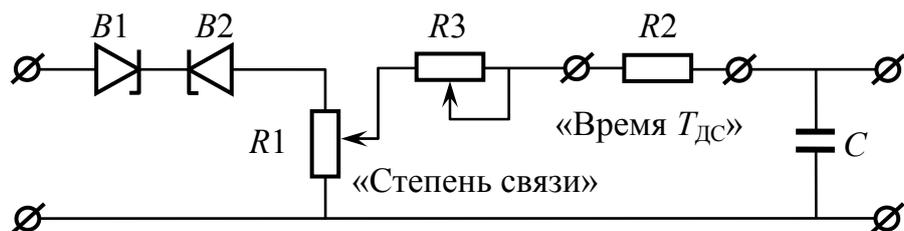


Рис. 2.43. Принципиальная схема устройства динамической связи типа КДС-Б

2.4.11. Автоматическое регулирование температуры перегретого пара

Основной задачей АСР температуры перегретого пара является поддержание заданного температурного режима в паровом тракте парогенератора. Эта задача вызвана необходимостью обеспечения надежной и экономичной работы парогенератора и турбины. Температура пара в паровом тракте парогенератора должна поддерживаться на номинальном значении при допустимых незначительных отклонениях. Повышение температуры перегретого пара, как известно, повышает экономичность работы паросиловой установки, но ведет к снижению надежности работы парогенератора и турбины. Превышение расчетной температуры металла труб пароперегревателя может привести к аварии. Надежность работы турбины непосредственно зависит от величины и характера изменения температуры перегретого пара. Повышение температуры перегретого пара вызывает температурные расширения отдельных частей турбины, и такие расширения могут стать опасными. При значительном снижении температуры перегретого пара перед турбиной может произойти недопустимое повышение влажности пара в последних ступенях расширения турбины. Недопустимым является также резкое и значительное изменение температуры перегретого пара перед турбиной из-за ограниченности предельных зазоров между ее частями.

Таким образом, системы автоматического регулирования температуры перегретого пара должны поддерживать заданное значение температуры перегретого пара как в тракте пароперегревателя, так и на его выходе.

К АСР температуры перегрева первичного пара предъявляются следующие требования [8]:

- поддержание в стационарном режиме работы величины отклонения температуры первичного пара $\Delta t_{п.п}$ от номинальной температуры $t_{п.п}^{ном}$ – не более $\pm 1\%$;
- при ступенчатом изменении нагрузки на 10% от исходной номинальной, максимальное отклонение $\Delta t_{п.п} \leq \pm 8\text{ }^\circ\text{C}$;

- при ступенчатом изменении нагрузки на 10 % величина интегрального квадратичного критерия не должна превышать $5000 (\text{°C})^2 \cdot \text{с}$.

Теоретические исследования показывают [7], что для повышения срока службы металла пароперегревателя необходимо, чтобы настройка автоматических регуляторов температуры пара обеспечивала в переходных процессах минимум квадратичного интеграла отклонения температуры

$$I = \int_0^{\infty} \Delta t_{\text{п. п}}^2 d\tau$$

при апериодическом переходном процессе.

Свойства парогенератора как объекта автоматического регулирования температуры перегретого пара

На температуру перегретого пара оказывает влияние целый ряд факторов, зависящих от режима эксплуатации. Например, таких как шлакование и загрязнение поверхностей нагрева, изменение избытка воздуха, положения факела в топке, температуры питательной воды, влажности топлива. К основному возмущающему воздействию, влияющему на температуру перегретого пара, следует отнести изменение нагрузки парогенератора, которое, в свою очередь, сопровождается изменением расхода топлива в топку.

При шлаковании и загрязнении парогенерирующих поверхностей нагрева происходит уменьшение паропроизводительности парогенератора, увеличение температуры продуктов сгорания топлива и, как следствие, повышение температуры перегрева пара. Загрязнение пароперегревателя приводит к уменьшению его тепловосприятости и к снижению температуры перегрева пара.

При изменении избытка воздуха в топке, а также при изменении влажности топлива изменяется количество продуктов сгорания, омывающих пароперегреватель. Для конвективных пароперегревателей увеличение избытка воздуха, как и увеличение влажности топлива, вызывает повышение температуры перегрева пара за счет увеличения тепловосприятости.

Положение факела в топке различно и зависит от режима работы горелок и тонкости помола пыли. При более грубом помоле пыли происходит смещение факела в топке вверх, что приводит к уменьшению тепловосприятости парогенерирующих поверхностей, увеличению тепловосприятости поверхностей перегрева и, как следствие, увеличению перегрева пара.

При снижении температуры питательной воды и постоянном расходе топлива производительность парогенератора падает, а температура перегретого пара увеличивается.

С изменением нагрузки парогенератора изменяется тепловосприятие конвективных и радиационных поверхностей пароперегревателя. При увеличении нагрузки удельное тепловосприятие конвективных поверхностей нагрева увеличивается, а радиационных – уменьшается. Таким образом, при увеличении нагрузки степень перегрева пара в конвективных пакетах пароперегревателя увеличивается, а в радиационных – уменьшается. При проектировании парогенератора стремятся подобрать такое соотношение между конвективными и радиационными поверхностями нагрева, при котором перераспределение тепловосприятия между этими поверхностями компенсировало бы друг друга при изменении нагрузки. В реальных условиях эксплуатации парогенераторов, нет постоянства температуры перегретого пара даже при неизменной нагрузке. Отклонения температуры перегретого пара вызваны целым рядом факторов, основные из которых были рассмотрены выше. Наличие этих факторов приводит к необходимости выбора таких поверхностей нагрева пароперегревателя, при которых температура перегретого пара будет равна заданной при действии самых мощных возмущений, направленных в сторону ее понижения. Тогда, при действии менее мощных возмущений, или при действии возмущений, направленных в сторону повышения температуры перегретого пара, температура перегретого пара будет выше заданной. Полученный при этом излишек перегрева снимается соответствующим способом с помощью автоматического регулятора, обеспечивая заданную температуру перегретого пара.

Способы воздействия на температуру перегретого пара

Для снятия излишек перегрева применяют три возможных способа воздействия на температуру перегретого пара: смешивание, поверхностное охлаждение и воздействие на тепловосприятие. При смешивании в поток перегретого пара впрыскивается вода или пар с меньшим теплосодержанием. При поверхностном охлаждении перегретый пар проходит через специальный теплообменник, где за счет конвективного теплообмена отдает часть тепла питательной воде. При воздействии на тепловосприятие изменяется температура или расход дымовых газов, омывающих поверхность нагрева пароперегревателя.

Рассмотрим некоторые из возможных технологических схем реализации способов воздействия на температуру перегретого пара.

Смешивание

При смешивании как способе воздействия на температуру перегретого пара в поток пара может впрыскиваться питательная вода, «собственный конденсат», конденсат турбины или пар с более низким тепло содержанием. Так называемый «собственный конденсат» получают из насыщенного пара путем его отбора из барабана парогенератора. Впрыск пара обычно применяют для регулирования температуры вторичного перегрева пара. При регулировании температуры первичного пара, как правило, используется впрыск воды с помощью регулирующего клапана впрыска и впрыскивающего пароохладителя. При осуществлении впрыска впрыскивающий пароохладитель практически без инерции и запаздывания воздействует на температуру перегретого пара на выходе пароохладителя. Для мощных парогенераторов, имеющих развитый пароперегреватель впрыскивающие пароохладители устанавливаются в рассечку пакетов пароперегревателя с целью повышения качества регулирования и защиты последующих после пароохладителя пакетов от недопустимого повышения температуры. Впрыск питательной водой производят при малом ее солесодержании. В противном случае осуществляют впрыск конденсата турбин или «собственный конденсат». Для создания необходимого напора при впрыске конденсата турбин применяют плунжерные насосы. При регулировании температуры вторичного пара впрыск воды осуществляется лишь в случае аварийного повышения температуры пара.

На рис. 2.44 представлена схема впрыска в поток перегретого пара питательной воды.

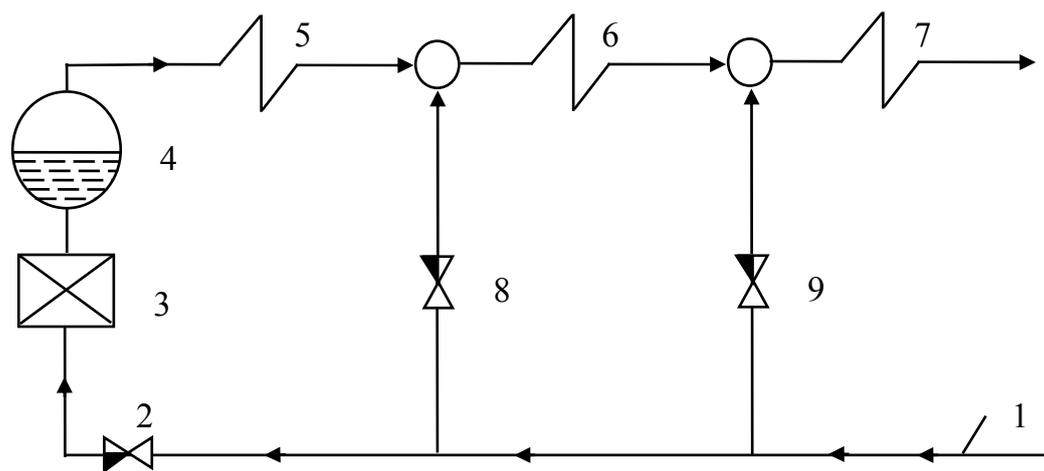


Рис. 2.44. Схема воздействия на температуру перегретого пара впрыском питательной воды

Питательная вода из магистрали 1 поступает на вход регулирующих клапанов впрыска 8 и 9, а также через регулирующий питательный клапан 2 в экономайзер 3 и затем в барабан парогенератора 4. Насыщенный пар из барабана поступает в пароперегреватель, состоящий из пакетов 5, 6 и 7, где перегревается. В рассечку пакетов 5 и 6, 6 и 7 пароперегревателя установлены впрыскивающие пароохладители. За счет перепада давления на регулирующих клапанах впрыска питательная вода самотеком впрыскивается с помощью пароохладителей в пар, тем самым понижая его температуру. При изменении положения регулирующих клапанов впрыска изменяется и расход питательной воды на впрыск, что дает возможность изменять температуру перегретого пара как в сторону ее понижения, так и в сторону ее повышения. Общая величина впрыска при работе парогенератора в нормальном режиме может достигать 5 % его номинальной производительности. Применение впрыска воды приводит к некоторому снижению КПД паросиловой установки, т. к. расширение образовавшегося из впрыскиваемой воды пара происходит в турбине лишь в цилиндрах среднего и низкого давления. Мощность цилиндра высокого давления при этом недоиспользуется. Величина снижения КПД паросиловой установки при этом составляет примерно 0,1 % на каждый процент впрыскиваемой воды.

Рассмотрим теперь схему (рис. 2.45), отражающую технологию получения «собственного» конденсата и его впрыска в перегретый пар.

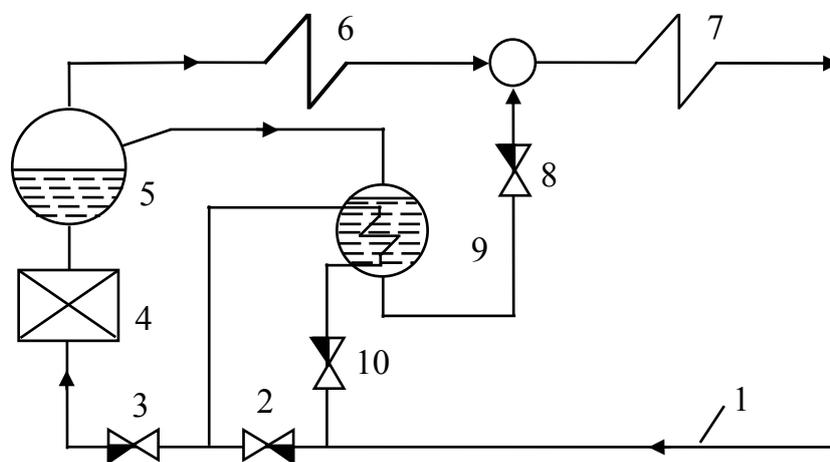


Рис. 2.45. Схема воздействия на температуру перегретого пара впрыском «собственного» конденсата»

На приведенной схеме питательная вода из магистрали 1 поступает на регулирующий клапан 10, подпорный клапан 2, регулирующий питательный клапан 3, экономайзер 4 и, наконец, поступает в барабан парогенератора. Насыщенный пар из барабана последовательно проходит

пакет пароперегревателя 6, впрыскивающий пароохладитель, пакет пароперегревателя 7 и уже перегретым идет на выход из парогенератора к турбине или в общую паровую магистраль. Насыщенный пар поступает также в конденсатор 9, где охлаждаясь, конденсируется, образуя так называемый «собственный» конденсат. Охлаждение насыщенного пара в конденсаторе осуществляется питательной водой, расход которой через трубки конденсатора зависит от положения регулирующего клапана 10. Необходимый напор питательной воды, проходящей через конденсатор, создается подпорным клапаном 2. За счет перепада между давлением насыщенного пара в барабане парогенератора и давлением пара в месте впрыска образовавшийся в конденсаторе конденсат с помощью пароохладителя впрыскивается в перегретый пар. Расход впрыскиваемого конденсата зависит от положения регулирующего клапана впрыска 8 и является регулирующим воздействием на температуру перегретого пара.

Воздействие на температуру перегретого пара впрыском «собственного» конденсата имеет достоинства и недостатки. К достоинствам следует отнести некоторую способность к саморегулированию температуры перегретого пара при изменении нагрузки. При изменении нагрузки парогенератора изменяется и перепад давления пара на участке барабан–пароохладитель. Следовательно, изменяется и расход конденсата на впрыск. К недостаткам рассматриваемого способа воздействия на температуру перегретого пара можно отнести сложность конструкции и сложность эксплуатации комплекса устройств по выработке «собственного» конденсата.

Воздействие на температуру перегретого пара путем добавления в перегретый пар пара с меньшим теплосодержанием обычно применяется при регулировании температуры пара промежуточного перегрева. Как правило, этот способ реализуется путем байпасирования части пара через необогреваемый байпас, обходящий поверхности нагрева пароперегревателя. На рис. 2.46 приведена схема такого байпасирования пара.

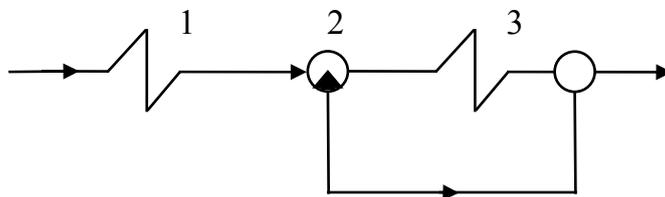


Рис. 2.46. Схема воздействия на температуру перегретого пара путем байпасирования

В расщелку пакетов пароперегревателя 1 и 3 установлен двухходовой регулирующийся клапан 2, с помощью которого можно изменять

количество пара проходящего через необогреваемый байпас. Смешивание пара происходит на выходе пакета пароперегревателя 3.

Поверхностное охлаждение

Поверхностные пароохладители представляют собой теплообменники, в которых часть тепла перегретого пара передается другой охлаждающей среде, например питательной воде. При этом происходит поверхностное охлаждение перегретого пара указанной средой без их смешивания. Одна из возможных схем реализации воздействия на температуру перегретого пара поверхностным охлаждением питательной водой представлена на рис. 2.47.

Из магистрали питательной воды 1 питательная вода поступает на двухходовой регулирующий клапан 2, от которого, часть питательной воды проходит через теплообменник – поверхностный пароохладитель 3. В пароохладителе излишек тепла перегретого пара передается питательной воде. Температура перегретого пара на выходе пароохладителя зависит от расхода питательной воды на пароохладитель, регулируемого положением двухходового регулирующего клапана.

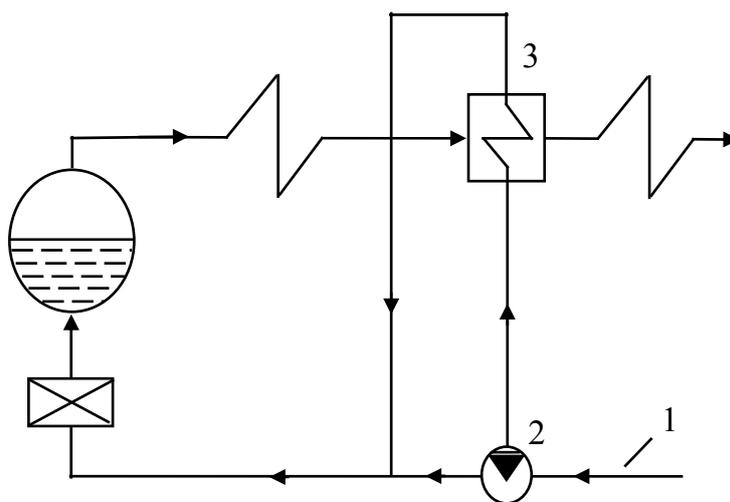


Рис. 2.47. Схема воздействия на температуру перегретого пара поверхностным охлаждением

Охлаждение перегретого пара питательной водой в поверхностных пароохладителях в настоящее время имеет ограниченное применение в связи с присущими этому способу воздействия на температуру перегретого пара недостатками. Поверхностный пароохладитель конструктивно сложен и сложен в эксплуатации. В динамическом отношении поверхностный пароохладитель имеет большую инерционность.

Для воздействия на температуру пара вторичного перегрева широкое применение получили паро-паровые теплообменники. При этом воздейст-

вие на температуру вторичного пара осуществляют изменением расхода первичного пара, проходящего через теплообменник (рис. 2.48, а), или изменением расхода воды на впрыск в первичный пар перед теплообменником (рис. 2.48, б).

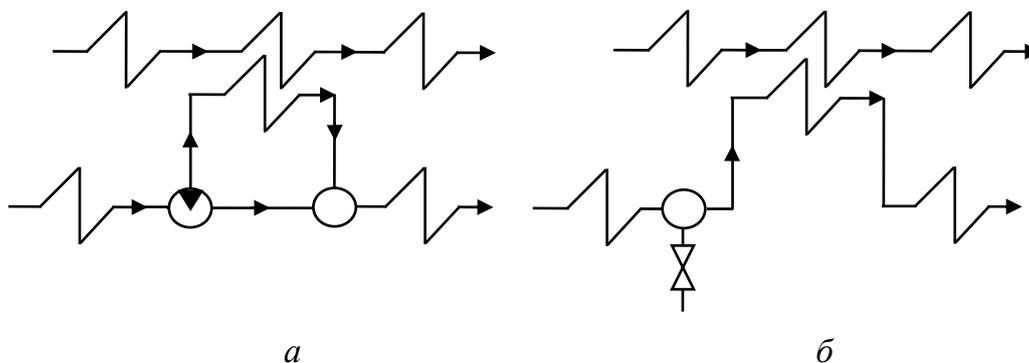


Рис. 2.48. Схемы воздействия на температуру перегрева паропаровыми теплообменниками

Воздействие на тепловосприятие

Воздействие на тепловосприятие как способ изменения температуры перегретого пара имеет целый ряд вариантов: распределение дымовых газов по газоходам, рециркуляция дымовых газов, изменение положения факела в топке.

При распределении дымовых газов часть дымовых газов направляется в дополнительные газоходы, в которых могут располагаться или отсутствовать пакеты пароперегревателя. Расход дымовых газов через газоходы изменяют поворотом регулирующих заслонок. На рис. 2.49 показаны два возможных варианта расположения пакетов пароперегревателя в газоходах парогенератора.

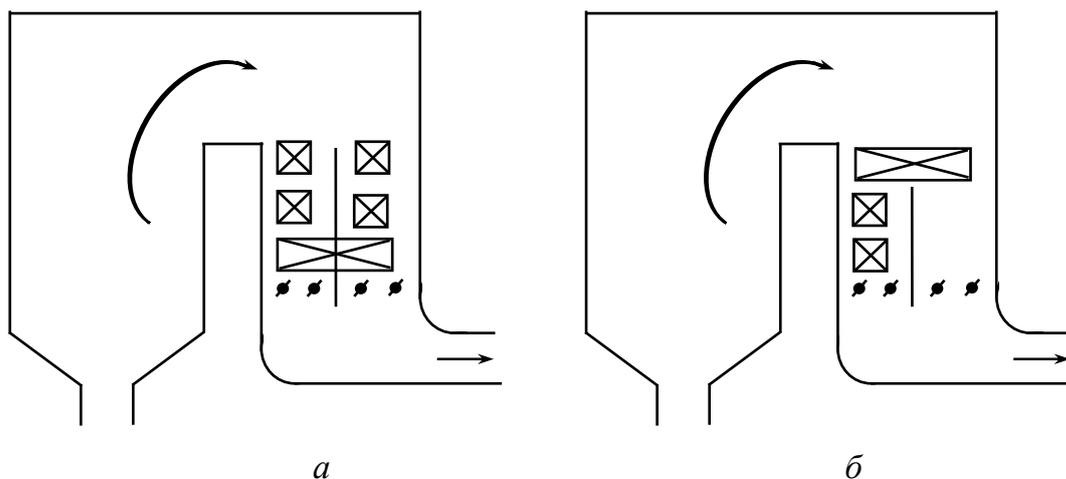


Рис. 2.49. Схемы воздействия на температуру перегретого пара путем распределения дымовых газов по газоходам

На рис. 2.50 представлен еще один способ воздействия на тепловосприятие поверхностей нагрева пароперегревателя путем рециркуляции части уходящих дымовых газов в топку. Возвращаемые обратно в топку дымовые газы отбираются из конвективной части шахты парогенератора после экономайзера и подаются в топку с помощью дымососа рециркуляции. Производительность дымососа рециркуляции зависит от положения его направляющего аппарата.

Рециркулируемые дымовые газы могут вводиться как ниже (рис. 2.50, а), так и выше (рис. 2.50, б) горелок. При нижнем вводе дымовых газов эффективность воздействия на тепловосприятие выше, чем во втором варианте, но при вводе дымовых газов выше горелок происходит меньшее шлакование конвективных поверхностей нагрева.

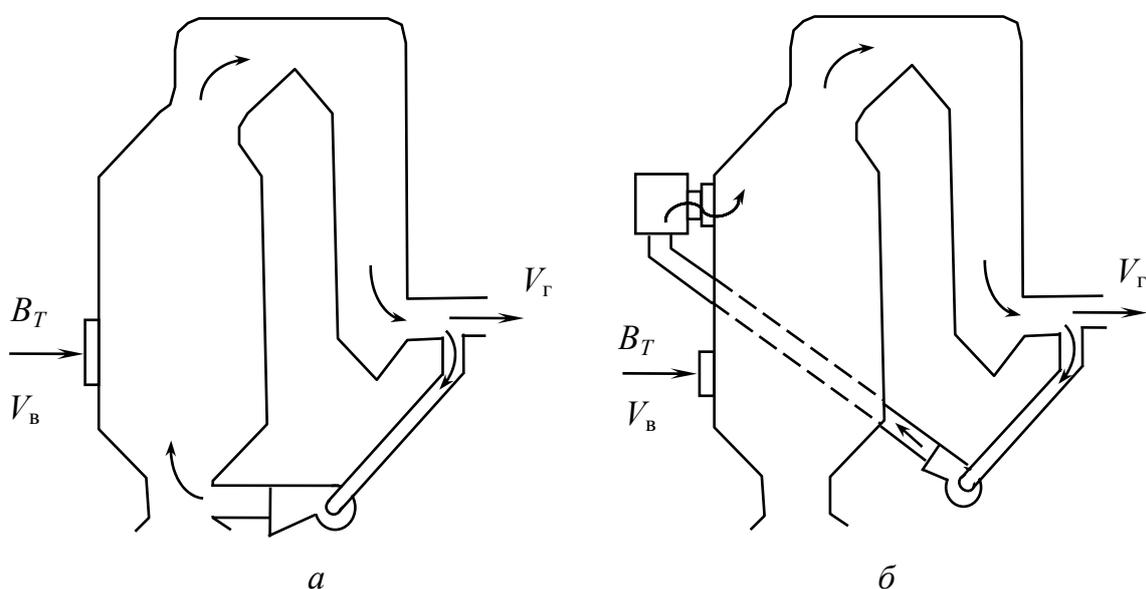


Рис. 2.50. Схемы воздействия на температуру перегрева пара путем рециркуляции дымовых газов

Рециркуляция дымовых газов как способ воздействия на температуру перегретого пара имеет ряд недостатков: снижается экономичность работы парогенератора, т. к. возрастают потери тепла с уходящими газами и затраты на собственные нужды за счет увеличения расхода электроэнергии; увеличивается сложность конструкции и сложность эксплуатации парогенератора.

Воздействие на температуру перегретого пара с помощью изменения положения факела в топке возможно путем поворота горелок (рис. 2.51) или переключением горелок при их расположении в несколько рядов.

При повороте горелок диапазон воздействия на температуру перегретого пара определяется степенью радиационности пароперегревателя.

Поворот горелок приводит к нарушению настроенного режима работы топки и, как следствие, к снижению экономичности работы парогенератора.

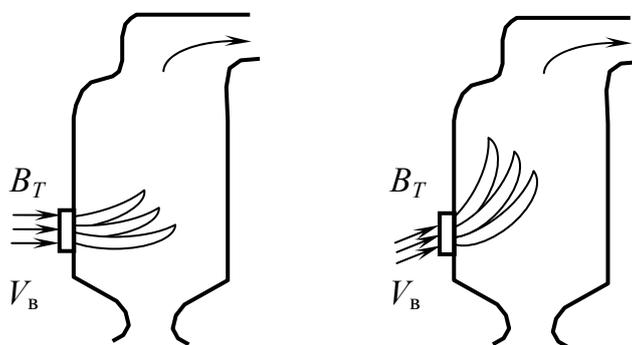


Рис. 2.51. Положение факела в топке при различных углах наклона горелок

Системы автоматического регулирования температуры перегретого пара

В качестве системы автоматического регулирования температуры перегретого пара рассмотрим одноконтурную систему принципиальная схема, которой представлена на рис. 2.52. В этой схеме два пакета пароперегревателя: регулируемый 2 и предвключенный 1. Задача системы автоматического регулирования состоит в стабилизации на заданном значении температуры перегретого пара на выходе регулируемого пакета. Регулирующим воздействием при этом является впрыск питательной воды в пар с помощью впрыскивающего пароохладителя.

На регулируемый пакет пароперегревателя действует ряд возмущений: изменение температуры перегретого пара на выходе предвключенного пакета пароперегревателя f_t , изменение обогрева газами f_Q , изменение расхода пара f_D . На регулируемый пакет пароперегревателя действует также возмущение f_w , идущее по каналу регулирующего воздействия в связи с нестабильностью расхода питательной воды на впрыск.

Принцип работы системы автоматического регулирования заключается в следующем. Текущее значение температуры перегретого пара на выходе регулируемого пакета пароперегревателя $t_{п.п}$ измеряется с помощью термопары и сравнивается с текущим значением сигнала задания $s(t)$, формируя ошибку регулирования на входе регулирующего устройства РУ регулятора температуры. Регулирующее устройство приводит в действие исполнительный механизм ИМ, перемещающий регулирующий орган РО (клапан впрыска). При перемещении регулирующего органа изменяется расход питательной воды на впрыск, действуя

на температуру перегретого пара на выходе регулируемого пакета пароперегревателя и тем самым приводя ее к заданному значению.

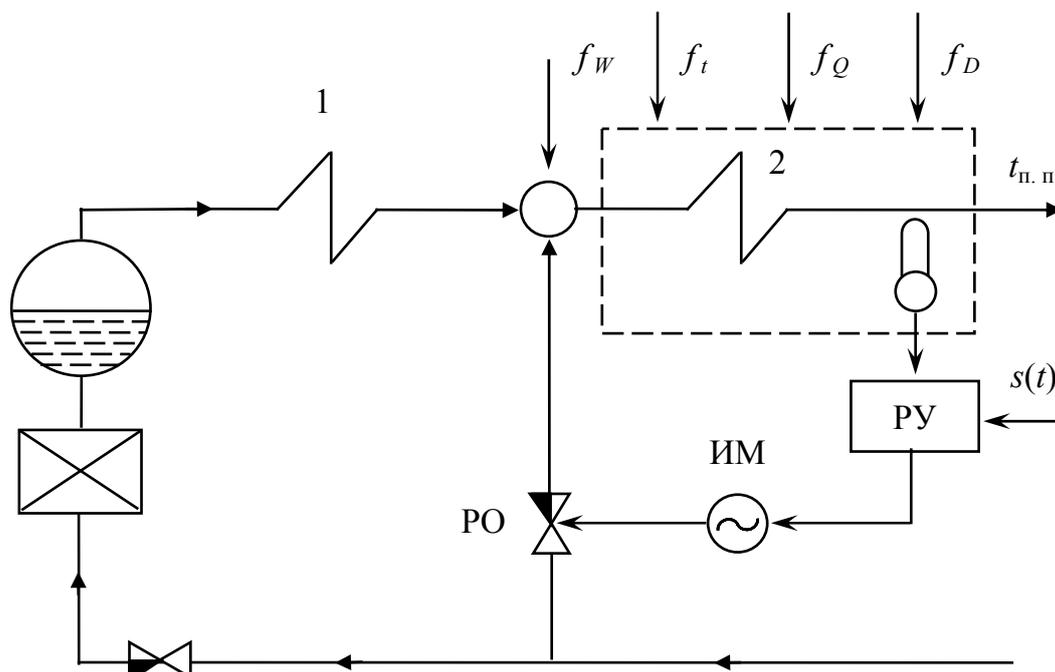


Рис. 2.52. Принципиальная схема одноконтурной АСР температуры перегретого пара

Структурная схема одноконтурной системы автоматического регулирования температуры перегретого пара приведена на рис. 2.53. На схеме приняты следующие обозначения: $W_{\text{ПУ}}$ – передаточная функция регулирующего устройства регулятора температуры $W_{\text{Р}}$; $W_{\text{ИМ}}$ – передаточная функция исполнительного механизма регулятора температуры $W_{\text{Р}}$; $W_{\text{РО}}$ – передаточная функция регулирующего клапана впрыска; $W_{\text{ПО}}$ – передаточная функция пароохладителя; W_t – передаточная функция регулируемого пакета пароперегревателя по каналу «температура пара на входе в пакет – температура пара на выходе из пакета»; W_D – передаточная функция регулируемого пакета пароперегревателя по каналу «расход пара через пакет – температура пара на выходе из пакета»; W_Q – передаточная функция регулируемого пакета пароперегревателя по каналу «воздействие обогревом – температура пара на выходе из пакета»; W_T – передаточная функция датчика температуры перегретого пара.

При действии на регулируемый пакет пароперегревателя возмущения, идущего по каналу регулирующего воздействия f_w , или возмущения, идущего со стороны предвключенного пакета f_t , одноконтурная

система регулирования оказывается малоэффективной, т. к. в переходных режимах при значительной величине возмущений могут возникать недопустимо большие отклонения температуры перегретого пара. Низкое качество работы одноконтурной системы регулирования можно объяснить значительной инерционностью регулируемого пакета пароперегревателя.

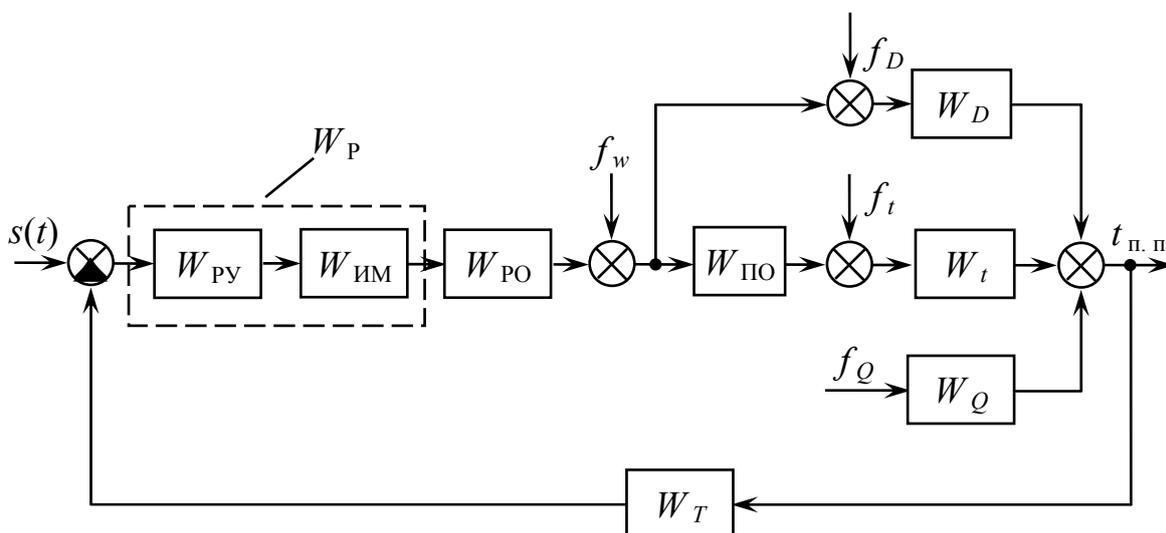


Рис. 2.53. Структурная схема одноконтурной АСР температуры перегретого пара

В типовой схеме АСР температуры перегретого пара недостаток одноконтурной системы регулирования устраняется с помощью ввода в систему дополнительного информационного канала, реагирующего на возмущения f_w и f_t с малой инерционностью и малым запаздыванием. Типовая система регулирования является каскадной с вводом производной от промежуточной регулируемой величины. Такой промежуточной регулируемой величиной является температура перегретого пара непосредственно за пароохладителем. Принципиальная схема типовой системы автоматического регулирования температуры перегретого пара представлена на рис. 2.54.

В приведенной схеме температура перегретого пара непосредственно за пароохладителем измеряется с помощью дополнительной термопары, сигнал от которой поступает на дифференциатор ДИФ, а от дифференциатора – на регулирующее устройство регулятора температуры. В статике сигнал от дифференциатора равен нулю и регулятор поддерживает температуру на выходе регулируемого пакета пароперегревателя на заданном значении. При действии возмущений f_w и f_t информация о них практически без инерции и без запаздывания поступает на вход регулятора тем-

пературы. Регулятор вступает в действие, изменяя величину впрыска и нейтрализуя возмущения таким образом, что эффект их действия на выходе пароперегревателя будет незначительным.

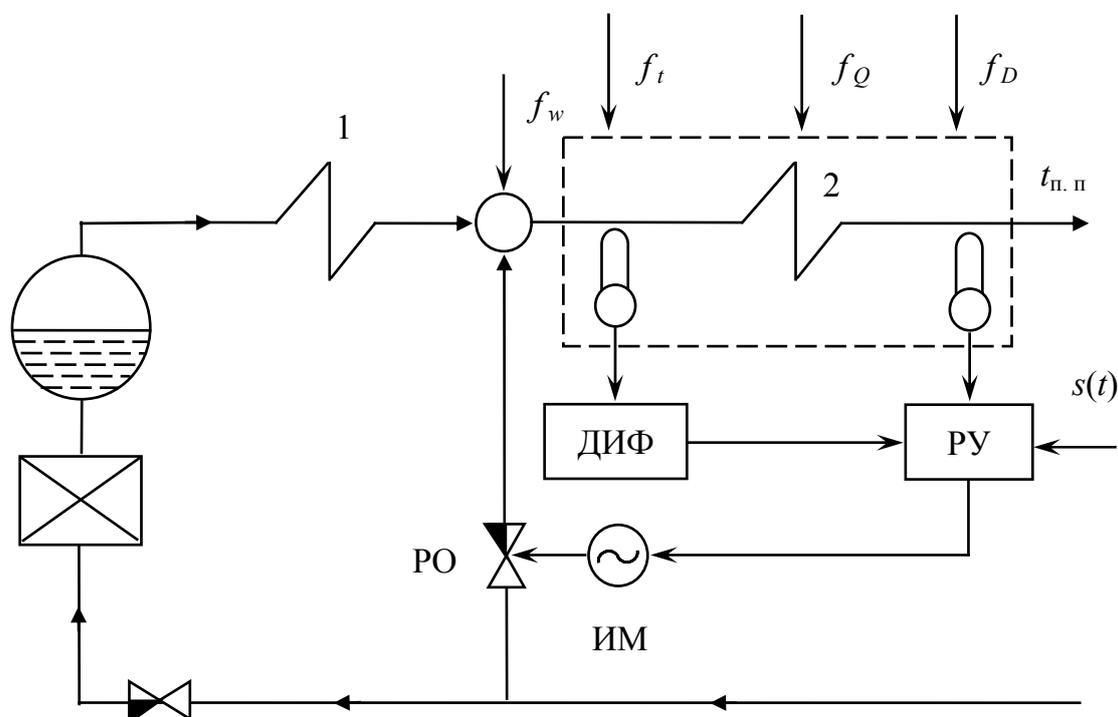


Рис. 2.54. Принципиальная схема каскадной АСР температуры перегретого пара

Каскадная система регулирования является двухконтурной. С помощью дополнительного информационного канала в каскадной системе образуется внутренний малоинерционный контур, который по сравнению с внешним инерционным контуром обладает высоким быстродействием, при котором переходные процессы во внутреннем контуре заканчиваются быстрее, чем они могут проникнуть на выход внешнего контура. Этим объясняется высокая эффективность подавления каскадной системой возмущений f_w и f_t . На долю внешнего контура остается нейтрализация возмущений обогревом и изменением расхода пара. Структурная схема каскадной системы автоматического регулирования температуры перегретого пара приведена на рис. 2.55.

В отличие от структурной схемы одноконтурной АСР температуры структурная схема каскадной системы регулирования дополнена еще одним датчиком температуры с передаточной функцией W_{T2} и дифференциатором с передаточной функцией $W_{\text{ДИФ}}$.

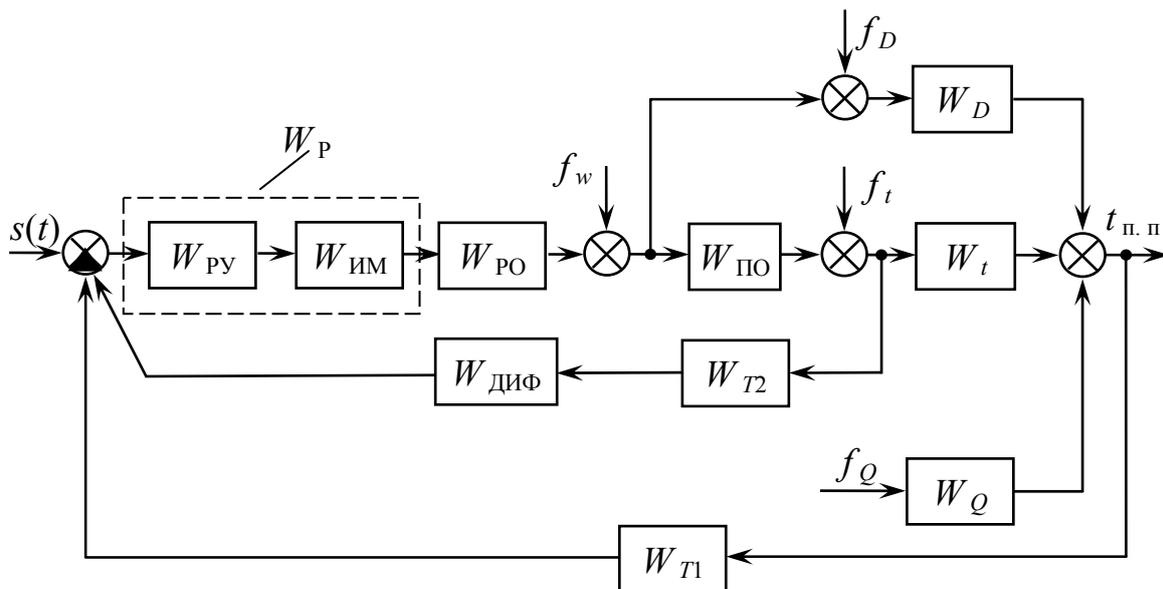


Рис. 2.55. Структурная схема каскадной АСР температуры перегретого пара

2.4.12. Автоматическое регулирование прямоточных парогенераторов

Прямоточный парогенератор как объект регулирования

Для прямоточных парогенераторов подача воздуха и топлива, удаление дымовых газов реализуется по той же технологии, что и для барабанных парогенераторов. В отличие от барабанных у прямоточных парогенераторов отсутствует барабан, по-другому расположены поверхности нагрева, иной способ генерации пара. Принципиальная схема прямоточного парогенератора представлена на рис. 2.56.

Прямоточный парогенератор напоминает змеевик, в котором питательная вода под напором, созданным питательным насосом последовательно проходя поверхности нагрева, нагревается до кипения, превращается в пар, пар перегревается и перегретым выходит из змеевика. Для прямоточных парогенераторов докритического давления водопаровой тракт условно делят на три зоны: экономайзерную, парообразующую и пароперегревательную. Конец парообразующей и начало пароперегревательной части водопаровой тракта называют *переходной зоной*. В этой зоне процесс парообразования завершается и происходит небольшой перегрев пара.

В экономайзерную зону входит водяной экономайзер и нижний участок радиационной части (НРЧ). Парообразующая зона включает большую часть НРЧ и некоторый участок средней радиационной части (СРЧ). Пароперегревательная зона состоит из остальной части СРЧ,

верхней радиационной части (ВРЧ), ширмовых и конвективного пароперегревателей.

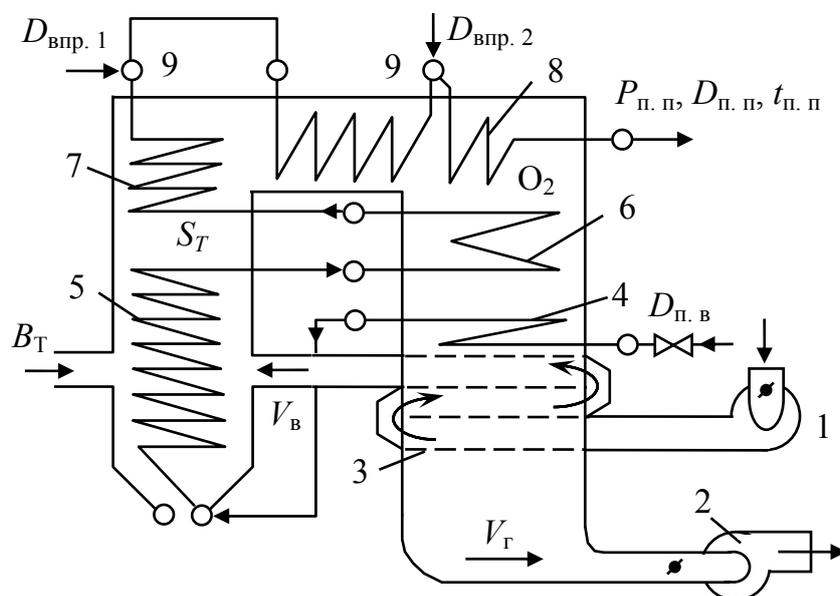


Рис. 2.56. Прямоточный парогенератор (принципиальная схема):

1 – дутьевой вентилятор; 2 – дымосос; 3 – воздухоподогреватель; 4 – водяной экономайзер; 5 – нижняя радиационная (испарительная) часть; 6 – переходная зона; 7, 8 – радиационный и конвективный пароперегреватели; 9 – парохладители

В экономайзерной зоне происходит нагрев питательной воды до температуры, близкой к температуре кипения, затем вода поступает в парообразующую зону, где и превращается в насыщенный пар. Насыщенный пар, попадая в пароперегревательную зону, перегревается до заданной температуры.

Во время работы прямоточного парогенератора границы экономайзерной, парообразующей и перегревательной зон постоянно перемещаются вдоль водопарового тракта. На положение границ этих зон влияет изменение расхода питательной воды, расхода топлива, изменение тягодутьевого режима, нагрузки. Все эти факторы влияют на температуру перегретого пара, что существенно усложняет задачу ее автоматического регулирования.

В барабанном парогенераторе изменение расхода питательной воды практически не влияет на расход, температуру и давление перегретого пара, т. к. барабан парогенератора разделяет парогенерирующую и пароперегревательную части водопарового тракта. В прямоточном парогенераторе все обстоит иначе. Изменение расхода питательной воды в прямоточном парогенераторе непосредственно влияет на паропроизводительность, давление и температуру пара. Если для барабанного парогенератора система автоматического регулирования питания водой

является независимой от других систем регулирования, то у прямоточного парогенератора системы автоматического регулирования температуры и давления пара, тепловой нагрузки между собой тесно связаны.

В прямоточном парогенераторе при уменьшении расхода питательной воды и постоянном расходе топлива уменьшается паропроизводительность. Экономайзерная и парообразующая зоны сокращаются, увеличивая пароперегревательную зону. На подогрев и испарение воды, поступающей в меньшем количестве, затрачивается меньшее количество тепла. Все это приводит к повышению температуры пара в паровом тракте парогенератора как за счет увеличения пароперегревательной зоны и уменьшения количества пара, проходящего по тракту, так и за счет увеличения доли тепла идущего на перегрев пара.

Значительное влияние на температуру пара по тракту парогенератора оказывают возмущения, связанные с расходом топлива. Эти возмущения часто вызываются нестабильной работой пылепитателей, изменением качества топлива, изменением числа включенных горелок. При увеличении расхода топлива происходит увеличение тепловыделения в топке и поэтому температура пара по тракту повышается. По сравнению с барабанными парогенераторами влияние изменения расхода топлива на температуру пара для прямоточных парогенераторов существенно выше.

В связи с тем, что возмущения расходом питательной воды и топлива оказывают сильное влияние на температуру пара по тракту прямоточного парогенератора для стабилизации температур по водопаровому тракту необходимо поддержание на постоянном значении соотношения между расходом питательной воды на парогенератор и количеством выделяемого тепла в топке. Эта задача решается совместной работой регуляторов питания и топлива. Однако регуляторы питания и топлива могут осуществить лишь первичную стабилизацию температуры пара по тракту и не могут поддерживать с необходимой точностью температуру перегретого пара на выходе парогенератора. Это связано с тем, что при воздействии расходом питательной воды или топливом температура пара на выходе парогенератора изменяется со значительным запаздыванием.

Для улучшения качества регулирования, а также из-за необходимости защиты отдельных пакетов пароперегревателя от перегрева, прямоточный парогенератор оснащается большим, чем у барабанного парогенератора, числом впрысков. Если у барабанного парогенератора расход воды на впрыск может достигать примерно 5 % от номинальной производительности, то у прямоточного парогенератора расход на впрыск может составить до 10 % от количества выработанного пара. При этом

впрыск воды в пар изменяет не только температуру, но и количество пара, вырабатываемого парогенератором.

На основании свойств прямооточного парогенератора как объекта регулирования, его конструктивных особенностей, а также взаимного влияния и направленности отдельных параметров выделяют следующие системы автоматического регулирования парогенератора:

- а) давления пара и тепловой нагрузки;
- б) экономичности процесса горения;
- в) разрежения;
- г) температуры перегрева первичного и вторичного пара.

АСР давления перегретого пара и тепловой нагрузки пылеугольных прямооточных парогенераторов

К основным возмущающим воздействиям, влияющим на давление перегретого пара, можно отнести изменение расходов питательной воды $D_{п. в}$, пара $D_{п. п}$, топлива B_T , воды на впрыск $D_{впр}$, а также перемещение регулирующих клапанов турбины.

Возмущения, действующие на парогенератор как объект регулирования давления перегретого пара и тепловой нагрузки при перемещении регулирующих клапанов турбины, относят к внешним возмущающим воздействиям, а внутритопочные возмущения считаются внутренними.

В практике автоматизации прямооточных парогенераторов общепринятым является следующий подход к компенсации внутренних и внешних возмущений. Внутритопочные возмущения устраняются изменением расхода топлива в топку. Внешние возмущения компенсируются одновременным воздействием на расходы топлива и питательной воды, обеспечивая при этом необходимое соответствие между расходами пара и питательной воды, а также осуществляя первичное регулирование температуры пара в тракте перегрева пара.

Схемы АСР топлива и питания выполняются в зависимости друг от друга. Причем в одном варианте схем регулятор топлива является регулятором тепловой нагрузки (ведущим регулятором), а регулятор питания ведомым. В другом варианте схем роли регуляторов меняются. Регулятор питания становится ведущим регулятором, т. е. регулятором тепловой нагрузки, а регулятор топлива – ведомым.

Такая взаимосвязь построения систем регулирования давления перегретого пара и тепловой нагрузки определяется тем, что совместное действие регуляторов питания и топлива не только обеспечивает нагрузку парогенератора, но и выполняет важную задачу первичной стабилизации температуры среды в водопаровом тракте. Поэтому схемы

АСР подачи топлива и питания неотделимы друг от друга, и их нужно рассматривать совместно.

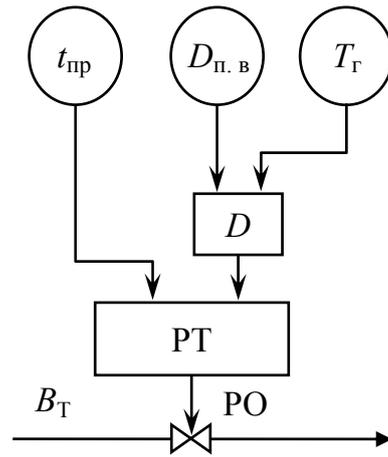
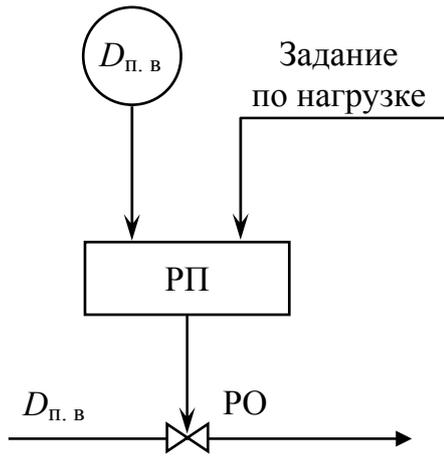
На рис. 2.57 представлен ряд вариантов схем систем регулирования подачи топлива и питания для прямоточных парогенераторов, обеспечивающих поддержание тепловой нагрузки и давления перегретого пара на заданном значении.

В приведенных вариантах осуществляется стабилизация температуры пара в промежуточном сечении водопарового тракта, как правило, в начале перегревательной зоны, до первого по ходу пара впрыска. В этом случае впрыск не оказывает влияния на температуру пара в выбранном сечении.

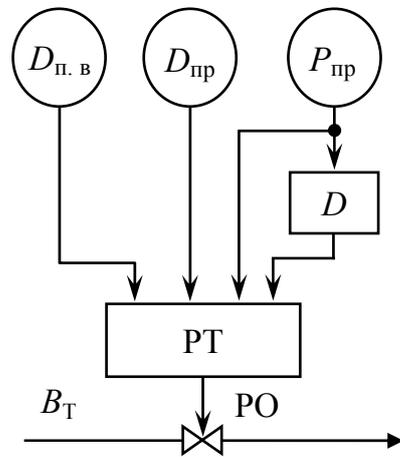
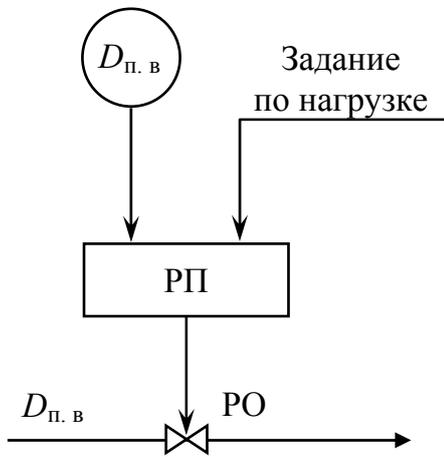
В первом варианте регулятор питания РП является регулятором тепловой нагрузки, т. е. ведущим, а регулятор топлива РТ – ведомым. Сигнал задания для регулятора питания, т. н. *задание по нагрузке*, формируется корректирующим регулятором давления, получающим сигнал по давлению перегретого пара перед турбиной. Регулятор питания с помощью регулирующего органа РО приводит расход питательной воды в соответствие с заданием по нагрузке, получая сигнал по расходу питательной воды $D_{п.в}$ в качестве отрицательной обратной связи.

В рассматриваемом варианте схемы регулирования температура пара в выбранном сечении водопарового тракта парогенератора $t_{пр}$ регулируется непосредственно с помощью регулятора топлива. Для повышения качества регулирования на регулятор топлива дополнительно поступают сигналы по скорости изменения расхода питательной воды и по скорости изменения температуры газов T_g в поворотной камере, получаемые на выходе дифференциатора D . Назначение скоростных сигналов состоит в следующем: сигнал по скорости изменения расхода питательной воды необходим для того, чтобы изменение расхода питательной воды сопровождалось одновременным изменением подачи топлива в топку. Сигнал по скорости изменения температуры газов служит для повышения быстродействия регулятора топлива при появлении внутритопочных возмущений.

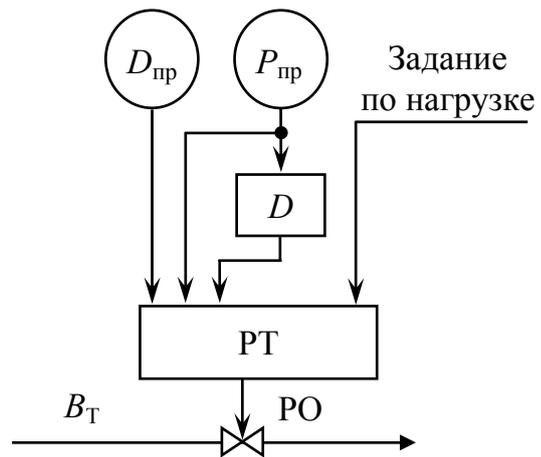
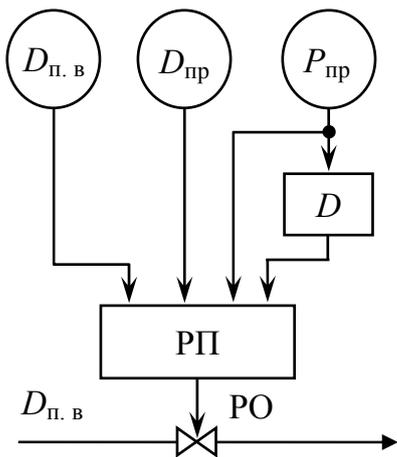
В практике автоматизации часто применяют несколько видоизмененную схему первого варианта. В измененной схеме вместо импульса по температуре газов в поворотной камере применяют импульс по температуре факела в верхней части топки. Применение импульса по температуре факела связано с недостаточной надежностью измерения температуры газов термоэлектрическими термометрами. Температуру факела измеряют радиационными пирометрами.



Вариант 1



Вариант 2



Вариант 3

Рис. 2.57. Варианты схем систем регулирования питания и топлива для пылеугольных прямоточных парогенераторов

Итак, в первом варианте температура пара в выбранном сечении водопарового тракта регулируется непосредственно, обеспечивается согласованное изменение расходов питательной воды и топлива при изменении нагрузки, а также быстрое действие регулятора топлива при внутритопочных возмущениях.

Во втором варианте регулятор питания также является регулятором тепловой нагрузки, а регулятор топлива – ведомым регулятором. Для регулятора топлива сигналом задания служит импульс по расходу питательной воды, а сигналом отрицательной обратной связи – импульс «по теплу», формируемый в виде суммы сигналов по расходу пара $D_{пр}$ и скорости изменения давления пара $P_{пр}$ в выбранном сечении водопарового тракта. Непосредственно поступающий на регулятор топлива импульс по давлению пара $P_{пр}$ необходим для компенсации влияния изменения давления пара на результат измерения расхода пара $D_{пр}$ (от давления зависит плотность пара).

При изменении нагрузки регуляторы питания и топлива практически одновременно вступают в действие, изменяя подачу питательной воды и топлива в парогенератор. Регулятор топлива, поддерживая соотношение «вода–тепло» тем самым косвенно обеспечивает первичное регулирование температуры пара. При появлении внутритопочных возмущений их устранение осуществляет только регулятор топлива.

В третьем варианте регулятором тепловой нагрузки является регулятор топлива, получающий задание по нагрузке от корректирующего регулятора давления пара перед турбиной. Поступающий на вход регулятора топлива в качестве отрицательной обратной связи импульс «по теплу» формируется таким же образом, что и во втором варианте.

Регулятор питания в рассматриваемом третьем варианте выполнен по схеме «тепло–вода». Он косвенно поддерживает температуру пара в промежуточном сечении водопарового тракта. При возникновении внутритопочных возмущений регуляторы топлива и питания вступают в работу одновременно. При этом регулятор топлива устраняет возникшие возмущения, а регулятор питания компенсирует действие этих возмущений на температуру пара, приводя в соответствие с теплом в промежуточном сечении водопарового тракта расход питательной воды. Такая работа регуляторов топлива и питания при внутритопочных возмущениях обеспечивает меньшие отклонения температуры пара по сравнению со вторым вариантом.

Для третьего варианта рассматриваемых схем систем регулирования характерно то, что при изменении нагрузки изменение расходов топлива и питательной воды не происходит одновременно. Сначала

изменяется расход топлива, а потом с некоторой задержкой начинает изменяться расход питательной воды. Вследствие этого отклонения температуры пара при изменении нагрузки будут больше, чем для второго варианта.

Сравнительный анализ рассмотренных выше схем систем регулирования показывает, что каждая из них имеет свои достоинства и недостатки. Однако нужно отдать предпочтение первому варианту схем, т. к. в этом случае обеспечивается более высокое качество регулирования температуры и система регулирования, выполненная по этому варианту, проще в наладке.

АСР экономичности процесса горения и разрежения вверху топки

Как уже отмечалось выше, для прямоточных парогенераторов подача воздуха и удаление дымовых газов реализуется таким же образом, что и для барабанных парогенераторов. Свойства прямоточных парогенераторов как объектов регулирования экономичности процесса горения и разрежения подобны свойствам барабанных парогенераторов. Требования к этим системам регулирования также одинаковы.

В качестве примера на рис. 2.58 приведены схемы систем автоматического регулирования экономичности процесса горения для двух вариантов: «тепло–воздух» и «вода–воздух».

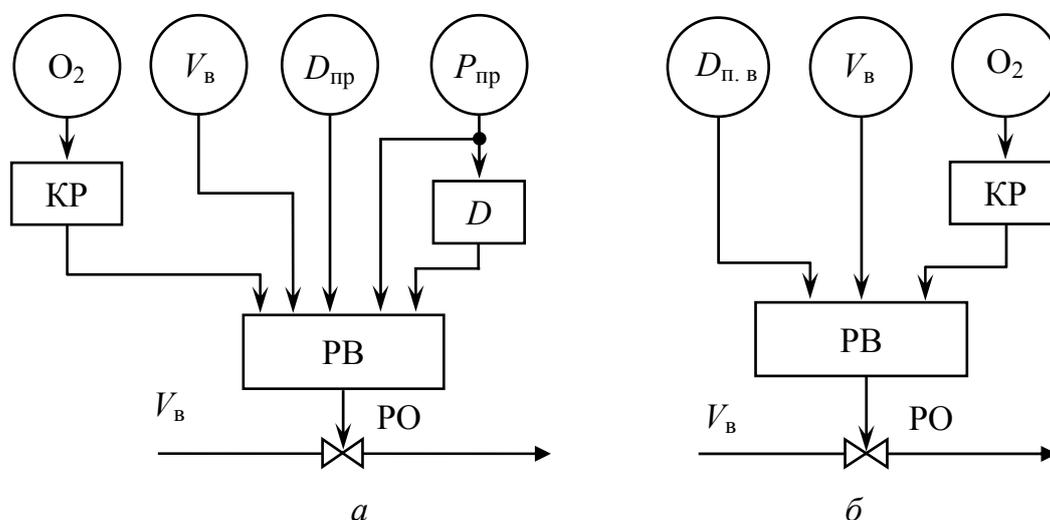


Рис. 2.58. Регулирование экономичности прямоточного парогенератора: а) по схеме «тепло–воздух» с коррекцией по O_2 ; б) по схеме «вода–воздух» с коррекцией по O_2 ; PB – регулятор экономичности процесса горения (воздуха); KP – корректирующий регулятор

Схемы систем регулирования экономичности процесса горения для прямоточных парогенераторов строятся в зависимости от того, по какой схеме выполнен регулятор топлива. Так, при регулировании подачи

топлива в зависимости от температуры пара в промежуточной точке, регулирование подачи воздуха осуществляется по схеме «тепло–воздух»; при регулировании подачи топлива по схеме «вода–тепло» регулирование подачи воздуха осуществляется по схеме «вода–воздух»; при регулировании подачи топлива по схеме «нагрузка–тепло» регулирование подачи воздуха осуществляется по схеме «нагрузка–воздух»; при газообразном топливе регулирование подачи воздуха осуществляется по схеме «топливо–воздух». Для всех систем автоматического регулирования экономичности процесса горения применяют коррекцию по содержанию свободного кислорода O_2 в уходящих газах. Коррекция обеспечивает более точное поддержание оптимального коэффициента избытка воздуха в топке.

Разрежение в верхней части топки регулируется по аналогии с регулированием разрежения в барабанных парогенераторах.

АСР температуры перегрева пара прямоточных парогенераторов

Прямоточный парогенератор как объект автоматического регулирования температуры перегретого пара представляет собой сложную в динамическом отношении систему, находящуюся под действием целого ряда возмущений. Как уже отмечалось выше, первичную стабилизацию температуры пара в перегревательном тракте выполняет согласованное действие регуляторов питания и топлива. Для стабилизации температуры первичного пара в прямоточных парогенераторах применяют впрыск воды. При развитии пароперегревателя прямоточного парогенератора необходимость защиты металла пароперегревателя от недопустимых значений температуры приводит к увеличению числа впрысков по сравнению с пароперегревателями барабанных парогенераторов. Впрыски разделяют пароперегреватель на отдельные участки (секции), в которых требуется осуществлять стабилизацию температуры пара. Кроме стабилизации температуры пара по отдельным секциям пароперегревателя необходимо поддерживать температуру перегретого пара и на выходе парогенератора при жестких требованиях к качеству регулирования. Жесткость предъявляемых требований к качеству регулирования температуры перегретого пара на выходе парогенератора вызвана условиями надежной и экономичной работы турбины.

Таким образом, для каждой секции пароперегревателя, оснащенной впрыскивающим пароохладителем, предусматривается отдельный регулятор, выполняющий задачу стабилизации температуры перегретого пара на выходе секции. Регулирование температуры первичного пара на выходе секции осуществляется таким же образом, как и регулирование температуры перегретого пара для барабанных парогенераторов

с применением каскадной системы регулирования с вводом производной по температуре пара на выходе пароохладителя. Принципиальная схема системы автоматического регулирования температуры перегрева первичного пара с двумя впрысками представлена на рис. 2.59.

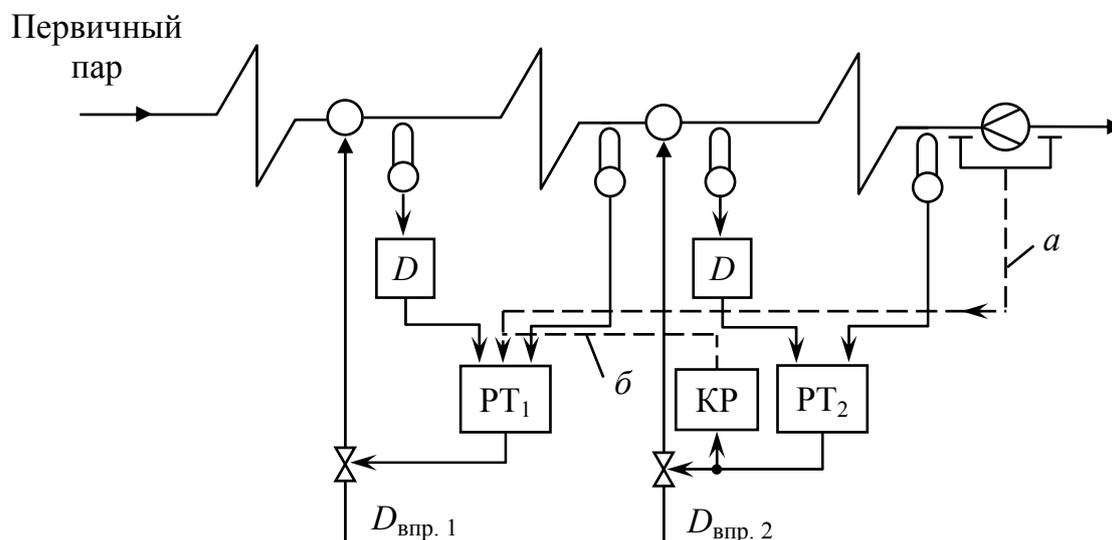


Рис. 2.59. Регулирование температуры первичного пара

На рис. 2.59 регуляторы температуры PT_1 и PT_2 предназначены для стабилизации температуры пара на выходе регулируемых пакетов пароперегревателя путем изменения расходов воды $D_{впр.1}$ и $D_{впр.2}$ на впрыск. Дополнительные информационные каналы в системах регулирования формируются с помощью дифференциаторов D . В приведенной схеме пунктиром обозначены сигналы для двух возможных вариантов. В варианте (а) сигнал по расходу пара является дополнительным переменным сигналом задания регулятору PT_1 , что позволяет поддерживать температуру пара на выходе первого регулируемого пакета пароперегревателя в зависимости от тепловой нагрузки парогенератора. Известны также схемы систем регулирования, в которых эту роль дополнительного переменного сигнала задания регулятору PT_1 выполняет импульс по расходу питательной воды. В варианте (б) переменный сигнал задания регулятору PT_1 формирует дополнительный корректирующий регулятор КР, получающий на свой вход сигнал от датчика положения исполнительного механизма регулятора PT_2 .

Регулирование температуры пара вторичного перегрева осуществляется по схемам аналогичным рассмотренным. Отличие состоит лишь в способе воздействия на температуру пара.

ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

3.1. ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ ОТ УВК. СТРУКТУРА КОМАНД И ОБЩИЙ ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ЭВМ

Схема АСУ ТП с УВК в замкнутом контуре управления представлена на рис. 3.1. Здесь y_1, y_2, \dots, y_n – регулируемые параметры технологического объекта управления (ТОУ); z_1, z_2, \dots, z_n – сигналы с выхода датчиков (D); c_1, c_2, \dots, c_n – сигналы измерительной информации, поступающие с выходов нормирующих преобразователей (НП); f_1, f_2, \dots, f_m – возмущающие воздействия на объект управления; u_1, u_2, \dots, u_k – регулирующие воздействия на объект управления, поступающие с выходов регулирующих органов (РО); $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ – величины перемещений регулирующих органов (положения исполнительных механизмов (ИМ)); $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ – командные сигналы на включение исполнительных механизмов.

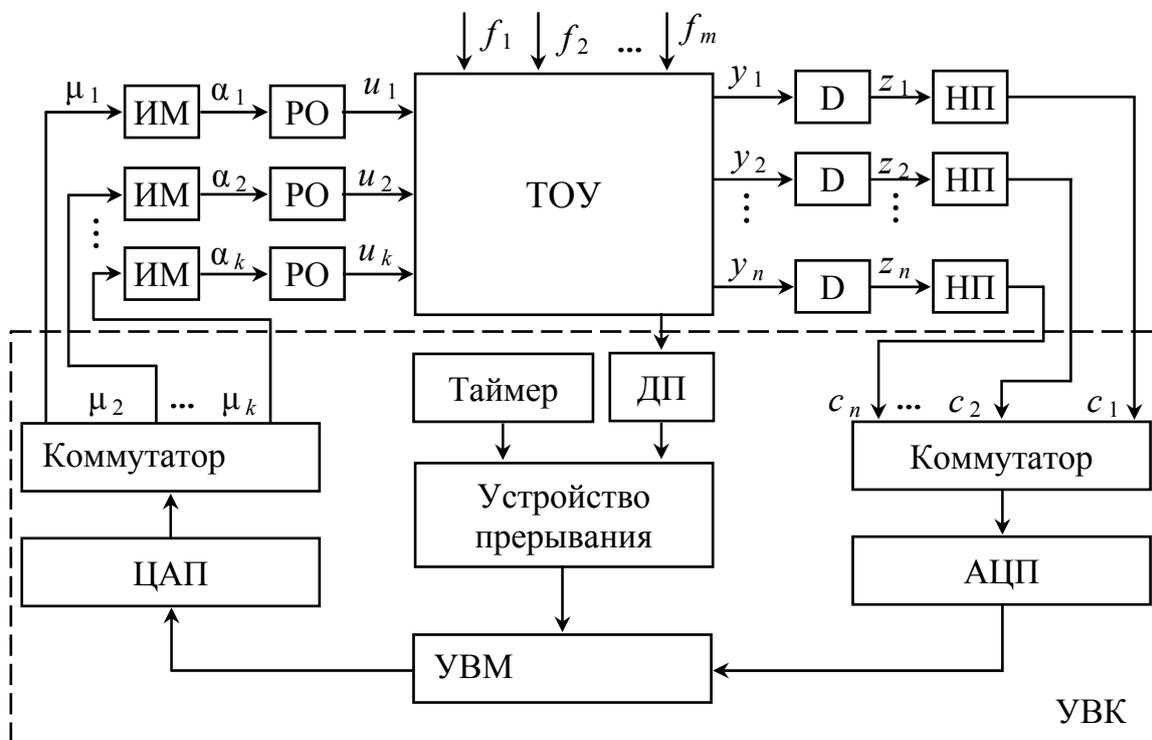


Рис. 3.1. Принципиальная схема управления объектом

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует аналоговый сигнал на выходе нормирующего преобразователя в двоичный код, поступающий на вход управляющей вычислительной машины (УВМ). Результат вычисления управляющего воздействия с выхода УВМ в виде двоичного кода поступает на вход цифро-аналогового преобразователя (ЦАП), где преобразуется в аналоговый сигнал управления исполнительным механизмом. Коммутаторы осуществляют подключение выбранного измерительного канала к УВМ и канала управления ИМ от УВМ по командам УВМ.

Для обеспечения выполнения задач управления в нужной временной последовательности служат таймер (электронные часы) и устройство прерывания. Например, при аварийной ситуации на объекте управления необходимо прервать выполнение текущей программы и запустить на выполнение предусмотренную на этот случай программу аварийной ситуации. Прерывание текущей программы в этом случае осуществляется при поступлении сигнала от датчика прерывания (ДП) на устройство прерывания.

Типовая ЭВМ включает в себя процессор, память и устройства ввода-вывода (рис. 3.2).

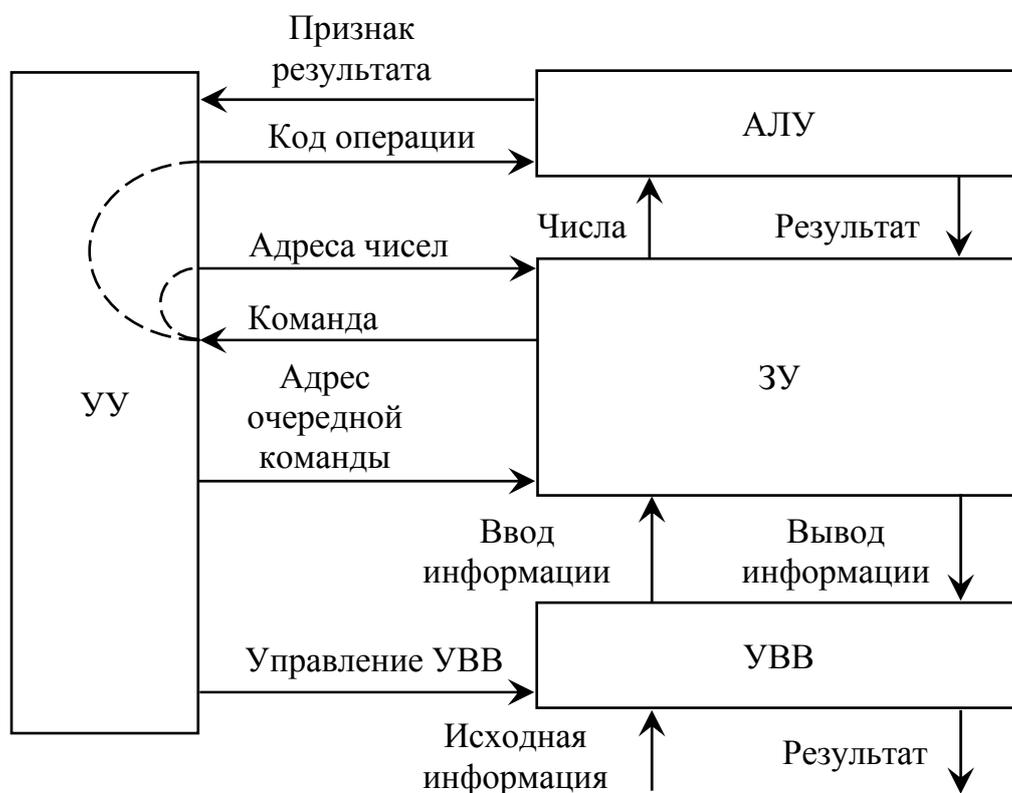


Рис. 3.2. Схема действия ЭВМ

В состав процессора входят:

- устройство управления (УУ), обеспечивающее выборку команд и их выполнение;
- арифметико-логическое устройство (АЛУ), выполняющее операции над данными;
- регистры, необходимые для временного хранения данных и состояний процессора;
- схемы, необходимые для управления и обеспечения связи с подсистемами памяти и ввода-вывода.

Устройства ввода-вывода (УВВ) обеспечивают:

- устройства ввода – считывание информации (исходные данные и программы решения задач) с определенных носителей информации (клавиатур, магнитных лент, лазерных дисков и т. п., датчиков параметров объектов контроля и управления) и представление этой информации в виде сигналов, которые могут восприниматься другими устройствами ЭВМ (памятью или процессором);
- устройства вывода – передача результатов обработки информации на исполнительные органы управляемых объектов или представление результатов в виде, удобном для зрительного восприятия (экраны дисплеев, печатающие устройства, индикаторы, графопостроители). Если необходимо, они могут обеспечить запись результатов на носители (магнитные ленты и диски, лазерные диски и т. п.). В дальнейшем эти результаты могут быть вновь введены с этих носителей в ЭВМ для последующей обработки.

Память ЭВМ (запоминающее устройство – ЗУ) обеспечивает хранение данных и команд. ЗУ представляет собой совокупность *ячеек памяти*, каждая из которых предназначена хранить одно *слово информации* (рис. 3.3, а). В свою очередь, ячейка памяти содержит ряд элементов памяти, причем состояние каждого из элементов памяти соответствует либо цифре 0, либо цифре 1. Последовательность нулей и единиц, хранимых в ячейке памяти, и представляет собой одно слово информации.

Каждую ячейку памяти нумеруют. Номер ячейки представляет собой ее адрес, по которому в ячейку можно записать или считать из ячейки информацию. Предположим, что требуется записать в ячейку с адресом А слово. Для этого нужно подать на шину адреса памяти (рис. 3.3, б) сигналы, которые соответствуют адресу ячейки А, и подать нужное слово на шину записи. Поданное на шину записи слово будет помещено в ячейку с заданным адресом и сможет там храниться, сколько это необходимо. Содержимое ячейки памяти можно получить в любой момент времени, если в память послать адрес ячейки, в которой хранит-

ся требуемое слово и по шине чтения получить копию этого слова. Копию однажды записанного в ячейку памяти слова можно получать сколько угодно, т. к. при считывании информации из ячейки ее содержимое не изменяется. На рис. 3.3, а представлена память в объеме 4096 байт информации или $4096 = 2^{12}$ 8-разрядных слов.

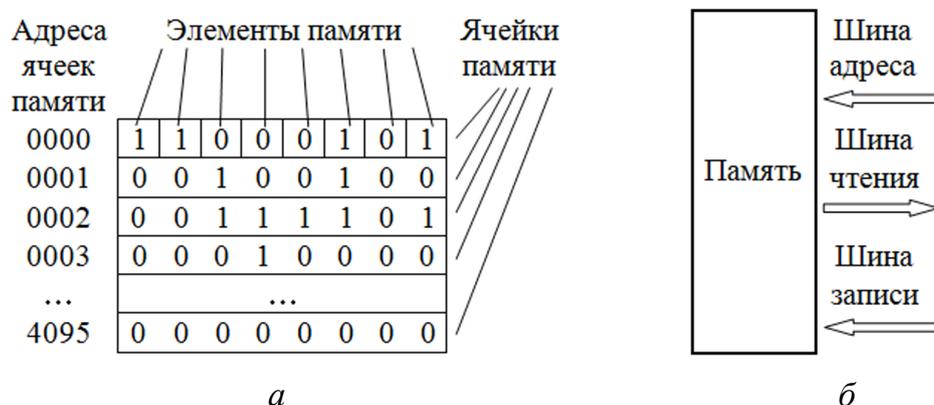


Рис. 3.3. Организация памяти ЭВМ

Цифровая вычислительная машина выполняет необходимую операцию под воздействием *команды* – закодированного приказа устройству управления. Команды, как и числа, записываются в двоичном коде и хранятся в памяти машины. Команда содержит код операции, например сложения, умножения, и адреса чисел, над которыми производится действие. Количество двоичных разрядов команды соответствует разрядности данной ЭВМ.

По структуре команды могут быть различных видов: четырех-, трех-, двух-, одноадресные и безадресные. На рис. 3.4 приведена структура команды трехадресной ЭВМ.

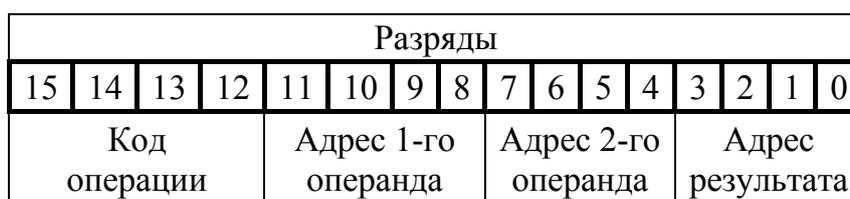


Рис. 3.4 . Структура команды трехадресной ЭВМ

Последовательность команд, с помощью которых вычислительная машина выполняет решение задачи, называется *программой*. Команды помещаются в ячейки памяти в той же последовательности, в которой они записаны в программе. Выполнив очередную команду, ЭВМ выбирает из памяти следующую по адресу ячейку с командой. Это последовательное выполнение команд программы нарушается только с помощью специальных команд условного или безусловного перехода.

Как уже отмечалось, требуемая по алгоритму совокупность команд (программа) хранится в ЗУ (см. рис. 3.3, *a*), куда она вводится перед началом работы через устройство ввода-вывода (УВВ). Реализация программно-адресного принципа управления вычислительным процессом в ЭВМ осуществляется устройством управления (УУ). Выводится информация по предусмотренным в программе командам на соответствующие устройства УВВ.

Рассмотрим взаимодействие основных устройств для трехадресной ЭВМ для пояснения ее принципа действия (см. рис. 3.2). Управляющее устройство посылает в запоминающее адрес очередной команды и, получив ее, выделяет операционную и адресную части. Код операции посылается в АЛУ (или, если это операция ввода или вывода данных, в УВВ), а адреса из адресной части команды посылаются в ЗУ. Арифметико-логическое устройство подготавливается к выполнению требуемой операции. Из ЗУ сначала по первому, а затем по второму полученным адресам выдаются в АЛУ числа, участвующие в операции. После выполнения операции результат засылается в ЗУ по третьему адресу команды.

Для выбора очередной команды согласно программе УУ должно сформировать ее адрес. Чтобы выполнить эту задачу, команды располагают в порядке их выполнения в ячейках памяти с соседними адресами (естественный порядок). Тогда для формирования адреса очередной команды адрес предыдущей нужно увеличить на единицу.

В ходе расчетов часто возникает необходимость изменять порядок вычислений в зависимости от получаемых результатов. Для этого служит команда условного перехода. Из АЛУ в УУ передается сигнал «*признак результата*», и в зависимости от значения этого сигнала при наличии команды перехода УУ может либо продолжить естественный порядок выполнения программы, либо перейти к другому ее участку. Адрес первой команды этого участка указан в адресной части команды перехода.

С помощью различных сочетаний нулей и единиц можно в закодированном виде представить любую информацию (числа, команды, различные символы). Рассмотрим, каким же образом записываются числа в ячейки памяти ЭВМ (в дальнейшем этому будет дано более подробное пояснение). Двоичное число может быть записано в виде числа с фиксированной или плавающей запятой. Число с фиксированной запятой представляется в ЭВМ в виде последовательности цифр с жестким положением запятой, стоящей, как правило, после знакового разряда (рис. 3.5, *a*). Поэтому при операциях над числами больше единицы применяются масштабные коэффициенты, учитывающие размерность ве-

личин, участвующих в расчете. Знак числа хранится в знаковом разряде (например, 1, если число отрицательное, и 0, если число положительное).



Рис. 3.5. Форматы представления чисел в 16-битовой ЭВМ:
a – числа с фиксированной запятой; *б* – числа с плавающей запятой

Числа с плавающей запятой представляются в виде $N = \pm M \cdot 2^{\pm P}$, где M – мантисса числа, а P – его порядок. При этом часть разрядов ячейки отводится для записи мантиссы числа и часть – для записи порядка (рис. 3.5, *б*).

3.2. УСТРОЙСТВА СВЯЗИ С ОБЪЕКТОМ. ВВОД И ВЫВОД ИНФОРМАЦИИ В АСУ

Ввод в вычислительную машину данных о состоянии технологического процесса и выдача управляющих воздействий на объект выполняется устройствами связи с объектом (УСО). Упрощенные схемы УСО ввода и вывода представлены на рис. 3.6 и 3.7, а структурные схемы ввода и вывода информации в АСУ – на рис. 3.8 и 3.9 соответственно [1].

По характеру вводимых и выводимых сигналов модули УСО делятся на модули аналогового и дискретного ввода-вывода. Рассмотрим краткую их характеристику.

Модули ввода-вывода аналоговой информации. К аналоговым сигналам, как правило, относят:

- сигналы в виде постоянного тока, имеющие диапазоны 0...5; 0...20; 4...20 (мА);
- сигналы в виде напряжения постоянного тока, имеющие диапазоны: 0...5 мВ; 0...100 мВ (сигналы низкого уровня); 0...1,8; 0...10 В (сигналы среднего уровня); 0...100 В (сигналы высокого уровня);

- сигналы в виде сопротивления, имеющие диапазоны: $0 \dots 300 \text{ Ом}$ (термометры сопротивления) и $0 \dots 150$; $0 \dots 300$; $0 \dots 500 \text{ Ом}$ (датчики расхода);

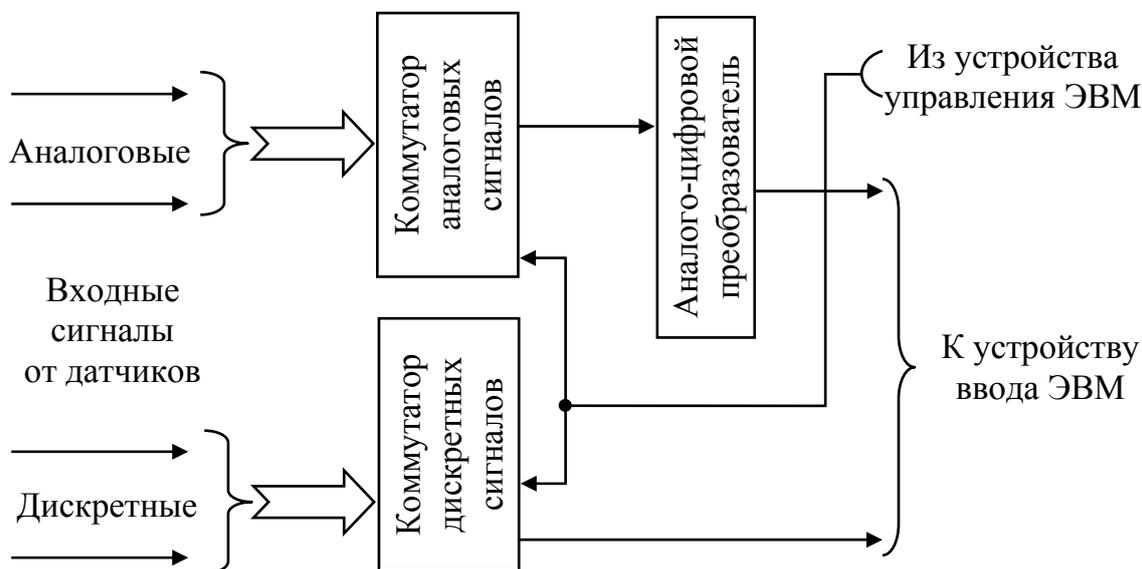


Рис. 3.6. Упрощенная схема УСО ввода

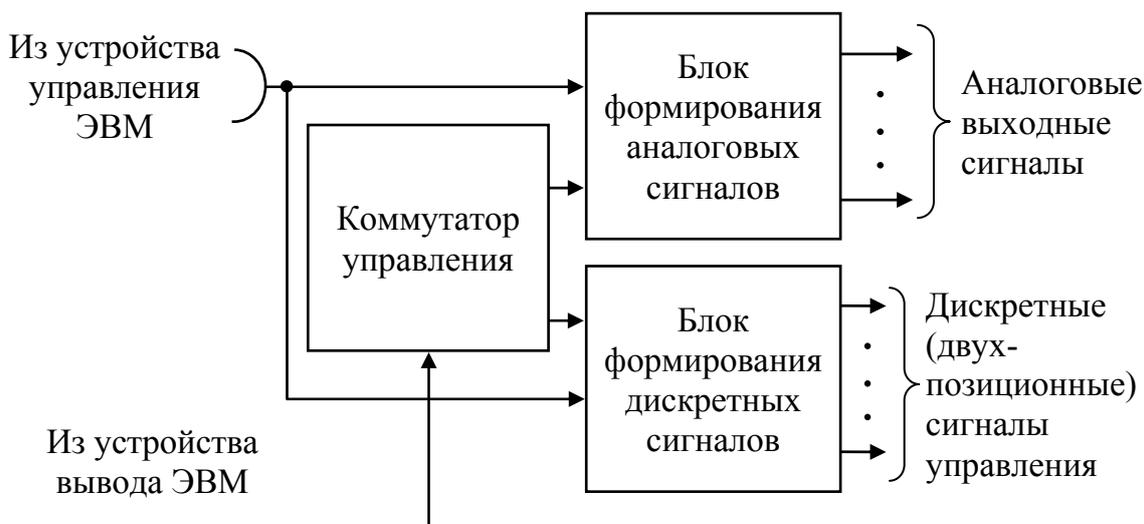


Рис. 3.7. Упрощенная схема УСО вывода

- сигналы в виде взаимной индукции диапазона $0 \dots 10 \text{ мГн}$ и частотой 50 Гц ;
- частотные сигналы с диапазоном частот $4 \dots 8 \text{ кГц}$, представляющие собой переменное напряжение амплитудой $16,2 \pm 0,2 \text{ В}$.

Исходный сигнал от измерительного преобразователя (ИП) (рис. 3.8), преобразующего неэлектрические величины в электрические, поступает на модуль нормализации (нормирующий преобразователь), где сигнал приводится к заданному виду и уровню. С помощью модулей нормализации

зации может выполняться фильтрация, умножение на коэффициент, смещение уровня, преобразование тока в напряжение.

С выхода модуля нормализации сигнал поступает на коммутатор, а затем – на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Коммутатор при этом обеспечивает соединение выхода модуля нормализации с входом АЦП. АЦП выполняет преобразование аналогового входного сигнала в цифровой вид, который пригоден к дальнейшему использованию в вычислительной машине. Обычно АЦП работают с входными сигналами в диапазоне от 0 до 5...10 В. Модули нормализации могут быть групповыми. В случае групповых нормирующих преобразователей к ним поочередно подключаются с помощью входных коммутаторов идентичные измерительные преобразователи.

Модули ввода-вывода дискретной информации. Дискретные входные сигналы применяют в целях получения информации о событиях, имеющих двоичную форму или приведенных к двоичной форме, например для сигнализации о положении задвижки (открыта-закрыта) или о состоянии двигателя (включен-выключен). К дискретным сигналам можно отнести число-импульсные, двух- и трехпозиционные сигналы. Дискретные сигналы могут быть одиночными и повторяющимися. Ввод одиночных дискретных сигналов выполняют модули, содержащие регистр. Ввод повторяющихся дискретных сигналов выполняют модули, содержащие счетчики.

Формирование выходных дискретных сигналов может осуществляться различным образом. Например, дискретный сигнал можно получить при срабатывании электронного ключа или при размыкании (замыкании) контактов реле, а также как результат работы логической схемы. С помощью дискретных сигналов возможно осуществлять прямое цифровое управление исполнительными органами или передавать уставки регуляторам.

На рис. 3.8 представлена структурная схема ввода информации в АСУ. Информация в АСУ может поступать не только от датчиков, но и от других источников. Например, с помощью машиночитаемых документов. При подготовке машиночитаемых документов применяются специальные цифровые и штриховые бланки. На цифровых бланках производится запись в прямоугольниках стилизованным шрифтом. На штриховых бланках информация наносится в виде графических отметок в определенных позициях документа. Считывание информации производится специальными читающими автоматами.

Информация, вырабатываемая вычислительными устройствами АСУ, может выдаваться на устройства индикации и регистрации для представления оператору или на различные автоматические устройства для управления регулирующими органами (рис. 3.9).

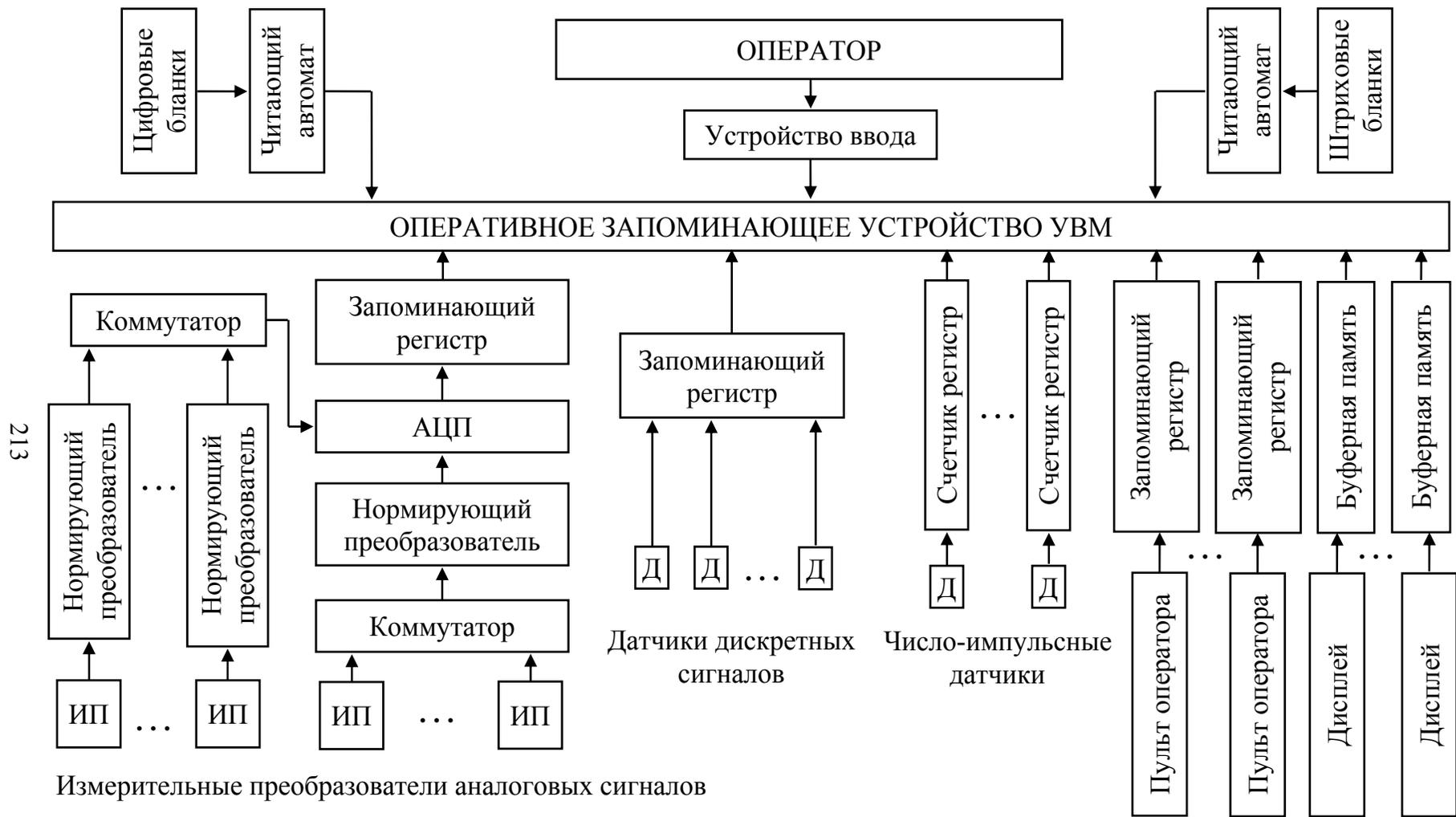


Рис. 3.8. Структурная схема ввода информации в АСУ

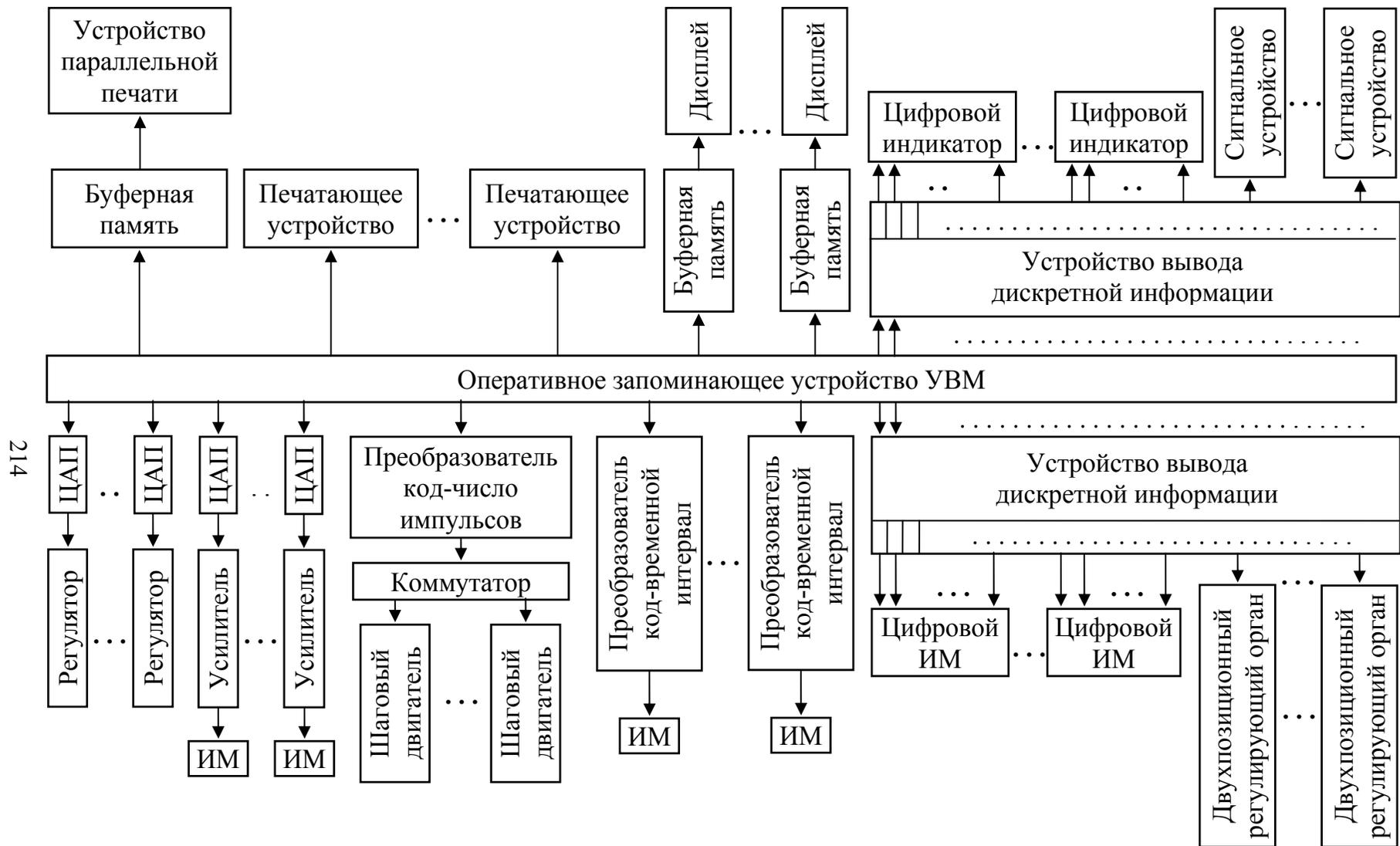


Рис. 3.9. Структурная схема вывода информации в АСУ

Текущая информация о состоянии технологических процессов, рекомендации оператору, элементы справочной информации могут выводиться на печатающие устройства, на экраны дисплеев, цифровые индикаторы, сигнальные устройства, элементы мнемосхемы.

Управляющие воздействия, вырабатываемые УВМ, могут быть выданы:

- на преобразователи код – электрический сигнал и далее на аналоговые регуляторы или на исполнительные механизмы позиционного типа, выполняющие одновременно функции усиления и преобразования электрического сигнала в перемещение регулирующего органа;
- на преобразователи код – число импульсов и далее на управление шаговыми двигателями;
- на преобразователи код – временной интервал и далее на управление исполнительными механизмами постоянной скорости;
- в виде дискретных сигналов на управление двухпозиционными регулирующими органами;
- в виде дискретных кодовых (состоящих из нескольких разрядов дискретных выходов) сигналов на управление цифровыми исполнительными механизмами.

3.3. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

3.3.1. Устройство выборки и хранения

Для связи датчиков и исполнительных органов с ЭВМ необходимо выполнять преобразование сигналов. Например, аналогового сигнала в число, характеризующее значение этого сигнала, – выполняется АЦП, числа в аналоговый сигнал с помощью ЦАП.

Под квантованием в цифровых системах понимают преобразование аналоговых сигналов в последовательность амплитудно-модулированных (возможны и другие виды модуляции) импульсов или кодов. Устройство фиксации в простейшем случае сохраняет или «замораживает» значение импульсного или цифрового сигнала в течение определенного времени. Часто квантователь и фиксатор объединяют конструктивно в одно устройство и называют его устройством выборки и хранения (УВХ).

Одной из главных задач УВХ является фиксация быстро меняющегося сигнала при различных его дальнейших преобразованиях. Другим назначением УВХ является запоминание выходного сигнала мультиплексора. УВХ часто объединяют с АЦП и ЦАП. В первом случае УВХ нужно для фиксации входного сигнала на время его оцифровки. Во втором случае УВХ предназначено для фильтрации (сглаживания) сигнала на выходе ЦАП.

Работу УВХ можно пояснить на примере принципиальной схемы (рис. 3.10).

Меняющийся во времени сигнал $U_{\text{ВХ}}(t)$ поступает с источника тока с внутренним сопротивлением R . Квантователь условно изображен на рис. 3.10 в виде ключа K . После замыкания ключа емкость C заряжается до напряжения $U_{\text{ВЫХ}}(t)$, а после размыкания это напряжение сохраняется до следующего замыкания ключа. Операции выборки и хранения инициируются таймером.

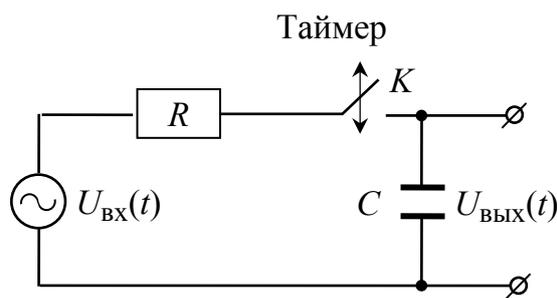


Рис. 3.10. Принципиальная схема УВХ

Квантователь можно рассматривать как амплитудно-импульсный модулятор, обеспечивающий время выборки. Фиксатор же сохраняет квантованный по времени сигнал постоянным в течение времени хранения. Предполагается, что в течение этого времени разрядом конденсатора C можно пренебречь.

Квантователь можно рассматривать как амплитудно-импульсный модулятор, обеспечивающий время выборки. Фиксатор же сохраняет квантованный по времени сигнал постоянным в течение времени хранения. Предполагается, что в течение этого времени разрядом конденсатора C можно пренебречь.

3.3.2. Цифро-аналоговый преобразователь

Цифро-аналоговое преобразование, или декодирование, заключается в преобразовании числа, представленного в виде машинного слова, в эквивалентный аналоговый сигнал, представленный в виде электрического напряжения, тока и т. п. Цифровая информация вводится чаще всего в виде параллельного кода преобразуемого числа.

Принцип действия устройств, осуществляющих такое преобразование, может быть различным, так же как и конструктивное исполнение, но наиболее часто применяют схемы, построенные на операционном усилителе и резисторах (рис. 3.11).

Усилитель, работающий в режиме сумматора, имеет r входных резисторов, где r – число двоичных разрядов, используемых для представления преобразуемого числа y^* . Сопротивление этих резисторов – $R/2^0, R/2^1, R/2^2, \dots, R/2^{r-1}$.

Один зажим каждого из резисторов подсоединен к электронному ключу, состояние которого определяется значением соответствующего разряда преобразуемого числа, находящегося в регистре. Если двоичный разряд – единица, то резистор соединяется с источником опорного напряжения U , в противном случае ключ разомкнут. Поскольку величина выходного сигнала такой схемы равна отрицательной сумме входных напряжений с весовыми коэффициентами, равными отношению сопротивления обратной связи усилителя к соответствующему входному

сопротивлению, то при $Y^* = 0...001$ сигнал $Y = -U$, при $Y^* = 0...010$ – $Y = -2U$, при $Y^* = 0...011$ – $Y = -3U$ и т. д.

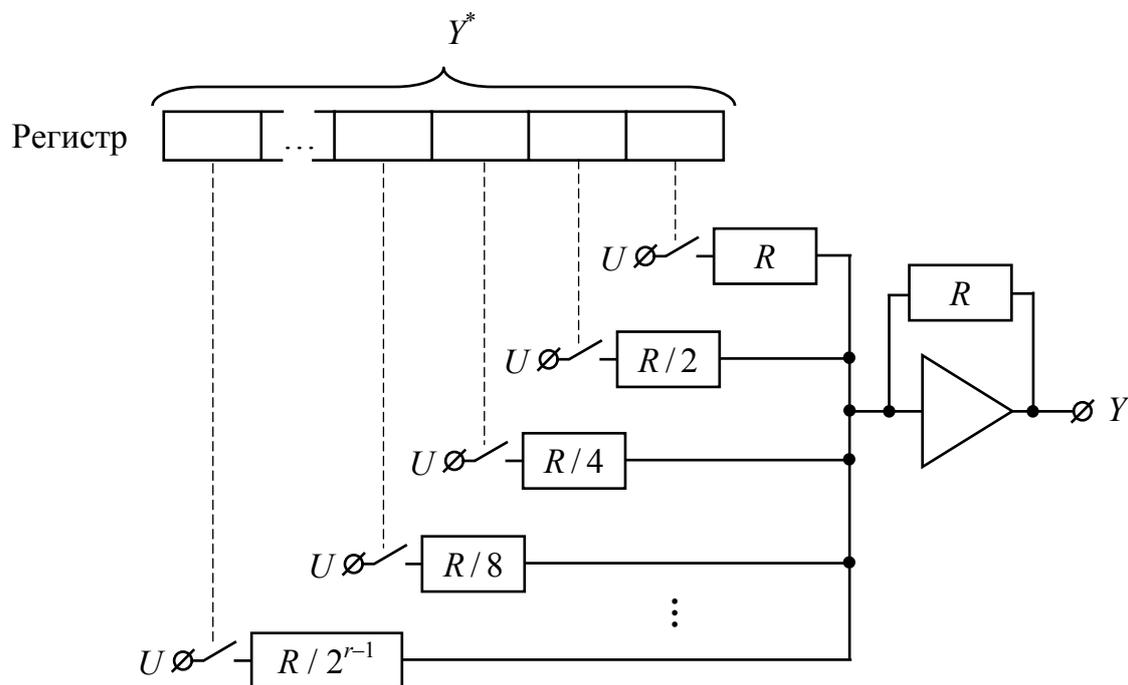


Рис. 3.11. Цифроаналоговый преобразователь с весовыми резисторами

3.3.3. Аналого-цифровой преобразователь

Аналого-цифровое преобразование, или кодирование, заключается в преобразовании аналогового сигнала в цифровой двоичный код.

При преобразовании непрерывно изменяющегося сигнала (тока или напряжения) АЦП выполняет следующие операции: выборку (квантование по времени) и хранение, квантование по уровню, кодирование. Квантование по времени необходимо для выборки меняющегося аналогового сигнала в периодически повторяющиеся моменты времени. Хранение необходимо потому, что процесс преобразования аналог-код занимает определенное время и требуется, чтобы за это время оцифровываемый сигнал сохранял свое значение.

Существует много способов построения АЦП, каждый из которых обладает своими достоинствами и недостатками. Наибольшее распространение получили АЦП последовательного приближения и параллельного преобразования. В качестве примера рассмотрим принцип работы АЦП последовательного приближения.

В АЦП, построенных на основе метода последовательного приближения, используется регистр последовательного приближения, ЦАП, сравнивающее устройство (компаратор), тактовый генератор и схема

управления. Модуль АЦП последовательного приближения имеет вход «Начало преобразования» и выход «Преобразование выполнено».

Перед измерением все разряды регистра устанавливаются в 0. При получении приказа на преобразование каждый из разрядов регистра поочередно, начиная со старшего разряда, устанавливается в 1.

При выходном сигнале ЦАП, связанного с этим регистром, не превышающем уровня аналогового входного сигнала, состояние разряда не меняется, т. е. оно остается 1. В противном случае происходит сброс разряда в 0. Для полной оцифровки аналогового входного сигнала при r -разрядном АЦП необходимо выполнить r таких шагов.

Модуль АЦП последовательного приближения имеет параллельный и часто еще и последовательный цифровой выход. При параллельном цифровом выходе содержимое всех разрядов выводится одновременно по r -разрядной шине. При последовательном цифровом выходе содержимое всех r -разрядов выводится последовательно, начиная со старших разрядов, по одной линии.

АЦП последовательного приближения обладают относительно высокой точностью и достаточно высоким быстродействием: для r -разрядного преобразования требуется выполнить только r обращений к ЦАП. Для того чтобы изменение аналогового сигнала во время от начала преобразования до его окончания не влияло на точность преобразования, обычно используют специальные схемы, запоминающие аналоговый сигнал. Устройства выборки-хранения обеспечивают выборку мгновенного значения аналогового сигнала и хранение его с заданной точностью во время преобразования.

3.4. ПРИНЦИПЫ ДЕЙСТВИЯ ЭВМ

3.4.1. Арифметические основы ЭВМ

3.4.1.1. Системы счисления

Число в позиционной системе с основанием a представляется в виде суммы

$$N = \sum_{i=-n}^m b_i \cdot a^i,$$

где b_i – целое число от 0 до a ; m , n – число разрядов в целой и дробной частях числа N . Коэффициент при b_i называется весом разряда. При записи числа N веса не указываются, а b_i записываются подряд, начиная со старшего разряда. Например, для $a = 10$ (десятичная система счисления) число $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$ будет представлено в виде 1967.

В современных ЭВМ применяется двоичная система счисления. В двоичной системе счисления основанием является число 2, а для записи какого-либо числа используются только цифры 0 и 1. Например, представим число 11 в десятичной системе счисления в число в двоичной системе счисления

$$11_{10} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1011_2.$$

Из сравнения чисел, записанных в двоичной и десятичной системах счисления, видно, что для записи числа в двоичной системе необходимо гораздо больше цифр, чем для записи того же числа в десятичной системе. Помимо этого неудобства возникают трудности и при чтении числа.

Чтобы избежать этих неудобств, в вычислительной технике используют восьмеричную систему. Преимущество этой системы состоит в том, что ее основанием служит число 8, которое является точной степенью числа 2 ($8 = 2^3$). Ниже приведены числа от 0 до 10, записанные в двоичной, восьмеричной и десятичной системах.

| Двоичная | Восьмеричная | Десятичная |
|----------|--------------|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 10 | 2 | 2 |
| 11 | 3 | 3 |
| 100 | 4 | 4 |
| 101 | 5 | 5 |
| 110 | 6 | 6 |
| 111 | 7 | 7 |
| 1000 | 10 | 8 |
| 1001 | 11 | 9 |
| 1010 | 12 | 10 |

Последнее число во втором столбце может быть представлено в виде

$$12_8 = 1 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 10_{10}.$$

Преимущество восьмеричной системы состоит в том, что любой разряд числа, записанного в восьмеричной системе, может быть представлен тремя разрядами числа, записанного в двоичной системе. Если количество разрядов числа, записанного в двоичной системе, не кратно трем, то впереди оно дополняется необходимым количеством нулей (для целого числа). Например, последнее число в первом столбце можно представить так: 001010.

Первые три разряда дают число 1, а вторые три – число 2, или вместе 12. Это точно равно 10_{10} .

Таким же образом можно представить любое двоичное число в восьмеричной системе, используя при этом в три раза меньше разрядов. Обратный перевод из восьмеричной системы в двоичную производится просто, т. к. каждый разряд восьмеричного числа представляется тремя двоичными разрядами, например: $235_8 = 010\ 011\ 101_2$.

3.4.1.2. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Рассмотрим метод перевода целых чисел из одной системы в другую.

Перевод десятичного числа. Десятичное число делят на основание системы; если при этом полученное число больше основания, деление повторяют до получения частного, меньшего основания. Частное от последнего деления представляет собой старший разряд числа в новой системе. За ним идут остатки от делений, начиная с последнего.

В качестве примера рассмотрим перевод числа 125_{10} в восьмеричную систему.

| Первое деление | Второе деление |
|---|---|
| $\begin{array}{r} _ 125 \overline{)8} \\ \underline{8} \\ 45 \\ \underline{ 40} \\ 5 \end{array}$ <p style="text-align: center;">5 предпоследний остаток</p> | $\begin{array}{r} _ 15 \overline{)8} \\ \underline{8} \\ 7 \end{array}$ <p style="text-align: center;">7 последний остаток</p> |
| (частное >8) | (частное <8) |

Таким образом, $125_{10} = 175_8$.

Перевод десятичного числа в двоичную форму можно выполнить с помощью приведенного правила последовательного деления на 2. Когда необходимо перевести большое число, удобнее сначала перевести его в восьмеричную систему и после этого каждый разряд восьмеричного числа представить тремя разрядами двоичной системы. Например, т. к. $125_{10} = 175_8$, то $175_8 = 001\ 111\ 101_2$.

Если число в десятичной системе меньше основания системы, в которую переводится число, то число записывается без изменений в том же виде. Например: $5_{10} = 5_8$; $1_{10} = 1_8 = 1_2$.

Для перевода правильной десятичной дроби (содержащей только дробную часть, без целой части) в другую систему, необходимо последовательно умножать эту дробь на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю. При этом умножают только дробную часть. Дробь в новой системе состоит из целых частей произведений, начиная с первого произведения.

Например, перевод правильной десятичной дроби 0,3125 в восьмеричную систему производится так:

$$1) 0,3125 \cdot 8 = \underline{2},5;$$

$$2) 0,5 \cdot 8 = \underline{4},0.$$

Следовательно, $0,3125_{10} = 0,24_8$.

Для перевода правильной десятичной дроби в двоичное представление можно применить описанное выше правило, но гораздо удобнее сначала перевести дробь в восьмеричную систему и после этого каждый разряд восьмеричного числа представить тремя разрядами двоичной системы. Например, $0,3125_{10} = 0,24_8 = 0,010100_2$.

Если дробь неправильная, т. е. если число содержит как целую, так и дробную части, эти части переводят в новую систему отдельно по описанным правилам.

3.4.1.3. Арифметические действия с двоичными числами

Сложение. Для выполнения сложения применяются следующие правила:

$$\begin{array}{ll} 0 + 0 = 0; & 1 + 0 = 1; \\ 0 + 1 = 1; & 1 + 1 = 10. \end{array}$$

Последнее выражение показывает, что при сложении двух единиц получается единица в более старшем разряде. В качестве примера рассмотрим сложение трех двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} 1100 \\ + 110 \\ + 11 \\ \hline 10101 \end{array}$$

Точно так же выполняется сложение в ЭВМ, где для этой цели используются специальные устройства, называемые двоичными сумматорами.

Вычитание. Для выполнения вычитания применяются следующие правила:

$$\begin{array}{ll} 0 - 0 = 0; & 1 - 0 = 1; \\ 1 - 1 = 0; & 10 - 1 = 1. \end{array}$$

Последнее выражение показывает, что для вычитания 1 из 0 необходимо занять 1 из более старшего разряда. В качестве примера рассмотрим вычитание двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} 1100 \\ - 110 \\ \hline 110 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 11 \\ \hline 1 \end{array}; \quad \begin{array}{r} 101 \\ - 11 \\ \hline 10 \end{array}$$

Для облегчения вычитания вводится понятие дополнения. Дополнением данного целого десятичного числа называют другое целое десятичное число, которое, будучи сложены с первым, дает число, состоящее из единицы в более старшем разряде (по сравнению со старшим разрядом данного числа) и нулей в остальных разрядах.

Обозначив дополнение буквой d , получим, например, для числа 52:
 $52 + d = 100; d = 48$.

Если, например, необходимо вычесть 52 из 95, то это можно сделать так:

$$95 + 100 - 52 - 100 = 95 + d - 100 = 95 + 48 - 100 = 43.$$

Таким образом, справедливо следующее правило нахождения разности с использованием дополнения:

1. Определить дополнение вычитаемого.
2. Сложить полученное дополнение с уменьшаемым.
3. Из полученной суммы вычесть число, состоящее из единицы в старшем (по отношению к вычитаемому) разряде и нулей в остальных разрядах.

В двоичной системе действия точно такие же, но осуществляются гораздо проще. Дополнение двоичного числа определяют так: заменяют все единицы нулями, все нули – единицами и к полученному результату прибавляют единицу в самом младшем разряде. Например, в числе 10011 заменяем единицы нулями, а нули единицами. Получаем число 01100 и к нему прибавляем 1. В итоге $d = 1101$.

В качестве примера найдем разность двух двоичных чисел 1010 и 101 по изложенному правилу.

1. Дополнение вычитаемого: 11.
2. Сложим уменьшаемое и дополнение:

$$+ \begin{array}{r} 1010 \\ \quad 11 \\ \hline 1101 \end{array}.$$

3. Вычтя 1000, получим искомый результат:

$$- \begin{array}{r} 1101 \\ \underline{1000} \\ 101 \end{array}.$$

Умножение. Для выполнения умножения применяются следующие правила:

$$\begin{array}{ll} 0 \times 0 = 0; & 0 \times 1 = 0; \\ 1 \times 0 = 0; & 1 \times 1 = 1. \end{array}$$

В качестве примера рассмотрим умножение двух двоичных чисел:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad \quad \quad 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \quad \quad 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1
 \end{array}$$

Очевидно, что если имеется нуль в соответствующем разряде множителя, то можно не писать целую строку нулей, а сразу писать следующую строку, смещенную на разряд влево. Также очевидно, что умножение может быть заменено многократным сложением и сдвигом влево.

Деление. Так же, как умножение может быть заменено многократным сложением и сдвигом влево, деление может быть заменено многократным вычитанием и сдвигом вправо.

В качестве примера рассмотрим деление двух двоичных чисел:

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 : 1\ 0\ 1 = 1\ 1\ 1 \\
 - \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 1\ 1 \\
 - \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\
 - \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Таким образом, в ЭВМ деление заменяется вычитанием и сдвигом, а для нахождения разности используется дополнение.

3.4.1.4. Представление чисел в ЭВМ

Двоичное число может быть записано в ячейке ЭВМ в виде числа с фиксированной или с плавающей запятой. Число с фиксированной запятой представляется в ЭВМ в виде последовательности цифр с жестким положением запятой, стоящей, как правило, после знакового разряда. Поэтому при операциях над числами больше единицы применяются масштабные коэффициенты, учитывающие размерность величин, участвующих в расчете.

Числа с плавающей запятой представляются в так называемой нормальной форме $N = M \cdot 2^P$, где M – мантисса числа, а P – его порядок.

На рис. 3.12 и 3.13 показаны структуры ячеек памяти ЭВМ с числами, представленными с фиксированной запятой и с плавающей запятой.

| | | | | | | | | |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-----------|-----------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | 31 | 32 |
| Знак числа | 2^{-1} | 2^{-2} | 2^{-3} | 2^{-4} | 2^{-5} | | 2^{-31} | 2^{-32} |

Рис. 3.12. Структура ячейки памяти с числом с фиксированной запятой

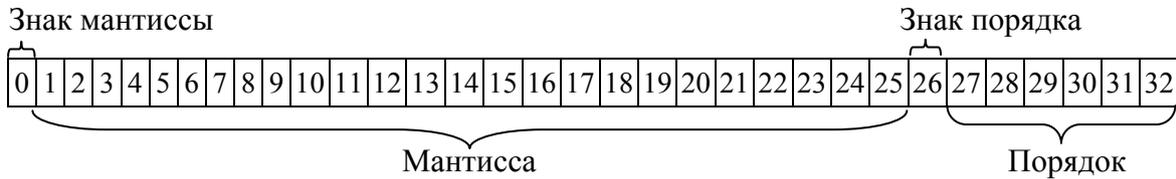


Рис. 3.13. Структура ячейки памяти с числом с плавающей запятой

3.4.1.5. Единицы информации

Наименьшая единица информации – 1 бит. Эта единица содержит информацию о событии, имеющем два состояния. Применяют и более крупные единицы информации:

- 1 байт = 8 бит;
- 1 килобит = 1000 бит;
- 1 килобайт = 1000 байт = 8000 бит;
- 1 мегабайт = 10^6 байт = $8 \cdot 10^6$ бит.

С появлением полупроводниковых запоминающих устройств, в которых число ячеек равно некоторой степени числа 2, началось использование новой кратной единицы информации, которая обозначается буквой К:

- 1 К бит = 1024 бит;
- 1 К байт = 1024 байт.

3.4.1.6. Кодирование

Из соображений простоты выполнения различных операций в ЭВМ, а также простоты реализации двоичных элементов в ЭВМ используется исключительно двоичная система исчисления. Для перехода к десятичной системе (более понятной человеку) используются или промежуточная, восьмеричная система, или различные способы двоичного кодирования десятичных чисел.

Очевидно, что с помощью трех двоичных разрядов нельзя кодировать десять цифр ($2^3 = 8$). Поэтому необходимы, по крайней мере, четыре разряда (в этом случае остаются неиспользованными $16 - 10 = 6$ комбинаций). Возможно огромное число способов двоичного кодирования десятичных чисел с помощью четырех двоичных разрядов ($16! : 6! \approx 3 \cdot 10^6$). Наибольшее распространение получили десять кодов, приведенных в табл. 3.1.

Десятичные цифры d кодируются двоичными цифрами b по формуле

$$d = a_3b_3 + a_2b_2 + a_1b_1 + a_0b_0,$$

где a_3, \dots, a_0 – весовые коэффициенты соответствующего кода (они могут быть и отрицательными); b_3, \dots, b_0 – двоичные цифры 0 или 1. Весовой коэффициент указывает «относительный вес» соответствующей двоичной цифры. Например, в весовом коде 5-4-2-1 весовые коэффициенты имеют следующие значения: $a_3 = 5$; $a_2 = 4$; $a_1 = 2$; $a_0 = 1$. В этом коде число 8_{10} запишется так: $5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1$ или сокращенно 1011.

Таблица 3.1

| Десятичное число | 8-4-2-1 | С избытком 3 | С избытком 6 | 5-4-2-1 | 2-4-2-1 | 4-3-2-1 | 5-2-1-1 | 5-2-2-1 | 8-4 [*] -2 [*] -1 [*] | Код Грея |
|------------------|---------|--------------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|--|----------|
| 0 | 0000 | 0011 | 0110 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0010 |
| 1 | 0001 | 0100 | 0111 | 0001 | 0001 | 0001 | 0001 | 0001 | 0111 | 0110 |
| 2 | 0010 | 0101 | 1000 | 0010 | 0010 | 0010 | 0011 | 0010 | 0110 | 0111 |
| 3 | 0011 | 0110 | 1001 | 0011 | 0011 | 0100 | 0101 | 0011 | 0101 | 0101 |
| 4 | 0100 | 0111 | 1010 | 0100 | 0100 | 1000 | 0111 | 0110 | 0100 | 0100 |
| 5 | 0101 | 1000 | 1011 | 1000 | 1011 | 1001 | 1000 | 1000 | 1011 | 1100 |
| 6 | 0110 | 1001 | 1100 | 1001 | 1100 | 1010 | 1010 | 1001 | 1010 | 1101 |
| 7 | 0111 | 1010 | 1101 | 1010 | 1101 | 1100 | 1100 | 1010 | 1001 | 1111 |
| 8 | 1000 | 1011 | 1110 | 1011 | 1110 | 1101 | 1110 | 1011 | 1000 | 1110 |
| 9 | 1001 | 1100 | 1111 | 1100 | 1111 | 1110 | 1111 | 1110 | 1111 | 1010 |

Самый распространенный весовой код – это 8-4-2-1, т. к. его цифры соответствуют точно двоичной записи. Например,

$$2975_{10} = \overset{2}{0010} \overset{9}{1001} \overset{7}{0111} \overset{5}{0101} = 0010100101110101_{8421}.$$

Обратное преобразование тоже выполняется очень легко: двоичное число разделяется справа налево на группы по четыре разряда (так называемые тетрады), каждая из которых соответствует одной десятичной цифре.

Каждый из остальных двоично-десятичных кодов, приведенных в табл. 3.1, имеет свои преимущества: например, код с избытком 3 не является весовым, но он самодополняющийся, что удобно для выполнения вычитания. Код Грея принадлежит к так называемым циклическим кодам и характеризуется тем, что каждая последующая комбинация

двоичных цифр отличается от предыдущей только одним разрядом. Это делает его особенно удобным для использования в различных преобразователях (если имеется изменение одновременно более чем в одном разряде, это свидетельствует о наличии ошибки).

Кодирование представляет собой очень важную проблему с точки зрения хранения информации. Существуют способы, которые позволяют не только обнаруживать ошибки, но и исправлять их.

Рассмотрим еще один способ обнаружения ошибок в данном десятичном числе, кодированном двоично. Для этой цели добавляют пятый разряд, значение которого определяется суммированием единиц данного числа. При этом осуществляется контроль по четности и нечетности. При контроле по четности число единиц с помощью пятого разряда доводится до четного числа, а при контроле по нечетности – до нечетного числа. Например, десятичное число 5 в коде 8-4-2-1 выражается так: 0101. Чтобы число единиц было четным (в данном случае их две), в пятый разряд записывают 0, а для получения нечетного числа в пятый разряд записывают 1.

Контроль по четности (нечетности) используется, например, при обмене данными между памятью и арифметическим устройством. Если из памяти будет прочитано число 0111 с контрольным битом 1 (контроль по четности), то арифметическое устройство образует новый контрольный бит, который также должен быть равен 1. Если при чтении какой-либо бит из разрядов числа 0111 был принят неправильно (например, было принято число 0110), тогда арифметическое устройство выработает контрольный бит 0, и в результате сравнения с переданным из памяти битом 1 будет зарегистрирована ошибка.

Контроль по нечетности используется, например, при чтении данных из ЗУ на магнитных дисках и при записи в него (для каждого байта).

Для обозначения всех шестнадцати комбинаций одной тетрады, а также содержимого байта с помощью двух символов, была введена шестнадцатеричная система счисления. В табл. 3.2 приведена шестнадцатеричная и некоторые другие системы счисления.

Таблица 3.2

| N_{10} | N_2 | N_8 | N_{16} |
|----------|-------|-------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |

Поскольку арабских цифр недостаточно, в шестнадцатеричной системе используются буквы А, В, С, D, E, F. Приведем примеры записи чисел в шестнадцатеричной системе счисления:

байт 10000111 $\rightarrow 87_{16}$;

байт 11001000 $\rightarrow C8_{16}$;

байт 00111111 $\rightarrow 3F_{16}$;

байт 11011110 $\rightarrow DE_{16}$.

3.4.2. Логические основы ЭВМ

Логические основы ЭВМ базируются на так называемой *алгебре логики*, в основном разработанной английским математиком Джорджем Булем.

3.4.2.1. Алгебра логики

В алгебре логики совершают операции только с переменными, имеющими двоичную природу. Другими словами, рассматриваемые переменные принимают из двух возможных только одно значение и любое высказывание, несмотря на его содержание, рассматривают только на предмет истинности, т. е. верно или неверно, истинно или ложно. Нужно отметить, что для алгебры логики объектом может быть только утвердительное высказывание, например: сегодня – четверг; солнце – звезда; Волга впадает в Каспийское море и т. д. В этих высказываниях говорится только об одном факте (истинном или ложном), и поэтому их называют *простыми*. При связывании двух или более простых высказываний получают *сложные высказывания*. Для определения истинности сложного высказывания применяют три основных действий алгебры логики: *отрицание*, *сложение*, *умножение*.

В дальнейшем при рассмотрении отдельных простых высказываний будем обозначать их прописными буквами. Если рассматриваемое высказывание ложно, то присвоим ему значение 0, если истинно, – значение 1. Тогда, например:

A – воробей является птицей, т. е. $A = 1$;

B – столицей Канады является г. Лондон, т. е. $B = 0$.

Рассмотрим первое действие – отрицание.

Отрицание осуществимо для одного высказывания. Отрицание высказывания получают при применении выражения «неверно, что» или применяя частицу НЕ. Например:

декабрь летний месяц года – A ;

декабрь НЕ летний месяц года – \bar{A}

или

неверно, что декабрь летний месяц года – \bar{A} .

Здесь, для того чтобы обозначить отрицание, ставится черта над прописной буквой: \bar{A} означает не A .

Действие логического отрицания определяет следующая таблица:

| | |
|-----|-----------|
| A | \bar{A} |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Следуя этой таблице можно сказать, что отрицая истинное высказывание, мы говорим ложь (не истину), а отрицая ложное высказывание, мы говорим истину. Отрицание 1 равно 0 и $\bar{0} = 1$.

Если над A написать две черты, то получим двойное отрицание $\bar{\bar{A}} = A$, или словами: неверно, что декабрь НЕ летний месяц года. Выражение $\bar{\bar{A}} = A$ в логике известно как закон двойного отрицания.

Умножение (конъюнкция). Операцию умножения двух высказываний обозначают с помощью союза И. Результат умножения принято называть *логическим произведением*.

Важным является вопрос определения истинности логического произведения и ее зависимости от истинности отдельных высказываний. Логическое произведение будет истинным, независимо от содержания отдельных высказываний, в том и только в том случае, когда истинными будут все отдельные части произведения.

Таблицу, отражающую истинность логических операций в зависимости от истинности отдельных высказываний, принято называть таблицей истинности. Для логического произведения таблица истинности имеет вид:

| | | |
|-----|-----|------|
| A | B | AB |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

При смене мест B и A получится такая же таблица истинности. Таким образом, $AB = BA$, а также $A \cdot A = A$; $A \cdot 1 = A$; $A \cdot 0 = 0$.

В истинности последних трех равенств легко убедиться с помощью таблицы истинности, если задавать для A значения 0 или 1.

Сложение (дизъюнкция). Операцию сложения двух высказываний обозначают с помощью союза ИЛИ, а полученный результат этой операции называют *логической суммой*.

Логическая сумма будет истинной, независимо от содержания отдельных высказываний, тогда, когда хотя бы одно из составляющих высказываний будет истинным.

Таблица истинности для логической суммы имеет вид:

| A | B | $A + B$ |
|-----|-----|---------|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

Таблица истинности не изменится, если поменять местами A и B , т. е. $A + B = B + A$. Кроме того, $A + A = A$; $A + 1 = 1$; $A + 0 = A$.

В истинности последних трех равенств легко убедиться с помощью таблицы истинности, если задавать для A значения 0 или 1.

В сложных высказываниях могут содержаться более двух простых высказываний. Результат сложного высказывания получают при выполнении нескольких логических действий. Таблицу истинности для сложных высказываний составляют на основе результатов, полученных при последовательном выполнении указанных в сложных высказываниях логических действий.

Существуют сложные высказывания, имеющие различный вид при одинаковых таблицах истинности и при этом имеющие одни и те же значения входящих в них простых высказываний. Такие сложные высказывания принято называть *эквивалентными*. Также существуют сложные высказывания, истинность которых является постоянной и не зависит от того, истинны ли входящие в них простые высказывания. Такие высказывания принято называть *тождественными*. Таковым является высказывание $x = A\bar{A}$, для которого значение всегда равно 0 (никогда не истинно). Например: неверно, что лампа светит И лампа не светит. В логике этот закон называют *законом противоречия*.

Высказывание $x = A + \bar{A}$ является также тождественным и его значение равно 1 (всегда истинно). Например: линия прямая ИЛИ линия не прямая. Это известно в логике как *закон исключенного третьего*.

Логическая сумма обладает следующим свойством:

$$A + (B + C) = (A + B) + C.$$

Логические произведения подчиняются равенствам:

$$A \cdot (BC) = (AB) \cdot C; \quad A(B + C) = AB + AC.$$

Справедливы и следующие выражения:

$$A + AB = A(1 + B) = A \cdot 1 = A; \quad AB + A\bar{B} = A(B + \bar{B}) = A \cdot 1 = A.$$

Рассмотрим так называемый *закон двойственности*. Согласно этому закону при замене в формуле для некоторого сложного высказывания знаков умножения на знаки сложения, и наоборот, получим

высказывание, которое будет эквивалентно первоначальному. Например, в высказывании

$$AB + A\bar{B} = A,$$

заменив в левой части равенства знаки, получим:

$$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A.$$

Отрицание логической суммы и отрицание логического произведения могут быть преобразованы по формуле де Моргана: $\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$, а также $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$.

Эти формулы можно распространить и на случай наличия более чем двух высказываний:

$$\overline{A + B + C + \dots + N} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \dots \bar{N};$$

$$\overline{A \cdot B \cdot C \dots N} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \dots + \bar{N}.$$

Применяя свойства сложения высказываний можно выполнить преобразование этих высказываний в более простые.

Пусть высказывание имеет вид $x = A + AB$. Выполним его преобразование:

$$x = A + AB; \quad x = A(1 + B).$$

Поскольку $1 + B = 1$, следовательно, $x = A \cdot 1 = A$. Тогда $A + AB = A$.

При выполнении этой операции происходит исчезновение простого высказывания B . Такая операция называется *поглощением*. На основании закона двойственности можно записать $A(A + B) = A$.

Рассмотрим еще одну операцию, применяемую для упрощения логических формул. Эту операцию называют *слиянием*:

$$AB + A\bar{B} = A \underbrace{(B + \bar{B})}_{=1} = A.$$

Такое преобразование является слиянием по B . Здесь также возможно применение закона двойственности: $(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$.

В специальной литературе приведены зависимости Булевой алгебры. Рассмотрим эти зависимости.

В качестве постулатов:

$$\begin{array}{lll} 0 \cdot 0 = 0; & 0 + 0 = 0; & 0 = \bar{1}; \\ 0 \cdot 1 = 0; & 0 + 1 = 1; & 1 = \bar{0}. \\ 1 \cdot 0 = 0; & 1 + 0 = 1; & \\ 1 \cdot 1 = 1; & 1 + 1 = 1; & \end{array}$$

В качестве теорем:

$$A \cdot 0 = 0; \quad A \cdot \bar{A} = 0; \quad A + A = A;$$

$$\begin{array}{lll}
0 \cdot A = 0; & A + 0 = A; & A + \bar{A} = 1; \\
A \cdot 1 = A; & 0 + A = A; & \bar{\bar{A}} = A. \\
1 \cdot A = A; & A + 1 = 1; & \\
A \cdot A = A; & 1 + A = 1; &
\end{array}$$

В качестве законов:

- идентичности $A = A; \quad \bar{\bar{A}} = \bar{A};$
- коммутативности $AB = BA; \quad A + B = B + A;$
- ассоциативности $A(BC) = ABC; \quad A + (B + C) = A + B + C;$
- идемпотентности $AA = A; \quad A + A = A;$
- дистрибутивности $A(B + C) = AB + AC;$
 $A + BC = (A + B)(A + C);$
- поглощения $A + AB = A; \quad A(A + B) = A;$
- слияния $AB + \bar{A}\bar{B} = A; \quad (A + B)(A + \bar{B}) = A;$
- де Моргана $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}; \quad \overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}.$

Некоторых тождеств:

$$\begin{aligned}
A(\bar{A} + B) &= AB; \\
A + \bar{A}B &= A + B; \\
(AB)(A + B) &= AB; \\
(\overline{AB})(A + B) &= A\bar{B} + \bar{A}B; \\
\overline{\overline{AB} + \bar{A}\bar{B}} &= AB + \bar{A}\bar{B}; \\
(A + B)(B + C)(A + C) &= AB + BC + AC; \\
(A + B)(\bar{A} + C) &= AC + \bar{A}B; \\
AC + AB + B\bar{C} &= AC + B\bar{C}; \\
(A + B)(B + C)(\bar{A} + C) &= (A + B)(\bar{A} + C).
\end{aligned}$$

Логические операции ИЛИ и И представляют собой двоичные функции с числом переменных не менее двух. Причем, имея n двоичных переменных, можно составить 2^{2^n} функций. Например, при $n = 2$ число функций для двух двоичных переменных равно $2^{2^2} = 2^4 = 16$. Для этих функций значения истинности даны в табл. 3.3. Под таблицей приведено их описание. Английские названия самых распространенных функций приведены в скобках.

Таблица 3.3

| x | y | F_0 | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | F_6 | F_7 | F_8 | F_9 | F_{10} | F_{11} | F_{12} | F_{13} | F_{14} | F_{15} |
|------------------|-----|-------|-------|-------|-------|----------|-------|--------------|------------|-------|-----------|----------|-----------|------------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| Символ оператора | | / | | / | | \oplus | + | \downarrow | \uparrow | - | \subset | - | \supset | \uparrow | | | |

| | | |
|---|-----------------------|--------------------------|
| $F_0 = 0$ | | Функция эквивалентна 0 |
| $F_1 = x \cdot y$ | И (AND) | x И y |
| $F_2 = x \cdot \bar{y}$ | ЗАПРЕТ | x , но не y |
| $F_3 = x$ | | Функция эквивалентна x |
| $F_4 = \bar{x} \cdot y$ | ЗАПРЕТ | y , но не x |
| $F_5 = y$ | | Функция эквивалентна y |
| $F_6 = \bar{x}y + x\bar{y}; x \oplus y$ | ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ (XOR) | x или y , но не оба |
| $F_7 = x + y$ | ИЛИ (OR) | x ИЛИ y |
| $F_8 = \overline{(x + y)} + x \downarrow y$ | ИЛИ-НЕ (NOR) | Инвертированное ИЛИ |
| $F_9 = \bar{x}\bar{y} + xy = x \odot y$ | ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ | x эквивалентно y |
| $F_{10} = \bar{y}$ | ИНВЕРСИЯ | НЕ y |
| $F_{11} = x + \bar{y} = x \subset y$ | ИМПЛИКАЦИЯ | Если y , то x |
| $F_{12} = \bar{x}$ | ИНВЕРСИЯ | НЕ x |
| $F_{13} = \bar{x} + y = x \supset y$ | ИМПЛИКАЦИЯ | Если x , то y |
| $F_{14} = \overline{(xy)} = x \uparrow y$ | И-НЕ (NAND) | инвертированное И |
| $F_{15} = 1$ | | Функция эквивалентна 1 |

Двоичные функции могут быть выражены одна через другую. Если в качестве примера взять функции НЕ, И и ИЛИ, то все функции рассматриваемой таблицы могут быть выражены с помощью лишь двух из этих трех функций при условии, что одна из них будет НЕ. Поскольку функции F_8 и F_{14} точно соответствуют этому условию, значит с помощью любой из них можно получить и все остальные.

3.4.2.2. Решение логических задач с помощью математической логики

Рассмотрим следующую логическую задачу.

На станцию прибывают три эшелона с грузами. По характеру грузов и техническим характеристикам разгрузочных площадок первый эшелон (A) может разгружаться на первом или втором пути; второй (B) – на первом или третьем пути; третий (C) – на втором или третьем пути. Возникает вопрос о возможности одновременной разгрузке трех эшелонов при условии, что на одном пути может разгружаться только один эшелон.

Возможности разгрузки каждого из эшелонов выразим следующим образом:

$$A_1 + A_2; B_1 + B_3; C_2 + C_3.$$

Чтобы определить возможность одновременной разгрузки эшелонов, образуем конъюнкцию (умножение) написанных выше сумм:

$$\begin{aligned} (A_1 + A_2) \cdot (B_1 + B_3) \cdot (C_2 + C_3) &= (A_1B_1 + A_1B_3 + A_2B_1 + A_2B_3) \cdot (C_2 + C_3) = \\ &= \underbrace{A_1B_1C_2}_0 + \underbrace{A_1B_1C_3}_0 + A_1B_3C_2 + \underbrace{A_1B_3C_3}_0 + \underbrace{A_2B_1C_2}_0 + A_2B_1C_3 + \\ &\quad + \underbrace{A_2B_3C_2}_0 + \underbrace{A_2B_3C_3}_0 = A_1B_3C_2 + A_2B_1C_3. \end{aligned}$$

Нули логических выражений означают несовместимость условий: на одном пути не могут разгружаться два и более эшелонов. Полученный результат интерпретируется следующим образом. Возможны два варианта разгрузки эшелонов.

Вариант 1. Эшелон A – на первом пути; эшелон B – на третьем пути; эшелон C – на втором пути.

Вариант 2. Эшелон A – на втором пути; эшелон B – на первом пути; эшелон C – на третьем пути.

Не всегда при упрощении логических формул получаются такие простые результаты, но без применения методов алгебры логики они едва ли достижимы.

3.4.2.3. Способы представления сложных высказываний

Если сложное высказывание представляет собой сумму произведений простых высказываний (или их отрицаний), то говорят, что такое сложное высказывание представлено в *дизъюнктивной нормальной форме* (ДНФ). В качестве примера:

$$x = \overline{C}AB + AC\overline{B}; x = A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + ABC; x = ABC + \overline{AB} + A\overline{B}\overline{C}.$$

В третьем сложном высказывании, в отличие от первого и второго, во втором слагаемом отсутствует C (или \bar{C}).

Когда каждое слагаемое (здесь под слагаемым понимается произведение простых высказываний) состоит из всех простых высказываний или их отрицаний, то такое сложное высказывание имеет *совершенную дизъюнктивную нормальную форму* (СДНФ).

Наибольший интерес, с точки зрения минимизации, представляют сложные высказывания, записанные в СДНФ. В связи с этим рассмотрим порядок перехода от ДНФ к СДНФ. Пусть имеется высказывание $x = A\bar{B} + AB\bar{C}$, тогда переход к СДНФ можно выполнить, умножая первое слагаемое на $C + \bar{C} = 1$:

$$x = A\bar{B}(C + \bar{C}) + AB\bar{C}; \quad x = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}.$$

Если сложное высказывание представляет собой произведения сумм, состоящих из простых высказываний (или их отрицаний), то такое сложное высказывание имеет *конъюнктивную нормальную форму* (КНФ). Например:

$$x = (A + B) \cdot (\bar{B} + C); \quad x = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B).$$

В свою очередь, как *совершенную конъюнктивную нормальную форму* (СКНФ) принято считать сложное высказывание, представленное в виде произведения, состоящего из сумм, причем в каждую из них входят все простые высказывания (или их отрицания). В качестве примера:

$$x = (A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + C).$$

Переход от КНФ к СКНФ выполняется следующим образом. Пусть дано, что $x = (A + B)\bar{A}$. Умножаем \bar{A} на $B + \bar{B} = 1$;

$$x = (A + B) \cdot \bar{A} \cdot (B + \bar{B}) = (A + B)(\bar{A}B + \bar{A}\bar{B}).$$

На основании закона двойственности запишем:

$$\bar{A}B + \bar{A}\bar{B} = (\bar{A} + B)(\bar{A} + \bar{B}),$$

в результате чего получим

$$x = (A + B)\bar{A} = (A + B)(\bar{A} + B)(\bar{A} + \bar{B}).$$

3.4.2.4. Минимизация сложных высказываний

Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная формы применяются при выполнении задач минимизации сложных логических высказываний. Под минимизацией понимают такие действия над данной формулой, в результате которых получают новую формулу, содержащую меньшее количество букв.

Рассмотрим один из способов минимизации, при котором используется геометрический подход [9].

Представим себе куб (рис. 3.14, а), вдоль ребер которого осуществляется движение. Направления движения указаны стрелками A , B и C . Исходным пунктом служит вершина куба, к которой направлены стрелки (если пользоваться понятиями аналитической геометрии, можно сказать, что начало системы координат находится в этой вершине).

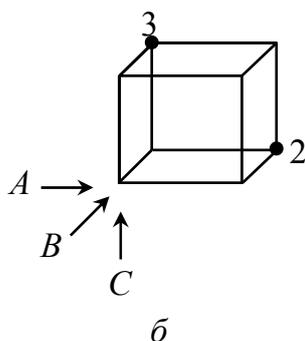
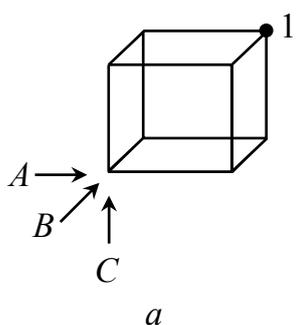


Рис. 3.14. Куб:
а) $x = ABC$;
б) $x = ABC + \overline{ABC}$

Как попасть из исходной точки в другую вершину, например в ту, которая обозначена цифрой 1? Путь к вершине 1 проходит последовательно вдоль ребер, совпадающих с направлениями стрелок A , B и C (разумеется последовательность может быть и другой).

Рассмотрим еще две вершины: 2 и 3 (рис. 3.14, б). В вершину 2 можно попасть, последовательно двигаясь по направлениям A и B . Отсутствие движения по направлению C обозначаем как \overline{C} . Вершине 1 соответствует тройка букв A, B, C , вершине 2 – $AB\overline{C}$, а вершине 3 – $\overline{A}BC$.

Если дано произвольное сложное высказывание, написанное в СДНФ, в которую входят трехбуквенные произведения, то каждому произведению соответствует определенная вершина куба. Справедливо и обратное: каждой вершине куба соответствует произведение трех простых высказываний.

Например, высказывание

$$x = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

изображается точками 1, 2, 3 и 4 куба (рис. 3.15, а), а точкам куба на рис. 3.15, б соответствует формула

$$x = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}.$$

Рассмотрим куб на рис. 3.15, в, на котором отмечены две точки: 1 и 2. Этим точкам соответствует сложное высказывание

$$x = A\overline{B}\overline{C} + ABC.$$

В этом сложном высказывании можно вынести AB за скобки, т. е. произвести слияние по букве C :

$$x = AB \cdot \underbrace{(\bar{C} + C)}_{=1}; \quad x = AB.$$

Для сложного высказывания

$$x = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC,$$

изображенного на рис. 3.15, б, можно выполнить слияние по C (для первого и второго произведений) и по A (для третьего и четвертого произведений):

$$x = \bar{A}\bar{B} \underbrace{(\bar{C} + C)}_{=1} + BC \underbrace{(\bar{A} + A)}_{=1}; \quad x = \bar{A}\bar{B} + BC.$$

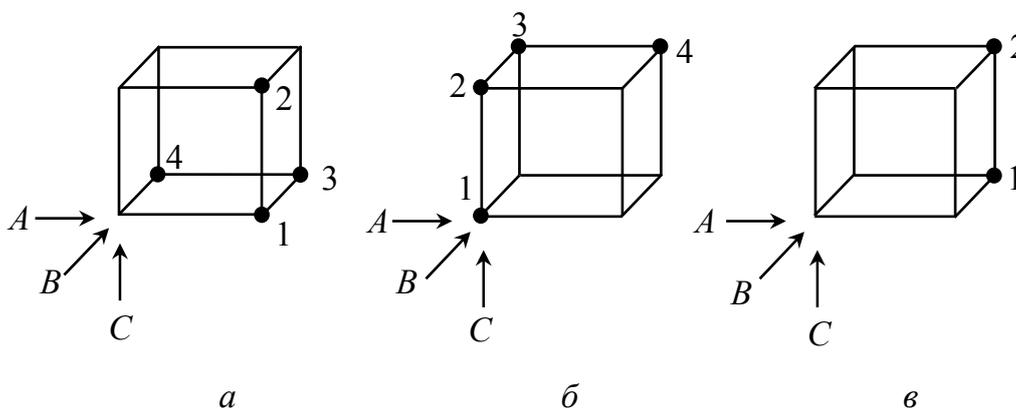


Рис. 3.15. Куб: а) $x = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$;

б) $x = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$; в) $x = \bar{A}\bar{B} + BC$

На основании рассмотренных примеров можно написать правило минимизации сложных трехбуквенных высказываний, написанных в СДНФ:

1. Отмечаем вершины куба, которые соответствуют трехбуквенным произведениям.

2. Если какие-либо две из отмеченных вершин лежат на одном ребре, для этих вершин вместо двух трехбуквенных произведений записываем одно двухбуквенное (производим слияние по букве, для которой соответствующее ей направление совпадает с направлением ребра, к которому принадлежат отмеченные вершины).

На практике могут встречаться сложные высказывания, отдельные произведения которых содержат по четыре буквы. И в этом случае может быть применен геометрический подход к минимизации сложных высказываний.

Как известно, куб имеет три измерения: ширину, высоту и глубину, которые обозначим буквами A , B и C , соответствующими простым высказываниям. Поэтому введем в рассмотрение искусственный куб с четырьмя измерениями (рис. 3.16, а). Четвертое измерение получается при

движении внутрь от вершин большого куба к соответствующим вершинам малого куба.

Рассмотрим использование четырехмерного куба для изображения сложных высказываний. Пусть имеется высказывание

$$x = \underbrace{\overline{A}BCD}_1 + \underbrace{AB\overline{C}\overline{D}}_2,$$

которое дано в СДНФ. Четырехбуквенные произведения соответствуют точкам 1 и 2. И в этом случае движение совершается по стрелкам A, B и C ; кроме того, поскольку в четырехбуквенном произведении содержится буква D , имеется движение от достигнутой вершины большого (внешнего) куба внутрь к соответствующей вершине малого (внутреннего) куба. Если в четырехбуквенном произведении содержится буква \overline{D} , то никакого движения внутрь нет.

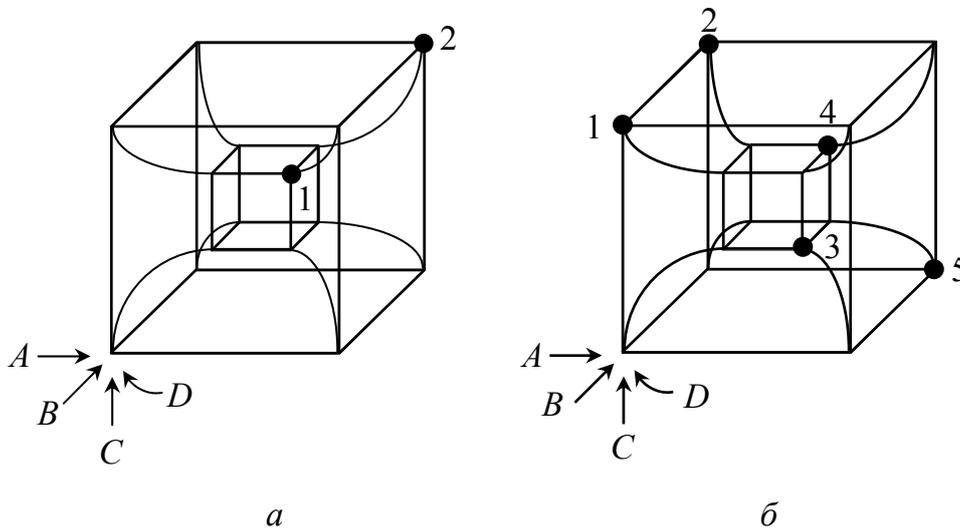


Рис. 3.16. Четырехмерный куб: а) $x = \overline{A}BCD + AB\overline{C}\overline{D}$; б) $x = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + ABCD + AB\overline{C}\overline{D}$

И в этом случае существует обратное соответствие: вершинам четырехмерного куба соответствуют строго определенные четырехбуквенные произведения. Например, кубу на рис. 3.16, б соответствует логическая формула

$$x = \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}}_1 + \underbrace{\overline{A}BC\overline{D}}_2 + \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}D}_3 + \underbrace{ABCD}_4 + \underbrace{AB\overline{C}\overline{D}}_5.$$

Правило минимизации сложных логических высказываний, содержащих четырехбуквенные произведения, заключается в следующем:

1. Отмечаются вершины куба, которые соответствуют четырехбуквенным произведениям.

2. Если какие-либо две из отмеченных вершин лежат на одном ребре (здесь в понятие «ребро» включается и мысленная линия, которая соединяет соответствующие вершины двух кубов), то для такого ребра вместо двух четырехбуквенных произведений пишется одно трехбуквенное (выполняется слияние в направлении буквы, для которой соответствующее ей направление совпадает с ребром с отмеченными вершинами).

Если сначала произвести слияние по букве D , то получится обыкновенный трехмерный куб.

В качестве примера минимизации рассмотрим сложное высказывание

$$x = \underbrace{\overline{A}BC\overline{D}}_1 + \underbrace{A\overline{B}C\overline{D}}_2 + \underbrace{AB\overline{C}D}_3 + \underbrace{A\overline{B}C\overline{D}}_4,$$

которому соответствует куб на рис. 3.17, *a*.

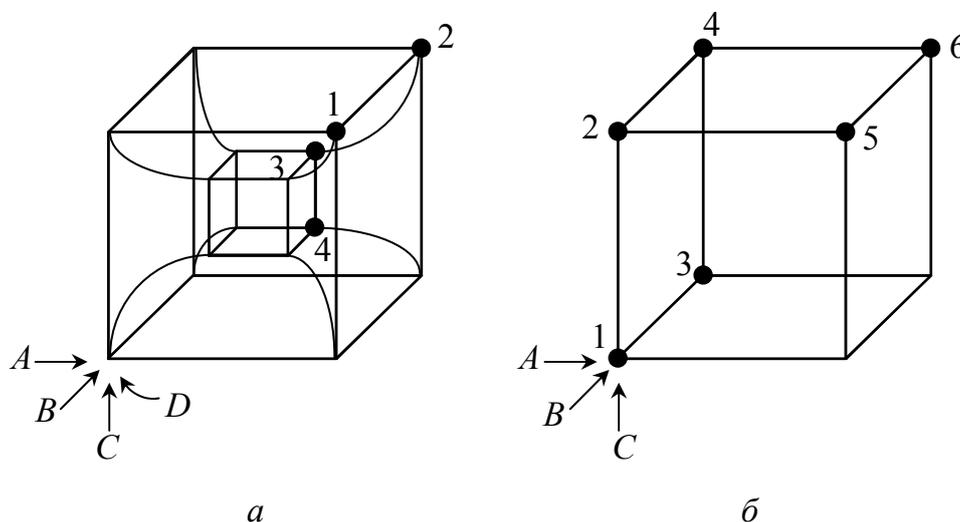


Рис. 3.17. Куб: *a)* $x = \overline{A}BC\overline{D} + ABC\overline{D} + AB\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D}$;
б) $x = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

Минимизация осуществляется с использованием ребер, соединяющих отмеченные вершины. На рис. 3.17, *a* используются два ребра между точками 1–2 и 3–4. Для этих ребер можно записать

$$x = AC\overline{D}(\overline{B} + B) + ABD(C + \overline{C}),$$

что по существу представляет собой слияние по буквам B и C .

Окончательно получаем $x = AC\overline{D} + ABD$.

Несмотря на простоту геометрического подхода к минимизации, в некоторых случаях конечный результат зависит от выбора ребер, по которым производится слияние. Рассмотрим для примера сложное высказывание, представленное следующей таблицей истинности:

| A | B | C | x |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Тому же высказыванию, записанному в СДНФ,

$$x = \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}_1 + \underbrace{\overline{A}\overline{B}C}_2 + \underbrace{\overline{A}B\overline{C}}_3 + \underbrace{\overline{A}BC}_4 + \underbrace{A\overline{B}\overline{C}}_5 + \underbrace{ABC}_6$$

соответствует куб на рис. 3.17, б.

Выполнив слияние по ребрам 1–3, 2–4, 5–6, получим

$$x = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}C + AC; \quad x = \overline{A}(\overline{C} + C) + AC$$

или

$$x = \overline{A}\overline{C} + C(\overline{A} + A) = \overline{A}\overline{C} + C.$$

Если выполнить слияние по ребрам 1–2, 2–5, 3–4 и 4–6, то получим

$$x = \overline{A}\overline{B} + \overline{B}C + \overline{A}B + BC; \quad x = \overline{A}(\overline{B} + B) + C(\overline{B} + B); \quad x = \overline{A} + C.$$

В первом случае слияние выполнено по трем ребрам, а во втором – по четырем. Во втором случае получен более простой результат. Результаты эквивалентны. Проверку можно выполнить, составив таблицу истинности.

3.4.3. Физические основы ЭВМ

Физическая реализация математических и логических операций может быть осуществлена с помощью самых разных элементов: механических, пневматических, гидравлических, электрических, электронных и др. В этом разделе будет рассмотрена реализация логических функций с помощью электрических схем.

3.4.3.1. Реализация основных логических функций

Рассмотрим ряд электрических схем, реализующих основные логические функции. Эти схемы содержат электрические контакты, сопротивления, источник тока и индикатор выполнения логической операции – лампочку. Представим эти схемы по порядку.

1. Операция логического сложения (ИЛИ) – лампа горит, когда замкнут хотя бы один из двух ключей (A или B) (рис. 3.18, а).

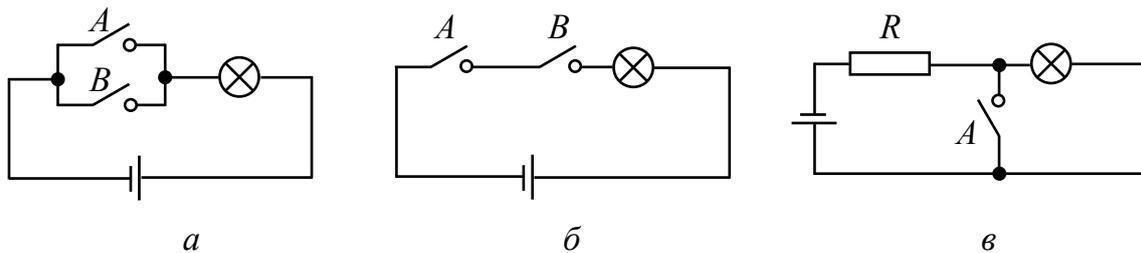


Рис. 3.18. Электрическая реализация логических операций:
а) ИЛИ; б) И; в) НЕ

2. Операция логического умножения (И) – лампа горит только тогда, когда замкнуты оба ключа (A и B) (рис. 3.18, б).

3. Операция логического отрицания (НЕ) – лампа горит, когда не замкнут ключ (рис. 3.18, в). Сопротивление R предназначено для защиты источника тока от короткого замыкания.

4. Операция отрицания логического суммирования (ИЛИ-НЕ) – лампочка горит, если НЕ замкнут ни один из ключей A ИЛИ B (рис. 3.19, а).

5. Операция отрицания логического умножения (И-НЕ) – лампа горит, если не замкнуты одновременно оба ключа A и B (рис. 3.19, б).

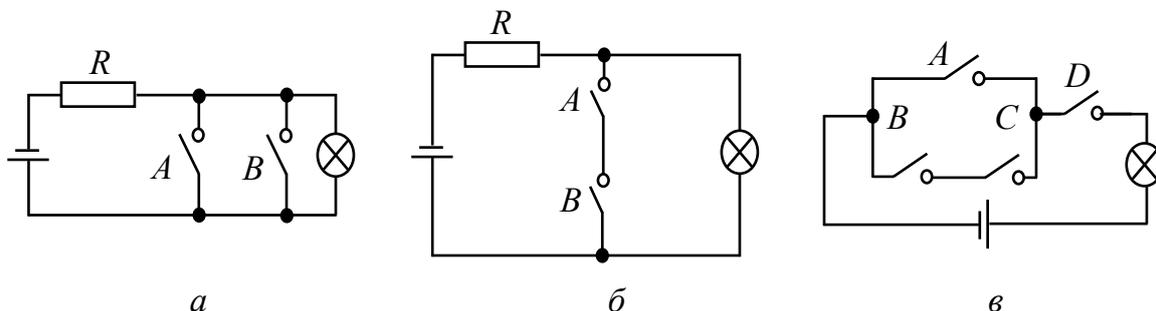


Рис. 3.19. Электрическая реализация логических операций и функции x :
а) ИЛИ-НЕ; б) И-НЕ; в) $x = (A + BC)D$

С помощью электрических ключей могут быть реализованы сложные логические высказывания. На рис. 3.19, в показана схема реализации высказывания $x = (A + BC)D$.

На практике многие логические устройства реализуются с помощью электромагнитных реле. Контакты реле могут быть нормально разомкнутые (замыкаются при протекании тока через обмотку реле), нормально замкнутые (размыкаются при протекании тока через обмотку реле), переключающие (состоят из пары нормально разомкнутых и пары нормально замкнутых контактов). На рис. 3.20 представлены принятые изображения обмотки реле и контактов различных видов.



Рис. 3.20. Обмотка и контакты электромагнитного реле

Приведем электрические схемы реализации логических операций с помощью реле.

На рис. 3.21 показана схема И с тремя входами A , B и C . По-прежнему индикатором выполнения логической функции служит лампочка. Один из выводов обмотки каждого реле подключен к общему проводу питания, а на другой вывод обмотки подаются управляющие сигналы, соответствующие простым высказываниям A , B и C . Нормально разомкнутые контакты a , b и c всех реле последовательно включены в электрическую цепь, содержащую источник питания и лампочку.

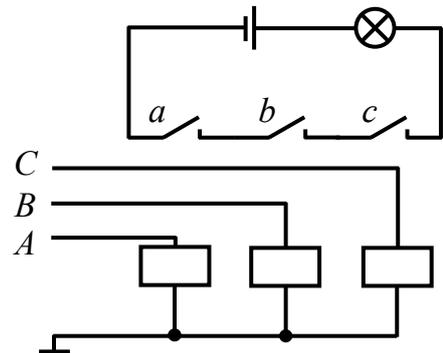


Рис. 3.21. Реализация логической операции И

На рис. 3.22, *а* показана схема ИЛИ с тремя входами A , B и C . В отличие от предыдущей схемы нормально разомкнутые контакты включены параллельно по отношению к источнику питания и лампочке. При подаче сигнала на любой из входов замыкается соответствующий контакт в цепи и загорается лампочка.

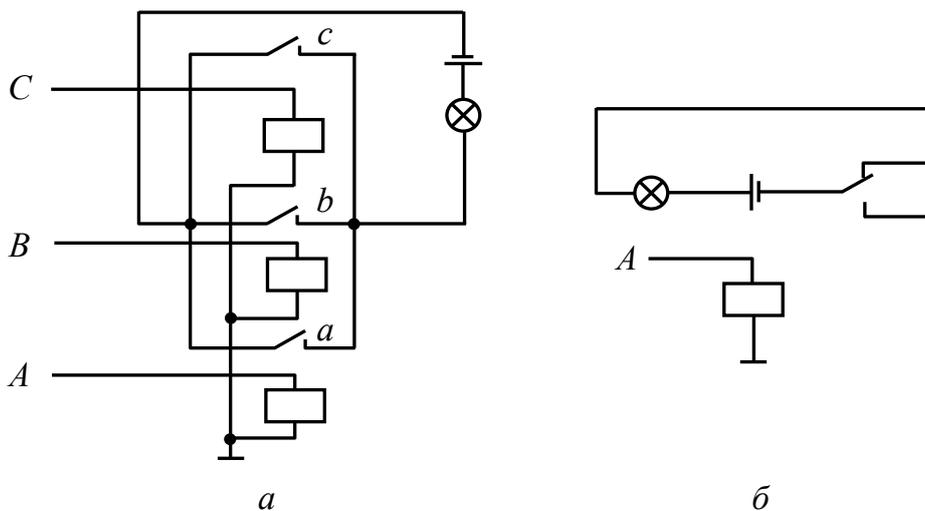


Рис. 3.22. Реализация логических операций: *а* – ИЛИ; *б* – НЕ

Для реализации логического отрицания используется одно реле с переключающими контактами (рис. 3.22, б). При подаче сигнала на вход A реле срабатывает, контакты переключаются и лампочка гаснет.

На рис. 3.23 представлены две логические схемы. Схема (а) реализует функцию $x = (AB + C)D + E$, а схема (б) – так называемая схема девиаторного ключа. На схемах обмотки реле не показаны.

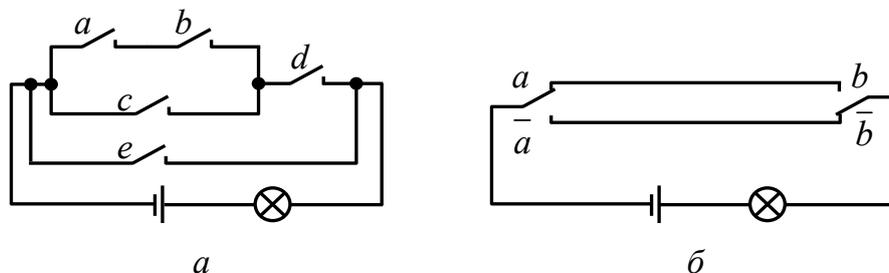


Рис. 3.23. Реализация логических функций:
 а) $x = (AB + C)D + E$; б) $x = ab + \bar{a}\bar{b}$ (девиаторный ключ)

Схема девиаторного ключа имеет практическое применение. На ее основе можно осуществить электропроводку, обеспечивающую включение и отключение электролампы двумя выключателями, расположенными в различных местах здания.

3.4.3.2. Логические схемы с полупроводниковыми элементами

В современной вычислительной технике применяются исключительно полупроводниковые логические схемы. В логических схемах полупроводниковые элементы работают в режиме переключения, при котором сопротивление электрической цепи существенно изменяется.

Логические схемы И и ИЛИ можно реализовать с помощью полупроводниковых диодов. Диоды обладают односторонней проводимостью. Их сопротивление току в прямом направлении очень мало, а в обратном направлении велико. Поэтому можно считать, что диод проводит ток лишь в прямом направлении, когда потенциал анода положителен относительно потенциала катода. Если на катод подано положительное напряжение достаточной величины, ток через диод прекращается. Это равносильно разрыву электрической цепи (ее сопротивление становится очень большим). В логических схемах, выполненных на диодах, именно путем подачи на катод положительного (управляющего) напряжения от дополнительного источника или от другой логической схемы осуществляется запираение диода.

Для обеспечения нормальной работы диодов в логических схемах необходимо учитывать допустимые значения тока и обратного (запирающего) напряжения, которые не следует превышать.

На рис. 3.24, *а* представлена *диодно-резисторная* схема И с двумя входами. Полярность входных сигналов положительна. На временной диаграмме (рис. 3.24, *б*) видно, что сигнал на выходе появляется в то время, когда на оба входа одновременно поступают сигналы.

Схема работает следующим образом. При отсутствии входных сигналов (потенциал в точках Вход 1 и Вход 2 равен нулю) от источника U через сопротивление R и диоды в прямом направлении протекает ток к входам. Образуется делитель напряжения, состоящий из сопротивления R и диодов, соединенных параллельно. Сопротивление резистора R выбирается в десятки раз больше сопротивления диодов в прямом направлении. При открытых диодах потенциал на выходе будет приблизительно равен нулю. Потенциал на выходе не изменится заметно при наличии сигнала только на одном входе, т. к. другой диод остается открытым. Если же оба диода будут заперты в результате подачи на входы положительных сигналов, то потенциал на выходе скачкообразно возрастет почти до $+U$.

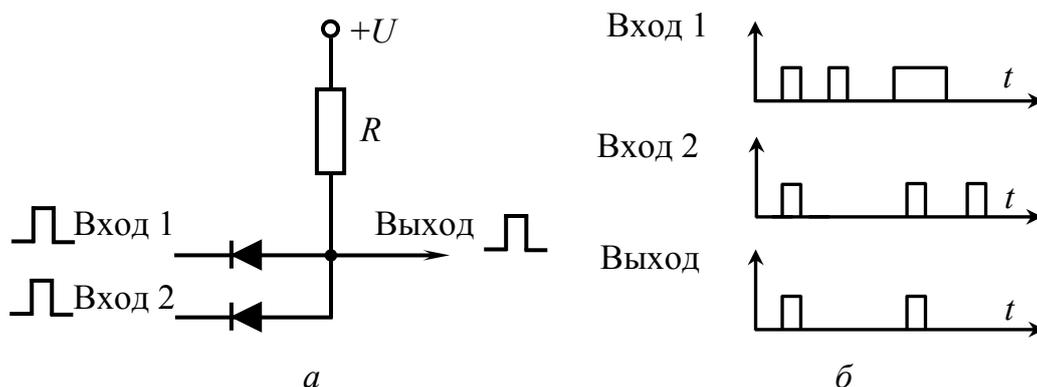


Рис. 3.24: *а* – диодно-резисторная схема И; *б* – временная диаграмма схемы

С помощью диодов и резисторов можно реализовать и логическую схему ИЛИ (рис. 3.25, *а*).

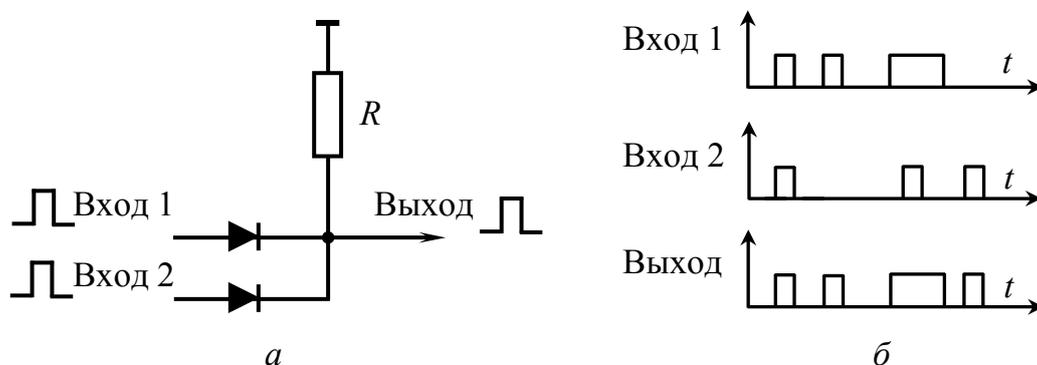


Рис. 3.25: *а* – диодно-резисторная схема ИЛИ;
б – временная диаграмма схемы

Схема работает следующим образом. При отсутствии сигналов на входах потенциал на выходе равен нулю, т. к. второй конец резистора R также является заземленным. Если на какой-либо из входов поступает положительный импульс, то через соответствующий диод протекает ток. Потенциал в средней точке делителя, образованного диодом (диодами) и резистором R , будет приблизительно равен верхнему уровню импульса, поскольку и в этом случае сопротивление R выбирается во много раз большим сопротивления открытого диода. Из временной диаграммы (рис. 3.25, б) видно, что сигнал на выходе появляется тогда, когда хотя бы на один вход подан импульс.

Кроме схем, реализующих простые логические функции, существуют *диодно-резисторные схемы комбинаций И и ИЛИ*. С помощью схемы, представленной на рис. 3.26, реализуется логическая функция $x = AB + CD$. Схема состоит из двух схем И ($D_1D_2R_1$ и $D_3D_4R_2$) и одной схемы ИЛИ ($D_5D_6R_3$), все для положительных сигналов.

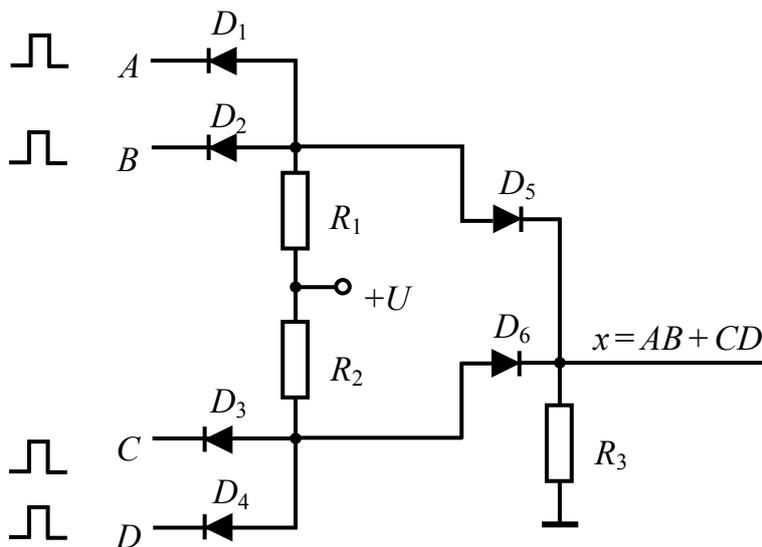


Рис. 3.26. Диодно-резисторная схема для функции $x = AB + CD$

При реализации логических схем полезно помнить формулы де Моргана из алгебры логики

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}; \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B},$$

согласно которым схема ИЛИ для положительных сигналов превращается в схему И для отрицательных сигналов, и наоборот.

Достоинством диодно-резисторных логических схем является их простота, а недостатком – ослабление сигнала на выходе, т. е. то, что амплитуда выходного сигнала получается меньше амплитуды входного. Из-за ослабления сигнала не принято соединять последовательно более двух диодно-резисторных логических схем.

Транзисторы являются важнейшими элементами в схемах современных вычислительных машин. В транзисторных логических схемах входные сигналы также изменяются скачкообразно между двумя уровнями, один из которых принимают за логический 0, а другой – за логическую 1. Транзисторы обычно работают в так называемом ключевом режиме, который характеризуется тем, что транзистор или полностью заперт (режим отсечки), или полностью открыт (режим насыщения). Сопротивление участка эмиттер – коллектор изменяется от долей Ома (открыт) до десятков и сотен килоом (заперт). В схемах с общим эмиттером транзистор запирается путем подачи на его базу сигналов соответствующей полярности (отрицательной для $n-p-n$ транзисторов).

Простейшей транзисторной логической схемой является инвертор (рис. 3.27), который реализует функцию НЕ. Когда на вход инвертора подается сигнал положительной полярности, на его выходе получается сигнал отрицательной полярности, и наоборот. Благодаря усилительным свойствам транзистора инвертор очень удобен для совместной работы с диодно-резисторными схемами; при этом образуется схема диодно-транзисторной логики (ДТЛ). На рис. 3.28, в качестве примера, представлена диодно-транзисторная схема для функции И-НЕ.

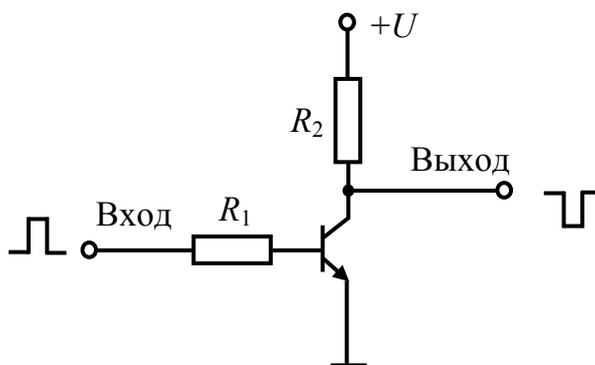


Рис. 3.27. Транзисторный инвертор

Диоды D_1 и D_2 (рис. 3.28) совместно с резистором R_1 образуют схему И для положительных сигналов. Диоды D_3 и D_4 определяют пороговое напряжение срабатывания инвертора. При открывании и насыщении транзистора T напряжение на выходе близко к нулю. Это напряжение логического нуля, и оно образуется при подаче сигналов логической единицы на все входы схемы (в этом случае диоды D_1 и D_2 заперты, а D_3 и D_4 открыты).

Наибольшее применение в современной вычислительной технике транзисторы находят не как отдельные дискретные элементы, а как часть интегральных схем.

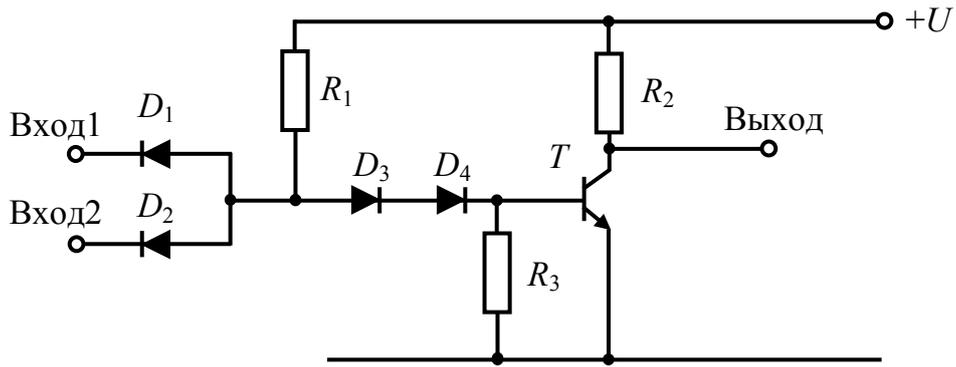


Рис. 3.28. Диодно-транзисторная схема для функции И-НЕ

Чтобы не вычерчивать электрических схем логических элементов, их принято изображать в условном виде. Условные обозначения логических элементов приведены на рис. 3.29. На рис. 3.30 показаны некоторые эквивалентные логические схемы в принятых обозначениях.

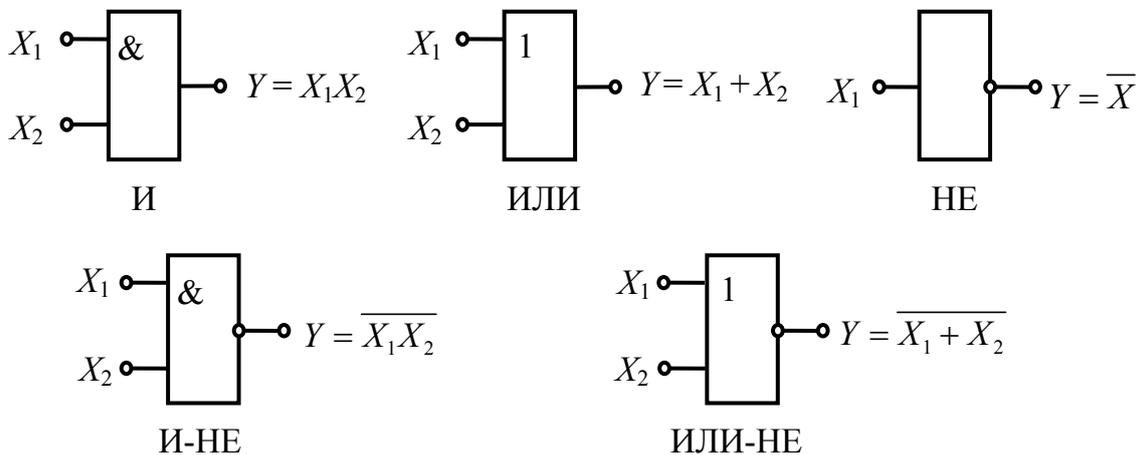


Рис. 3.29. Обозначения логических элементов по ГОСТ 2.743-82

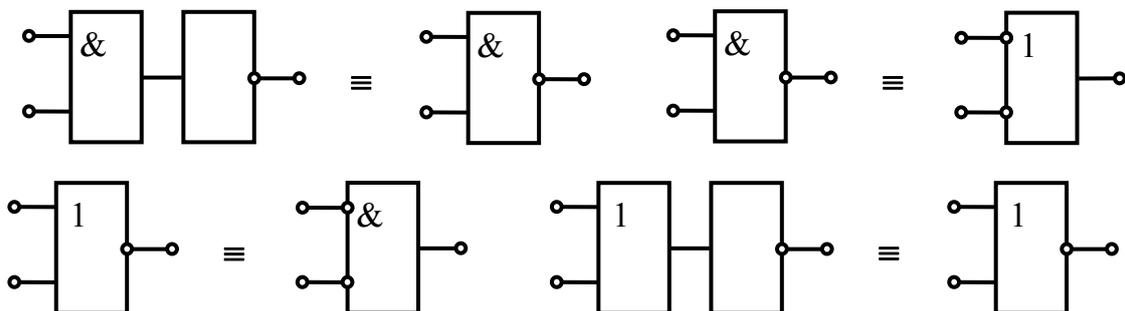


Рис. 3.30. Эквивалентные обозначения

Кружки на сторонах прямоугольника обозначают инвертирование сигналов на входе или выходе логического элемента. Знак & внутри прямоугольника означает операцию логического умножения, а знак 1 –

операцию логического сложения. Отсутствие знака внутри прямоугольника означает повторение входного сигнала на выходе логического элемента.

В качестве примера рассмотрим схему реализации функции $x = (AB + C)D + E\bar{F}$. Схема представлена на рис. 3.31.

Если замкнуть накоротко входы элементов И-НЕ или ИЛИ-НЕ, они будут работать как инверторы и осуществлять только функцию НЕ. Ранее было показано, что с помощью элемента И-НЕ можно реализовать все функции двух переменных. Примеры такой реализации приведены на рис. 3.32.

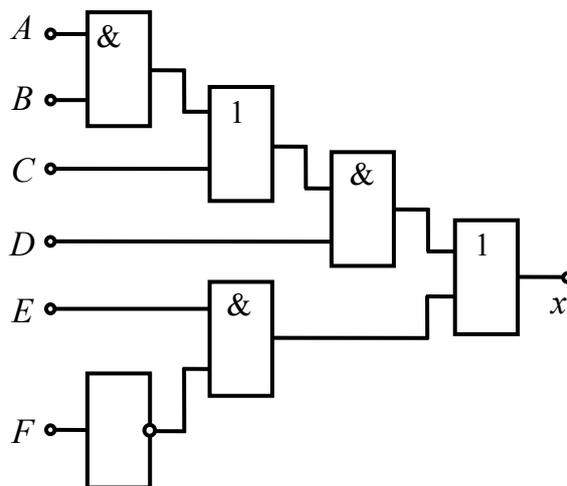


Рис. 3.31. Логическая схема для функции $x = (AB + C)D + E\bar{F}$

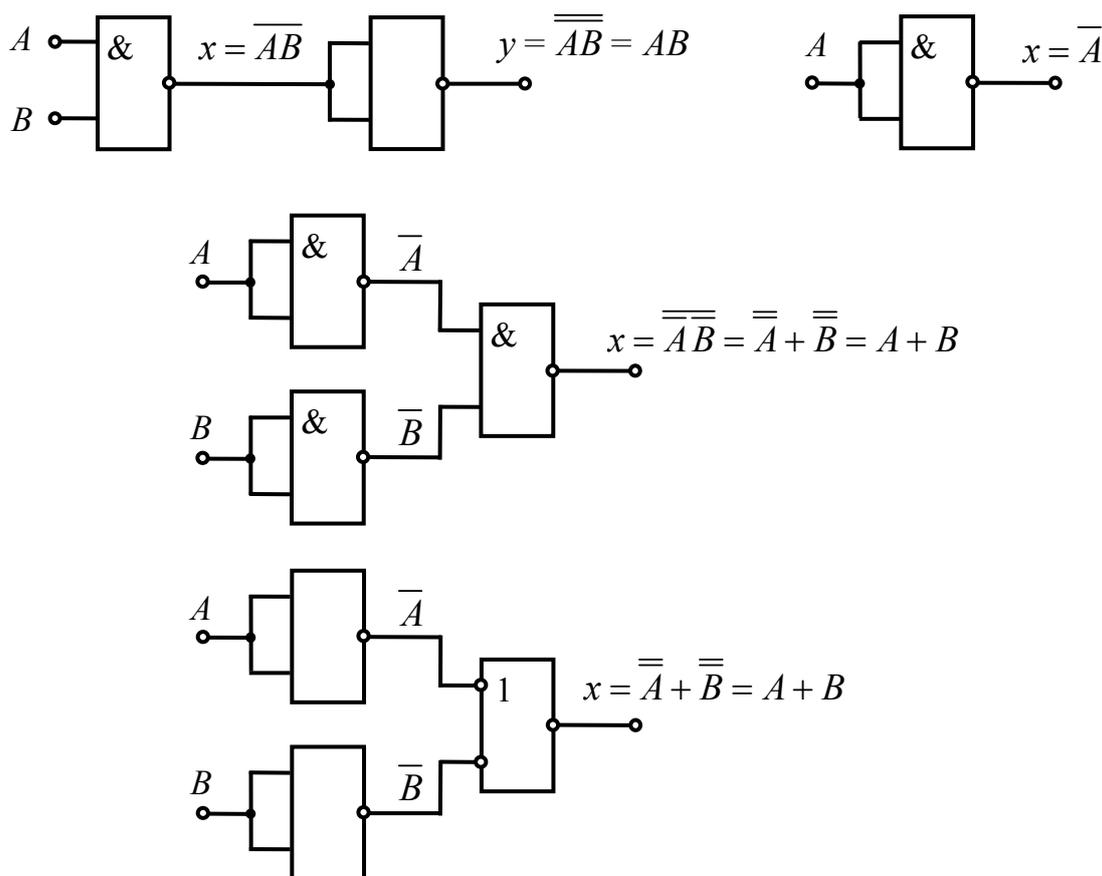


Рис. 3.32. Выражение функций И, НЕ и ИЛИ с помощью логического элемента И-НЕ

3.4.4. Шифраторы и дешифраторы

ЭВМ работает в двоичной системе счисления, и для обеспечения диалога человек – машина необходимо преобразование вводимой и выводимой информации. Поэтому при вводе в ЭВМ исходных данных необходимо осуществить их преобразование из десятичной системы в двоичную, а результат вычислений при его выводе преобразовать из двоичной системы в десятичную.

Шифратор представляет собой комбинационную схему, в которой из сигналов, поступающих на вход по m -линиям, генерируется двоичный код на n -линиях выхода. Шифраторы строятся на элементах ИЛИ, имеют 2^n (или меньше) входов и n выходов. Если $m = 2^n$, то шифратор называют полным.

Дешифратор – это комбинационная схема, которая строится на элементах И, имеет n входов и 2^n (или меньше) выходов.

3.4.4.1. Шифраторы

На рис. 3.33 представлена схема десятично-двоичного шифратора.

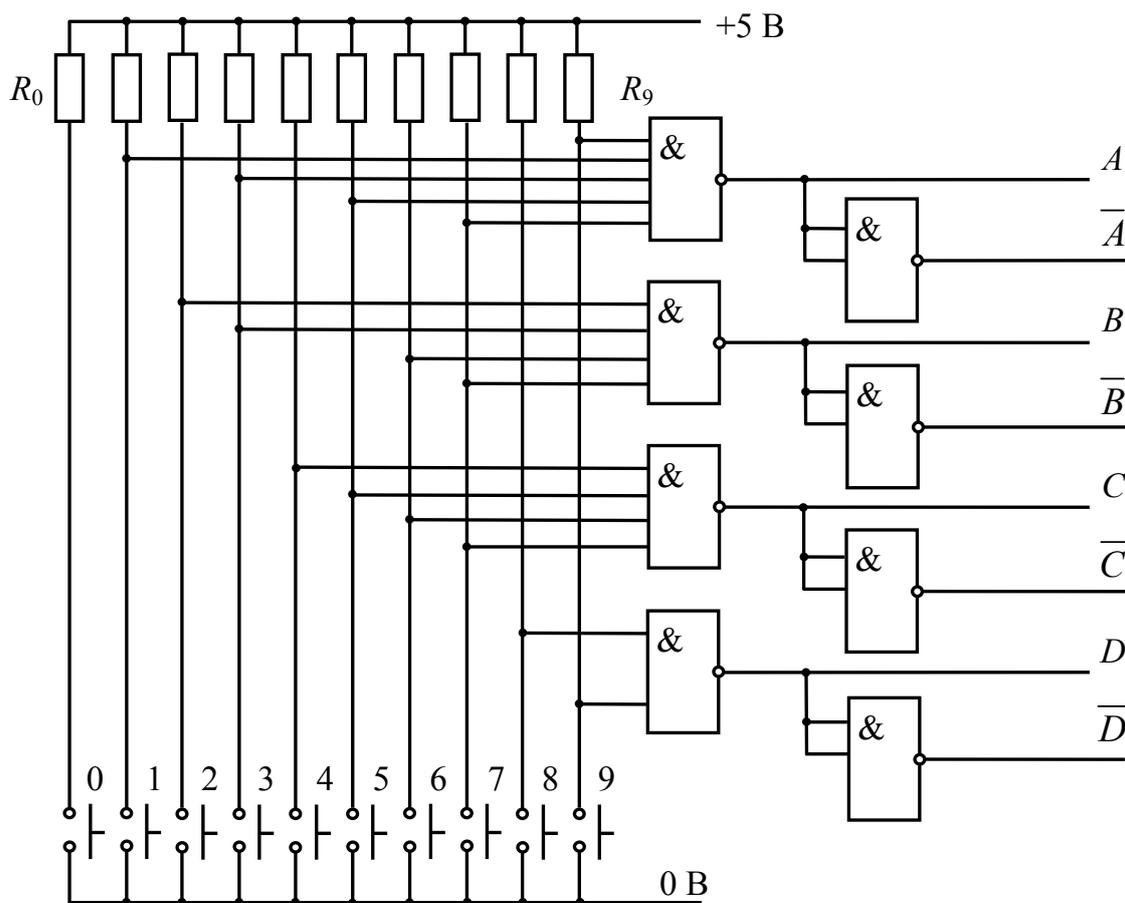


Рис. 3.33. Десятично-двоичный шифратор с механическими контактами

Входами шифратора служат механические контакты, которые при их замыкании подают потенциал 0 В на соответствующие входы элементов И-НЕ (в данном случае они работают как схемы ИЛИ для сигналов низкого уровня). Через резисторы R_0-R_9 на незадействованные входы подается потенциал около +5 В, т. е. логическая 1. Резистор R_0 поставлен для полноты схемы. Дополнительно включены четыре двухвходовых элемента И-НЕ, которые работают как инверторы для получения сигналов \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} и \bar{D} соответственно из сигналов A , B , C и D .

Другая схема десятично-двоичного шифратора (рис. 3.34) работает в соответствии с табл. 3.4.

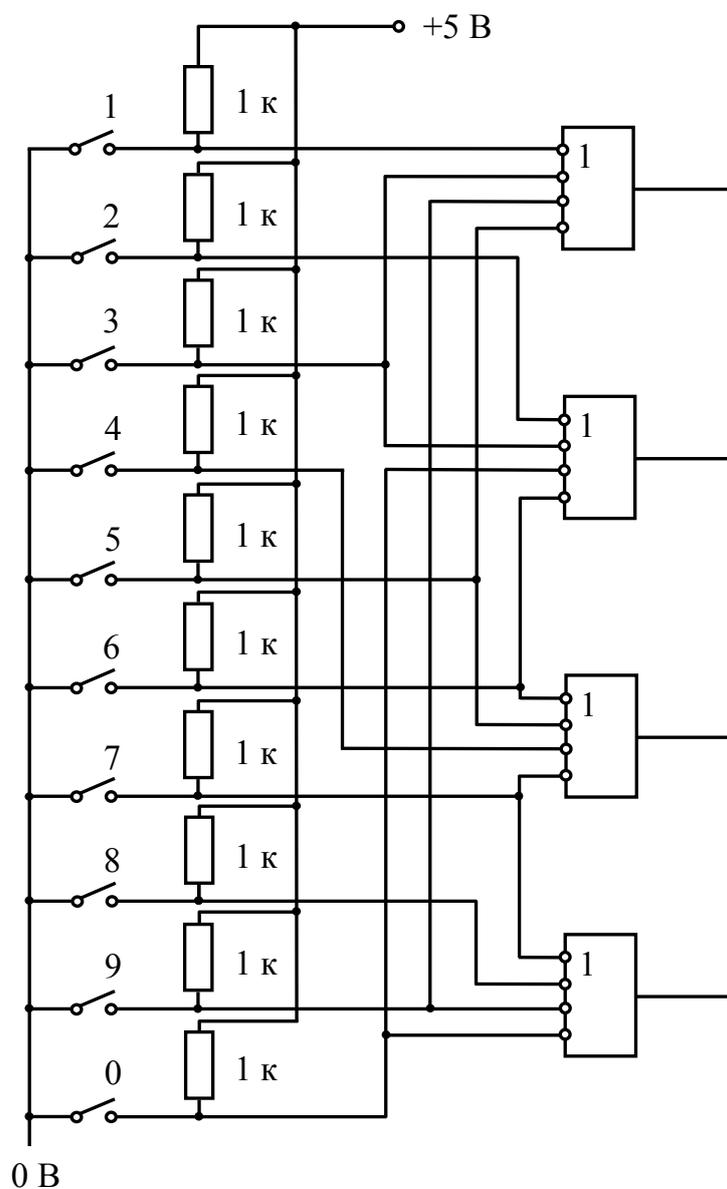


Рис. 3.34. Десятично-двоичный шифратор с элементами И-НЕ

Для шифрования используются одинаковые (четырёхходовые) элементы И-НЕ, которые в этом случае работают как схемы ИЛИ для сигналов с низким уровнем.

3.4.4.2. Дешифраторы

По способу построения различают следующие типы дешифраторов:

- матричные (прямоугольные, с параллельно включенными входами логических элементов);
- пирамидальные (с последовательным включением двухходовых логических элементов);
- каскадные (с предварительным группированием входных сигналов).

Обычно входы дешифраторов связаны с выходами (единичным и нулевым) триггеров различных регистров и счетчиков, если необходимо дешифровать, например, код операции, адрес слова в памяти и т. п.

Схема двоично-десятичного матричного дешифратора показана на рис. 3.35.

С помощью четырех триггеров можно отобразить шестнадцать двоичных чисел ($2^4 = 16$) от 0000 до 1111. Эта схема составлена в предположении, что двоичное число не превышает 1001. При этом дешифратор получается неполным (не может дешифровать все шестнадцать входных комбинаций), что дает возможность сделать его более экономичным. В схеме на рис. 3.35 использованы двух-, трех- и четырехходовые элементы И-НЕ, входы которых соединены параллельно. Дешифратор работает в соответствии с табл. 3.5.

Разряды чисел, обозначенные в таблице буквой X, не участвуют в дешифровании. Они могли бы играть роль, если бы дешифратор был полным. Например, для дешифрования числа 5 достаточно трех младших разрядов, т. к. если бы в четвертом разряде была единица, то это число равнялось бы 13. Для дешифрования чисел 8 и 9 достаточно только двух разрядов: первого и четвертого.

Выходы трех триггеров можно сгруппировать в пирамидальный дешифратор (рис. 3.36). Этот дешифратор будет полным, т. к. он имеет три входа и $2^3 = 8$ выходов, что соответствует числам от 0 до 7 в десятичной системе.

Таблица 3.4

| Десятичная цифра | Двоичное число |
|------------------|----------------|
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |
| 0 | 1010 |

Таблица 3.5

| Десятичная цифра | Двоичное число |
|------------------|----------------|
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | X010 |
| 3 | X 011 |
| 4 | X 100 |
| 5 | X 101 |
| 6 | X 110 |
| 7 | X 111 |
| 8 | 1 X X 0 |
| 9 | 1 X X 1 |

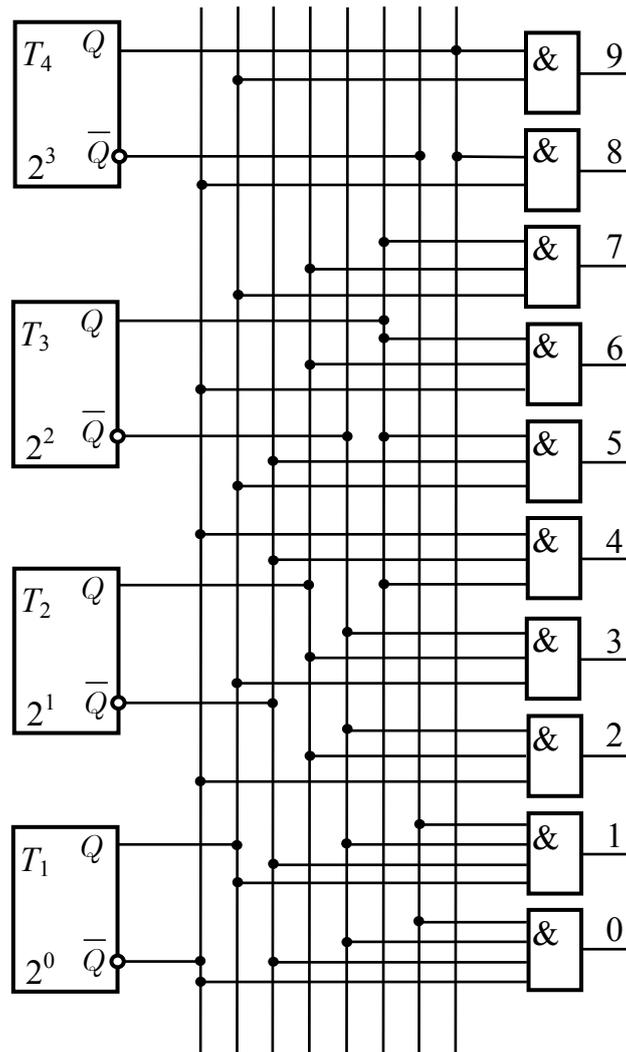


Рис. 3.35. Двоично-десятичный матричный дешифратор

В качестве примера рассмотрим применение дешифратора для создания «электронного советчика» для управления технологическим процессом.

Технологический процесс обеспечивает электронагрев воды в заданных пределах температур при ограничениях на ее солесодержание и рабочее давление. В этом процессе контролируются три параметра:

- а) температура, которая должна поддерживаться в пределах от 80 до 120 °С;
- б) солесодержание, которое не должно превышать 0,5 %;
- в) давление, которое не должно быть более 1 МПа.

Информация о ходе процесса поступает от четырех датчиков: *A* и *B* – термометры, *C* – солемер и *D* – манометр. Датчики являются пороговыми, т. е. их выходной сигнал изменяется (от 0 к 1 или от 1 к 0) при переходе через определенный порог.

В нашем случае:

$$A = \begin{cases} 1 & \text{при } t < 80 \text{ }^\circ\text{C}, \\ 0 & \text{при } t > 80 \text{ }^\circ\text{C}, \end{cases} \quad B = \begin{cases} 1 & \text{при } t > 120 \text{ }^\circ\text{C}, \\ 0 & \text{при } t < 120 \text{ }^\circ\text{C}, \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} 1 & \text{при солесодержании } > 0,5 \text{ } \%, \\ 0 & \text{при солесодержании } < 0,5 \text{ } \%, \end{cases} \quad D = \begin{cases} 1 & \text{при давлении } > 1 \text{ МПа}, \\ 0 & \text{при давлении } < 1 \text{ МПа}. \end{cases}$$

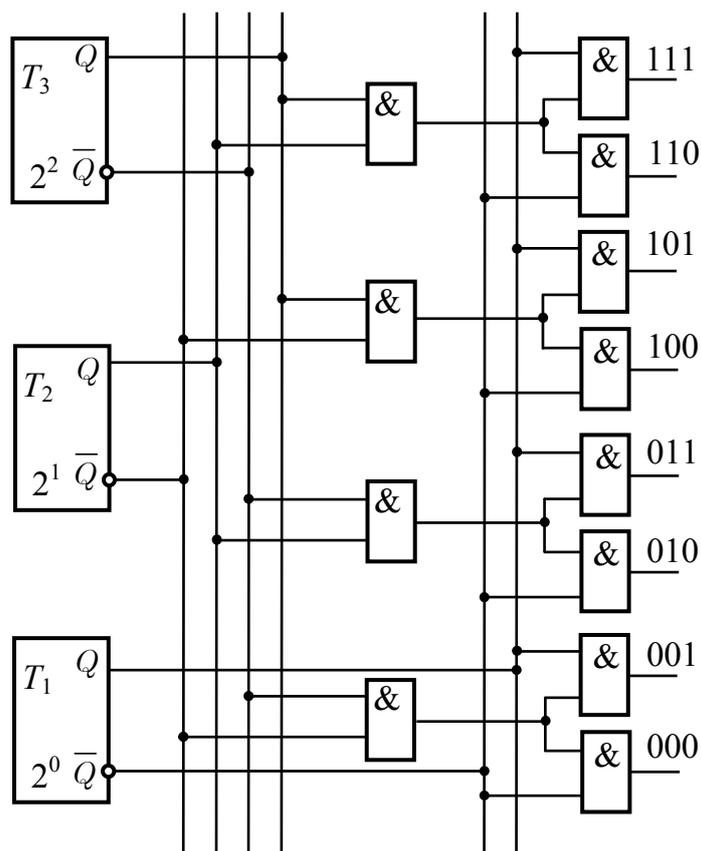


Рис. 3.36. Двоично-восьмеричный пирамидальный дешифратор

Ниже приведены комбинации выходных сигналов датчиков и комментарии (табл. 3.6).

Таблица 3.6

| Номер комбинации | Комбинация | Комментарий |
|------------------|------------|---|
| 0 | 0000 | – нормальное состояние |
| 1 | 0001 | – временно включить нагреватель |
| 2 | 0010 | – временно выключить нагреватель |
| 3 | 0011 | – не имеет смысла |
| 4 | 0100 | – увеличить подпитку обессоленной водой |
| 5 | 0101 | – увеличить подпитку обессоленной водой и временно включить нагреватель |

| | | |
|----|------|---|
| 6 | 0110 | – увеличить подпитку обессоленной водой и временно выключить нагреватель |
| 7 | 0111 | – не имеет смысла |
| 8 | 1000 | – уменьшить производительность питающего насоса |
| 9 | 1001 | – уменьшить производительность питающего насоса и временно включить нагреватель |
| 10 | 1010 | – уменьшить производительность питающего насоса и временно выключить нагреватель |
| 11 | 1011 | – не имеет смысла |
| 12 | 1100 | – уменьшить производительность питающего насоса и увеличить подпитку обессоленной водой |
| 13 | 1101 | – уменьшить производительность питающего насоса, увеличить подпитку обессоленной водой и временно включить нагреватель |
| 14 | 1110 | – уменьшить производительность питающего насоса, увеличить подпитку обессоленной водой и временно выключить нагреватель |
| 15 | 1111 | – не имеет смысла |

Комбинации 3, 7, 11 и 15 «не имеют смысла», т. к. невозможно установить температуру одновременно ниже 80 и выше 120 °С, т. е. невозможно, чтобы $A=1$ и $B=1$.

«Электронный советчик» представляет собой неполный дешифратор состояния четырех датчиков (рис. 3.37). Выходы дешифратора могут управлять включением ламп, над которыми имеются надписи с инструкциями для работы в различных ситуациях.

Возможен вариант, при котором выходы дешифратора управляют соответствующими исполнительными механизмами, а оператору выдаются только некоторые из сообщений.

В цифровых устройствах часто встречаются семисегментные индикаторы (рис. 3.38) для индикации десятичных цифр. С помощью комбинаций светящихся элементов a, b, c, d, e, f и g можно отобразить все десятичные цифры. Существуют дешифраторы, выполненные на интегральных микросхемах и осуществляющие дешифрирование двоично-кодированного десятичного числа для семисегментных индикаторов по табл. 3.7.

С применением других дешифраторов семисегментные индикаторы можно использовать и для отображения букв алфавита.

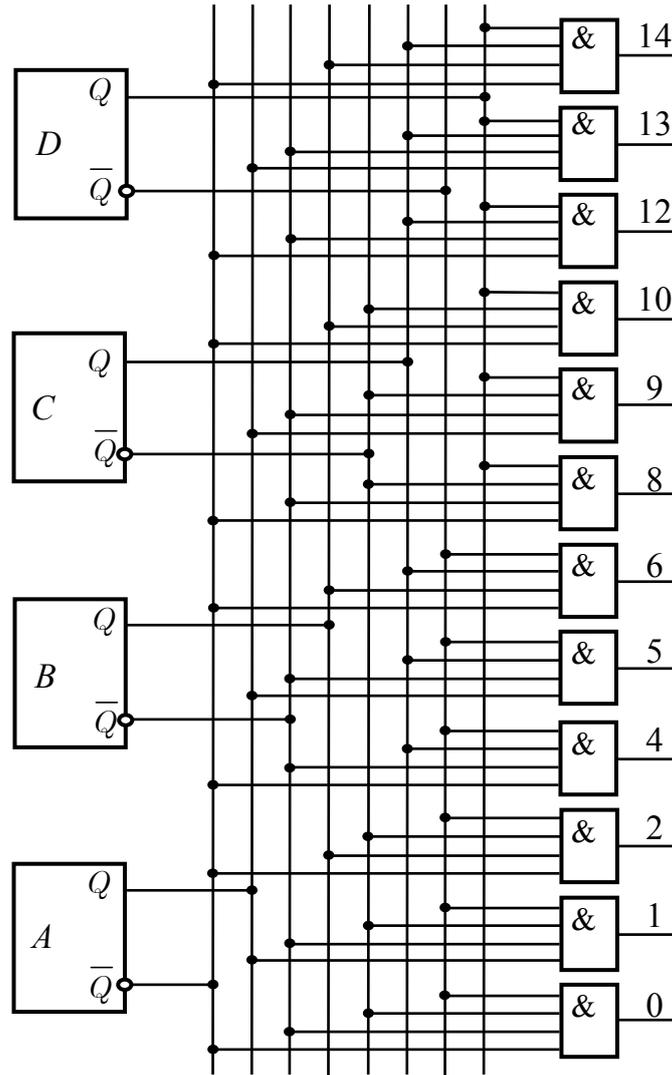


Рис. 3.37. Дешифратор для «электронного светочика»

Таблица 3.7

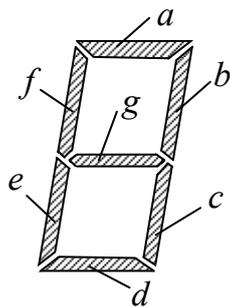


Рис. 3.38.
Семисегментный индикатор

| Десятичная цифра | Сегменты | | | | | | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

3.4.5. Мультиплексоры и демультиплексоры

При цифровом контроле часто возникает необходимость подключения нескольких информационных каналов к одному приемнику. Существует и обратная задача, при которой сигнал от одного источника необходимо переключать на один из нескольких выходов. Задачи таких переключений решаются соответственно с помощью мультиплексоров и демультиплексоров.

Мультиплексоры и демультиплексоры широко применяются в вычислительной технике. Цифровые мультиплексоры – это комбинационные логические схемы, которые имеют 2^n входов и один выход. Для выбора одного из входов, который необходимо подключить к выходу, в мультиплексоре имеется адресная (селектирующая) часть. Адрес выбранного (желаемого) входа задается в n -разрядном двоичном коде. Наибольшее применение мультиплексоры находят в системах обработки данных, работающих в режиме с разделением времени.

На рис. 3.39 приведена схема четырехвходового мультиплексора ($n = 2$).

Информационными входами служат A , B , C и D , а адресными (селекторными) – I_0 и I_1 (индексы 0 и 1 соответствуют нулевому и первому разрядам адреса). Мультиплексор на рис. 3.39 работает в соответствии с табл. 3.8.

Таблица 3.8

| A | B | C | D | I_0 | I_1 | Y |
|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-----|
| 1 | X | X | X | 0 | 0 | 1 |
| X | 1 | X | X | 0 | 1 | 1 |
| X | X | 1 | X | 1 | 0 | 1 |
| X | X | X | 1 | 1 | 1 | 1 |

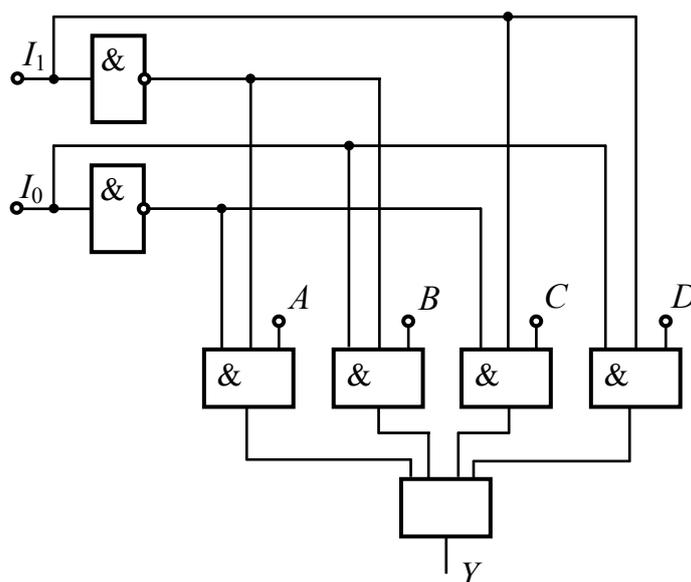


Рис. 3.39. Четырехвходовой мультиплексор

Символом X обозначены различные состояния на входах A , B , C и D . Например, при коде адреса 01 будет выбран вход B независимо от того, каковы состояния на других входах. Условие получения сигнала на выходе Y имеет следующий вид:

$$Y = A\bar{I}_1\bar{I}_0 + B\bar{I}_1I_0 + CI_1\bar{I}_0 + DI_1I_0.$$

Таким образом, в любой момент в зависимости от состояния на адресных входах I_0 и I_1 выбирается один вход.

Демультимплексоры выполняют роль, обратную роли мультиплекторов. Они имеют единственный вход, n адресных (селекторных) входов и 2^n выходов. Цель работы демультимплексора состоит в передаче входного сигнала на выбранный выход (адрес желаемого выхода задается в двоичном коде).

Таблица 3.9

| x | I_1 | I_0 | D | C | B | A |
|-----|-------|-------|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

На рис. 3.40 показана схема демультимплексора с четырьмя выходами, который работает в соответствии с таблицей истинности (табл. 3.9).

Демультимплексоры широко применяют в качестве двоично-восьмеричных или двоично-десятичных дешифраторов. При подаче на вход x единицы она появляется только на том выходе, который соответствует комбинации на адресных входах.

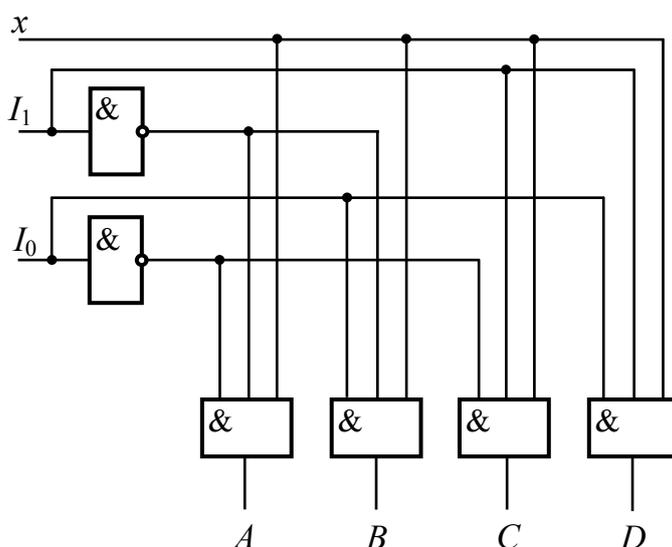


Рис. 3.40. Схема демультимплексора с четырьмя выходами

3.4.6. Синтез комбинационных логических схем

3.4.6.1. Цифровые компараторы

Синтез логических схем является важнейшей частью при разработке цифровой вычислительной техники, а также при проектировании логических систем автоматического управления. С помощью синтеза можно сконструировать логический автомат, с несколькими входами и выходами, который будет выполнять требуемые логические функции. Рассмотрим, как это делается.

Очевидно, что для составления логической схемы заданного устройства нужно знать:

- 1) комбинации входных сигналов, при которых появляется сигнал на выходе;
- 2) комбинации входных сигналов, при которых не появляется сигнал на выходе.

Реализация устройства заключается в соединении известных логических элементов таким образом, чтобы выполнялись условия 1 и 2. Полученную схему необходимо по возможности упростить.

Синтез схемы осуществляется по таблице истинности, которая составляется исходя из условий 1 и 2. Затем применяется следующее правило: для каждой строки таблицы истинности, в которой значение выходного сигнала равно 1, составляется логическое произведение входных сигналов и после этого – логическая сумма произведений; если значение входного сигнала равно 0, то в произведении участвует его отрицание.

В качестве примера рассмотрим автомат, который устанавливает неравенство двух чисел. В этом случае сигнал на выходе автомата появляется тогда, когда два числа различны. Таблица истинности имеет вид:

| a | b | x |
|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

На основе сформулированного правила запишем формулу, выражающую таблицу истинности:

$$x = \bar{a}b + a\bar{b}.$$

По полученной формуле непосредственно составляем схему автомата (рис. 3.41) для обнаружения неравенства между двумя числами.

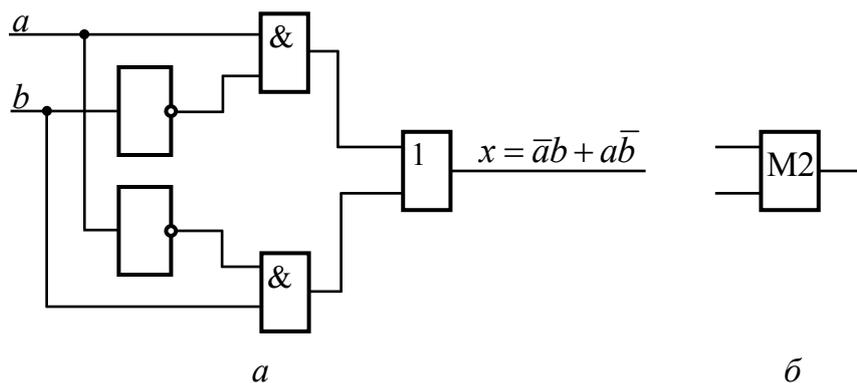


Рис. 3.41. Схема для функции $a \neq b$ (а) и ее условное обозначение (б)

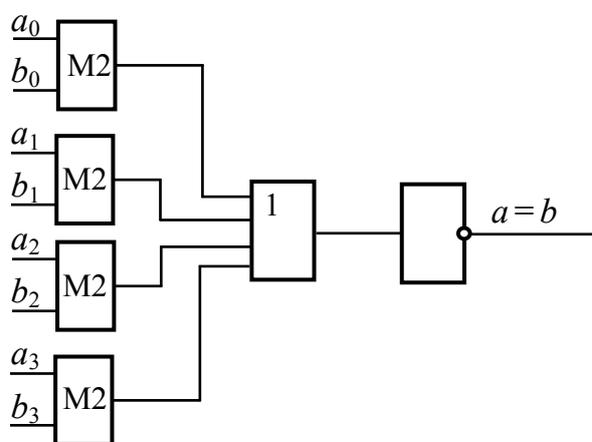


Рис. 3.42. Схема цифрового компаратора

Эта схема может применяться для одновременного (параллельного, побайтового) сравнения многоразрядных двоичных чисел. Схема такого цифрового компаратора представлена на рис. 3.42.

Если на входы подавать разряды чисел a и b в прямом коде, то на выходе будет получен сигнал при полном совпадении всех соответствующих разрядов a и b .

3.4.6.2. Сумматоры

Одноразрядный сумматор является одним из основных узлов арифметического устройства цифровых вычислительных машин, т. к. суммирование двух двоичных чисел является основой выполнения всех остальных действий.

Таблица сложения двух одноразрядных двоичных чисел имеет вид

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

На основе этой таблицы составим таблицу истинности работы логического автомата (сумматора), реализующего функцию суммирования двух одноразрядных двоичных чисел (табл. 3.10).

Таблица 3.10

| Входные переменные | | Выходы | |
|--------------------|-----|-----------|-------------|
| a | b | Сумма S | Перенос C |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

Очевидно, что устройство должно иметь два входа (a и b), на которые одновременно подаются одноразрядные двоичные числа в виде соответствующих сигналов, и два выхода (S , на котором получается результат сложения, и C , на котором получается в случае необходимости перенос в старший разряд).

На основе таблицы истинности получаем:

$$S = a\bar{b} + \bar{a}b; \quad C = ab.$$

Из анализа формул следует, что схема сложения двух одноразрядных двоичных чисел должна содержать шесть логических элементов (три элемента И, один элемент ИЛИ и два элемента НЕ).

Преобразуем выражение $S = a\bar{b} + \bar{a}b$. Так как $a\bar{a} = 0$ и $b\bar{b} = 0$, запишем

$$S = a\bar{b} + a\bar{a} + \bar{a}b + b\bar{b}; \quad S = a(\bar{a} + \bar{b}) + b(\bar{a} + \bar{b}); \quad S = (a + b)(\bar{a} + \bar{b}).$$

Применив для сомножителя $(\bar{a} + \bar{b})$ закон де Моргана $\bar{a} + \bar{b} = \overline{ab}$, получим для S

$$S = \overline{ab}(a + b).$$

Применение этой формулы позволяет сократить число логических элементов до четырех, т. к. в ней присутствует отрицание логического произведения ab , которое участвует в выражении для C . Схема логического автомата, реализующего операцию суммирования, его временная диаграмма представлены на рис. 3.43.

В сумматоре арифметического устройства суммирование осуществляется от младшего разряда к старшему. Тогда, как быть с переносом, если необходимо складывать двоичные числа с большим числом разрядов? Очевидно, перенос из данного разряда необходимо учитывать при образовании суммы в соседнем по старшинству разряде. Но рассмотренный выше сумматор имеет только два входа. Можно синтезировать сумматор и с тремя входами, но можно применить и сумматор с двумя входами.

Для создания многоразрядного сумматора для каждого разряда необходимо использовать по два рассмотренных одноразрядных сумматора:

один для двух слагаемых и один для получения промежуточной суммы и переноса. По этой причине такие сумматоры называют *полусумматорами*.

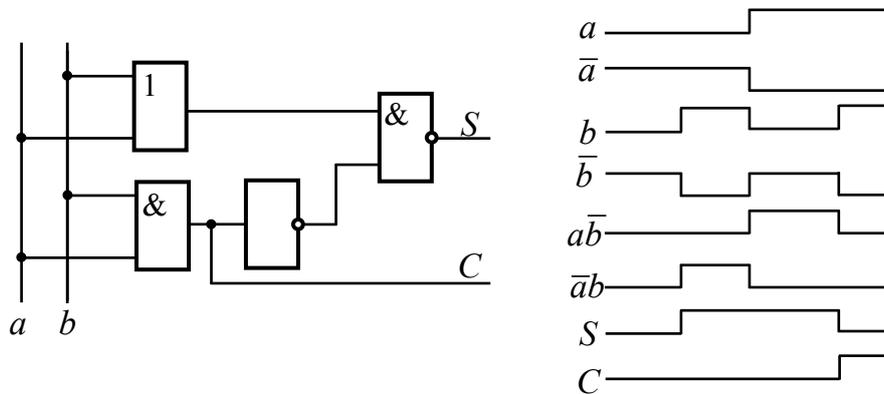


Рис. 3.43. Схема одноразрядного сумматора и его временная диаграмма

Полный одноразрядный сумматор рис. 3.44 строится на двух одинаковых полусумматорах (рис. 3.43) и одной схеме ИЛИ. Для одного полусумматора входными являются величины a и b , а для другого – сумма этих величин и перенос из младшего разряда.

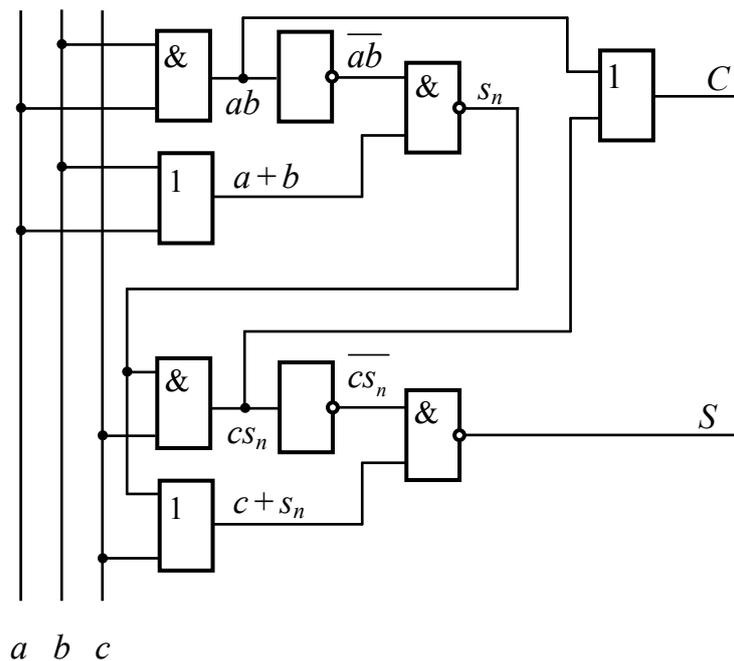


Рис. 3.44. Полный одноразрядный сумматор, составленный из двух полусумматоров

В цифровых ЭВМ сумматоры обычно строятся из соединенных соответствующим образом одноразрядных сумматоров. Такое выполнение упрощает многоразрядные сумматоры и позволяет использовать типовые элементы – полусумматоры.

Посредством последовательного соединения одноразрядных полных двоичных сумматоров можно образовать многоразрядный двоичный сумматор (рис. 3.45). На входы A_i и B_i подаются соответствующие разряды многоразрядных двоичных чисел. Сумма в параллельном коде образуется на выходах s_i .

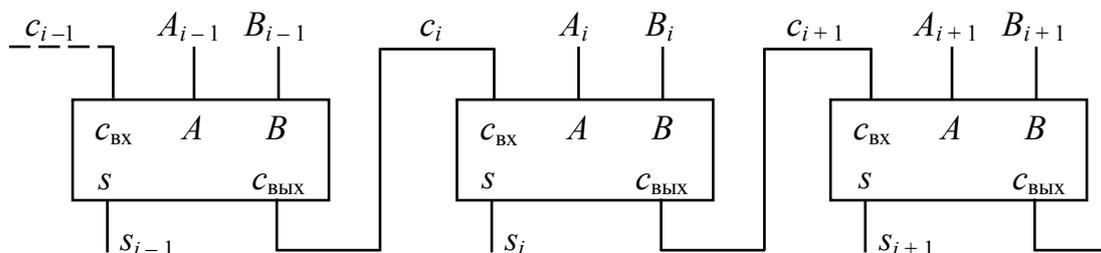


Рис. 3.45. Многоразрядный двоичный сумматор

3.4.7. Запоминающие устройства

Рассмотренные выше логические устройства относятся к комбинационным. В таких устройствах выходной сигнал появляется без какой-либо задержки при подаче входных сигналов, и при этом выходной сигнал зависит только от комбинации одновременно поданных входных сигналов. В цифровой вычислительной технике часто возникает необходимость в задержке одного из сигналов по отношению к другому, или требуется «запомнить» значение сигнала, а по истечении некоторого времени «прочитать» это значение. Для выполнения кратковременной задержки сигналов применяют моновибраторы, а для «запоминания» состояний сигналов – триггеры.

3.4.7.1. Триггеры

Триггеры представляют собой устройства с двумя устойчивыми состояниями. Простейший триггер состоит из двух элементов И-НЕ (рис. 3.46, а). Его называют асинхронным RS -триггером.

Входы триггера обозначены буквами S (от английского *Set* – установить в состояние 1) и R (от английского *Reset* – установить в исходное состояние, вернуть в состояние 0), а выходы – буквами Q и \bar{Q} , т. е. выходы инверсны. В асинхронных триггерах входные сигналы немедленно воздействуют на его состояние, что может привести к изменению состояния выходов, тогда как в случае синхронных триггеров информация записывается в триггер в строго определенные моменты времени, соответствующие наличию тактовых (разрешающих, стробирующих) импульсов. Таким образом, синхронные триггеры, помимо информационных входов, имеют и тактовый вход T .

Работу RS -триггера можно описать с помощью табл. 3.11 его состояний в моменты времени t_n и t_{n+1} .

Проводя анализ таблицы, можно сделать выводы:

- 1) триггер переключается сигналами низкого уровня – логическим 0;
- 2) если на оба входа (R и S) одновременно поступают сигналы низкого уровня (логический 0), триггер устанавливается в неопределенное состояние;
- 3) если на оба входа одновременно поступают сигналы высокого уровня (логическая 1), триггер не изменяет своего состояния, т. е. $Q^{n+1} = Q^n$.

На рис. 3.46, б приведена временная диаграмма работы RS -триггера.

Таблица 3.11

| t_n | | t_{n+1} |
|-------|-------|-----------|
| R^n | S^n | Q^{n+1} |
| 0 | 0 | X |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | Q^n |

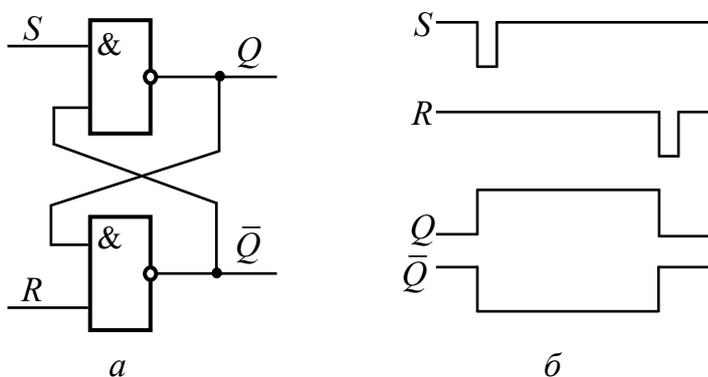
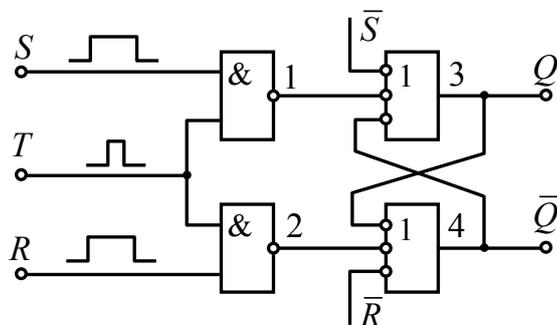


Рис. 3.46: а – асинхронный RS -триггер;
б – временная диаграмма асинхронного RS -триггера

Схема синхронного триггера приведена на рис. 3.47.

Элементы И-НЕ (3), И-НЕ (4) являются трехходовыми и образуют асинхронный RS -триггер. Элементы И-НЕ (1) и И-НЕ (2) имеют по одному входу (S и R) для ввода информации и один общий вход T для синхронизации (тактирования) запоминания информации в триггере. Синхронизация имеет значение для совместной работы нескольких триггеров. Таблица состояния синхронного RS -триггера имеет вид:



| t_n | | t_{n+1} |
|-------|-------|-----------|
| R^n | S^n | Q^{n+1} |
| 0 | 0 | Q^n |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | X |

Рис. 3.47. Синхронный RS -триггер

Входы \bar{S} и \bar{R} соответственно элементов И-НЕ (3) и И-НЕ (4) называют прямым (непосредственным) единичным и прямым (непосредственным) нулевым входами. Временная диаграмма на рис. 3.48 поясняет принцип синхронизации (тактирования) RS -триггера.

Другим видом триггера является счетный триггер (T -триггер). Он имеет дополнительный вход, на который подаются тактовые импульсы. Для T -триггера характерно наличие обратных связей с выходов на входы. Переключение триггера происходит под действием каждого импульса, подаваемого на T -вход; при этом каждый из выходов переключается с частотой в два раза меньшей тактовой, т. е. T -триггер фактически делит частоту на 2.

Рассмотрим схему счетного триггера, которая состоит из двух элементов И-НЕ (рис. 3.49), и принцип его работы. Предположим, что состояние триггера в данный момент характеризуется логической 1 на выходе Q и логическим 0 на выходе \bar{Q} . Резисторы R_1 и R_2 достаточно высокоомны для того, чтобы они не влияли на статическое состояние триггера. Конденсаторы C_1 и C_2 образуют с резисторами R_1 и R_2 дифференцирующие цепи. Спад тактовых импульсов формирует отрицательные выбросы, которые подаются одновременно на входы a и d . Эти кратковременные импульсы могут воздействовать только на тот элемент И-НЕ, на выходе которого имеется логический 0. Триггер переключается. Следующее изменение уровня (фронт) сигнала на входе T формирует кратковременные положительные выбросы на входах a и d . Но, как было установлено ранее при рассмотрении RS -триггера, сигналы высокого уровня не переключают триггер. На временной диаграмме рис. 3.50 видно, как происходит деление частоты входного сигнала на 2.

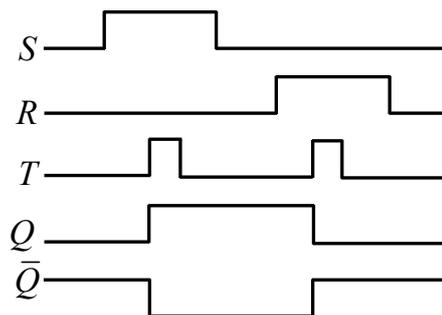


Рис. 3.48. Временная диаграмма синхронизированного RS -триггера

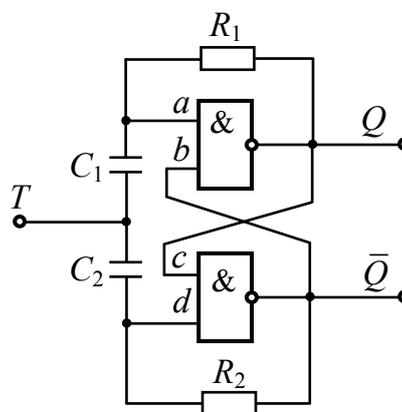


Рис. 3.49. Счетный триггер

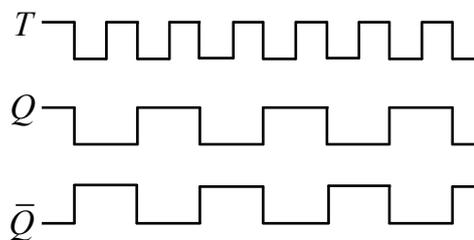


Рис. 3.50. Временная диаграмма счетного триггера

В цифровой вычислительной технике широкое применение получили так называемые D -триггеры (от английского *Delay* – задержка). В D -триггере имеются два входа – один информационный вход (D) и один тактовый вход (C). D -триггер передает информацию (0 или 1), поданную на D -вход, к выходу Q без изменения с задержкой на один такт (табл. 3.12).

Таблица 3.12

| t_n | t_{n+1} |
|-------|-----------|
| D^n | Q^{n+1} |
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

На рис. 3.51 представлена схема D -триггера и временная диаграмма его работы. Схема триггера составлена из четырех элементов И-НЕ. Кроме входов D и C , выходов Q и \bar{Q} , D -триггер имеет еще два прямых входа \bar{R} и \bar{S} соответственно для установки 0 и 1 (высокий уровень на выходе Q).

Из анализа диаграммы работы триггера видно, что если информация на входе D в течение длительного времени остается неизменной, то и состояние триггера сохраняется неизменным (третий тактовый импульс на входе C не изменяет нулевого состояния триггера, установленного вторым тактовым импульсом).

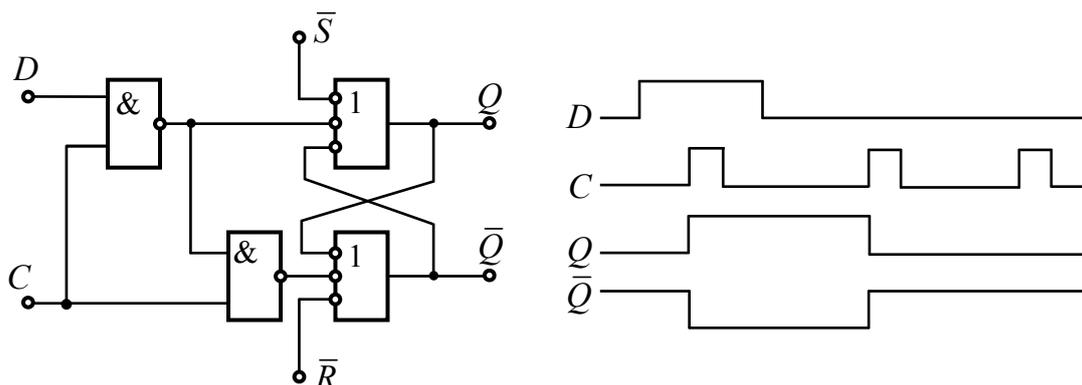


Рис. 3.51. D -триггер и его временная диаграмма

Наибольшими возможностями обладает JK -триггер. С его помощью могут быть реализованы функции рассмотренных ранее триггеров. Реализовать JK -триггер можно с помощью четырех элементов И-НЕ (рис. 3.52). Триггер состоит из RS -триггера и управляющей части, состоящей из двух трехвходовых элементов И-НЕ.

Дополнительные функциональные возможности JK -триггера достигаются за счет введения двух обратных связей от выходов Q и \bar{Q} к входным элементам И-НЕ. Варианты состояний триггера приведены в табл. 3.13.

Анализ таблицы приводит к следующим выводам:

1) все комбинации переменных на входах J и K разрешены и приводят к различным состояниям;

2) равенство $Q^{n+1} = \bar{Q}^n$ означает, что состояние триггера при поступлении очередного тактового импульса изменяется на противоположное;

3) если триггер находится в состоянии 0 и его необходимо переключить в состояние 1 очередным тактовым импульсом, то необходимо и достаточно, чтобы на вход J была подана 1 (информация на входе K не имеет значения);

4) если триггер находится в состоянии 1 и его необходимо переключить в состояние 0 очередным тактовым импульсом, то необходимо и достаточно, чтобы на вход K была подана 1 (информация на входе J не имеет значения).

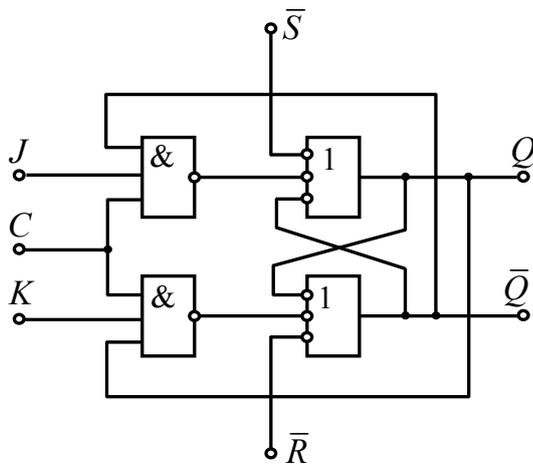


Рис. 3.52. JK-триггер

Таблица 3.13

| t_n | | t_{n+1} |
|-------|-------|-------------|
| J^n | K^n | Q^{n+1} |
| 0 | 0 | Q^n |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | \bar{Q}^n |

Без каких-либо внешних связей JK-триггер работает как синхронизированный RS-триггер (вход J считается входом S , вход K – входом R).

Если соединить накоротко входы J и K и подать на них логическую 1, то JK-триггер превратится в T-триггер (будет работать в режиме счета тактовых импульсов и деления на 2 их частоты следования).

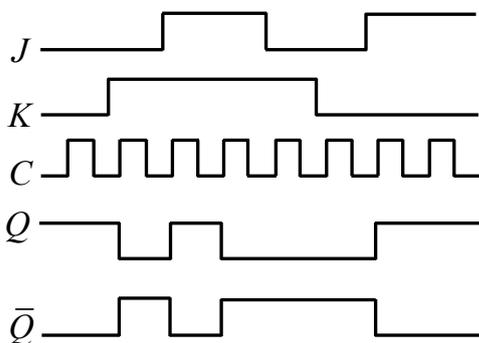


Рис. 3.53. Временная диаграмма JK-триггера

Если между входами J и K включить инвертор, то JK-триггер превратится в D-триггер (вход J станет входом D). Входы \bar{R} и \bar{S} , как и в предыдущих триггерах, служат в качестве прямых входов соответственно для установки 0 и 1.

На временной диаграмме рис. 3.53 показано переключение триггера тактовыми импульсами в зависимости от входных сигналов и состояния триггера.

3.4.7.2. Моновибраторы

Моновибраторы – это схемы, предназначенные для генерации на выходе одиночных импульсов при подаче на вход соответствующего входного сигнала. Длительность выходного импульса t_u определяется времязадающей RC -цепью по приближенной формуле $t_u \approx 0,75RC$.

Простейшая схема моновибратора представлена на рис. 3.54.

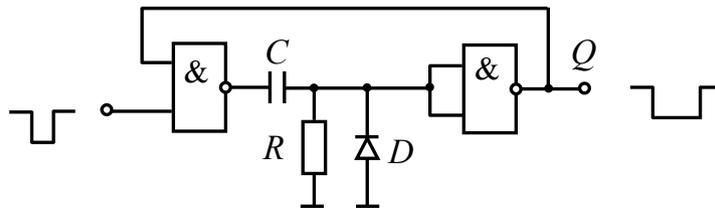


Рис. 3.54. Моновибратор с дифференцирующей RC -цепью

Моновибратор состоит из двух элементов И-НЕ. В статическом состоянии уровень на выходе второго элемента И-НЕ высокий, что определяется уровнем на его входе. В свою очередь, этот уровень определяется падением напряжения на резисторе R , которое создается протекающим через него входным током второго элемента И-НЕ. Спад входного импульса переключает состояние выхода первого элемента И-НЕ с низкого уровня на высокий, а состояние выхода второго элемента И-НЕ – с высокого уровня на низкий. Начинается разряд конденсатора C через резистор R , и когда потенциал на входе второго элемента И-НЕ станет ниже определенного значения, он возвратится в исходное состояние 1. Диод служит для того, чтобы отрицательные выбросы напряжения не поступали на вход второго логического элемента И-НЕ. Длительность запускающего импульса должна быть меньше длительности выходного импульса.

Узкий выходной импульс можно получить с помощью схемы, представленной на рис. 3.55. В схеме используется запаздывание в передаче сигнала через четыре элемента И-НЕ (точнее, время переключения элементов из состояния с высоким уровнем в состояние с низким уровнем или наоборот). В исходном состоянии уровень на входе схемы низкий, а на выходе Q – высокий. После подачи нарастающего фронта на вход элемента И-НЕ (1) он будет задержан в этом элементе на время переключения из состояния 1 в состояние 0, элемент И-НЕ (2) задержит его еще больше, пока будет переключаться из состояния 0 в состояние 1, элемент И-НЕ (3) также внесет задержку при переключении из состояния 1 в состояние 0. Следовательно, в течение некоторого интервала времени на обоих входах элемента И-НЕ (4) будет уровень 1, а на выходе – 0. Если к перечисленным выше задержкам добавить задержку

переключения элемента И-НЕ (4) после того, как на выходе элемента И-НЕ (3) уровень станет низким, получим четыре задержки. Спад входного сигнала не приводит к формированию импульса на выходе схемы.

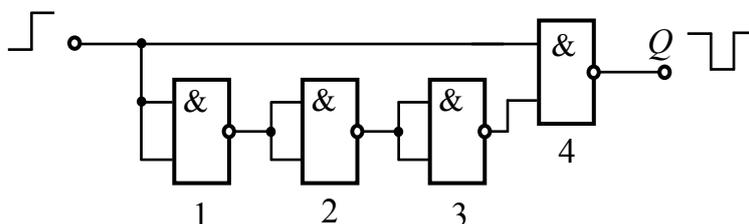


Рис. 3.55. Моновибратор для формирования короткого импульса, использующий задержку переключения элементов И-НЕ

3.4.7.3. Мультивибраторы

Мультивибраторы широко применяются в цифровой технике для генерации синхронизирующих импульсов (СИ). Рассмотрим схему мультивибратора (рис. 3.56).

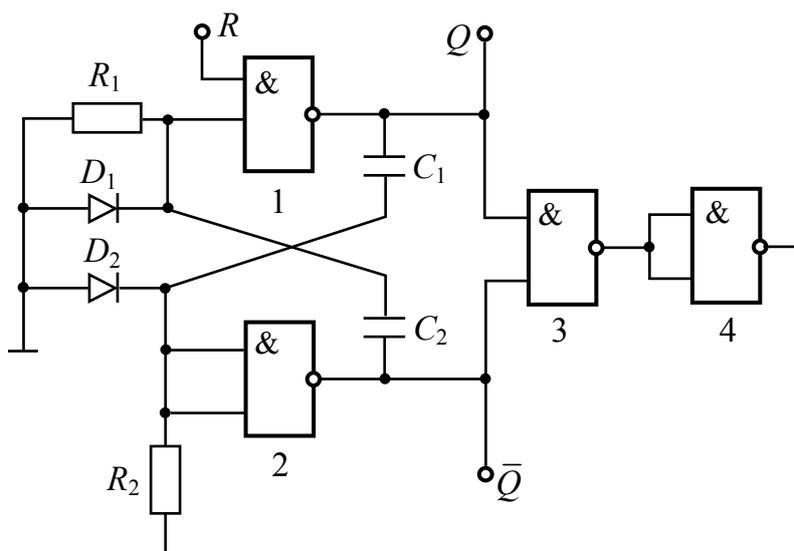


Рис. 3.56. Мультивибратор с гарантированным началом генерации после включения питающего напряжения

В мультивибраторе резистор R_2 (в отличие от резистора R_1) подключен не к земле, а к выходу элемента И-НЕ (4), что приводит к несимметричной схеме. Это сделано для того, чтобы мультивибратор начинал генерировать сразу же после включения питающего напряжения. Действительно, если вследствие неполной симметрии на выходах элементов И-НЕ (1) и И-НЕ (2) одновременно установится 1, то высокий потенциал с выхода элемента И-НЕ (4) через резистор R_2 попадет на вход элемента И-НЕ (2). На выходе элемента И-НЕ (2) установится 0,

симметрия нарушится, и мультивибратор начнет генерировать. Во время работы мультивибратора напряжение на выходе элемента И-НЕ (4) постоянно равно 0, что эквивалентно заземлению резистора R_2 (схема симметрична).

Если необходимо, чтобы работой мультивибратора можно было управлять только включением и выключением питания, то нужно соединить накоротко два входа элемента И-НЕ (1). Для прекращения генерации при включенном питании достаточно подать низкий уровень сигнала на вход R . После восстановления высокого уровня сигнала на входе R генерация возобновится.

3.4.8. Счетчики

Счетчики предназначены для регистрации (счета) поступивших на их входы импульсов. Простейшими счетчиками являются триггеры, работающие в счетном режиме, но они могут считать только до 2. Если соединить соответствующим образом несколько триггеров, то можно получить многоразрядные счетчики.

Важнейшей характеристикой счетчика является его коэффициент пересчета, который называют емкостью счетчика. Например, пробег автомобиля определяется счетчиком его спидометра. Емкость счетчика спидометра составляет 100 000. После появления цифры 99 999, следующий пройденный километр пробега переводит счетчик в состояние 00 000. Рассмотренный счетчик является суммирующим (накапливающим). Существуют и вычитающие счетчики, например, при старте ракеты идет отсчет: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, старт (0). Существуют также счетчики, которые могут считать в двух направлениях. Их называют *реверсивными*. Подразделяют счетчики на *асинхронные* и *синхронные*.

В асинхронных счетчиках входные импульсы подаются только на вход триггера младшего разряда. Управляющим сигналом для следующего триггера служит потенциальный уровень информационного выхода предыдущего триггера. Триггеры асинхронного счетчика переключаются последовательно.

В синхронных счетчиках входные импульсы подаются одновременно на все триггеры счетчика. Каждый триггер имеет цепь для считывания состояния счетчика. При подаче входного сигнала переключаются только те триггеры, которым предшествуют триггеры с состоянием 1 (т. е. триггеры переключаются тогда, когда приходит входной импульс и триггер более младшего разряда находится в состоянии 1). Переключение происходит практически одновременно. В простейшем случае между триггерами счетчика производится последовательный перенос информационного

состояния. Для ускорения переноса и установления состояния счетчика вводят дополнительные цепи для последовательного, параллельного и других видов переноса.

На рис. 3.57 представлена схема четырехразрядного суммирующего счетчика, составленного из D -триггеров, и временная диаграмма его работы. Для того чтобы D -триггер работал в счетном режиме, необходимо соединить накоротко его D -вход с \bar{Q} -выходом. Это двоичный счетчик с коэффициентом пересчета $K = 2^4 = 16$.

Содержание счетчика изменяется в зависимости от числа входных импульсов (табл. 3.14).

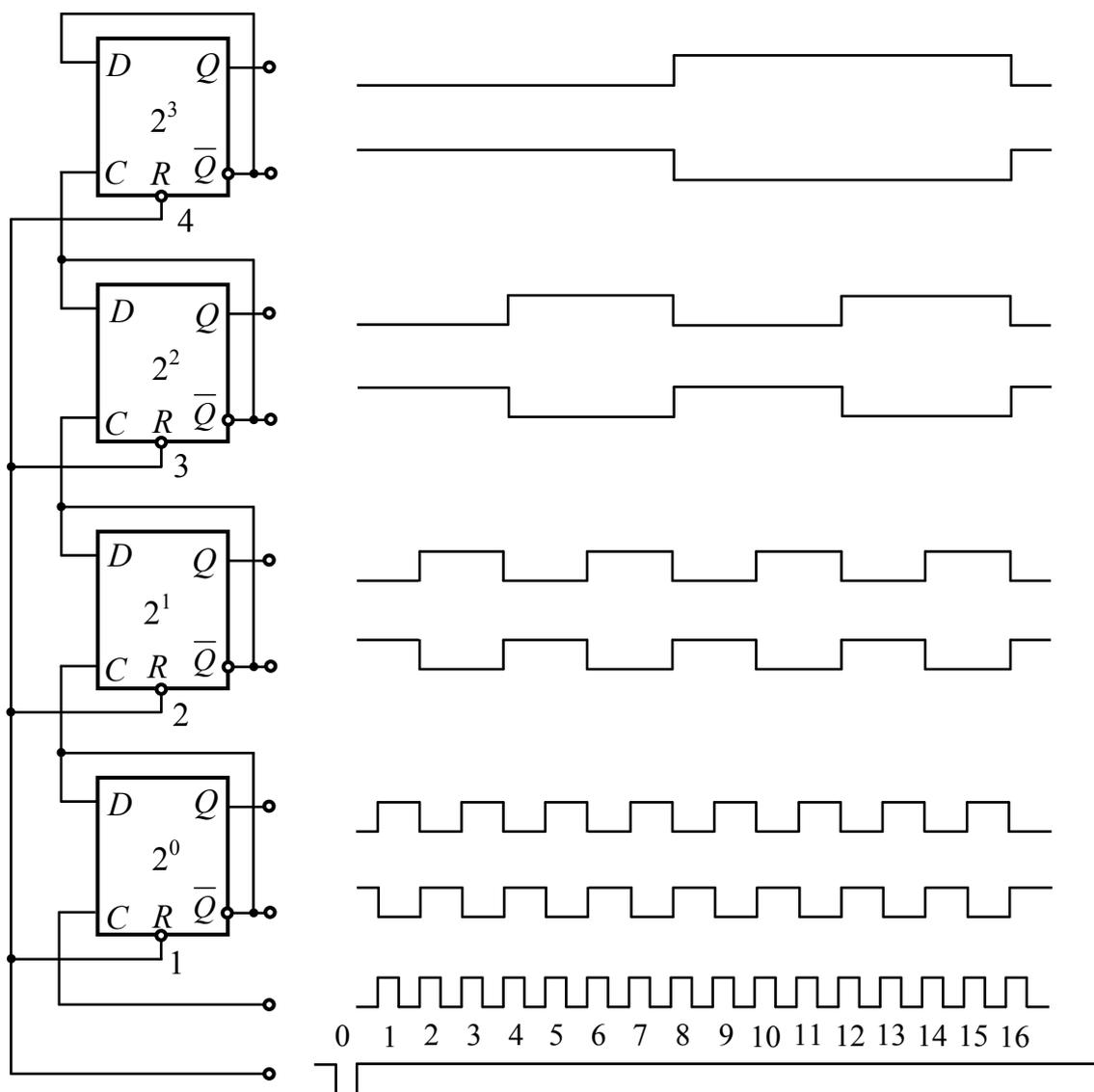


Рис. 3.57. Четырехразрядный суммирующий двоичный счетчик

Таблица 3.14

| Номер импульса | T_4 | T_3 | T_2 | T_1 | Номер импульса | T_4 | T_3 | T_2 | T_1 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 10 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 11 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 12 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 13 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 14 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 15 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 16 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | |

Схема вычитающего трехразрядного счетчика на D -триггерах приведена на рис. 3.58.

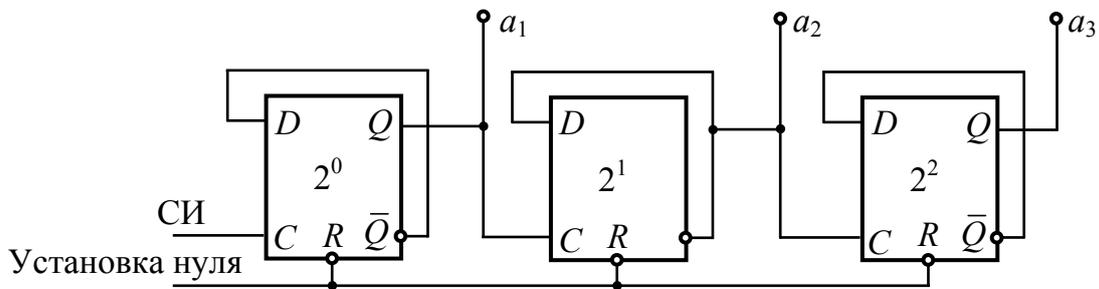
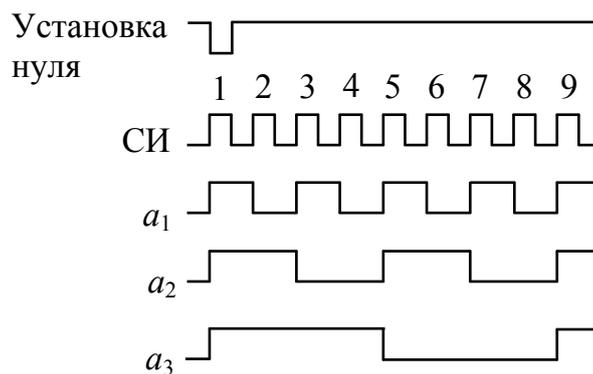


Рис. 3.58. Трехразрядный вычитающий двоичный счетчик

Таблица работы вычитающего трехразрядного счетчика на D -триггерах и диаграмма его работы:

| Номер импульса | T_3 | T_2 | T_1 |
|----------------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 |



На рис. 3.59 представлена схема реверсивного асинхронного счетчика на JK -триггерах. Для работы JK -триггера в счетном режиме необходимо на входы J и K подать 1. В схеме введено дополнительное

управление направлением счета. Если сигнал V имеет низкий уровень, то счет производится в прямом направлении. Элементы между выходами одного триггера и входами следующего осуществляют логическую функцию ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ. Временная диаграмма работы счетчика приведена на рис. 3.60.

От состояния 000 счетчик начинает счет в прямом направлении и после шестого входного импульса имеет состояние 110. Между шестым и седьмым входными импульсами изменяется состояние управляющего сигнала V , и с этого момента времени разрешается работа нижних (на схеме рис. 3.59) элементов И. Счетчик начинает счет в обратном направлении, и его содержание начинает уменьшаться: 101, 100, 011 и т. д.

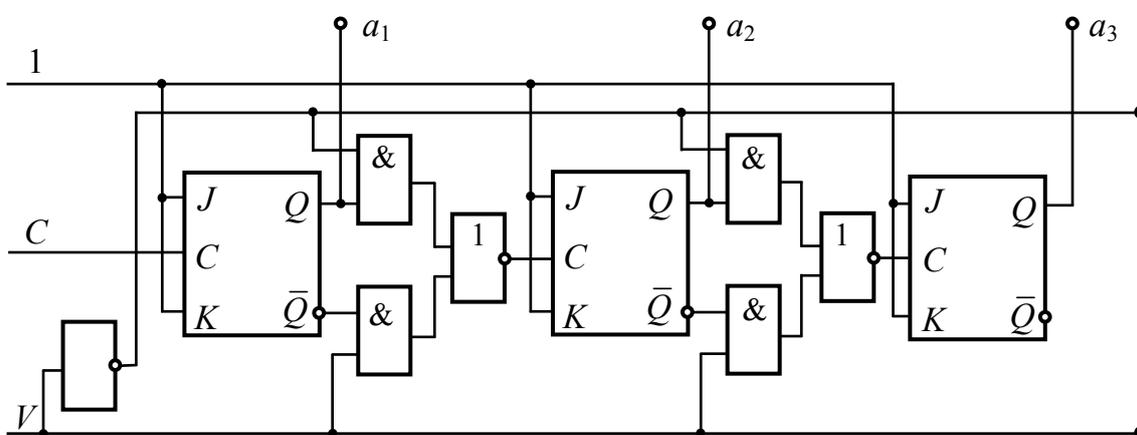


Рис. 3.59. Реверсивный асинхронный счетчик

Счетчики могут использоваться в качестве делителей частоты. Если частота следования входных импульсов равна f , а коэффициент пересчета (деления) равен k , то частота выходных импульсов равна f/k .

Ранее рассмотренные двоичные счетчики имеют коэффициент пересчета, равный степени числа 2. Существует общий подход к построению счетчиков с коэффициентом пересчета $2k + 1$ (рис. 3.61). Внутренний счетчик, составленный из JK -триггеров, имеет коэффициент пересчета k . Два крайних JK -триггера осуществляют управление всем счетчиком таким образом, чтобы общий коэффициент был равен $2k + 1$. Выходной сигнал получа-

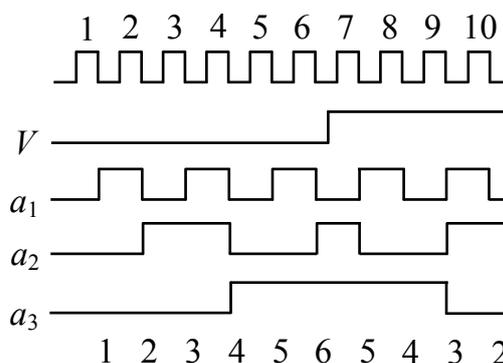


Рис. 3.60. Временная диаграмма реверсивного асинхронного счетчика

ется на Q -выходе последнего триггера внутреннего счетчика. Например, для получения коэффициента деления $2k + 1 = 9$ необходимо, чтобы k был равен 4, а внутренний делитель должен состоять из триггеров T_2 и T_3 (рис. 3.62). На временной диаграмме работы счетчика видно, что на выходе Q триггера T_3 высокий уровень образуется через каждые девять импульсов (третий, двенадцатый, двадцать первый и т. д.).

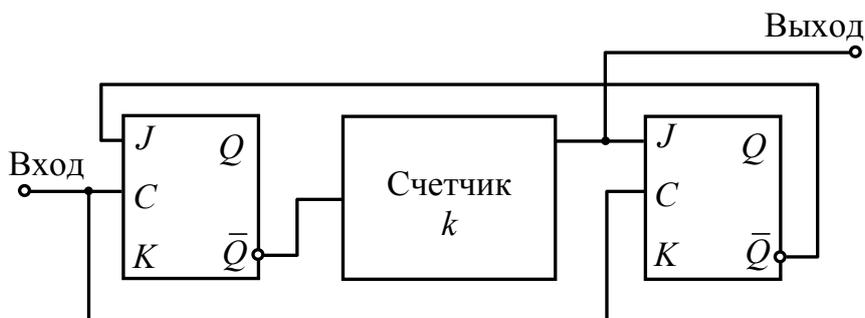


Рис. 3.61. Общий подход к построению счетчиков с коэффициентом пересчета $2k + 1$

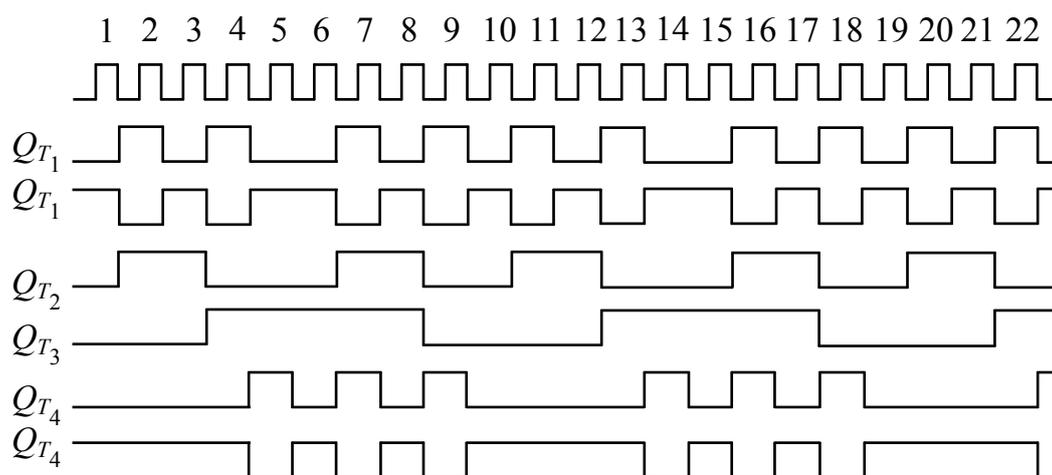
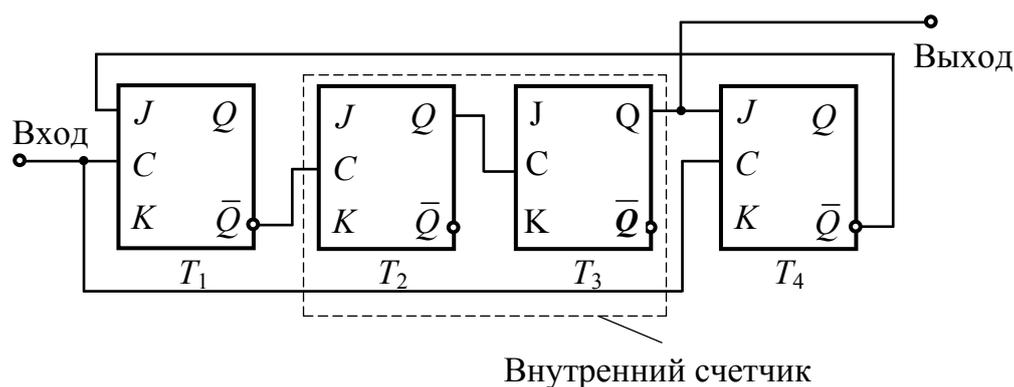


Рис. 3.62. Схема счетчика с коэффициентом деления 9 и временная диаграмма его работы

Возможно построение на триггерах счетчиков с произвольным коэффициентом деления. В этом случае необходимо определить количество триггеров, из которых будет состоять желаемый счетчик. Во всяком случае, число, на которое нужно делить частоту, должно быть меньше коэффициента деления данного двоичного счетчика. Например, если счетчик должен делить на 10, то для этого необходимы четыре триггера, т. к. $10 < 2^4 = 16$. Шестнадцатеричный счетчик затем можно превратить в десятичный. Для этого необходимо по достижении состояния 10 подать импульс установки нуля, после чего счетчик начнет счет сначала. Десятичное число 10 в двоичной системе выражается как 1010. Это означает, что триггеры счетчика (Q -выходы) должны иметь следующие состояния: $Q_{T_4} = 1$; $Q_{T_3} = 0$; $Q_{T_2} = 1$; $Q_{T_1} = 0$.

Простейшим способом установки нуля счетчика является объединение сигналов с выходов Q_{T_4} и Q_{T_2} с помощью схемы И-НЕ, т. к. активным уровнем нулевых входов R триггеров является низкий уровень. На рис. 3.63 представлена схема двоично-десятичного счетчика, построенного согласно рассмотренному способу с обратной связью от T_4 и T_2 ко входам R . Вход R триггера T_1 не обязательно должен быть связан с выходом элемента И-НЕ, т. к. в момент сброса триггер T_1 находится в состоянии 0 (это относится к любому триггерному счетчику, построенному по этому принципу, который имеет четный коэффициент деления).

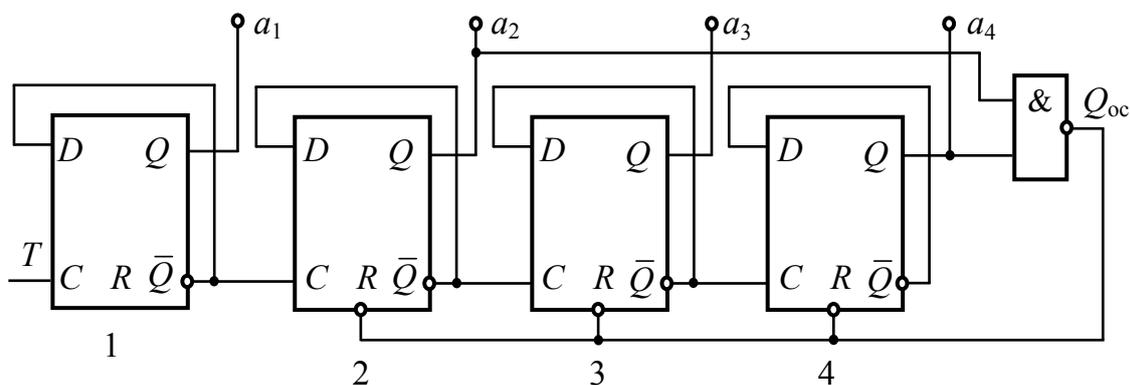


Рис. 3.63. Суммирующий асинхронный десятичный счетчик

На временной диаграмме рис. 3.64 видно, что установка счетчика в нулевое состояние происходит после достижения состояния триггеров 1010.

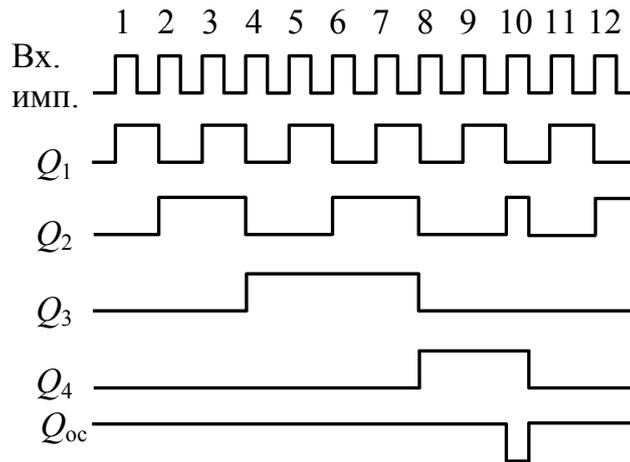


Рис. 3.64. Временная диаграмма работы счетчика

3.4.9. Регистры

Благодаря своим двум устойчивым состояниям триггер может запомнить одноразрядное двоичное число. Для запоминания многоразрядных двоичных чисел в течение определенного интервала времени используют специальные устройства, состоящие из триггеров, которые называют *регистрами*.

Запоминание информации в регистрах необходимо при выполнении арифметических и логических операций над числами, а также при согласовании совместной работы блоков и устройств машины, которые обладают различным быстродействием (буферные ЗУ). При объединении триггеров с помощью логических элементов расширяются функциональные возможности регистров. Регистры, которые служат только для запоминания, называют *регистрами памяти*.

Простейшим регистром, в котором триггеры просто установлены в ряд, является *параллельный регистр*. Его называют параллельным потому, что все разряды двоичного числа вводятся (загружаются) одновременно. Параллельный регистр памяти может быть построен на триггерах любого типа.

На рис. 3.65 представлена схема четырехразрядного параллельного регистра, составленного из D -триггеров.

На вход R (рис. 3.65) подается сигнал, низкий уровень которого разрешает подачу тактового импульса, а высокий уровень производит установку нуля регистра. На четыре входа X_1 , X_2 , X_3 и X_4 поступают разряды числа (от какого-либо другого регистра, в котором хранилось число), которые при наличии тактового импульса одновременно вводятся в регистр. Так как D -триггеры на своих Q -выходах повторяют информацию, поданную на D -входы, нет необходимости установки нуля

между двумя последовательными вводами многоразрядных чисел. К такому виду регистров относится интегральный параллельный регистр.

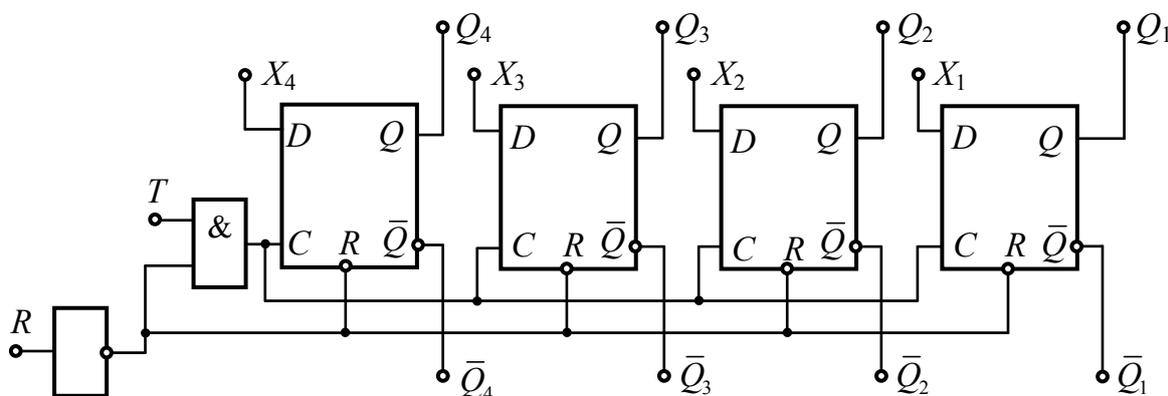


Рис. 3.65. Четырехразрядный параллельный регистр

Интегральный параллельный регистр составлен из шести RS -триггеров, которые имеют один выведенный общий вход для установки нуля всех триггеров регистра, шесть отдельных \bar{S} -входов (информация может вводиться и асинхронно) и шесть Q -выходов (рис. 3.66).

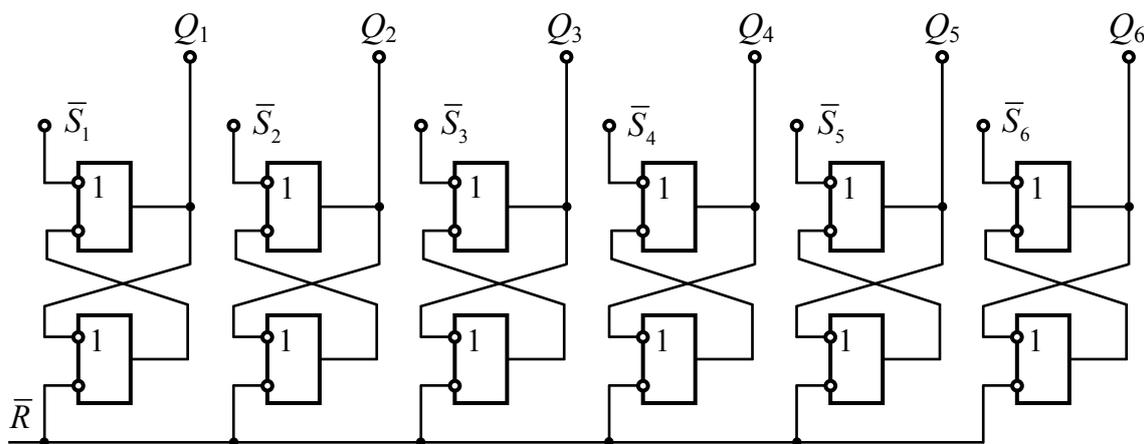


Рис. 3.66. Интегральный шестизрядный параллельный регистр

Регистр, предназначенный для последовательного ввода информации (поразрядно), называют последовательным или сдвиговым, т. к. последовательный ввод обязательно связан с перемещением содержания регистра в том или ином направлении под действием тактовых импульсов. Чаще всего сдвиговые регистры строятся на базе D -триггеров или JK -триггеров. На рис. 3.67 представлена схема сдвигового регистра, в который число вводится последовательно через первый (левый на схеме) триггер и выводится также последовательно с Q -выхода последнего триггера. Для полного ввода (как и для полного вывода) числа необхо-

димо n тактовых импульсов. Здесь n равно числу разрядов вводимого числа и числу триггеров регистра. Работа сдвигового регистра при вводе числа 1101 (начиная с младшего разряда) показана на временной диаграмме (рис. 3.68).

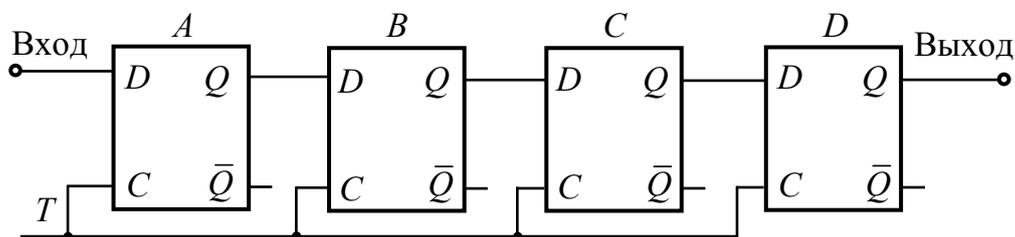


Рис. 3.67. Четырехразрядный сдвиговый регистр

Тактовые импульсы (рис. 3.67) поступают одновременно на все C -входы четырех триггеров. На вход D первого триггера с помощью высоких и низких уровней входного сигнала подается число 1101. Так как D -триггеры при каждом тактовом импульсе повторяют на Q -выходах информацию, поданную на их D -входы, то через четыре такта регистр будет находиться в состоянии $Q_D = 1$, $Q_C = 1$, $Q_B = 0$, $Q_A = 1$, т. е. в регистр будет введено и в нем зафиксировано число 1101.

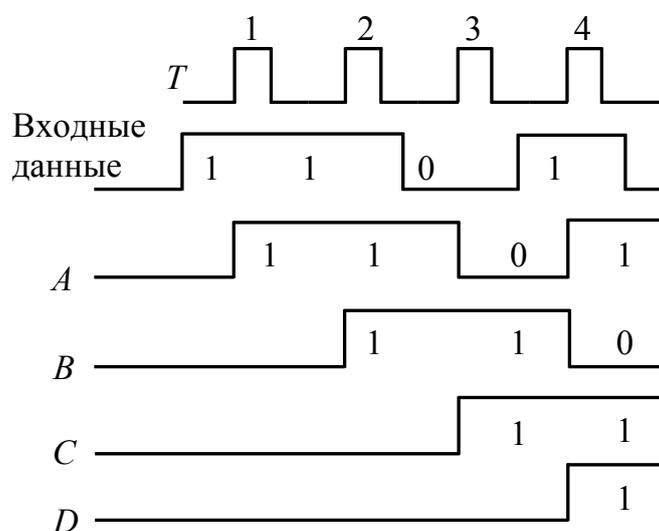


Рис. 3.68. Временная диаграмма сдвигового регистра

Вывод информации из сдвигового регистра может производиться и параллельно. Для этой цели необходимы выходы от выходов триггеров. С Q -выходов выводится прямой код, а с \bar{Q} -выходов – обратный. На рис. 3.69 приведена схема сдвигового регистра, состоящего из JK -триггеров. Между входами J и K первого триггера включен

при выполнении операции ЗАПИСЬ на поверхность диска ЗУ на магнитных дисках. При обратной операции (ЧТЕНИЕ) информация с выбранной магнитной головки поступает в контроллер бит за битом, а от контроллера в оперативную память машины – байт за байтом.

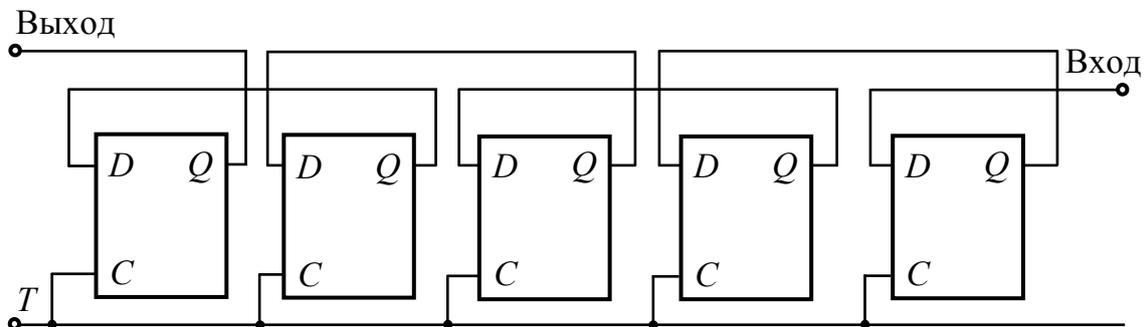


Рис. 3.70. Сдвиг информации в обратном направлении

3.4.10. Микропроцессоры и микроЭВМ

Микропроцессор является составной частью микроЭВМ и представляет собой интегральную микросхему, реализующую функции арифметико-логического и арифметического устройств.

МикроЭВМ содержит в себе рассмотренные выше блоки. Связь между блоками – магистральная (рис. 3.71).

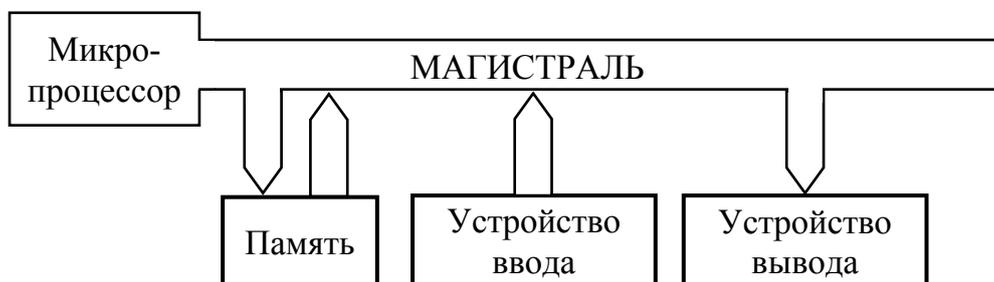


Рис. 3.71. Магистральная связь в микроЭВМ

При магистральной связи все блоки микроЭВМ подключены к магистрали (как бы параллельно) и может возникнуть впечатление, что в процессе работы они будут мешать друг другу. Для исключения такого «взаимодействия» применяют логические схемы с тремя состояниями. Обычные логические схемы имеют два выходных состояния, которым соответствуют 0 или 1. Схемы с тремя состояниями (рис. 3.72) имеют

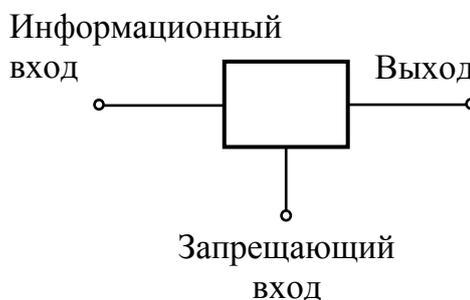


Рис. 3.72. Элемент с тремя состояниями

дополнительный вход – запрещающий. При низком уровне на запрещающем входе элемент не отличается от обычного логического элемента, но при высоком уровне выходное сопротивление элемента становится очень большим, что приводит к практическому отключению его от остальной части схемы.

Большая часть времени, в течение которого работает микроЭВМ, уходит на обмен данными между микропроцессором и каким-либо другим устройством, подключенным к магистрали. Так как никогда не требуется одновременная связь между входами и выходами одного и того же устройства и между этим и другим устройствами, создается возможность подключения входов и выходов к одной и той же магистрали. Разделение входов и выходов производится с помощью элементов с тремя состояниями, подключенных к каждой линии магистрали, которая в данном случае становится двунаправленной. Например, рассмотрим операции записи в память и чтения из нее. Данные, подлежащие записи, поступают от микропроцессора к памяти параллельно (байт за байтом) по восьми линиям магистрали. Элементы с тремя состояниями переходят в состояние с высоким выходным сопротивлением. При чтении из памяти и передаче данных (из регистра в регистр) в микропроцессор по тем же линиям все происходит наоборот.

Запоминающие устройства (ЗУ) микроЭВМ – это регистры (ячейки памяти) в интегральном исполнении. Разрядность регистров совпадает с числом линий, по которым передаются данные. Наиболее распространены 8-битовые регистры, но встречаются также 16- и 32-битовые микроЭВМ. Каждой ячейке присвоено число, которое представляет собой адрес ячейки. Для адресации ячеек (слов) в памяти микроЭВМ чаще всего используют 16 двоичных разрядов, что соответствует $2^{16} = 65536$ адресам. Структура памяти имеет вид, представленный на рис. 3.73.

По адресной магистрали передается адрес ячейки, в которую необходимо произвести запись или из которой надо прочесть. Этот адрес воспринимается только одним устройством (в данном случае – памятью). По одной из линий управляющей магистрали передается вид операции (запись или чтение), а данные передаются по магистрали данных.

Представленная на рис. 3.73 память носит название *запоминающего устройства с произвольной выборкой* (ЗУПВ) (по-английски RAM – *Random Access Memory*).

Полупроводниковые ЗУ микроЭВМ, в которых постоянно хранятся программы, обычно записанные изготовителем микроЭВМ, известны под названием *постоянных запоминающих устройств* (ПЗУ) (по-английски ROM – *Read Only Memory* – память только для чтения). Поскольку работа

микроЭВМ управляется программой, которая хранится в ПЗУ, то изменение программы легко осуществить путем замены ПЗУ. Существуют также ЗУ, которые могут быть запрограммированы повторно (перепрограммированы). Они носят название *программируемые постоянные запоминающие устройства* (ППЗУ), или по-английски ROM.

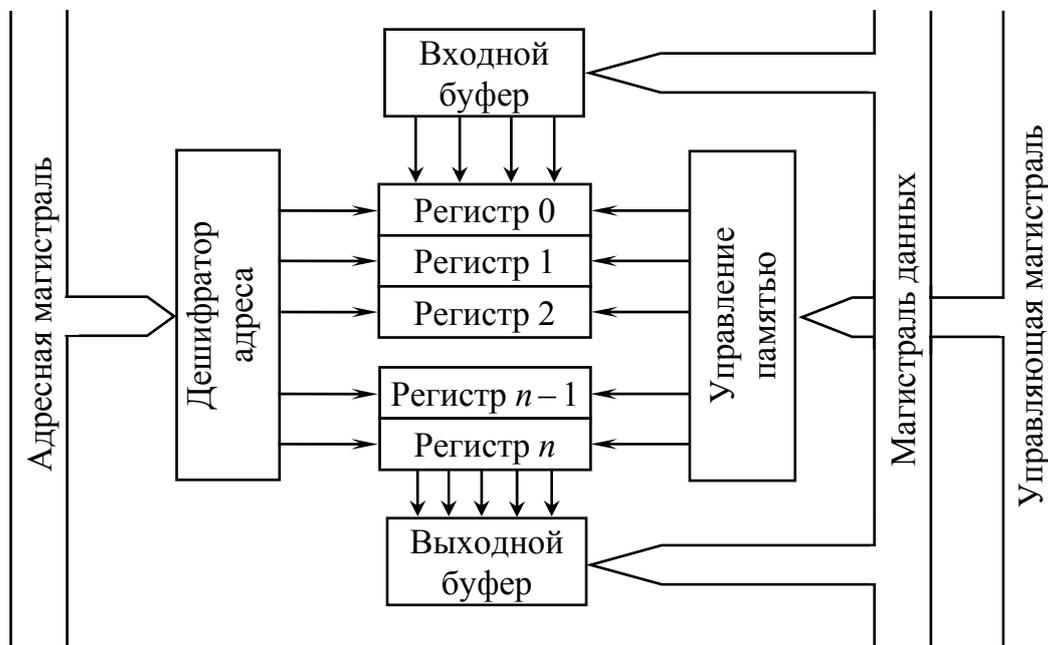


Рис. 3.73. Структура запоминающего устройства микроЭВМ с произвольной выборкой

Учитывая тот фактор, что в ячейках хранятся только нули и единицы, слово, записанное в ячейке, может интерпретироваться как число (двоичное, двоично-десятичное), как команда или как символ.

Работу микроЭВМ можно представить в виде двух действий:

- извлечения команды из памяти, ее дешифрования и формирования управляющих сигналов;
- выполнения операции, заданной командой.

Одна из наиболее распространенных структурных схем микроЭВМ представлена на рис. 3.74. Из трех магистралей однонаправленной является только адресная (16 линий), тогда как магистраль данных – двунаправленная (8 линий). В управляющей магистрали (12 линий) все линии однонаправленные, но сигналы передаются как от микропроцессора, так и к нему (например, сигнал прерывания INT, с помощью которого периферийные устройства подают заявку на обслуживание, если в данный момент микропроцессор занят выполнением другой операции). Устройства ввода-вывода подключены к микропроцессору не прямо через магистрали, а посредством интерфейсных схем (схем, предназначенных для связи процессора с периферийными устройствами).

При каждой операции в микроЭВМ происходит обмен данными между микропроцессором и остальными устройствами. Для ускорения обмена большими массивами данных в микроЭВМ применяется прямая передача данных (например, от входного устройства к ЗУПВ) без участия микропроцессора. Такая передача данных известна как прямой доступ к памяти.

По магистрали данных передаются однобайтовые числа, но команды могут иметь длину 1, 2 или 3 байта. Первый байт команды всегда содержит код операции, которая подлежит выполнению. Второй и третий байты (всего 16 бит) могут содержать адрес ячейки, из которой, например, должен быть прочитан один из операндов. Если команда двухбайтовая, то ее второй байт может быть также отведен для операнда, подлежащего обработке. Однобайтовой может быть, например, команда очистки аккумулятора.



Рис. 3.74. Структурная схема микроЭВМ

На рис. 3.75 представлена структурная схема 8-битового микропроцессора. Основную его часть составляют различные регистры, которые используются для кратковременного хранения данных или результатов предыдущих операций.

Аккумулятор – чаще всего используемый регистр микропроцессора (точнее, АЛУ). В него всегда заносится один из операндов. Второй операнд поступает в АЛУ или в какой-либо из регистров общего назначения (B, C, D, E, H, L), или непосредственно в память по магистрали данных

через буферное ЗУ. Арифметико-логическое устройство имеет сравнительно простую структуру и выполняет самые элементарные операции: сложение, вычитание, сдвиг и сравнение. Используя эти операции путем соответствующего программирования микроЭВМ, можно решать разнообразные задачи на ЭВМ.

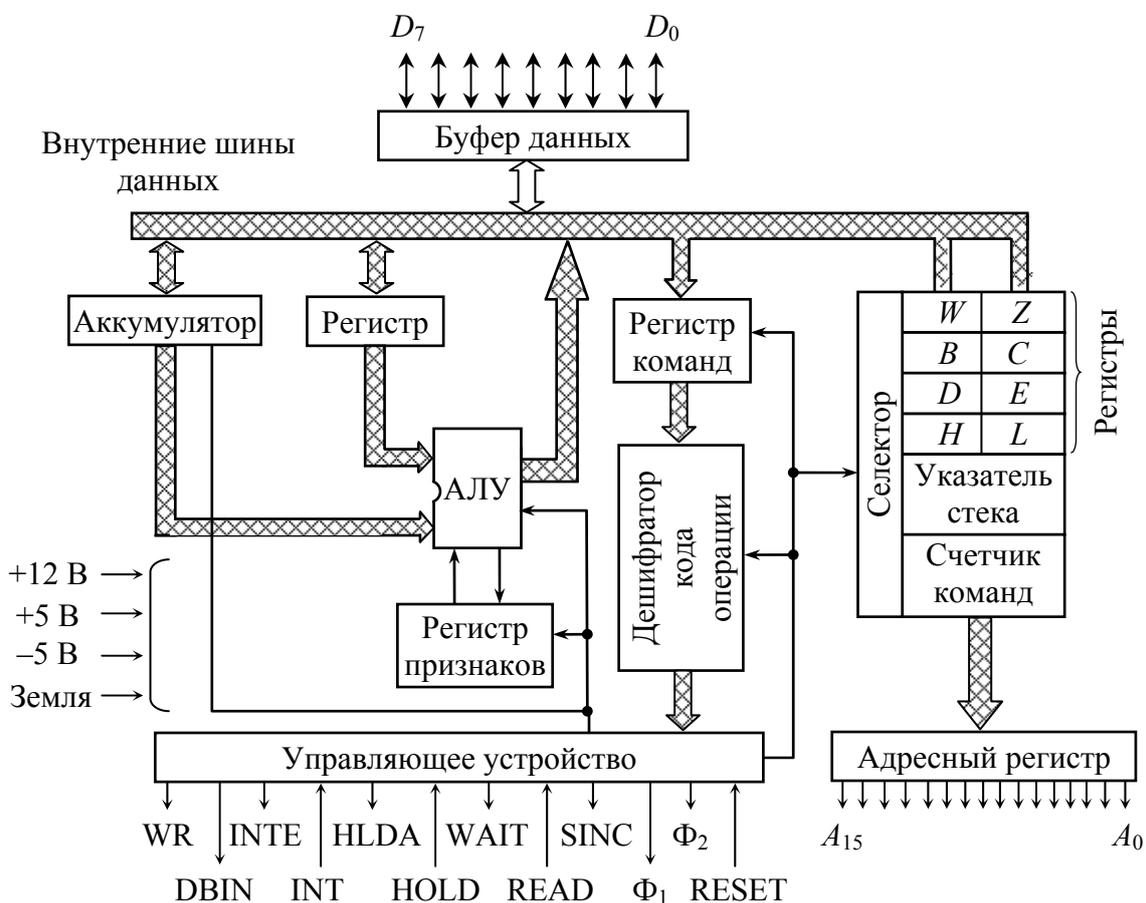


Рис. 3.75. Структурная схема 8-битового микропроцессора

Большое значение для управления ходом вычислительного процесса имеет регистр признаков, связанный как с АЛУ, так и с УУ. Используются следующие признаки:

- признак переноса в младший разряд (в случае, когда необходимо образовать дополнительный код числа);
- признак вспомогательного переноса между четвертым и пятым разрядами (в случае, когда байт представляет двоично-кодированное десятичное число, при выполнении арифметических действий иногда необходима десятичная коррекция);
- признак нуля (в случае, когда требуется сравнить результат очередной операции с нулем);

- признак знака (в случае, когда при выполнении очередной арифметической операции получается отрицательное число, знак запоминается для дальнейшего использования);
- признак переполнения (в случае, когда в результате выполнения операции сложения или умножения получится число с количеством разрядов больше восьми);
- признак четности (для контроля по четности при обмене данными).

Для кода операции, как уже говорилось, отведен первый байт команды. Это означает, что могут существовать $2^8 = 256$ различных кодов операций. Первый байт команды читается из памяти и передается в регистр команды, а оттуда – на дешифратор кода операции. В результате дешифрования становится ясно:

- из скольких байтов состоит команда;
- какую операцию нужно выполнить;
- являются ли второй и третий байты, вместе взятые, адресом ячейки памяти, где хранится один из операндов.

Из выходных сигналов дешифратора кода операции с помощью тактовых сигналов УУ формирует управляющие сигналы для выполнения дешифрованной операции.

Доступ к регистрам общего назначения *B*, *C*, *D*, *E*, *H* и *L*, как и к аккумулятору, является ускоренным. Для их адресации используются только три разряда ($2^3 = 8$). Регистры объединены попарно, что дает возможность отводить два байта для адреса ячейки памяти или выполнять вычисления с двухбайтовыми числами.

Счетчик команд (16 разрядов) содержит адрес ячейки памяти, в которой хранится байт (при однобайтовой команде) или первый байт (при двух- или трехбайтовой команде) выполняемой в данный момент команды. Если команда не однобайтовая, то ее чтение из памяти осуществляется в два или три шага. После выполнения каждого шага УУ прибавляет 1 к содержанию счетчика команд, что обеспечивает последовательное выполнение команд программы.

Последовательное выполнение команд программы может быть нарушено, например, при обращении к подпрограмме. Команда обращения, очевидно, должна быть трехбайтовой. После чтения трех байтов команды обращения к подпрограмме содержание счетчика команд увеличивается еще на 1 и помещается в специально отведенной программистом области памяти, которая называется стеком. Это значит, что в стеке хранится адрес команды, которая должна быть выполнена непосредственно после завершения подпрограммы.

После запоминания содержания счетчика команд УУ записывает в него адрес первой команды подпрограммы и начинает выполнение подпрограммы. Последней командой подпрограммы всегда является команда возврата; она не содержит никакого адреса, но по ней производится перезапись адреса из стека в счетчик команд, и после этого продолжается последовательное выполнение основной программы.

Часто при выполнении данной подпрограммы требуется обратиться к другой (второй) подпрограмме и т. д. Для хранения адресов ячеек стековой памяти в микропроцессоре имеется 16-разрядный регистр, который называется указателем стека. При обращении к нескольким подпрограммам, вложенным одна в другую, соблюдается принцип «первым вошел – последним вышел». Наглядно этот принцип иллюстрируется снаряжением рожка автомата патронами и последующим их выходом из рожка при выстрелах.

Последний регистр в микропроцессоре – адресный. В нем временно хранится адрес ячейки памяти, куда требуется записать или откуда необходимо прочесть байт числа или команды. Адресный регистр непосредственно связан с адресной магистралью.

Работа микроЭВМ синхронизируется импульсами тактового генератора (рис. 3.76).

Простейшие действия в микропроцессоре выполняются за один такт (один период тактовой последовательности). Загрузка регистра команд очередным байтом команды обычно совершается за четыре такта:

- 1) чтение адреса ячейки памяти, в которой хранится байт команды;
- 2) дешифрирование адреса памяти;
- 3) передача байта по магистрали данных;
- 4) запись (загрузка) в регистр команд.

Приведенные выше четыре такта содержат одно обращение к памяти и в совокупности образуют один машинный цикл. Для выполнения команд необходимо время, которое составляет от одного до пяти машинных циклов и называется циклом команды.

Микропроцессоры оформлены конструктивно в виде микросхем, обычно с 40 выводами. Кроме выводов адресной магистрали, выводов магистрали данных и выводов для подключения питания, остальные выводы используются:

- для подведения тактовых сигналов (Φ_1 и Φ_2);
- сигналов начала нового машинного цикла (SYNC);
- очистки счетчика команд (RESET);
- записи данных в микропроцессор или в память (WR);

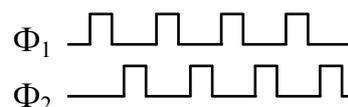


Рис. 3.76. Импульсы тактового генератора

- подведения сигнала готовности памяти или устройства ввода-вывода к обмену данными с микропроцессором (READY) и сигналов ожидания (WAIT);
- для ввода данных из памяти или устройства ввода (DBIN);
- прямого обмена между ЗУПВ и какой-либо внешней памятью (например, ЗУ на гибких магнитных дисках (HOLD) – на это время микропроцессор отключается от магистрали данных и адресной магистрали и уведомляет остальные устройства микроЭВМ о том, что идет обмен (HLDA));
- запроса на прерывание от внешнего устройства (INT);
- разрешения прерывания (INTE).

3.5. ОРГАНИЗАЦИЯ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ

3.5.1. Режимы работы управляющих вычислительных комплексов (УВК) в составе АСУТП

Работа УВК в рамках АСУТП может осуществляться в трех режимах:

- информационном (советчика оператора);
- супервизорном;
- непосредственного цифрового управления.

В *информационном* режиме (режиме советчика оператора) функции УВК заключаются в централизованном контроле технологических параметров, контроле состояния оборудования и его работы, вычислении технико-экономических и технических комплексных показателей. Отличительная особенность такого режима работы УВК состоит в том, что анализ поступающей информации, принятие решений и реализация управляющих воздействий возлагается на оператора. На основе поступающей на УВК информации и последующего ее анализа УВК осуществляет поиск оптимальных решений с выдачей рекомендаций (советов) по управлению оператору-технологу. Оператор на основе таких «советов» управляет процессом путем изменения задания локальным АСР или с помощью систем дистанционного управления регулирующими органами.

При *супервизорном* управлении УВК реализует все функции информационного режима. Основной задачей супервизорного управления является поддержание технологического процесса в окрестности оптимальной рабочей точки. При супервизорном управлении УВК включена в контуры систем автоматического регулирования, формируя воздействия в виде сигналов заданий локальным системам автоматического регулирования (оптимизация статических режимов) или (и) в виде сигналов

автоматической коррекции динамических параметров настройки АСР (оптимизация динамических режимов).

Режим *непосредственного цифрового управления* отличается от выше-рассмотренных тем, что в этом режиме УВК непосредственно воздействует на исполнительные механизмы.

3.5.2. Аппаратурные и топологические структуры АСУ

Под топологической структурой понимают расположение и взаимосвязь технических средств и постов управления с целью обеспечения функционирования АСУ как человеко-машинной системы.

Основными критериями при выборе аппаратурных и топологических структур АСУ являются: удаленность объектов управления, функциональный состав подсистем, надежность, стоимость.

В *централизованных структурах АСУ* в центральном пункте управления располагают одну или несколько вычислительных машин. Варианты архитектуры централизованных АСУ приведены на рис. 3.77 [10].

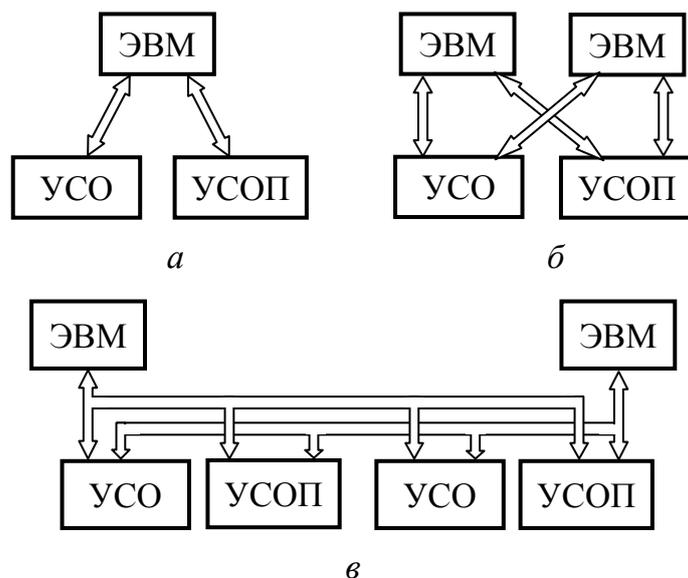


Рис. 3.77. Централизованные структуры АСУ:

a – одномашинная; *б* – двухмашинная; *в* – двухмашинная повышенной надежности;
УСО – устройство связи с объектом; УСОП – устройство связи с оперативным персоналом

На (рис. 3.37, *a*) в представленной структуре – одна вычислительная машина. К ЭВМ непосредственно подключаются устройства связи с оперативным персоналом и модули УСО. При отказе ЭВМ происходит отказ всей системы.

В централизованной АСУ (рис. 3.37, *б*) – две ЭВМ, причем каждая из них связана с модулями УСО и со всеми устройствами связи с опера-

тивным персоналом. В режиме нормального функционирования осуществляется совместная работа ЭВМ по обработке информации. В случае отказа одной из ЭВМ система сохраняет работоспособность. Однако при отказе каких-либо устройств связи с оперативным персоналом или модулей УСО происходит потеря необходимой информации. Для повышения надежности системы выполняют дублирование устройств связи с оперативным персоналом и особо важных модулей УСО. Отказ любого модуля УСО или устройства связи с оперативным персоналом вызывает переход на резерв.

В централизованных структурах значительная часть машинного времени идет на выполнение операций ввода и первичной обработки информации, получаемой с технологического объекта управления, реализацию алгоритмов управления, подготовку и выдачу данных оперативному персоналу, что весьма затрудняет применение централизованных структур для непосредственного цифрового управления. Централизованные структуры обычно применяют для реализации только информационных функций (режим советчика оператора) или для супервизорного управления.

Децентрализованная структура АСУ состоит из центрального и локальных *пунктов управления*. Под пунктом управления понимается централизованный управляющий вычислительный комплекс.

Задачей локальных пунктов управления является управление отдельным агрегатом или отдельной функциональной группой технологического объекта управления. В состав локального пункта управления обычно включают один или несколько микропроцессорных контроллеров, необходимые модули УСО и связи с оперативным персоналом.

На центральном пункте управления размещается одна или несколько вычислительных машин, имеющих развитые средства связи с оперативным персоналом. Центральный пункт управления служит для обеспечения согласованной работы локальных пунктов управления, решения задач планирования, оптимизации, прогнозирования и анализа состояния объекта управления. Виды децентрализованных структур АСУ представлены на рис. 3.78.

В децентрализованной АСУ с *магистральной структурой* общий канал передачи данных (магистраль) связывает между собой пункты управления (рис. 3.78, *а*). Магистраль может управляться вычислительными машинами пунктов управления (децентрализованное управление магистралью) или с помощью специального устройства (централизованное управление магистралью). Первый вариант является более предпочтительным, т. к. отказ одного устройства управления магистралью не приведет к отказу системы в целом.

Построенные по схеме с магистралью, децентрализованные АСУ, имеют высокую надежность, однако их применение не рекомендуется для управления сильно разбросанными объектами, расстояние между которыми может превышать 2...3 км.

В децентрализованной АСУ с *петлевой структурой* (рис. 3.78, б) имеется высокоскоростной канал связи, замкнутый в виде петли. Пункты управления соединяются с каналом связи с помощью специальных устройств.

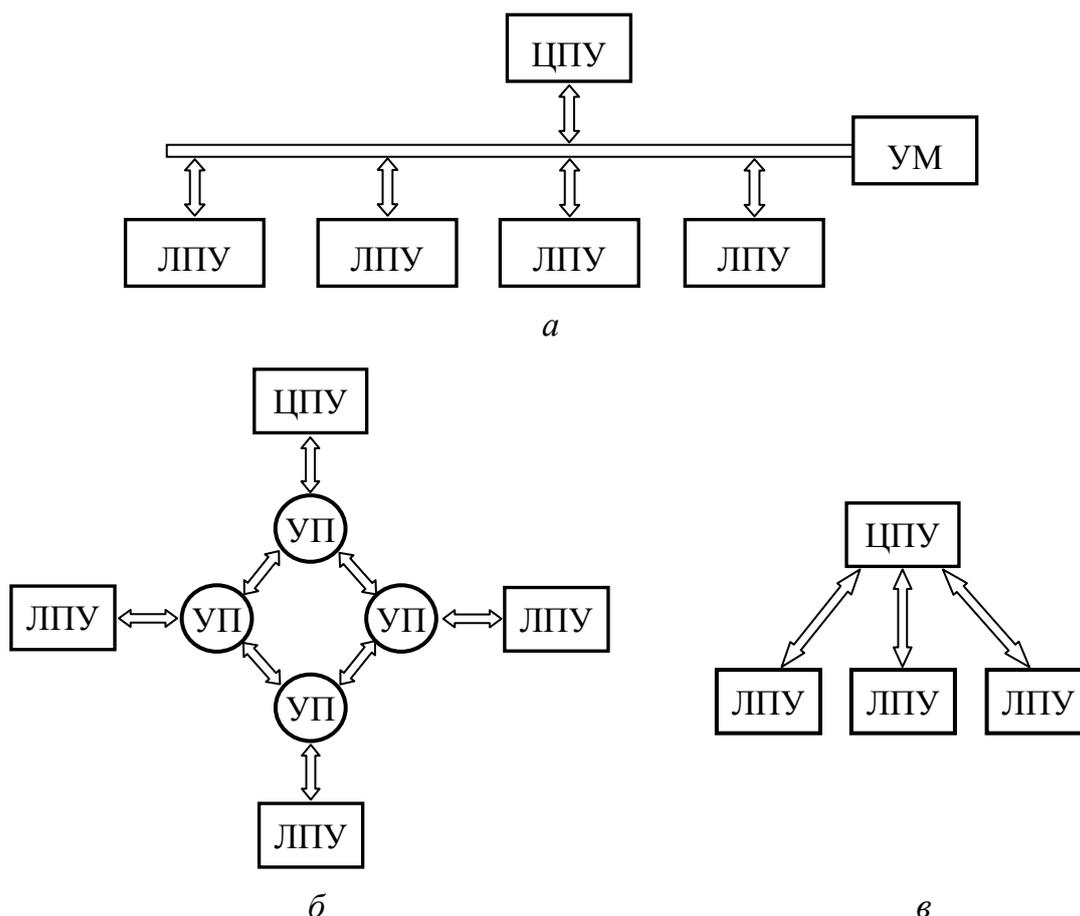


Рис. 3.78. Децентрализованные АСУ:

а – с магистральной структурой; *б* – с петлевой структурой;
в – со структурой типа «звезда»; ЦПУ – центральный пункт управления;
 ЛПУ – локальный пункт управления; УМ – управление магистралью;
 УП – управление петлей

Достоинствами петлевой структуры АСУ являются: высокая производительность; быстрота и легкость установления связи между пунктами, а т. к. имеется единственный путь передачи данных, то отсутствует проблема маршрутизации. У петлевой структуры имеется один, но существенный недостаток: отказ устройства управления петлей в любом

из пунктов управления может привести к прекращению передачи данных, хотя отдельные пункты управления могут функционировать автономно.

В децентрализованной АСУ со структурой типа «звезда» локальные пункты не имеют между собой непосредственной связи и имеют связь только с центральным пунктом (рис. 3.78, в). Эта структура часто встречается в практике, хотя и имеет существенные недостатки. Так, например, при отказе центрального пункта локальные пункты становятся независимыми, связь между ними отсутствует. Центральный пункт управления должен обеспечивать связь с локальными пунктами, а это приводит к существенному увеличению загрузки вычислительных машин центрального пункта управления. Становится сложней задача маршрутизации сообщений для связи локальных пунктов управления друг с другом.

3.5.3. Архитектура микропроцессорных систем цифрового управления

Появление микропроцессорных средств привело к качественному скачку в развитии цифровых систем управления. Появилась возможность применять устройства с высокой вычислительной производительностью, обладающие малыми габаритами при небольшой стоимости. МикроЭВМ, имея магистральную структуру связей, в настоящее время составляют основу децентрализованных цифровых автоматических систем управления.

По сравнению с централизованными системами управления, построенными на базе мини-ЭВМ, преимущества микропроцессорных систем управления определяются функциональной и пространственной децентрализацией. Функциональная децентрализация в результате распределения задач управления по отдельным микроЭВМ дает возможность получить необходимую высокую надежность, применяя резервирование отдельных элементов цифровой системы управления. Пространственная децентрализация за счет максимального приближения регулирующих и управляющих устройств к технологическим объектам приводит к резкому сокращению затрат на кабельные линии связи. На рис. 3.79 представлена структурная схема простейшей микропроцессорной цифровой системы управления.

Микропроцессор (МП) выполняет те же функции, что и процессор обычной ЭВМ, – действия с программами и данными, находящимися в памяти микроЭВМ. Данные и программы помещаются в памяти микроЭВМ так, чтобы выполнялось включение системы управления в работу при подаче питания; при отказе питания микроЭВМ – сохранение

постоянной информации; при необходимости – оперативное изменение структуры и параметров настройки системы управления.

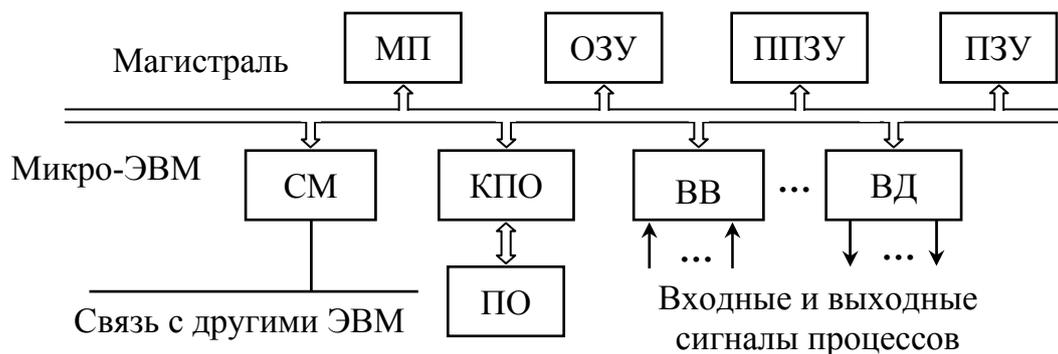


Рис. 3.79. Микропроцессорная цифровая система:

МП – микропроцессор; ОЗУ – оперативное запоминающее устройство; ПЗУ – постоянное запоминающее устройство; ППЗУ – перепрограммируемое ПЗУ; СМ – устройство сопряжения с внешними магистралями; ПО – пульт оператора; КПО – контроллер ПО; ВВ – входные преобразователи; ВД – выходные преобразователи

В постоянном запоминающем устройстве (ПЗУ) находятся программы и данные, не изменяемые при работе системы управления. Эти программы и данные не меняются и в течение всего периода эксплуатации системы управления.

В перепрограммируемом постоянном запоминающем устройстве (ППЗУ) хранятся данные значений постоянных параметров настройки и данные, определяющие структурную схему системы управления. На основе этих данных определяется последовательность и частота выполняемых микроЭВМ программ ПЗУ, обеспечивающих работу требуемых алгоритмов управления и реализацию заданной структурной схемы.

Для хранения информации, которая изменяется в процессе работы системы управления, применяют *оперативное запоминающее устройство* (ОЗУ). Такой информацией могут быть, например, значения изменяемых в процессе работы системы управления параметров настройки, результаты вычислений, вид работы системы регулирования (ручное управление или автоматическое) и т. п.

Связь системы управления с исполнительными устройствами и датчиками выполняется специальными преобразователями. Обмен данными между оператором и микропроцессорной системой управления обеспечивается с помощью пульта оператора, подключаемого к микропроцессорной системе через контроллер. Сопряжение микропроцессорных систем управления с внешними магистралями реализуется с помощью специальных устройств. Эти устройства подключаются непосредственно к внутренней магистрали микроЭВМ.

Возможность связи между микроЭВМ дает возможность создания на их базе полностью децентрализованных микропроцессорных систем управления (рис. 3.80). При больших расстояниях между локальными микропроцессорными регуляторами в качестве системной магистрали можно применить, например, коаксиальный кабель. Системная магистраль при этом может иметь кольцевую или линейную структуру и в случае необходимости может резервироваться. При централизованном управлении технологическим процессом центральный пульт оператора (один или несколько) подключают к системной магистрали. Для осуществления согласованной работы цифровых регуляторов, супервизорного или непосредственного цифрового управления к магистрали можно подключить управляющую микро- или мини-ЭВМ.

Рассмотренная структура системы управления, по сравнению с полностью централизованной структурой на основе одной микро- или мини-ЭВМ, позволяет значительно уменьшить затраты на провода и кабели к датчикам и исполнительным устройствам, а также существенно повысить ее надежность. Отказ какого-либо одного микропроцессорного регулятора не приводит к полному отказу системы управления в целом. Функции отказавшего микропроцессорного регулятора временно могут быть возложены на ручное управление.

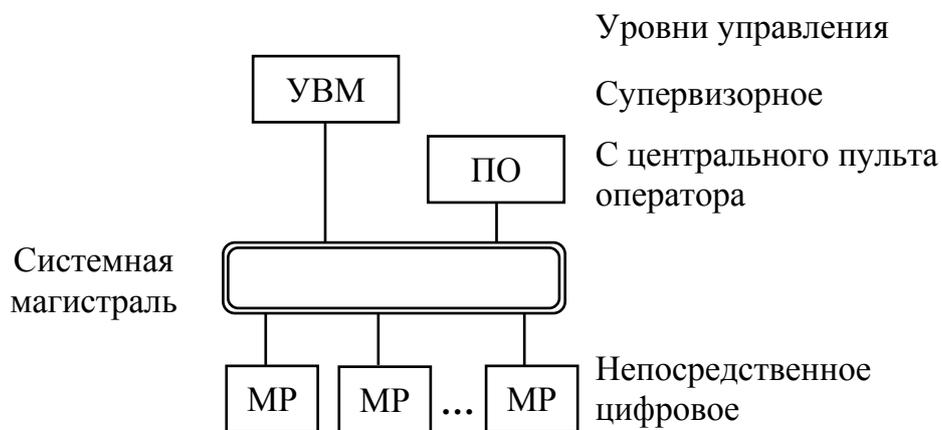


Рис. 3.80. Децентрализованная цифровая система управления с кольцевой структурой: ПО – пульт оператора; МР – микропроцессорный регулятор

3.5.4. Мультипрограммные системы

Способность УВМ выполнять большое количество программ в автоматизированных системах управления обусловлена тем, что время t_i выполнения любой программы на один или несколько порядков меньше среднего интервала времени T_i повторного решения данной задачи, т. е. $t_i \ll T_i$.

Способ организации вычислительного процесса, при котором можно переходить от одной программы к другой до окончания выполнения программы, прерывая ее, и затем возвращаться к ее выполнению, называется *мультипрограммированием*. Этот способ широко применяется в различных ЭВМ, т. к. позволяет значительно сократить время простоя отдельных устройств.

Для УВМ основным критерием при организации мультипрограммного режима является время реакции на входную информацию. Организация работы вычислительной системы, при которой УВМ воспринимает и выдает информацию в том темпе, который необходим для решения задач управления технологическим объектом, называется режимом работы *в реальном масштабе времени*.

Логическая организация современной мультипрограммной системы представляет сочетание программных и аппаратных методов выполнения вычислительного процесса; при этом одни и те же функции в различных УВМ могут быть осуществлены как программным методом, так и с помощью аппаратуры.

3.5.4.1. Система приоритетного прерывания

Современные УВМ имеют развитую систему прерывания, позволяющую реализовать приоритетное обслуживание заявок. Распределение программ по приоритетам (в соответствии со степенью важности для производства, частоты обращения к ним и времени их выполнения) определяет очередность их выполнения. Необходимость прерывания в ЭВМ обусловлена не только различной срочностью выполнения целевых программ (реализующих алгоритмы контроля и управления АСУ), но и организацией обслуживания устройств ввода-вывода информации и требованиями оперативной реакции при появлении сбоев в аппаратуре или ошибок в вычислениях.

Приведем пример распределения программ по приоритетам для некоторой многофункциональной системы, реализованной в виде централизованной одномашинной структуры [1]. Такая структура предъявляет особые требования к организации вычислительного процесса, потому что дискретность работы различных программ, выполняемых одним вычислительным устройством, может колебаться от долей секунды до года, а время выполнения – от сотни микросекунд до нескольких часов.

1-приоритет:

- а) анализ сбоев УВМ;
- б) обслуживание устройств ввода-вывода.

2-приоритет:

- а) аварийная ситуация объекта;

б) обслуживание пультов оператора и аппаратуры отображения.
3-приоритет:

- а) циклический опрос измерительных преобразователей;
- б) непосредственное цифровое управление.

4-приоритет:

- а) оптимизация управления технологическими объектами.

5-приоритет:

- а) вычисление сводных показателей;
- б) отгрузка готовой продукции;
- в) учет складских запасов;
- г) график ремонта оборудования.

6-приоритет:

- а) программы планово-экономических расчетов.

7-приоритет:

- а) отладочная программа;
- б) диагностические тесты.

В зависимости от структуры УВМ, объема и специфики задач, распределение программ по приоритетам может видоизмениться как в сторону увеличения числа приоритетов (до нескольких десятков), так и в сторону уменьшения их числа, т. е. укрупнение приоритетов.

Приоритеты разделяются на абсолютные и относительные. Абсолютная приоритетность обеспечивается обязательным прерыванием программ младшего приоритета и передачей управления программе старшего. На каждом абсолютном приоритете может находиться несколько программ, имеющих между собой относительную приоритетность. Эти программы не могут прерывать друг друга, однако, если к моменту окончания работы программы старшего приоритета имелось несколько заявок, имеющих разную относительную приоритетность, то предпочтение отдается не очередности поступления заявок, а их относительным приоритетам. В рассматриваемом примере программа «Аварийная ситуация объекта» имеет абсолютный приоритет над программой «Оптимизация управления технологическими объектами», а все четыре программы 5-го абсолютного приоритета могут иметь относительную приоритетность в порядке их перечисления.

Заявки на выполнение программ могут формироваться по времени (для программ, работающих с заданной периодичностью), объектом (например, сигналы аварийного состояния объекта), УВМ (сигналы сбоя, заявки, формируемые программным способом), оператором с помощью пультов и дисплеев. Формирование сигналов временных интервалов осуществляется с помощью специальных электронных часов – таймеров.

На рис. 3.81 показан один из возможных вариантов схемы приоритетного прерывания [1].

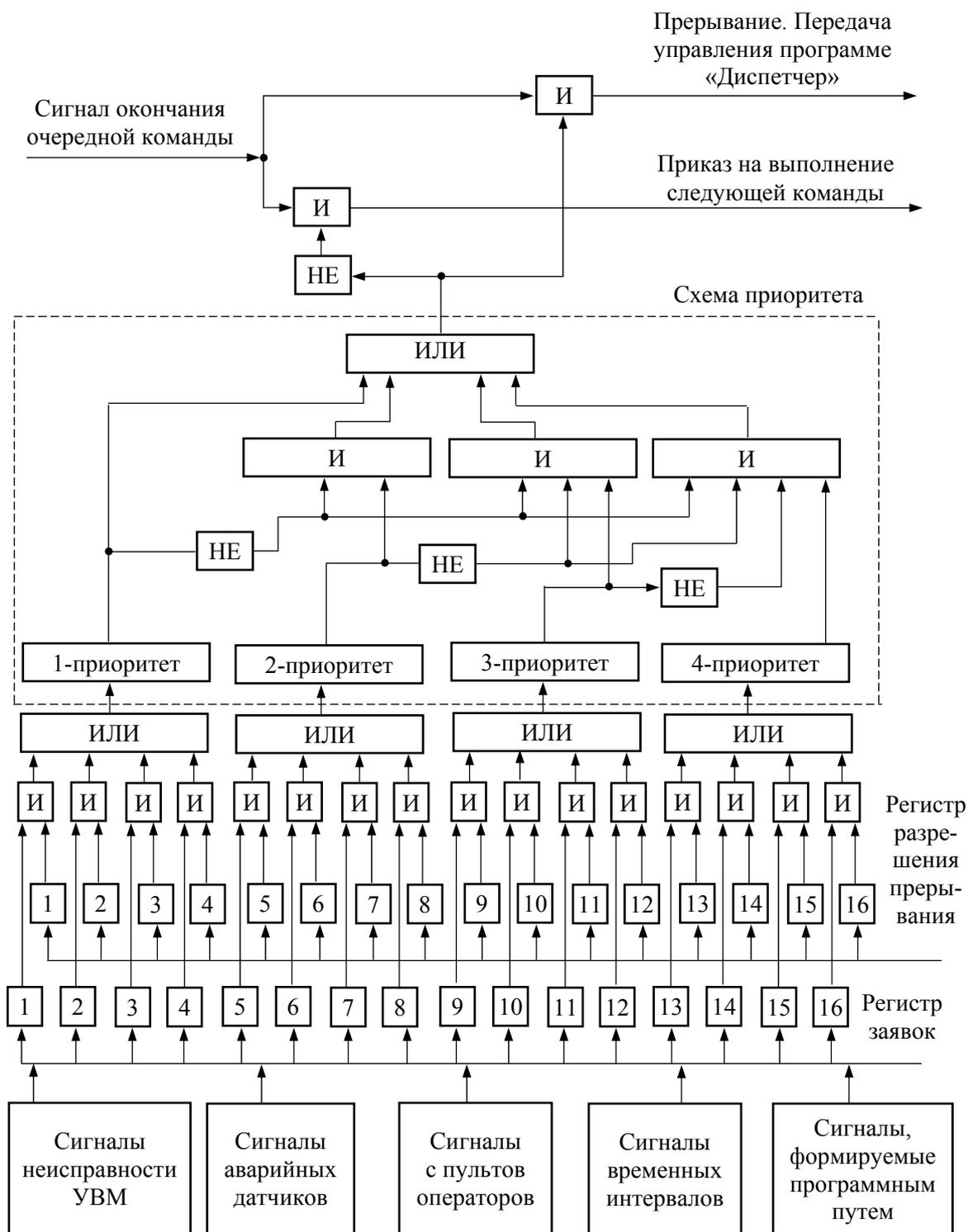


Рис. 3.81. Функциональная схема приоритетного прерывания программ

Имеется регистр на 16 заявок, разделенных на четыре абсолютных приоритета по четыре заявки в каждом. При появлении на регистре прерывания сигнала i -го приоритета прерывание будет выполняться только в том случае, если работающая в данный момент программа имеет более низкий приоритет (см. схему приоритетности). Регистр разрешения прерывания позволяет программным путем исключить на некоторое время прерывание при появлении каких-то заявок. Такая необходимость появляется, например, при использовании одних и тех же устройств ввода-вывода программами разных приоритетов.

В современных УВМ применяются более сложные схемы приоритетного прерывания, позволяющие осуществлять программно-управляемые приоритеты. Такие системы позволяют более гибко планировать работу вычислительного комплекса в зависимости от конкретной ситуации.

3.5.4.2. Распределение памяти

В мультипрограммных системах применяются различные способы компоновки, распределения и перемещения программ и массивов информации. В системах с *простым обменом* в оперативной памяти (ОЗУ) размещается одновременно только одна программа, которая находится в данный момент в активном состоянии, т. е. участвует в выполнении вычислительного процесса. Все остальные программы и необходимая для них информация хранятся во внешних запоминающих устройствах (ВЗУ).

По функциональному признаку различают массивы постоянной информации, которым присуще одностороннее перемещение ВЗУ \rightarrow ОЗУ, ибо в процессе реализации программы они не претерпевают никаких изменений, и массивы переменной информации, которые изменяются в процессе реализации программы и поэтому запоминаются в ВЗУ после окончания работы программы.

Диспетчерская система, организующая обмен массивов, постоянно хранит информацию о том, какие массивы находятся в данный момент в ОЗУ. При вызове в ОЗУ новой информации производится предварительный анализ содержимого ОЗУ: находящиеся в ОЗУ массивы данной программы повторно не вызываются.

Недостатком такой системы обмена является нерациональное использование времени процессора, который в момент пересылки информации простаивает. Значительно более высокий коэффициент использования процессора получается при *динамическом распределении программ* в ОЗУ, когда целевые программы не привязываются к определенным адресам оперативной памяти. Для автоматической переадресации программы при

считывании ее из ВЗУ в произвольную часть ОЗУ процессор УВМ имеет специальные базовые регистры управления памятью. Работа диспетчерской системы заключается в нахождении места в памяти для вызываемой программы и установки соответствующего ей числа в базовый регистр. Это число прибавляется к условным адресам, в которых записывается целевая программа, образуя истинный адрес памяти.

В таких системах обмена емкость ОЗУ выбирается с расчетом размещения в ней одновременно не менее двух программ. Информация из ВЗУ пересылается в свободную часть ОЗУ по каналу прямого доступа в память одновременно с решением задачи, находящейся в данный момент в ОЗУ. Прерывание работающей программы и передача управления вновь вызванной программе произойдет только после окончания процесса пересылки.

3.5.4.3. Распределение ресурсов УВМ

Чтобы мультипрограммная система работала эффективно, необходимо учитывать временную загрузку процессора при параллельном решении заданного комплекса задач и пропускную способность устройств ввода-вывода (каналов).

Программы, реализующие алгоритмы контроля и управления производством, можно разделить на две группы:

1) программы, которые повторяются с заданной периодичностью, например программы циклического опроса измерительных преобразователей, управления технологическими объектами, вычисления сводных показателей и др.;

2) программы, момент начала выполнения которых случаен: это программы реакции на запросы абонентов, на сигналы аварийных датчиков, программы оперативного управления производством и т. д.

Затраты машинного времени на выполнение программ, работающих с заданной периодичностью, можно оценить с помощью коэффициента заполнения на цикл $K_{ц} = t_p / T$, где t_p – время работы УВМ при однократном решении данной задачи; T – интервал цикла.

Величина t_p может колебаться в некоторых пределах в зависимости от количества реальных логических путей решения задачи с разветвленным вычислительным процессом. Для оценки затрат машинного времени необходимо учитывать максимально возможное значение t_p .

На рис. 3.82 показана временная диаграмма работы мультипрограммной системы, состоящей из трех программ (Π_1 , Π_2 , Π_3), имеющих различные приоритеты.

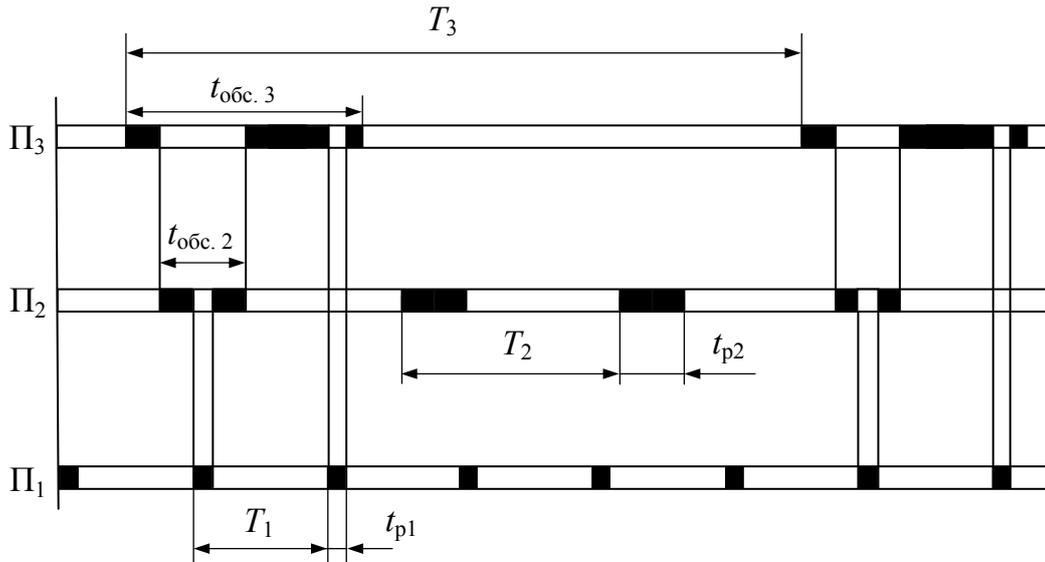


Рис. 3.82. Временная диаграмма работы УВМ в мультипрограммном режиме

Из этой диаграммы видно, что время обслуживания $t_{\text{обс}}$ программы i -го приоритета складывается из времени выполнения УВМ данной программы t_{pi} и времени приостанова ее (прерывания) для обслуживания программ старших приоритетов:

$$t_{\text{обс}i} = t_{pi} + \sum_{j=1}^{i-1} t_{pj} \cdot n_j,$$

где t_{pj} – время однократного выполнения программы j -го приоритета (при повышении приоритета его порядковый номер уменьшается: $j < i$); n_j – количество циклов выполнения программы j -го приоритета за время $t_{\text{обс}i}$.

При одновременном решении на УВМ N задач, повторяющихся с заданной периодичностью, полное использование машинного времени

УВМ $\left(\sum_{i=1}^N K_{\text{ци}i} = 1 \right)$ достигается при условии $t_{\text{обс}N} = T_N$, где T_N – интервал цикла программы, находящейся на самом младшем приоритете системы.

Для иллюстрации этого условия можно привести такой пример. Если в мультипрограммной системе самый низкий приоритет имеет программа ежемесячного расчета заработной платы, то для достижения 100 % использования машинного времени этот расчет должен выполняться УВМ в течение месяца.

Основным ограничением при построении мультипрограммной системы является допустимое время запаздывания $t_{\text{доп}}$ между моментом поступления информационного сообщения или сигнала к выполнению

программы и моментом выдачи ответа или соответствующего управляющего воздействия:

$$t_{\text{обс}i} \leq t_{\text{доп}i}.$$

С учетом этого ограничения затратами машинного времени при выполнении данной программы следует считать отношение:

$$K_{mi} = t_{pi} / t_{\text{доп}i}.$$

Для обеспечения нормальной работы всех N программ системы должно быть выполнено требование:

$$\sum_{i=1}^N K_{mi} \leq 1.$$

Аналогично осуществляется оценка пропускной способности каналов при заданной периодичности ввода-вывода информации (опрос измерительных преобразователей, выдача управляющих воздействий). Если обозначить интервал цикла передачи информации для i -го периферийного устройства через T_i , время загрузки канала при передаче этой информации – через t_i , время, затрачиваемое УВМ от момента поступления сигнала об освобождении канала до выдачи новой команды управления каналом, – через t_0 , то максимальное количество устройств n_{max} , которое в состоянии обслуживать данный канал, можно определить из условия:

$$\sum_{i=1}^{n_{\text{max}}} \frac{t_0 + t_i}{T_i} \leq 1.$$

ГЛАВА 4. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ (УВК)

4.1.1. Задачи первичной обработки информации

Информацию о ходе технологического процесса в АСУТП в основном получают путем измерения текущих значений технологических параметров и преобразования их в сигналы измерительной информации. Эти сигналы в виде постоянного или переменного напряжения, частоты, фазы, временных интервалов и углов поворота могут быть поданы на ЭВМ лишь через аналого-цифровые преобразователи (АЦП). Последовательность преобразования сигнала измерительной информации в информационно-измерительном канале (ИИК) представлена на рис. 4.1.

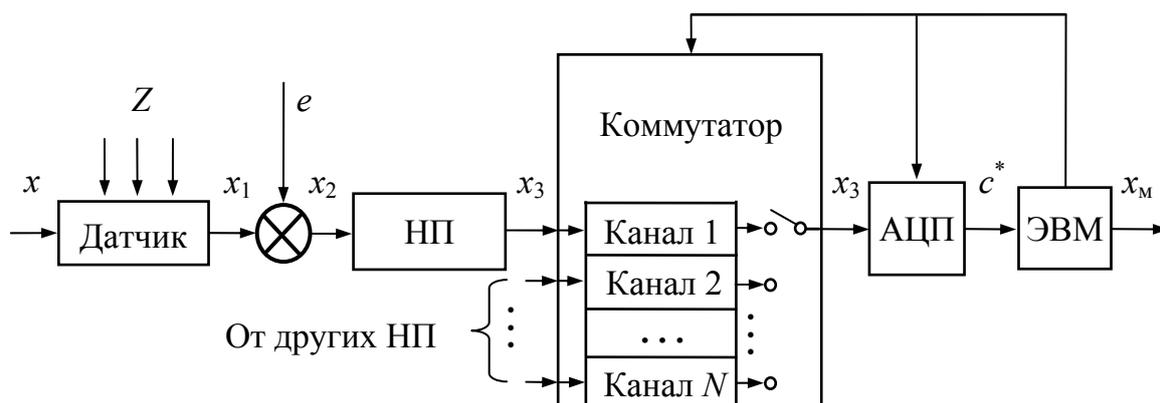


Рис. 4.1. Схема информационно-измерительного канала

Измеряемый параметр x преобразуется с помощью датчика в сигнал измерительной информации x_1 , который зависит во многих случаях от вектора влияющих параметров Z . Например, при измерении уровня в барабане парогенератора по перепаду давлений в отборном устройстве на результат измерений оказывает существенное влияние величина давления в барабане, которая в рассматриваемом случае является влияющим параметром.

На полезный сигнал измерительной информации x_1 накладывается помеха e , в состав которой входит случайная погрешность датчика, электрические наводки в соединительных проводах, вызванные переменными магнитными полями от электрических установок, влияние

пульсаций давлений и расходов в технологических трубопроводах вследствие работы насосов и другие факторы.

Суммарный с помехой полезный сигнал x_2 поступает на вход нормирующего преобразователя НП, где преобразуется в сигнал x_3 , приведенный к входу АЦП. Коммутатор не осуществляет преобразование входного сигнала, а лишь подключает (коммутирует) по команде от ЭВМ выбранный канал измерения к АЦП.

По команде от ЭВМ АЦП преобразует непрерывный сигнал x_3 в числовую последовательность, осуществляя квантование сигнала x_3 по времени и по уровню. Код c^* на выходе АЦП пересчитывается в значение измеряемого параметра x_m и заносится в память ЭВМ.

Очевидно, что основной задачей цифрового контроля является выполнение с допустимой погрешностью условия $x_m = x$. Выполнение этого условия и составляет основу задач первичной обработки информации в АСУТП. Эти задачи заключаются в следующем:

- пересчет кода, поступающего с АЦП в память ЭВМ, в значение измеряемого параметра;
- учет влияющих параметров (коррекция результатов измерений);
- определение периода опроса датчиков измеряемых величин;
- фильтрация измеряемых величин от помех;
- контроль и повышение достоверности исходной информации;
- автоматическое обнаружение событий.

4.1.2. Дискретное измерение непрерывных величин.

Определение разрешающей способности АЦП

В процессе преобразования непрерывного сигнала в последовательность цифровых данных в АЦП происходит двойное квантование. Непрерывный сигнал измерительной информации квантуется по времени и по уровню.

Квантование по времени происходит вследствие того, что измерение происходит не непрерывно, а только в дискретные моменты времени (рис. 4.2, *а*). В цифровых системах интервал времени T , через который происходит съем сигнала, – величина постоянная, которую называют по-разному: циклом опроса, тактом квантования, периодом дискретизации.

При квантовании сигнала по уровню фиксируются определенные дискретные значения уровней сигнала (квантов) в моменты времени достижения сигналом соответствующего уровня (рис. 4.2, *б*).

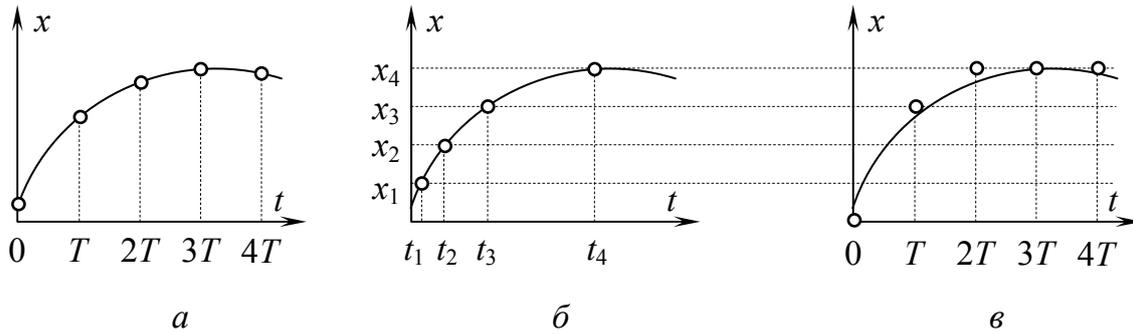


Рис. 4.2. Виды квантования непрерывного сигнала

При квантовании сигнала по времени и по уровню непрерывный сигнал заменяется дискретными уровнями, ближайшими к значениям непрерывного сигнала в дискретные моменты времени (рис. 4.2, в).

Необходимость квантования по уровню объясняется тем, что цифровое (числовое) значение измеряемой величины определяется числом квантов, содержащихся в сигнале измерительной информации (см. рис. 4.2, в). Цена деления, или шаг квантования по уровню Δ , определяется разрядностью АЦП, т. е. числом разрядов для записи двоичных чисел.

Рассмотрим преобразователи с различной разрядностью с точки зрения возможности представления числа квантов, содержащихся в измеряемом сигнале.

При разрядности $r = 1$ возможно представление двух уровней сигнала – 0 или 1, т. е. сигнал может быть представлен лишь одним квантом.

При разрядности $r = 2$ возможно представление двоичными числами четырех уровней сигнала – 00, 01, 10, 11, т. е. диапазон измеряемого сигнала может быть разбит на три кванта.

При $r = 3$ уровни квантования могут быть представлены двоичными числами: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111, т. е. диапазон измеряемого сигнала может быть разбит на семь квантов.

Таким образом, как нетрудно заметить, максимальное число квантов N_{\max} , которое можно представить с помощью r -разрядного АЦП, составляет $N_{\max} = 2^r - 1$, а шаг квантования по уровню

$$\Delta_{\text{кв}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N_{\max}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^r - 1} \approx \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2^r}$$

или в относительных единицах

$$\Delta_{\text{кв}}^{\text{отн}} \approx \frac{1}{2^r}; \quad \Delta_{\text{кв}}^{\text{отн}} (\%) \approx \frac{100}{2^r} (\%),$$

где x_{\max} и x_{\min} соответственно – верхняя и нижняя границы диапазона измерения.

В табл. 4.1 приведены значения шага квантования по уровню, соответствующие АЦП с различной разрядностью r .

Таблица 4.1

Шаг квантования в зависимости от разрядности АЦП

| | | | | |
|---------------------------------------|---------|---------|----------|--------------|
| Число двоичных разрядов, r | 8 | 12 | 16 | 24 |
| Число квантов, N_{\max} | 255 | 4095 | 65535 | 16777215 |
| $\Delta_{\text{КВ}}^{\text{отн}}$ | 0,00392 | 0,00024 | 0,000015 | 0,0000000596 |
| $\Delta_{\text{КВ}}^{\text{отн}}, \%$ | 0,392 | 0,024 | 0,0015 | 0,00000596 |

Таким образом, разрядность АЦП определяет его разрешающую способность. Определение необходимой разрядности АЦП рассмотрим на следующем примере.

Пример. Пусть измеряется температура в диапазоне $0 \dots 200 \text{ }^\circ\text{C}$ с требуемой точностью до $0,1 \text{ }^\circ\text{C}$. Требуется определить необходимую разрядность АЦП.

Решение

Требуемая относительная погрешность измерения составляет

$$\Delta_{\text{отн}} (\%) = \frac{0,1 \text{ }^\circ\text{C}}{200 \text{ }^\circ\text{C}} \cdot 100 \% = 0,05 \%$$

Относительная величина шага квантования по уровню в АЦП

$$\Delta_{\text{КВ}}^{\text{отн}} (\%) = \frac{100}{2^r - 1} (\%).$$

Из условия $\Delta_{\text{КВ}}^{\text{отн}} (\%) \leq \Delta_{\text{отн}} (\%)$ находим искомую разрядность АЦП:

$$r \geq 11, \text{ т. к. } \frac{100}{2^{11} - 1} = 0,049 < 0,05.$$

4.1.3. Алгоритмы опроса датчиков и преобразователей

Опрос датчиков и преобразователей может осуществляться УВМ как циклическим, так и адресным способом.

При циклическом опросе датчики опрашиваются периодически в строго определенной последовательности с заданными временными интервалами.

При адресном опросе опрашивается один или несколько датчиков, адрес которых (номер) определяется оператором или получается в ходе выполнения некоторых программ контроля или управления. При таком способе моменты опроса датчиков носят случайный характер.

При автоматизации технологических процессов наиболее распространенным является циклический опрос датчиков. Рассмотрим один из возможных алгоритмов циклического опроса датчиков (рис. 4.3).

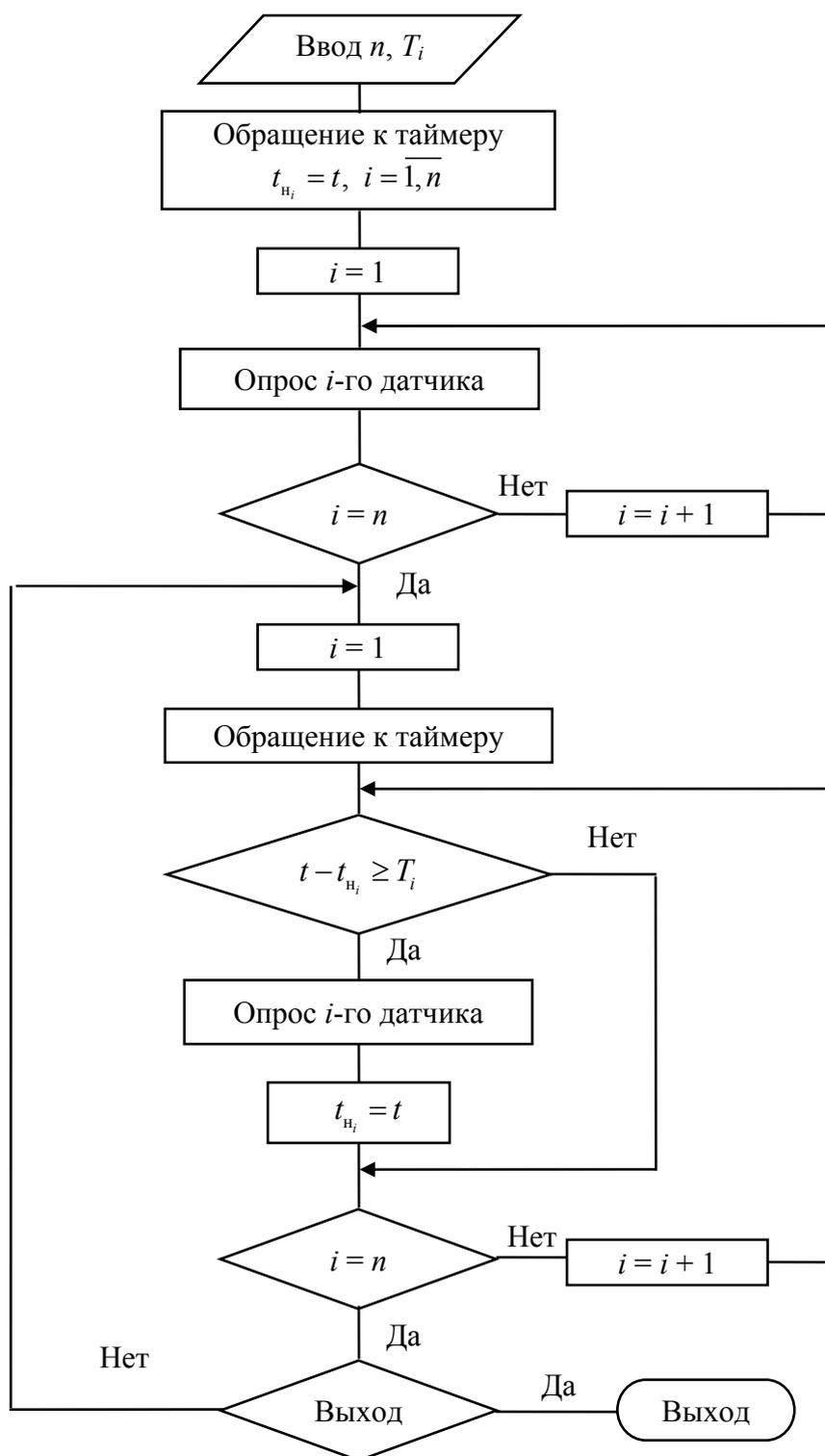


Рис. 4.3. Схема алгоритма циклического опроса датчиков

Исходными данными алгоритма являются: число опрашиваемых датчиков и периодичность опроса каждого датчика T_i . Работа алгоритма заключается в следующем.

При входе в алгоритм устанавливается начальный момент времени работы алгоритма t (обращение к таймеру), а затем в цикле по i последовательно опрашиваются все n датчиков. Величины $t_{н_i}$, $i = \overline{1, n}$ определяют момент времени начала отсчета интервала опроса для каждого датчика. Так как время опроса каждого датчика пренебрежимо мало, то можно считать, что все датчики опрошены одновременно. Это первая часть алгоритма.

Во второй, основной, части алгоритма определяется текущее время t (обращение к таймеру) и в цикле по i ($i = \overline{1, n}$) для каждого i -го датчика проверяется выполнение условия: разность текущего t и начального $t_{н_i}$ времен равно или превышает T_i . При выполнении этого условия происходит опрос i -го датчика и для него устанавливается новое значение $t_{н_i}$ как момент начала отсчета последующего интервала времени T_i . По завершении цикла по i вторая часть алгоритма повторяется.

Для обеспечения возможности выхода из алгоритма предусмотрено специальное условие «Выход».

4.1.4. Определение значений технологических параметров. Аналитическая градуировка датчиков

Порядок преобразования измеряемого параметра x в сигналы измерительной информации представлен на схеме (см. рис. 4.1) информационно-измерительного канала.

На вход УВМ поступает код c^* с последующим пересчетом в значение измеряемого параметра x_M . В идеальном случае должно выполняться условие $x_M = x$. Рассмотрим последовательность такого пересчета в предположении, что отсутствуют помеха e и вектор влияющих параметров Z .

1. Пересчет кода c^* в значение сигнала x_3 определяется выражением

$$x_3 = \frac{c^* (x_3^{\max} - x_3^{\min})}{c_{\max}^*} + x_3^{\min},$$

где x_3^{\max} и x_3^{\min} – соответственно верхняя и нижняя границы диапазона выходного сигнала нормирующего преобразователя; $c_{\max}^* = 2^r - 1$ – максимальное значение кода на выходе АЦП (r – разрядность АЦП).

2. Пересчет значения сигнала x_3 в значение сигнала x_2 на входе нормирующего преобразователя.

При линейной зависимости сигнала x_3 от сигнала x_2 (в противном случае см. п. 3)

$$x_2 = \frac{x_3 - x_{30}}{k_{\text{нп}}} + x_{20},$$

где x_{30} – значение выходного сигнала нормирующего преобразователя при входном сигнале x_{20} ; $k_{\text{нп}}$ – коэффициент передачи нормирующего преобразователя.

3. Пересчет значения сигнала $x_2 = x_1$ в значение измеряемого параметра x .

В общем случае выходной сигнал датчика x_1 связан с измеряемым параметром x нелинейной зависимостью, и во многих случаях эта зависимость известна в виде таблицы совокупности пар значений x_{1i} , $x_i (i = \overline{1, n})$.

Эту совокупность пар, как функциональную зависимость, можно аппроксимировать обобщенным полиномом вида (*аналитическая градуировка датчика*)

$$x_M = \sum_{i=1}^m a_i \varphi_i(x_1),$$

где $\varphi_i(x_1)$ – заданные функции. Коэффициенты a_i выбираются в соответствии с критерием близости получаемых оценок x_M к истинным значениям x .

Часто совокупность пар значений x_{1i} , $x_i (i = \overline{1, n})$ аппроксимируют степенным полиномом

$$x_M = a_m x_1^m + a_{m-1} x_1^{m-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0.$$

Степень полинома m выбирают таким образом, чтобы ошибка аппроксимации не превышала допустимого значения. Если требуемая точность аппроксимации не достигается, то целесообразно табличные значения разбить на группы и для каждой группы определять соответствующий аппроксимирующий полином.

Вычисление значений x_M по аппроксимирующему полиному удобно выполнять по схеме Горнера

$$x_M = \left(\left(\dots (a_m x_1 + a_{m-1}) x_1 + a_{m-2} \right) x_1 + \dots + a_1 \right) x_1 + a_0.$$

При таком подходе в памяти ЭВМ хранятся значения лишь коэффициентов полинома, а не вся совокупность пар значений $x_{1i}, x_i (i = \overline{1, n})$ градуировочной характеристики датчика.

Пример

Дано:

- наименование параметра – температура;
- тип датчика – термоэлектрический преобразователь градуировки ТХК;
- диапазон измерения, °С – 0...600;
- диапазон изменения выходного сигнала нормирующего преобразователя, В – 0...10;
- коэффициент передачи нормирующего преобразователя, В/мВ – 0.204;
- разрядность АЦП r – 12;
- значение кода на выходе АЦП – 2925.

Требуется выполнить пересчет значения кода c^* в значение измеряемого параметра x .

Решение

1. Определяем значение сигнала x_3 на выходе нормирующего преобразователя

$$x_3 = \frac{c^* (x_3^{\max} - x_3^{\min})}{c_{\max}^*} + x_3^{\min} = \frac{2925 \cdot (10 - 0)}{4095} + 0 = 7,14 \text{ В.}$$

2. Определяем значение сигнала $x_2 = x_1$ на выходе датчика

$$x_2 = \frac{x_3 - x_{30}}{k_{\text{нп}}} + x_{20} = \frac{7,14 - 0}{0,204} + 0 = 35 \text{ мВ.}$$

3. Определяем значение измеряемого параметра x . По градуировочной характеристике термоэлектрического преобразователя градуировки ХК с помощью метода наименьших квадратов осуществим аналитическую градуировку датчика в диапазоне температур 0...600 °С с относительной погрешностью не более 0,5 %. Метод наименьших квадратов дает

$$x_{\text{м}} = 3,01 + 13,75 \cdot x_1 - 0,03 \cdot x_1^2,$$

где $x_{\text{м}}$ – значение температуры, °С;

x_1 – ЭДС термопары, мВ.

При $x_1 = 35$ мВ имеем $x_{\text{м}} = 447,5$ °С.

4.1.5. Определение периода опроса датчиков измеряемых величин

Выбор периода опроса аналоговых сигналов датчиков весьма важен при разработке АСУТП. От этого выбора зависят достоверность получаемой информации и затраты на технические средства, осуществляющие контроль. Уменьшение периода опроса датчиков приводит к повышению затрат машинного времени на операции сбора и первичной обработки информации и ограничено возможностями технических средств контроля. При повышении периода опроса датчиков возрастает погрешность восстановления значений непрерывного сигнала между тактами опроса. Следовательно, период опроса датчиков должен быть максимально возможным при условии достижения требуемой точности восстановления непрерывного сигнала по его дискретным значениям, определяемым в моменты опроса датчиков.

Согласно теореме Котельникова восстановление непрерывного сигнала $x(t)$ по его дискретным значениям возможно с помощью специального формирующего фильтра при выполнении условия

$$T \leq \frac{\pi}{\omega_{\max}},$$

где T – период опроса датчика; ω_{\max} – максимальная частота в спектре непрерывного сигнала. Для точного восстановления непрерывного сигнала необходимо использовать идеальный физически нереализуемый фильтр с АФЧХ

$$W_{\phi}^{\text{ид}}(i\omega) = \begin{cases} 1 & \text{при } |\omega| \leq \omega_{\max}; \\ 0 & \text{при } |\omega| > \omega_{\max}. \end{cases}$$

Если фильтр неидеальный, то возникает ошибка восстановления непрерывного сигнала

$$\varepsilon_{\phi}(t) = y_{\phi}(t) - x(t),$$

где $y_{\phi}(t)$ – выходной сигнал фильтра.

Ошибку восстановления непрерывного сигнала можно определить из выражения

$$\varepsilon_{\phi}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [W_{\phi}(i\omega) - W_{\phi}^{\text{ид}}(i\omega)] \cdot X^*(i\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega, \quad (4.1)$$

где $X^*(i\omega)$ – изображение по Фурье дискретного сигнала на входе фильтра, а $W_{\phi}(i\omega)$ – АФЧХ реального (неидеального) фильтра.

Нетрудно видеть, что ошибка восстановления зависит от свойств сигнала $x(t)$, периода квантования T ($x(t)$ и T определяют $X^*(i\omega)$) и АФЧХ реального фильтра $W_\Phi(i\omega)$.

В практических задачах восстановления непрерывного сигнала по его дискретным значениям применяют методы интерполяции и экстраполяции. Если требуется получить значение измеряемой величины в текущий момент времени по значениям, полученным ранее, применяются методы *экстраполяции*. Для определения значения измеряемой величины в моменты, предшествующие последнему замеру, используются методы *интерполяции*.

Рассмотрим наиболее распространенные методы интерполяции и экстраполяции, применяемые в задачах восстановления непрерывного сигнала по его дискретным значениям.

Метод ступенчатой экстраполяции

При ступенчатой экстраполяции восстановленный сигнал $y_\Phi(t)$ для любого интервала времени $kT \leq t < (k+1)T$ равен $x(kT)$ (рис. 4.4), т. е.

$$y_\Phi(t) = \begin{cases} x(kT) & \text{при } kT \leq t < (k+1)T, \\ 0 & \text{при } kT > t \geq (k+1)T. \end{cases}$$

Передаточная функция фильтра-экстраполятора (экстраполятора нулевого порядка) имеет вид

$$W_\Phi(p) = \frac{1 - e^{-p \cdot T}}{p}.$$

По передаточной функции фильтра на основе выражения (4.1) можно определить ошибку восстановления непрерывного сигнала.

Метод линейной интерполяции

В основе линейной интерполяции лежит кусочно-линейная аппроксимация функции $x(t)$ на интервале времени $kT \leq t < (k+1)T$ (рис. 4.5).

При линейной интерполяции

$$y_\Phi(t) = \beta \cdot (t - kT) + x(kT), \text{ где } \beta = \frac{x[(k+1)T] - x[kT]}{T}.$$

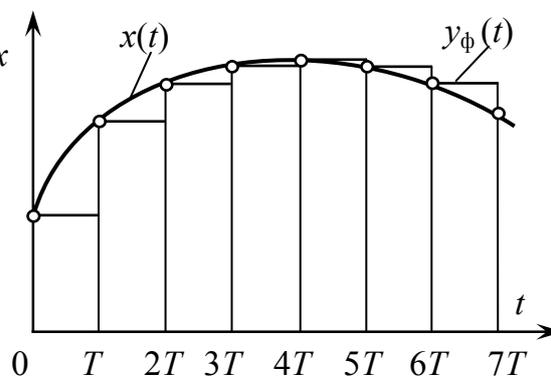


Рис. 4.4. Ступенчатая экстраполяция сигнала

Приведенные методы интерполяции и экстраполяции имеют наибольшее применение на практике, хотя существуют и другие более сложные методы интерполяции и экстраполяции. Объяснение этому состоит в том, что алгоритмы первичной обработки информации в АСУ ТП должны быть максимально просты и при этом достаточно эффективны.

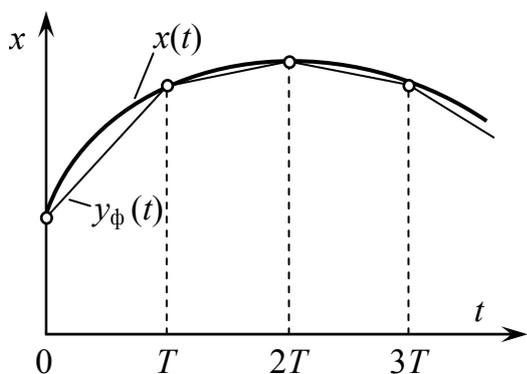


Рис. 4.5. Линейная интерполяция сигнала

Рассмотрим ряд практических алгоритмов определения периода опроса датчиков из условия допустимой погрешности восстановления аналоговых сигналов. При этом будем полагать, что восстанавливаемый сигнал $x(t)$ является стационарным случайным процессом.

Алгоритм № 1. Определение периода опроса датчика при известной корреляционной функции сигнала $x(t)$

Найдем выражение для ошибки ступенчатой экстраполяции $\varepsilon_\circ(t) = x(kT) - x(t)$ при $kT \leq t < (k+1)T$.

Для получения дисперсии ошибки экстраполяции σ_ε^2 (как меры оценки точности восстановления непрерывного сигнала) возведем $\varepsilon_\circ(t)$ в квадрат и определим математическое ожидание этого квадрата

$$\begin{aligned} M\{\varepsilon_\circ^2(t)\} &= \sigma_\varepsilon^2 = M\{[x(kT) - x(t)]^2\} = \\ &= M\{x^2(kT) - 2 \cdot x(kT) \cdot x(t) + x^2(t)\} = \sigma_x^2 - 2 \cdot r_{xx}(t - kT) + \sigma_x^2 \end{aligned}$$

или
$$\sigma_\varepsilon^2 = 2[\sigma_x^2 - r_{xx}(t - kT)],$$

или с учетом погрешности датчика

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2[\sigma_x^2 - r_{xx}(t - kT)] + \sigma_d^2,$$

где σ_x^2 – дисперсия случайного процесса $x(t)$; $r_{xx}(\tau)$ – корреляционная функция случайного процесса $x(t)$; σ_d^2 – дисперсия погрешности измерения датчика.

Максимальное значение дисперсии ошибки экстраполяции достигается при максимальной разности $t - kT$, т. к. $r_{xx}(\tau)$ убывает с ростом τ

$$(\sigma_\varepsilon^2)_{\max} = 2[\sigma_x^2 - r_{xx}(T)] + \sigma_d^2,$$

На основе полученного выражения, задаваясь допустимым значением дисперсии ошибки экстраполяции $(\sigma_\varepsilon^2)_{\text{доп}}$, можно определить искомый интервал квантования T из условия

$$(\sigma_\varepsilon^2)_{\text{доп}} = 2[\sigma_x^2 - r_{xx}(T)] + \sigma_d^2. \quad (4.2)$$

Решение уравнения (4.2) относительно искомого T удобно осуществить графическим способом. Для этого представим (4.2) в следующем виде

$$r_{xx}(T) = \sigma_x^2 - \frac{(\sigma_\varepsilon^2)_{\text{доп}} - \sigma_d^2}{2}.$$

Порядок определения искомого значения T наглядно иллюстрирует рис. 4.6.

В случае линейной интерполяции сигнала

$$(\sigma_\varepsilon^2)_{\text{макс}} = \frac{2}{3} \cdot [\sigma_x^2 - r_{xx}(T)] + \sigma_d^2.$$

При этом порядок определения значения T аналогичен вышеописанному.

Алгоритм № 2. Определение периода опроса датчика при неизвестной корреляционной функции сигнала $x(t)$

При неизвестной корреляционной функции сигнала $x(t)$ возможно применение следующего алгоритма определения интервала квантования T [11].

1. Экспериментально проводят n измерений сигнала $x(t)$ с произвольным интервалом времени Δt между соседними замерами ($n = 30 \dots 50$).
2. По формуле

$$\sigma_{j\Delta t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=j}^n (x_i - x_{i-j})^2}{n-j}}, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

выполняют вычисления, где $x_i = x(i \cdot \Delta t)$; $x_{i-j} = x[(i-j)\Delta t]$.

3. Определяют среднеквадратическую погрешность измерений при $t = 0$: $\sigma_{\text{и}} = 1,41\sigma_d$, где σ_d – среднеквадратическая погрешность измерения датчика.

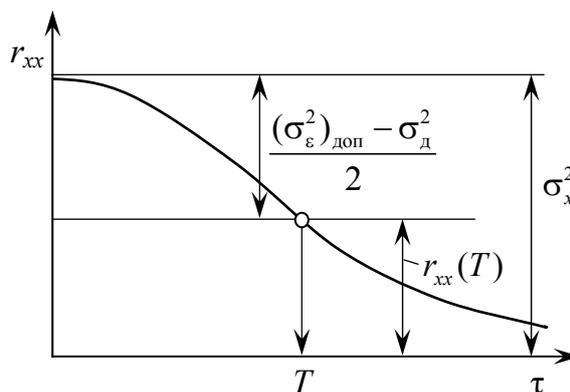


Рис. 4.6. Определение периода опроса датчика

4. Графическим способом строят зависимость общей погрешности измерений $\sigma_{j\Delta t}$ от периода опроса: $\sigma_{j\Delta t} = f(j \cdot \Delta t)$, $j = 1, 2, \dots, n$.

5. Для заданного значения среднеквадратической погрешности $\sigma_{\varepsilon \text{ доп}}$ определения сигнала $x(t)$, состоящей из случайной составляющей погрешности датчика и погрешности ступенчатой экстраполяции, по графику функции $\sigma_{j\Delta t} = f(j \cdot \Delta t)$ определяют необходимый интервал опроса T (рис. 4.7).

6. При выборе завышенного значения интервала времени Δt между соседними замерами может получиться так, что расчетные точки графика (кроме первой точки) будут лежать на горизонтальной прямой. В этом случае необходимо значительно уменьшить интервал Δt и повторить эксперимент.

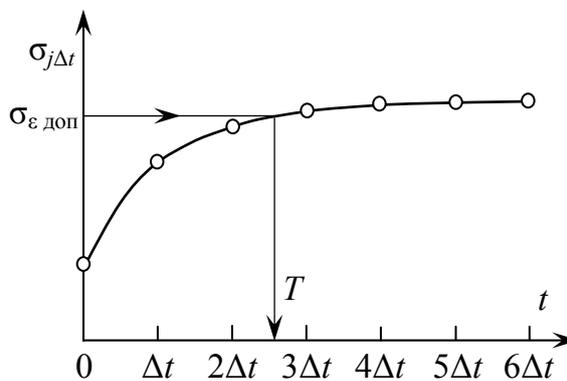


Рис. 4.7. Определение периода опроса датчика

Алгоритм № 3. Определение периода опроса датчика через среднее число нулей случайного процесса $x(t)$

Алгоритм заключается в следующем [10].

Для заданного временного ряда $x(j \cdot \Delta t)$ вычисляют оценку его среднего значения

$$S = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x(j \cdot \Delta t)$$

и оценку дисперсии

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [x(j \cdot \Delta t) - S]^2.$$

1. Находят n_0 — число пересечений временным рядом $x(j \cdot \Delta t)$ своего среднего значения за время $t = n \cdot \Delta t$.

2. Период опроса измерительного преобразователя определяют из неравенства

$$T \leq \frac{4 \cdot n \cdot \Delta t}{n_0 \cdot \sigma_x^2} \cdot \sigma_{\varepsilon \text{ доп}}^2.$$

4.1.6. Коррекция результатов измерений

Связь между выходным сигналом x_1 измерительного преобразователя (ИП) и сигналом на его входе x , без учета динамики, определяется полной статической характеристикой

$$x_1 = f(x, z). \quad (4.3)$$

В этом выражении функция f является непрерывной и дифференцируемой по всем своим аргументам, а z – вектор влияющих величин.

Однозначная зависимость между выходным сигналом ИП и значением измеряемого параметра существует только лишь при постоянстве значений влияющих величин. Для обеспечения однозначного соответствия между x_1 и x для каждого ИП в его паспорте указывают номинальные значения влияющих величин z_j^0 . При подстановке в уравнение статической характеристики ИП (4.3) номинальных значений влияющих величин получают номинальную статическую характеристику ИП

$$x_1 = f(x, z^0) = f_0(x). \quad (4.4)$$

Операцию аналитической градуировки выполняют с использованием градуировочной характеристики ИП, представляющей собой функцию, обратную его номинальной статической характеристике (4.4):

$$x^\Gamma = f_0^{-1}(x_1), \quad (4.5)$$

где x^Γ – значение измеряемой величины, определенное по значению сигнала измерительной информации x_1 , в соответствии с градуировочной характеристикой ИП.

Очевидно, что применение аналитической градуировки ИП дает возможность определить по сигналу x_1 действительное значение измеряемого параметра x только тогда, когда преобразование x в сигнал x_1 выполнено согласно номинальной статической характеристике ИП (4.4), т. е. при выполнении условия

$$z = z^0. \quad (4.6)$$

Так как на производстве трудно, а подчас и невозможно осуществить стабилизацию всех влияющих величин на их номинальных уровнях, то при нарушении условия (4.6) появляется дополнительная погрешность результатов измерения

$$\Delta x^\Gamma = f_0^{-1}(\tilde{x}_1) - x,$$

где $\tilde{x}_1 = f(x, z^0 + \Delta z)$; Δz – вектор отклонений влияющих величин от номинальных значений.

При нарушении условия (4.6) истинное значение измеряемой величины x можно найти с помощью функции, обратной полной статической характеристике ИП

$$x = f^{-1}(\tilde{x}_1). \quad (4.7)$$

Истинное значение измеряемой величины x можно найти и другим путем – через определение величины x^r по выражению (4.5) и умножение ее на некоторый коэффициент коррекции $k_{\text{кор}}$:

$$x = x^r \cdot k_{\text{кор}}. \quad (4.8)$$

На основании (4.5), (4.7), (4.8) получим

$$k_{\text{кор}} = \frac{f^{-1}(\tilde{x}_1)}{f_0^{-1}(\tilde{x}_1)}. \quad (4.9)$$

Пример

При измерении расхода перегретого пара, вырабатываемого парогенератором, существенное влияние на результаты измерений оказывают изменения температуры и давления пара, т. к. при этом меняется плотность контролируемой среды. Рассмотрим применение описанного выше способа коррекции результатов измерений на примере измерения массового расхода перегретого пара.

Массовый расход пара при его измерении с помощью расходомера переменного перепада давления можно определить по функции, обратной полной статической характеристике расходомера

$$Q = k_0 \sqrt{\rho \cdot \Delta P}, \quad (4.10)$$

где ΔP – перепад давления на дифференциальном манометре расходомера; ρ – плотность перегретого пара; k_0 – коэффициент расхода.

Для перегретого пара плотность зависит от давления и температуры, поэтому коэффициент коррекции найдем делением выражения (4.10) на градуировочную характеристику

$$Q = k \sqrt{\rho \cdot \Delta P}.$$

С учетом (4.9) $k_{\text{кор}} = \sqrt{\rho/\rho_0}$. Для перегретого пара при изменении давления в пределах 10...15 МПа и изменении температуры от 500 до 600 °С значение его плотности может быть определено по следующему аппроксимирующему выражению

$$\rho = \frac{10,1 \cdot P(0,9 \cdot t - 110)}{(0,9 \cdot t - 110)(0,00474 \cdot t + 1,283) - 10,2 \cdot P}, \quad [\text{кг/м}^3].$$

Имея функциональную зависимость плотности перегретого пара от давления и температуры и определив для их номинальных значений

ρ_0 , можно рассчитать текущее значение фактической плотности пара ρ , а затем и коэффициент коррекции $k_{\text{кор}}$. При известном коэффициенте $k_{\text{кор}}$ коррекция измерения массового расхода перегретого пара осуществляется согласно выражению (4.8).

4.1.7. Фильтрация измеряемых величин от помех

При измерении какого-либо технологического параметра на полезный сигнал измерительной информации $x(t)$ накладывается помеха $e(t)$ (рис. 4.8), образуя суммарный сигнал $z(t)$. Фильтрация представляет собой процесс выделения из сигнала $z(t)$ полезного сигнала $x(t)$ путем ослабления помехи $e(t)$ в составе сигнала $z(t)$.

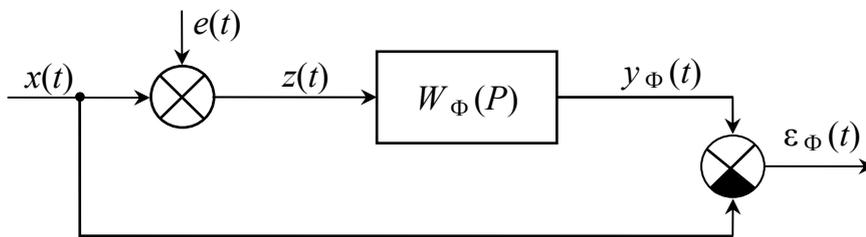


Рис. 4.8. Схема образования ошибки фильтрации:

$W_\phi(P)$ – передаточная функция фильтра; $y_\phi(t)$ – оценка сигнала измерительной информации; $\varepsilon_\phi(t)$ – ошибка фильтрации

Методы фильтрации, как правило, основаны на различии частотных спектров сигналов $x(t)$ и $e(t)$. Обычно помеха $e(t)$ является более высокочастотной. Для постановки и решения задач фильтрации примем следующие допущения:

1) пусть полезный сигнал измерительной информации $x(t)$ представляет собой стационарный случайный процесс и известны его статистические характеристики: математическое ожидание m_x ; дисперсия σ_x^2 ; автокорреляционная функция вида

$$r_{xx}(\tau) = \sigma_x^2 \cdot e^{-\alpha \cdot |\tau|}, \quad \alpha = \text{const}; \quad (4.11)$$

2) пусть помеха $e(t)$ также является стационарным случайным процессом, некоррелированным с полезным сигналом $x(t)$. Пусть также известны статистические характеристики помехи

$$m_e = 0, \quad \sigma_e^2 = k \cdot \sigma_x^2, \quad r_{ee}(\tau) = k \cdot \sigma_x^2 \cdot e^{-m \cdot \alpha \cdot |\tau|} = \sigma_e^2 \cdot e^{-\alpha \cdot |\tau|}, \quad (4.12)$$

где m и k – константы (как правило, $k < 1$, $m > 1$).

В результате выполнения операции фильтрации на выходе фильтра формируется сигнал $y_{\Phi}(t)$, представляющий собой оценку сигнала измерительной информации, которая отличается от полезного сигнала на величину ошибки фильтрации $\varepsilon_{\Phi}(t)$. Схема образования ошибки фильтрации представлена на рис. 4.8.

Условие оптимальности процесса фильтрации обусловлено следующими требованиями к оценке $y_{\Phi}(t)$:

- оценка $y_{\Phi}(t)$ должна быть несмещенной, т. е. должно выполняться требование

$$M\{y_{\Phi}(t)\} = m_x; \quad (4.13)$$

- оценка $y_{\Phi}(t)$ должна быть состоятельной, т. е. дисперсия погрешности оценки должна быть минимальной

$$\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2 \Rightarrow \min. \quad (4.14)$$

Синтез наилучшего (оптимального в смысле требований (4.13) и (4.14)) физически реализуемого фильтра можно осуществить с помощью известных методов оптимальной линейной фильтрации. Эти методы сложны и требуют достаточно точного задания характеристик полезного сигнала и помехи. Поэтому в практических приложениях проводят параметрический синтез фильтра, т. е., предварительно задав вид передаточной функции фильтра, находят его параметры, обеспечивающие выполнение условий (4.13) и (4.14).

Рассмотрим общий подход к параметрическому синтезу фильтра.

Расчет дисперсии ошибки фильтрации можно осуществить, применяя следующее выражение

$$\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_{\varepsilon_{\Phi}\varepsilon_{\Phi}}(\omega) d\omega. \quad (4.15)$$

Спектр мощности $G_{\varepsilon_{\Phi}\varepsilon_{\Phi}}(\omega)$ сигнала $\varepsilon_{\Phi}(t)$ рассчитывают по формуле

$$G_{\varepsilon_{\Phi}\varepsilon_{\Phi}}(\omega) = G_{ee}(\omega) \cdot |W_{\Phi}(i\omega)|^2 + G_{xx}(\omega) \cdot |W_{\Phi}(i\omega) - 1|^2. \quad (4.16)$$

Функции $G_{xx}(\omega)$ и $G_{ee}(\omega)$ представляют собой соответственно спектры мощности сигналов $x(t)$ и $e(t)$. Эти спектры мощности, определенные с помощью преобразования Фурье автокорреляционных функций (4.11) и (4.12), имеют вид

$$G_{ee}(\omega) = \frac{2k\sigma_x^2 m\alpha}{(m\alpha)^2 + \omega^2}; \quad G_{xx}(\omega) = \frac{2\sigma_x^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \quad (4.17)$$

Параметры настройки фильтра определяют из условия состоятельности оценки фильтрации, т. е. из условия минимума дисперсии ошибки фильтрации $\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2$.

В АСУТП применяют ряд простых, но эффективных типовых алгоритмов фильтрации, причем реализация этих алгоритмов может осуществляться как программным, так и аппаратным способом с помощью аналоговых устройств.

Рассмотрим некоторые из типовых алгоритмов фильтрации.

4.1.7.1. Экспоненциальный фильтр

Дифференциальное уравнение фильтра

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dy_{\Phi}(t)}{dt} + y_{\Phi}(t) = z(t),$$

где γ – параметр настройки фильтра.

Для экспоненциального фильтра, с учетом (4.16), (4.17) и (4.15),

$$G_{\varepsilon_{\Phi}\varepsilon_{\Phi}}(\omega) = G_{ee}(\omega) \cdot \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \omega^2} + G_{xx}(\omega) \cdot \frac{\omega^2}{\gamma^2 + \omega^2};$$

$$\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2 = \frac{2\sigma_x^2\alpha}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{m \cdot k \cdot \gamma^2}{\left[(\alpha m)^2 + \omega^2 \right] (\gamma^2 + \omega^2)} + \frac{\omega^2}{(\alpha^2 + \omega^2) (\gamma^2 + \omega^2)} \right\} d\omega.$$

Этот интеграл можно вычислить следующим образом. Каждое слагаемое подынтегрального выражения разлагается на простые дроби, а затем интеграл от каждой такой дроби приводится к табличному интегралу, имеющему вид

$$\int_0^{\infty} \frac{d\omega}{a^2 + \omega^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{a} \Big|_0^{\infty} = \frac{\pi}{2a}.$$

После соответствующих преобразований получим выражение для дисперсии ошибки фильтрации

$$\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\alpha}{\gamma + \alpha} + \frac{k\gamma}{\gamma + \alpha m} \right).$$

Оптимальный параметр настройки фильтра определяется из необходимого условия экстремума функции $\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2(\gamma)$

$$\frac{d\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2}{d\gamma} \Big|_{\gamma=\gamma^{\text{опт}}} = \sigma_x^2 \left[\frac{-\alpha}{(\gamma + \alpha)^2} + \frac{k \cdot \alpha \cdot m}{(\gamma + \alpha \cdot m)^2} \right] = 0$$

и условия минимума в стационарной точке

$$\frac{d^2 \sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2}{d\gamma^2} \Big|_{\gamma=\gamma^{\text{опт}}} > 0.$$

Эти условия приводят к следующему выражению

$$\gamma^{\text{опт}} = \alpha \frac{\sqrt{km} - m}{1 - \sqrt{km}} \text{ при } \frac{1}{m} < k \leq m.$$

При программной реализации экспоненциального фильтра применяют рекуррентное уравнение для вычисления сглаженного значения $y_{\Phi}(jT)$ в очередном j -м цикле расчета

$$y_{\Phi}(jT) = (1 - \gamma \cdot T) \cdot y_{\Phi}[(j-1)T] + \gamma \cdot T \cdot z(jT), \text{ где } 0 < \gamma \cdot T < 1.$$

4.1.7.2. Фильтр скользящего среднего

Уравнение фильтра скользящего среднего при реализации его в аналоговом варианте имеет вид

$$y_{\Phi}(t) = \frac{1}{T_{\Phi}} \int_{t-T_{\Phi}}^t z(\gamma) d\gamma, \quad (4.18)$$

где T_{Φ} – параметр настройки фильтра.

Таким образом, алгоритм работы фильтра заключается в вычислении среднего на интервале времени от $t - T_{\Phi}$ до t значения сигнала $z(t)$ на входе фильтра.

Принцип действия алгоритма фильтрации иллюстрирует рис. 4.9.

Для получения передаточной функции фильтра преобразуем правую часть выражения (4.18) к виду

$$\int_{t-T_{\Phi}}^t z(\gamma) d\gamma = \int_0^t z(\gamma) d\gamma - \int_0^{t-T_{\Phi}} z(\gamma) d\gamma,$$

из которого следует, что фильтр скользящего среднего можно представить в виде параллельного соединения интегрирующего звена и еще одного такого же звена с запаздыванием, равным T_{Φ} (рис. 4.10).

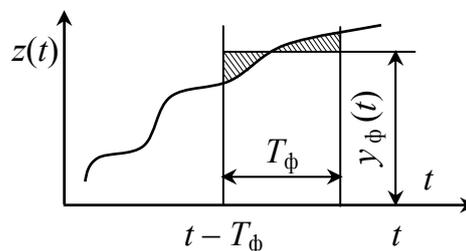


Рис. 4.9. Фильтр скользящего среднего – принцип действия

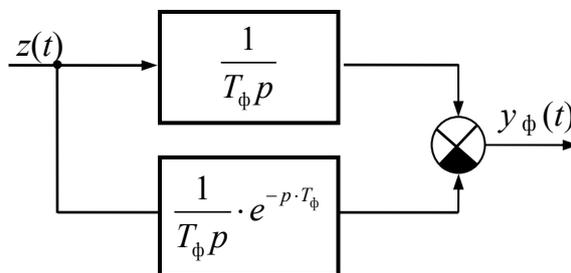


Рис. 4.10. Фильтр скользящего среднего – структурная схема

Таким образом, передаточная функция фильтра имеет вид

$$W_{\Phi}(P) = \frac{1 - e^{-P \cdot T_{\Phi}}}{T_{\Phi} \cdot P}. \quad (4.19)$$

Для параметра настройки T_{Φ} не имеется удобных формул расчета. При определении T_{Φ} следует минимизировать по T_{Φ} выражение (4.15) с учетом (4.16), (4.17) и (4.19) одним из методов поиска экстремума функции одной переменной. В работе [11] приведены номограммы для определения параметра настройки фильтра T_{Φ} по известным значениям α , m и k .

Формула программной реализации фильтра скользящего среднего имеет вид

$$y_{\Phi}(jT) = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} z[(j-s)T],$$

где $N = T_{\Phi}/T$ – параметр настройки фильтра; T – интервал опроса измерительного преобразователя по времени.

4.1.7.3. Статистические фильтры

Передаточная функция статистического фильтра n -го порядка имеет вид

$$W_{\Phi}(p) = \sum_{j=1}^n b_j \cdot e^{-p \cdot \tau \cdot j}, \quad b_j = \text{const},$$

где b_j и τ – параметры настройки фильтра.

Статистический фильтр нулевого порядка

Уравнение фильтра

$$y_{\Phi}(t) = b_0 \cdot z(t). \quad (4.20)$$

При реализации алгоритма фильтрации на основе выражения (4.20) оценка фильтрации $y_{\Phi}(t)$ будет являться смещенной, т. к. математическое ожидание этой оценки не будет равно m_x

$$M\{y_{\Phi}(t)\} = M\{b_0 \cdot z(t)\} = M\{b_0 [e(t) + x(t)]\} = b_0 \cdot m_x \neq m_x.$$

Для получения несмещенной оценки необходимо прибавить к правой части (4.20) некоторую постоянную составляющую a , удовлетворяющую условию $b_0 \cdot m_x + a = m_x$, откуда $a = (1 - b_0)m_x$.

С учетом требования несмещенности оценки выражение для $y_{\Phi}(t)$ принимает вид

$$y_{\Phi}(t) = b_0 \cdot z(t) + (1 - b_0) \cdot m_x, \quad (4.21)$$

где b_0 – параметр настройки фильтра, а $z(t) = x(t) + e(t)$.

Ошибка фильтрации (см. рис. 4.8) есть разность двух сигналов $y_{\Phi}(t)$ и $x(t)$

$$\varepsilon_{\Phi}(t) = y_{\Phi}(t) - x(t).$$

С учетом (4.21)

$$\varepsilon_{\Phi}(t) = b_0 \cdot e(t) - ((1 - b_0) \cdot [x(t) - m_x]).$$

Возводя правую и левую части этого выражения в квадрат и усредняя, получим выражение для дисперсии ошибки фильтрации

$$\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2 = b_0^2 \sigma_e^2 + (1 - b_0)^2 \sigma_x^2.$$

Параметр настройки фильтра b_0 , соответствующий состоятельности оценки $y_{\Phi}(t)$, найдем, применяя необходимое условие минимума дисперсии $\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2$ как функции от b_0

$$b_0^{\text{опт}} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2 + \sigma_x^2}.$$

Минимально возможное значение дисперсии погрешности фильтрации при оптимальном параметре настройки фильтра

$$(\sigma_{\varepsilon_{\Phi}}^2)^{\min} = \frac{\sigma_e^2}{1 + k}.$$

Следовательно, при оптимальной настройке, статистический фильтр нулевого порядка уменьшает дисперсию ошибки фильтрации в $(1 + k)$ раз.

Формула программной реализации фильтра

$$y_{\Phi}(jT) = b_0 z(jT) + (1 - b_0) m_x.$$

Статистический фильтр первого порядка

Уравнение фильтра

$$y_{\Phi}(t) = b_0 \cdot z(t) + b_1 \cdot z(t - \tau), \quad (4.22)$$

где b_0, b_1, τ – параметры настройки фильтра.

Как и в предыдущем случае, нетрудно получить условие, при выполнении которого оценка полезного сигнала будет являться несмещенной. Это условие имеет вид

$$b_1 = 1 - b_0. \quad (4.23)$$

С учетом (4.23) уравнение фильтра приводится к виду

$$y_{\Phi}(t) = b_0 \cdot z(t) + (1 - b_0) \cdot z(t - \tau).$$

Для определения параметра оптимальной настройки фильтра b_0 последовательно определим ошибку фильтрации $\varepsilon_\Phi(t)$

$$\varepsilon_\Phi(t) = b_0 \cdot x(t) + b_0 \cdot e(t) + (1 - b_0) \cdot x(t - \tau) + (1 - b_0) \cdot e(t - \tau) - x(t)$$

и дисперсию этой ошибки

$$\sigma_{\varepsilon_\Phi}^2 = 2(1 - b_0)^2 [\sigma_x^2 - r_{xx}(\tau)] + (b_0^2 + (1 - b_0)^2) \sigma_e^2 + 2b_0(1 - b_0) r_{ee}(\tau).$$

Оптимальное значение параметра настройки b_0 получим из условия

$$\frac{\partial \sigma_{\varepsilon_\Phi}^2}{\partial b_0} = 0.$$

$$b_0^{\text{опт}} = \frac{2\sigma_x^2 - 2r_{xx}(\tau) + \sigma_e^2 - r_{ee}(\tau)}{2(\sigma_x^2 + \sigma_e^2 - r_{xx}(\tau) - r_{ee}(\tau))}.$$

При программной реализации фильтра параметр настройки τ выбирают равным интервалу опроса зашумленного сигнала $z(t)$. При этом расчет сглаженного значения $y_\Phi(jT)$ для очередного j -го момента времени проводят по формуле

$$y_\Phi(jT) = b_0 \cdot z(jT) + (1 - b_0) \cdot z[(j - 1)T].$$

Для оценки качества фильтрации используется коэффициент эффективности $k_\varepsilon = \sigma_{\varepsilon_\Phi}^2 / \sigma_e^2$. Фильтр применяется при коэффициенте эффективности меньше единицы.

Сравнительный анализ фильтров по совокупности показателей (эффективности, трудоемкости, необходимому объему памяти и др.) показал [11], что при программной реализации фильтра лучше применять статистический фильтр первого порядка или экспоненциальный фильтр, а в случае аналоговой реализации – экспоненциальный.

4.1.8. Контроль и повышение достоверности исходной информации

Управляющие вычислительные машины обрабатывают большое количество информации об объекте управления. На основе этой информации осуществляется контроль и управление технологическими процессами. При появлении в системе недостоверной информации возникает опасность принятия неверных решений по управлению объектом. В связи с этим одной из важнейших задач первичной обработки информации является контроль ее достоверности.

Информация об объекте управления поступает в УВМ по информационно-измерительным каналам (ИИК). Появление недостоверной

исходной информации в системе происходит при отказах ИИК. Отказы ИИК могут быть полными и частичными (метрологическими). *Полный отказ* ИИК возникает при нарушении линии связи между измерительным преобразователем и УВМ или при выходе из строя самого измерительного преобразователя. *Частичный отказ* характеризуется тем, что ИИК сохраняет свою работоспособность, но погрешность измерения превышает допустимое значение. Естественно, что обнаружение частичных отказов является более сложной задачей, чем обнаружение полных отказов.

Для диагностики частичных отказов используют всегда существующую в АСУТП информационную избыточность. Информационная избыточность иногда создается искусственно, например, за счет аппаратной избыточности при резервировании ИИК для контроля важных параметров. Информационная избыточность возникает также вследствие того, что информация об измеряемом параметре содержится не только в сигнале измерительной информации этого параметра, но и в сигналах измерительной информации других параметров. Такая информационная взаимосвязь между параметрами существует в том случае, когда измеряемые параметры связаны между собой функциональными зависимостями, например, уравнениями регрессии, уравнениями материального и (или) энергетического балансов.

В основу существующих современных алгоритмов контроля достоверности исходной информации, использующих свойство информационной избыточности АСУТП, положены следующие допущения [10]:

- 1) маловероятен факт одновременного появления в пределах рассматриваемой структуры более чем одного источника недостоверной информации;
- 2) маловероятен факт одновременного изменения характеристик двух независимых источников информации, если соотношение между ними остается неизменным;
- 3) маловероятно, что при нормальной вариации нескольких независимых величин зависящий от них показатель выйдет за допустимые пределы.

При обнаружении полного отказа ИИК недостоверная информация о значении измеряемого параметра должна быть заменена его достоверной оценкой. Для этого используют либо достоверное значение параметра, полученное до момента обнаружения отказа, либо его среднее значение за предшествующий отказу установленный временной интервал.

Рассмотрим алгоритмы контроля и повышения достоверности исходной информации.

4.1.8.1. Алгоритм допускового контроля параметра

Алгоритм допускового контроля параметра предназначен для обнаружения полного отказа ИИК. Алгоритм основан на том, что диапазоны изменения технологических параметров x_i имеют свои границы, выход за которые физически невозможен, т. е.

$$x_i^H \leq x_i \leq x_i^B.$$

где x_i^H и x_i^B соответственно нижняя и верхняя границы возможного изменения i -го технологического параметра. Очевидно, что при исправном ИИК сигнал измерительной информации y_i , поступающий на вход УВМ и соответствующий значению параметра x_i , также должен быть ограничен, т. е. $y_i^H \leq y_i \leq y_i^B$.

Алгоритм допускового контроля параметра заключается в следующем. Проверяется выполнение условия $y_i^H \leq y_i \leq y_i^B$. При его невыполнении делается вывод о недостоверном значении y_i и осуществляется его замена на достоверное значение.

4.1.8.2. Алгоритм допускового контроля скорости изменения сигнала измерительной информации

Алгоритм допускового контроля скорости изменения сигнала измерительной информации предназначен для обнаружения полного отказа ИИК. Так же как и технологические параметры, так и скорости их изменения имеют свои физические пределы. Так, скорость изменения любого технологического параметра x_i не может превышать своего максимально возможного значения V_{xi}^{\max} , т. е.

$$\left| \frac{dx_i}{dt} \right| \leq V_{xi}^{\max}.$$

Следовательно, при исправном ИИК скорость изменения сигнала y_i на выходе соответствующего ИИК также имеет свой максимальный предел

$$\left| \frac{dy_i}{dt} \right| \leq V_{yi}^{\max}.$$

Алгоритм допускового контроля скорости изменения сигнала измерительной информации заключается в проверке выполнения последнего условия. Если для контролируемого параметра x_i модуль скорости изменения сигнала измерительной информации превышает величину V_{yi}^{\max} , то делается вывод об отказе соответствующего ИИК.

Для повышения надежности контроля достоверности исходной информации описанные выше алгоритмы обнаружения полных отказов ИИК часто применяют совместно.

4.1.8.3. Алгоритмы, применяемые при аппаратном резервировании ИИК

При аппаратном резервировании ИИК в результате измерения какого-либо параметра с помощью n измерительных преобразователей на выходе каждого ИИК формируется сигнал измерительной информации y_j ($j = 1, 2, \dots, n$).

При $n \geq 3$ и близких друг к другу погрешностей ИИК вывод о наличии частичного отказа j -го ИИК делается при невыполнении условия

$$|y_j - \bar{y}| \leq c; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

В этом выражении \bar{y} есть среднее значение сигналов y_j , а постоянную величину c принимают равной $(2-3)\sigma$, где σ – среднеквадратичная погрешность ИИК.

В том случае, когда один из параллельных ИИК может считаться эталонным (т. е. его погрешность измерения гораздо меньше, чем у других), диагностика частичного отказа j -го ИИК заключается в проверке выполнения условия

$$|y_j - y_3| \leq c_j, \quad j = 1, 2, \dots, n-1.$$

Нарушение приведенного условия является признаком частичного отказа j -го ИИК. В этом условии y_3 – сигнал измерительной информации от эталонного ИИК; $c_j = (2-3)\sigma_j$; σ_j – среднеквадратичная погрешность j -го ИИК.

Рассмотренный алгоритм можно распространить на случай применения калиброванных (тестовых) сигналов, с помощью которых возможно оценить работоспособность ИИК без измерительного преобразователя. В этом случае алгоритм заключается в следующем. На время проверки ИИК отключают измерительный преобразователь и вместо него на вход ИИК подают калиброванный сигнал. Заранее для этого калиброванного сигнала должно быть известно с высокой точностью значение y_3 . Невыполнение условия $|y_j - y_3| \leq c_j$ является основанием делать вывод о частичном отказе j -го ИИК. В противном случае можно считать j -й ИИК исправным.

При $n = 2$ и близких друг к другу погрешностей ИИК принятие решения о частичном отказе одного из ИИК делается при невыполнении условия

$$|y_1 - y_2| \leq c, \text{ где } c \approx 4\sigma.$$

Однако с помощью этого условия невозможно (без дополнительной информации) установить, какой именно ИИК отказал.

4.1.8.4. Алгоритмы, использующие связи между измеряемыми величинами

Для контроля достоверности исходной информации и диагностики частичных отказов ИИК широкое применение нашли алгоритмы, использующие функциональные связи между измеряемыми параметрами. Например, как это уже отмечалось выше, эти связи могут быть выражены уравнениями регрессии, уравнениями энергетического или материального баланса.

Рассмотрим общую методику контроля достоверности результатов измерения n величин, связанных m уравнениями вида

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (4.24)$$

Погрешности измерений являются случайными величинами. Предположим, что они подчиняются нормальному закону распределения, имеют нулевое математическое ожидание и известную дисперсию σ_i^2 .

При подстановке истинных значений x_i измеряемых величин в уравнения (4.24) они выполняются точно. Если же значения измеряемых величин имеют погрешности Δx_i , т. е.

$$\tilde{x}_i = x_i + \Delta x_i,$$

то уравнения (4.24), при подстановке в них \tilde{x}_i , не будут выполняться, т. к. функции $f_j(X + \Delta X)$ не будут равны нулю:

$$f_j(X + \Delta X) = l_j, \quad (4.25)$$

где l_j – невязка выполнения j -го уравнения связи (4.24), вызванная погрешностями измерений.

Полагая функции $f_j(X)$ непрерывными и дифференцируемыми по всем аргументам, разложим эти функции в ряд Тейлора по степеням Δx_i :

$$f_j(X + \Delta X) = f_j(X) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j(X)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i + \dots \quad (4.26)$$

При частичных отказах ИИК погрешности Δx_i малы, и, следовательно, можно отбросить нелинейные составляющие ряда как величины более высокого порядка малости по сравнению с линейными составляющими. С учетом (4.24)

$$f_j(X + \Delta X) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j(X)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i. \quad (4.27)$$

Подстановка уравнений (4.27) в (4.25) дает:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_j(X)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i = l_j \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \Delta x_i = l_j; \quad j = \overline{1, m}, \quad (4.28)$$

где $a_{ij} = \frac{\partial f_j(X)}{\partial x_i} = \text{const}$.

Так как истинные значения параметров неизвестны, то расчет коэффициентов a_{ij} проводят приближенно, используя измеренные значения параметров \tilde{x}_i

$$\tilde{a}_{ij} = \frac{\partial f_j(X + \Delta X)}{\partial x_i}.$$

Система уравнений (4.28) позволяет определить оценки погрешностей измерений Δx_i , которые используют при контроле достоверности исходной информации и диагностике частичных отказов ИИК.

Способ расчета погрешностей Δx_i определяется соотношением между числом уравнений связи m и числом измеряемых параметров n . При равном числе m и n расчет значений Δx_i осуществляется путем решения системы из m линейных уравнений (4.28) любым известным численным методом. Если число уравнений связи меньше числа измеряемых параметров, т. е. $m < n$, и принять допущение, что для $n - m$ параметров результаты измерений можно считать достоверными, то число рассчитываемых оценок погрешностей уменьшается с n до m и рассматриваемая задача решается так, как и предыдущая. При неправомерности такого допущения общий подход к определению оценок Δx_i при $m < n$ заключается в решении задачи минимизации следующей функции цели

$$\sum_{i=1}^n p_i \cdot (\Delta x_i)^2 \rightarrow \min \quad (4.29)$$

при ограничениях (4.28). Весовые коэффициенты p_i в выражении (4.29) вводятся для учета различия в классе точности измерительных преобразователей и определяются следующим образом [10]

$$p_i = k / \sigma_i^2; \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1,$$

где $k = \text{const}$; σ_i – среднеквадратическая погрешность i -го ИП.

Для решения задачи нелинейного программирования (4.29) применяют метод неопределенных множителей Лагранжа.

Составим функцию Лагранжа

$$L = \sum_{i=1}^n p_i \cdot (\Delta x_i)^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j \left(\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \Delta x_i - l_j \right),$$

где $\lambda_j = \text{const}$ – множители Лагранжа.

Необходимое условие экстремума функции Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial (\Delta x_i)} = 0 \text{ и } \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0$$

приводит к следующей системе $m + n$ линейных уравнений

$$2p_i \cdot \Delta x_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot a_{ij} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.30)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \Delta x_i = l_j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (4.31)$$

Теперь число уравнений системы (4.30)–(4.31) равно числу неизвестных, и поэтому значения Δx_i могут быть найдены с помощью любого известного численного метода решения системы линейных уравнений.

При найденных оценках погрешностей выполняется коррекция результатов измерений:

$$x_i = \tilde{x}_i - \Delta x_i.$$

Среднеквадратичная погрешность откорректированных значений измеренных величин меньше среднеквадратичной погрешности измерений ИИК, причем увеличение точности оценок тем значительней, чем меньше разность $n - m$.

Схема алгоритма, использующего функциональные связи между измеряемыми параметрами и обеспечивающего контроль достоверности исходной информации, диагностику частичных отказов ИИК и коррекцию результатов измерений, представлена на рис. 4.11 [10].

Работа алгоритма начинается с ввода исходных данных в оперативную память УВМ: массивов результатов измерений значений параметров \tilde{x}_i , допустимых погрешностей l_j^* уравнений связи, допустимых величин погрешностей измерений Δx_i^* , весовых коэффициентов p_i (при $n > m$).

Затем в цикле по j осуществляется расчет погрешностей l_j уравнений связи по выражению (4.25) и сравнение расчетных значений с наибольшими допустимыми значениями l_j^* . При выполнении условия

$|l_j| \leq l_j^*$ для всех уравнений связи, логическая переменная k сохраняет свое значение $k = 0$, происходит выход из алгоритма и все результаты измерений признаются достоверными. Если же условие $|l_j| \leq l_j^*$ не выполняется для какого-либо хотя бы одного уравнения связи, то делается вывод о наличии частичных отказов. Логическая переменная k принимает значение 1.

В следующих блоках схемы алгоритма (при $k = 1$) проводится расчет оценок Δx_i^* . В циклах по j и i определяются коэффициенты \tilde{a}_{ij} системы линейных уравнений (4.30)–(4.31). Решение этой системы дает искомые значения оценок погрешностей измерений Δx_i .

В следующем блоке, в цикле по i , проверяется выполнение логического условия $|\Delta x_i| \leq \Delta x_i^*$. При невыполнении этого условия, при каком-либо значении i , делается вывод о частичном отказе i -го канала ИИК.

В конце схемы алгоритма осуществляется расчет откорректированных значений параметров и вывод результатов расчета на печать.

Пример

Рассмотрим контроль достоверности результатов измерений расходов пара, поступающего из трех параллельно работающих источников на общую паровую магистраль [10]. На выходе каждого из них измеряется расход пара D_i ($i = 1, 2, 3$). Расход пара D измеряется и в общей паровой магистрали расходомером более высокого класса точности.

Исходные данные:

- измеренные значения параметров
 $\tilde{x}_1 = 12,1$ т/ч; $\tilde{x}_2 = 11,6$ т/ч; $\tilde{x}_3 = 12,4$ т/ч; $\tilde{x}_4 = 34,5$ т/ч;
- допустимая погрешность выполнения уравнения связи
 $l^* = 1,5$ т/ч;
- допустимые погрешности измерения отдельных параметров
 $\Delta x_1^* = \Delta x_2^* = \Delta x_3^* = 0,45$ т/ч; $\Delta x^* = 0,65$ т/ч;
- СКО погрешности измерений
 $\sigma_1 = 0,3$ т/ч; $\sigma_2 = 0,2$ т/ч; $\sigma_3 = 0,35$ т/ч; $\sigma = 0,33$ т/ч.

Согласно схеме алгоритма:

1. Уравнение материального баланса, определяющее функциональную связь между измеряемыми параметрами, имеет вид

$$D_1 + D_2 + D_3 - D = 0. \quad (4.32)$$

Найдем погрешность l выполнения уравнения (4.32)

$$l = 12,1 + 11,6 + 12,4 - 34,5 = 1,6 \text{ т/ч.}$$

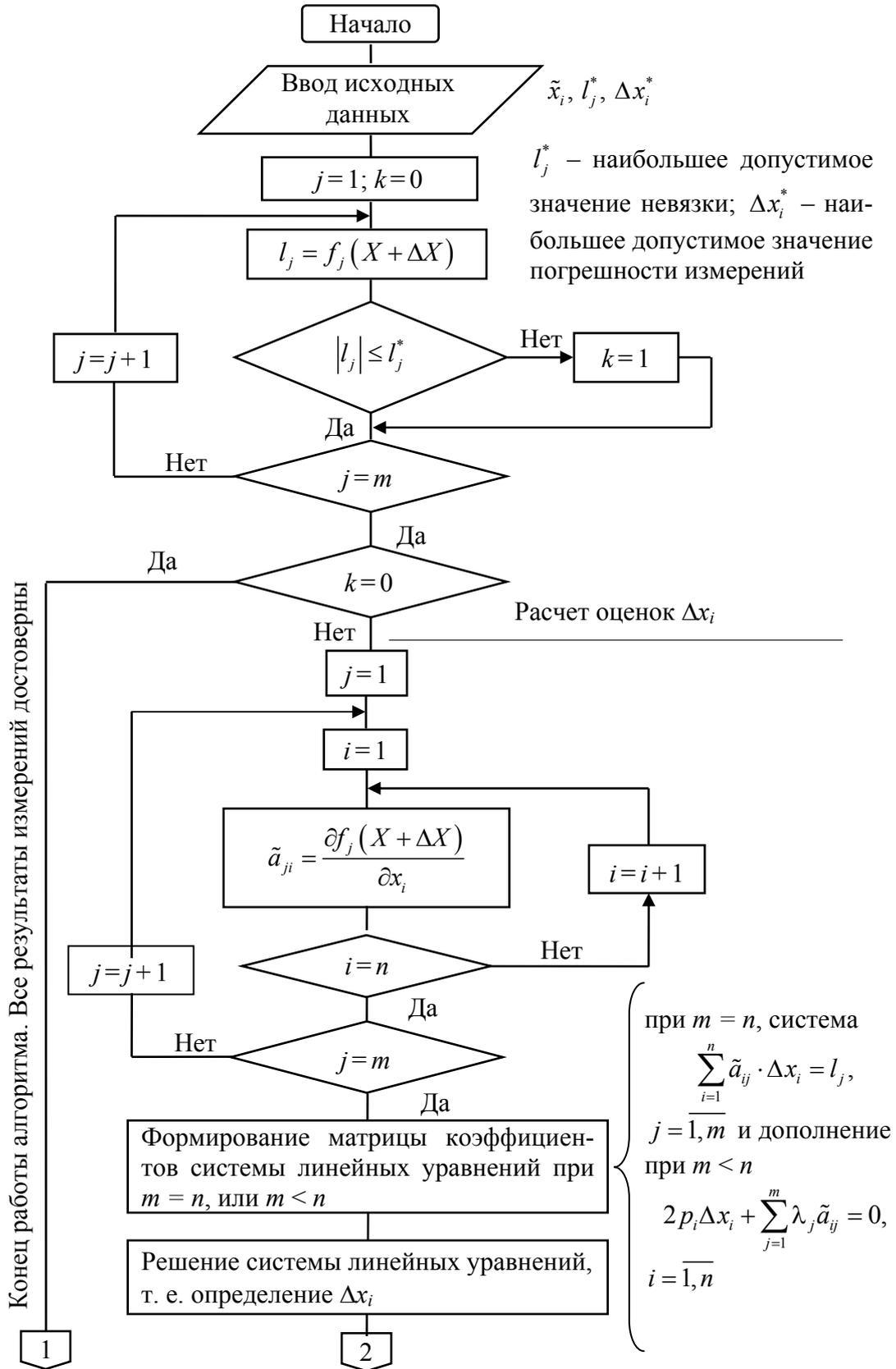


Рис. 4.11. Схема алгоритма контроля достоверности исходной информации, диагностики частичных отказов и коррекции результатов измерений

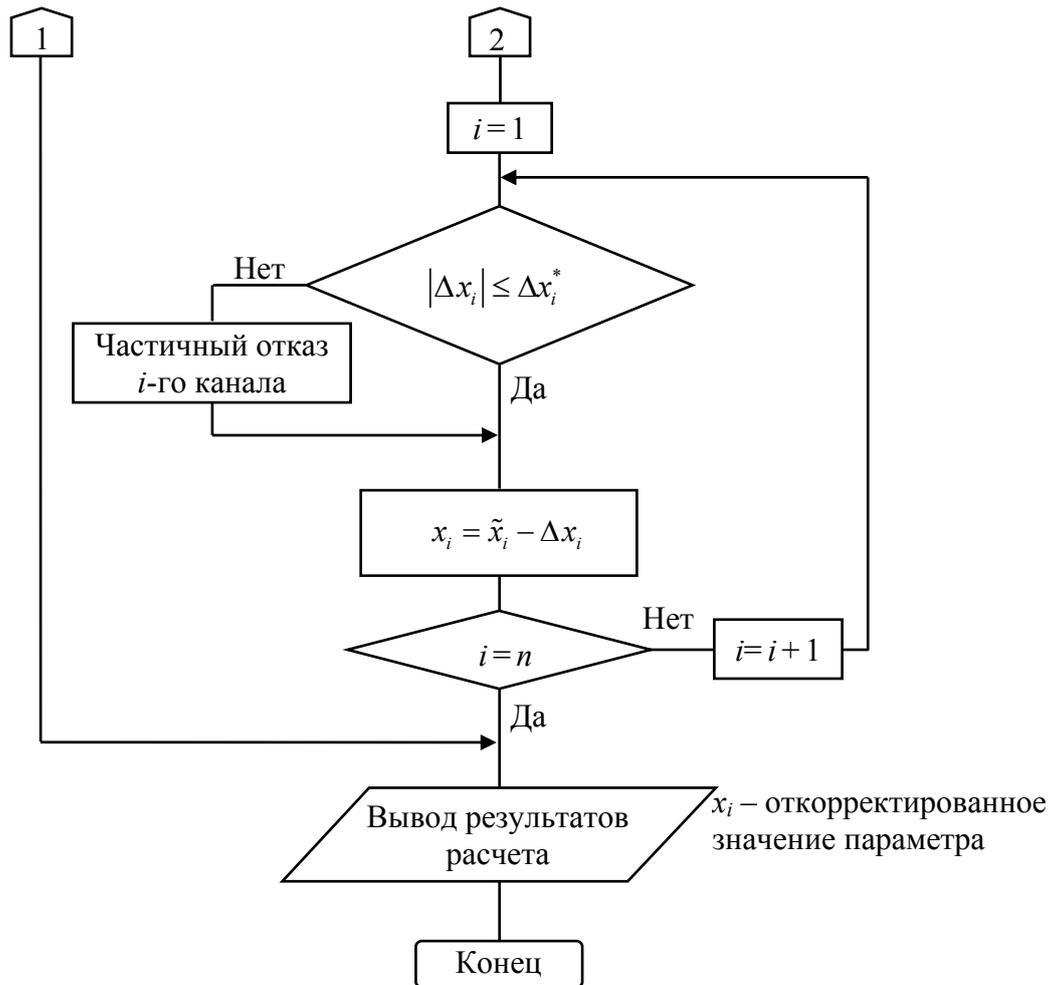


Рис. 4.11. Продолжение

2. Проверка условия $|l_j| \leq l_j^*$ приводит к выводу, что среди результатов измерений \tilde{x}_i имеются недостоверные.

3. Уравнение (4.32) является линейным, т. е. коэффициенты линейного уравнения $\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \Delta x_i = l_j$ совпадают с коэффициентами уравнения (4.32)

$$\Delta D_1 + \Delta D_2 + \Delta D_3 - \Delta D = 1,6.$$

Определим весовые коэффициенты p_i , необходимые для составления системы уравнений Лагранжа. Для заданных значений σ_i

$$k \cdot \left(\frac{1}{0,3^2} + \frac{1}{0,2^2} + \frac{1}{0,35^2} + \frac{1}{0,33^2} \right) = 1,$$

откуда

$$k = 0,0187; p_1 = 0,208; p_2 = 0,468; p_3 = 0,153; p_4 = 0,172.$$

Теперь запишем систему уравнений Лагранжа

$$\begin{cases} 2 \cdot 0,208 \cdot \Delta D_1 + \lambda = 0; \\ 2 \cdot 0,468 \cdot \Delta D_2 + \lambda = 0; \\ 2 \cdot 0,153 \cdot \Delta D_3 + \lambda = 0; \\ 2 \cdot 0,172 \cdot \Delta D + \lambda = 0; \\ \Delta D_1 + \Delta D_2 + \Delta D_3 - \Delta D = 1,6. \end{cases}$$

Решение системы уравнений Лагранжа дает следующие результаты определения оценок погрешности измерений

$$\Delta D_1 = 0,399; \Delta D_2 = 0,177; \Delta D_3 = 0,542; \Delta D = -0,482.$$

4. Проверим выполнение условия $|\Delta x_i| \leq \Delta x_i^*$. Оно не выполняется только для параметра D_3 . Следовательно, произошел частичный отказ этого ИИК.

5. Выполним коррекцию оценок значений измеряемых величин. Откорректированные оценки

$D_1 = 11,701$ т/ч; $D_2 = 11,423$ т/ч; $D_3 = 11,858$ т/ч; $D = 34,982$ т/ч, удовлетворяют уравнению (4.32).

4.1.9. Автоматическое обнаружение событий

Поддержание технологических процессов в режиме нормального функционирования является основной задачей обслуживающего персонала. Отклонение технологических параметров за установленные пределы, отказы и поломки оборудования, неправильные действия оператора, несоответствие режима управления возможностям технологического оборудования, неисправности технических средств АСУ – все это приводит к нарушению нормального функционирования технологических процессов, является событиями, подлежащими обнаружению.

Информация о событиях должна автоматически учитываться в системе и реализовываться в виде управляющих воздействий или выдаваться оператору для принятия решений. Для привлечения внимания оператора информация о событиях сопровождается сигнализацией (световой или звуковой) с одновременной печатью имени параметра и его текущего значения, величин верхнего и нижнего пределов, текущего времени.

Наиболее распространенным является алгоритм обнаружения событий, который заключается в периодическом измерении величин, характеризующих эти события, и сравнении этих величин с допустимыми нормами. На рис. 4.12 представлен участок схемы такого алгоритма [1], где x_i – текущее значение измеряемой величины, x_{i-1} – значение изме-

ряемой величины в предыдущий такт опроса, N_H , N_B – соответственно нижняя и верхняя нормы измеряемой величины.

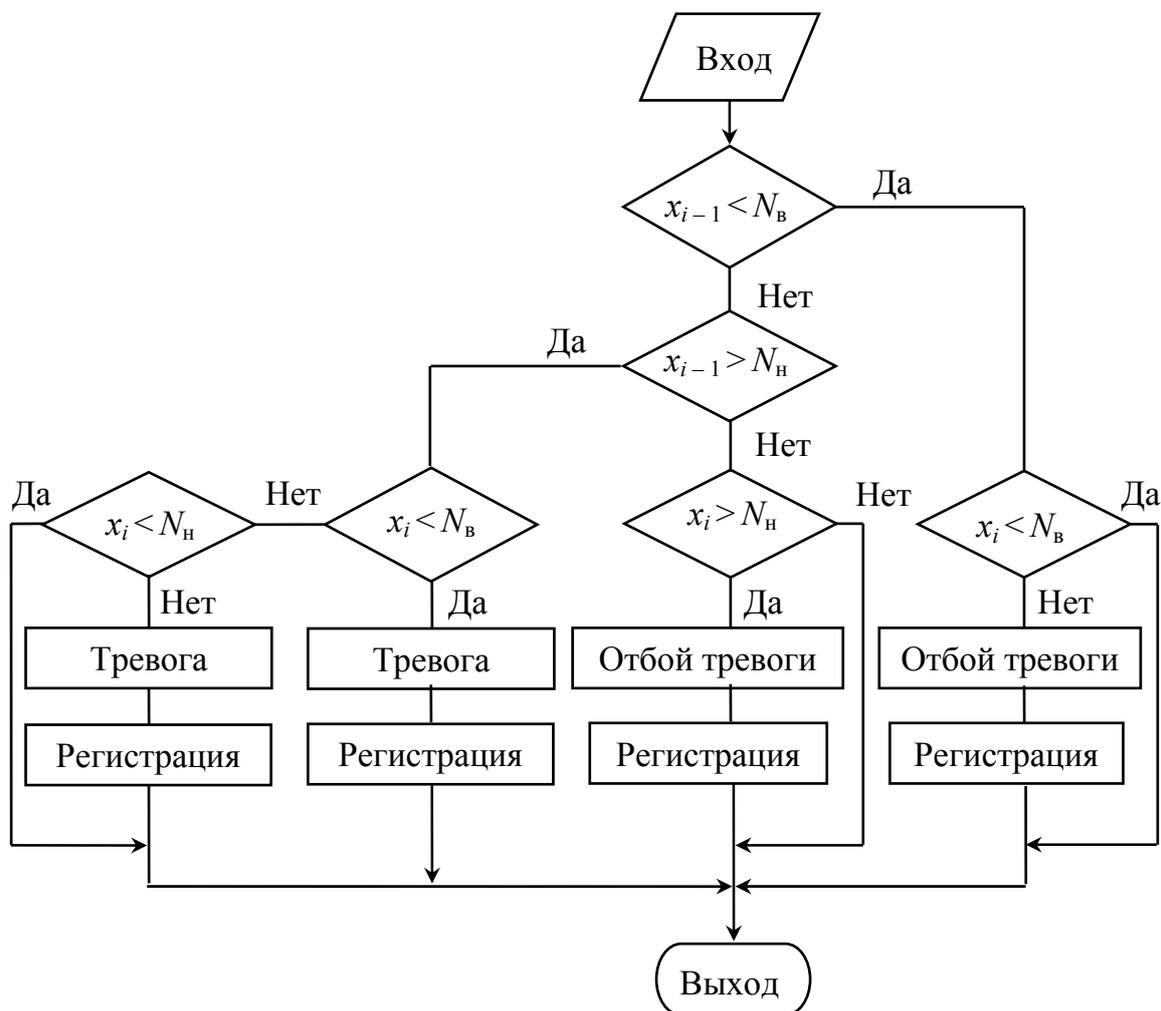


Рис. 4.12. Схема алгоритма автоматического обнаружения событий, основанного на сравнении с нормами

Алгоритм автоматического обнаружения событий, основанный на сравнении с нормами, эффективен при отсутствии погрешностей и помех. При наличии погрешностей и помех в системе обнаружения событий необходимо учитывать их вероятностный характер. При этом задача обнаружения становится вероятностной.

При вероятностной постановке задачи требуется определить параметры работы алгоритма. Такими параметрами могут быть: p_1 – вероятность пропуска события (событие произошло, но не обнаружено); p_2 – вероятность ложного обнаружения события (события нет, но появился ложный сигнал о его наличии). Эти параметры можно объединить в одну оценку – оценку экономической эффективности работы алгоритма.

ма. Такой оценкой может служить величина приведенных потерь, возникающих из-за пропуска события c_1 и ложного обнаружения c_2 , отнесенных к единице времени и выраженных в стоимостном виде. Средняя величина приведенных потерь определится выражением

$$c = c_1 \cdot p_1 + c_2 \cdot p_2.$$

Задача обнаружения события заключается в подтверждении проверяемой гипотезы, которая может быть сформулирована следующим образом. Пусть событие, подлежащее обнаружению, происходит при $x \geq N$, где x – значение измеряемой величины, N – уставка. В результате измерений определяется величина y , отличающаяся от величины x погрешностью измерения. По значению y требуется определить наличие или отсутствие события. Для минимизации средних потерь принимается оптимальное правило обнаружения событий (правило Байеса). Для рассматриваемой задачи это правило формулируется следующим образом. Решение, соответствующее утверждению $x \geq N$, принимается, если $A \geq G$, и решение, соответствующее утверждению $x < N$, если $A < G$. Здесь A – обобщенное отношение правдоподобия

$$A = \int_N^{\infty} f(x) f(y/x) dx \Bigg/ \int_{-\infty}^N f(x) f(y/x) dx,$$

где $f(x)$ – плотность распределения величины x ; $f(y/x)$ – условная плотность распределения величины y ; G – порог, являющийся функцией приведенных потерь $G = (c_1 - c_2) / (c_1 + c_2)$.

Трудности получения требуемых для байесова подхода оценок приводят к ряду приближенных к нему алгоритмов. По своей сути они близки к методам проверки статистических гипотез. Рассмотрим некоторые из них.

Для процессов, связанных с необратимыми явлениями, надежным признаком аварийной ситуации может служить длительность τ_0 превышения контролируемым параметром некоторой нормы N . Алгоритм обнаружения аварийной ситуации, связанный с контролем длительности τ_0 , строится следующим образом. Пусть N_τ – порог допустимого времени отклонения контролируемой величины от нормы N . Тогда обнаружение аварийной ситуации осуществляется по правилу: событие есть при $\tau_0 > N_\tau$, и события нет при $\tau_0 \leq N_\tau$.

Для случайного процесса длительность отклонения его ординат от некоторой границы есть случайная величина. Если задаться допусти-

мой вероятностью длительности отклонения ординат случайного процесса от границы N , то величину порога N_τ можно найти из условия

$$p(\tau_0 < N_\tau) = \alpha,$$

где $\alpha = 1 - F(u)$, а $F(u)$ – функция распределения случайной величины τ_0 . Оценка функции $F(u)$ может быть получена по реализации случайного процесса $x(t)$ в режиме нормального функционирования объекта.

Схема алгоритма, реализующего рассмотренный подход, приведена на рис. 4.13. Здесь x_i – текущее значение измеряемого параметра, соответствующее i -му такту опроса измерительного преобразователя; N_H, N_B – соответственно нижняя и верхняя нормы измеряемой величины; N_τ^* – целое число, равное отношению N_τ к периоду опроса измерительного преобразователя.

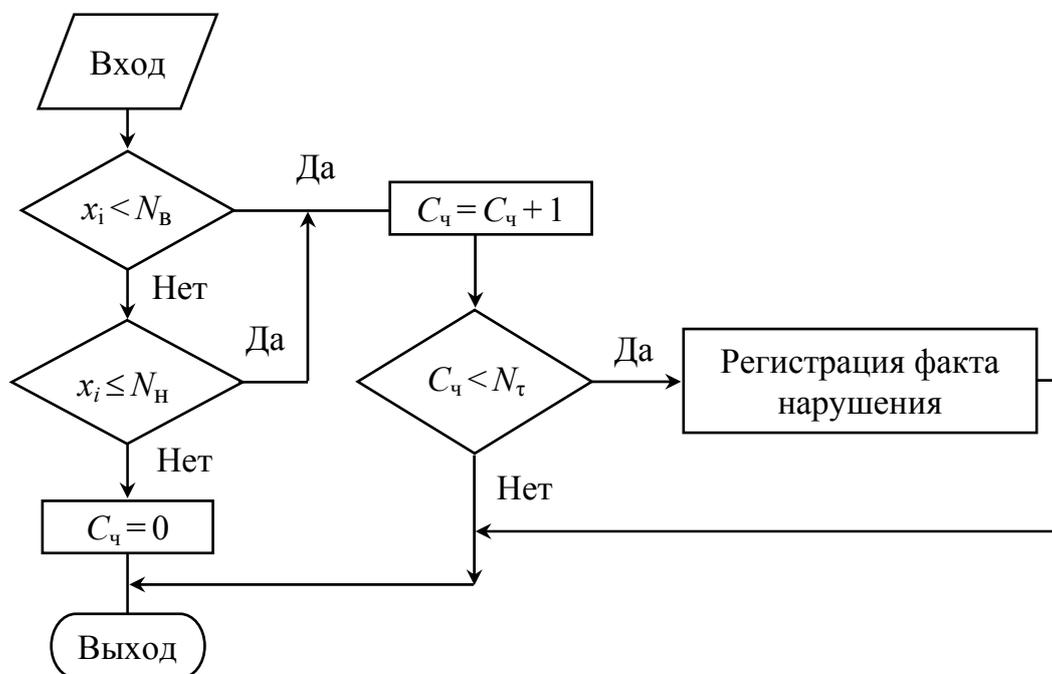


Рис. 4.13. Схема алгоритма обнаружения аварийных ситуаций с контролем времени отклонения от нормы

Для построения приближенных алгоритмов также может использоваться свойство непрерывности изменения контролируемых переменных в нормальном режиме. При возникновении сбоев или импульсных помех появляются скачкообразные изменения контролируемого параметра на одном такте измерения. Однако, как показывает анализ работы систем управления, отказы, поломки оборудования и элементов системы контроля приводят к скачкообразному изменению контролируемой

переменной с последующим сохранением этого значения. Поэтому целесообразно анализировать поведение измеряемого параметра на нескольких последовательных тактах. При таком подходе влияние единичных сбоев на качество управления может быть существенно уменьшено, если при приращении параметра на k -м такте (больше, чем $N_{\Delta x}$) принимать в системе управления значение параметра $x[(k-1)T]$, соответствующее $(k-1)$ -му такту, а при сохранении этого значения на $(k+1)$ -м такте принимать решение о появлении в системе отказа.

Схема алгоритма, реализующего рассмотренный подход, приведена на рис. 4.14.

Здесь x_i – текущее значение измеряемого параметра, соответствующее i -му такту опроса измерительного преобразователя; $N_{\Delta x}$ – уставка по приращению измеряемой величины; C_q – целое, равное числу последовательных тактов, при которых сохраняется условие $|\Delta x| \leq N_{\Delta x}$; N – число, при превышении которого значением C_q принимается решение о появлении в системе отказа.

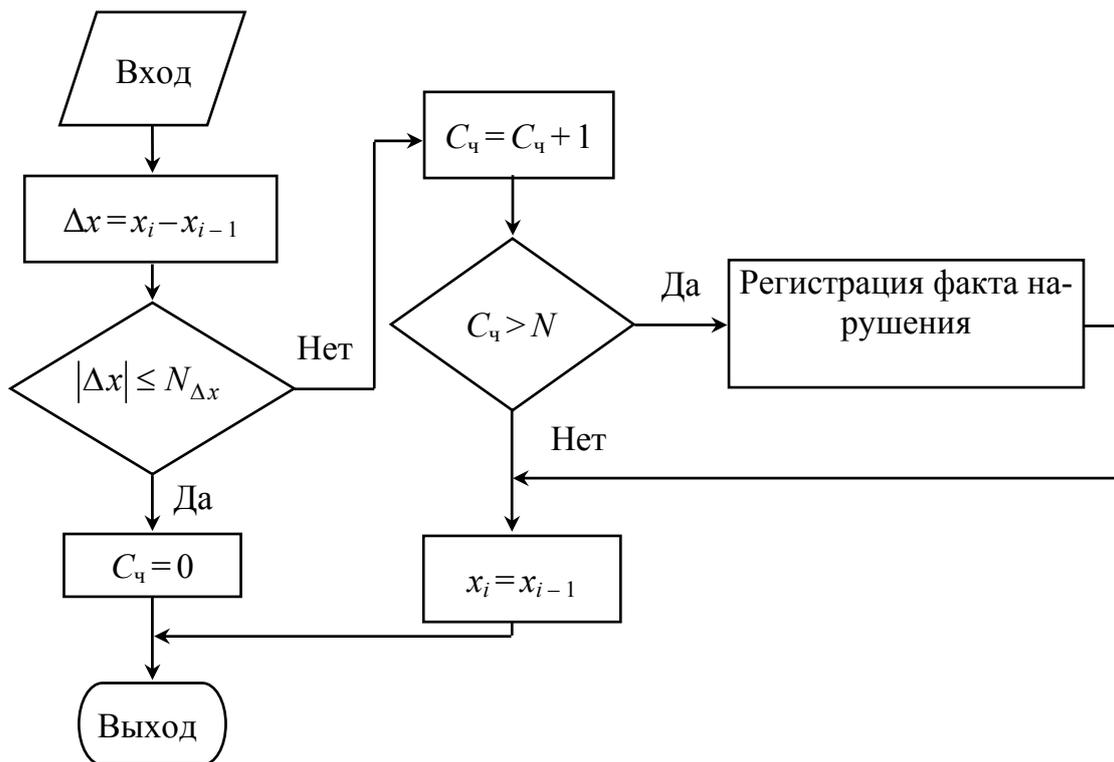


Рис. 4.14. Схема алгоритма обнаружения аварийных ситуаций с исключением единичных выбросов

4.2. НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

4.2.1. Автоматические системы регулирования с цифровыми регуляторами

В этом разделе рассматривается система НЦУ, схема которой представлена на рис. 4.15. Цифровой регулятор в схеме НЦУ состоит из аналого-цифрового преобразователя АЦП, вычислительного устройства ВУ и цифроаналогового преобразователя ЦАП. В вычислительном устройстве ВУ осуществляется вычисление текущего значения регулирующего воздействия для каждого очередного шага, определяемого интервалом квантования T . Таким образом, ВУ осуществляет преобразование по заданному закону последовательности чисел ошибки $\varepsilon[kT]$ в последовательность чисел $\mu[kT]$, определяющих текущее значение регулирующего воздействия. Цифроаналоговый преобразователь ЦАП преобразует числовую последовательность $\mu[kT]$ в непрерывное перемещение регулирующего органа $\mu(t)$. В аналого-цифровом преобразователе АЦП ошибка регулирования $\varepsilon(t)$, равная разности между заданием $s(t)$ и текущим значением $y(t)$ регулируемой величины, преобразуется в числовую последовательность $\varepsilon[kT]$. При этом, принимая во внимание высокую разрядность современных управляющих вычислительных машин, погрешностью округления чисел вследствие квантования непрерывного сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ по уровню можно пренебречь. На схеме системы регулирования $v(t)$ – аддитивная помеха, действующая на объект.

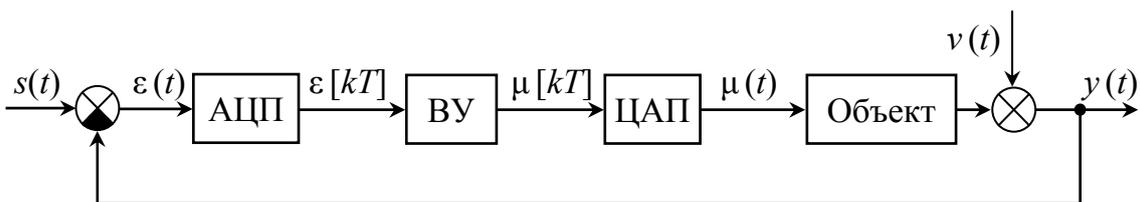


Рис. 4.15. Схема системы регулирования с цифровым регулятором

Анализ и синтез цифровых систем сопряжен с определенными трудностями в связи с тем, что к дискретным числовым последовательностям не могут быть непосредственно применены интегральные преобразования Лапласа и Фурье. Также для систем преобразования числовых последовательностей не может быть применен аппарат частотных характеристик. Отмеченные трудности могут быть преодолены путем представления реальной системы в виде эквивалентной модели, в кото-

рой числовые последовательности заменяются соответствующим образом подобранными последовательностями модулированных дельта-импульсов, к которым могут быть применены преобразования Фурье и Лапласа, а системы преобразования числовых последовательностей (ВУ и ЦАП) заменяются системами преобразования модулированных дельта-импульсов.

4.2.2. Модулированные последовательности дельта-импульсов. Математическая модель АЦП

При рассмотренном выше подходе, связь между исходной дискретной последовательностью чисел $x[kT]$ и эквивалентной ей последовательностью дельта-импульсов $x^*(t)$ представляется в виде

$$x^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kT] \cdot \delta(t - kT),$$

в котором каждое число числовой последовательности в тактовый момент времени kT заменяется дельта-импульсом соответствующей площади.

К модулированной последовательности дельта-импульсов $x^*(t)$ уже может быть применено преобразование Фурье

$$X^*(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kT] \cdot \delta(t - kT) \cdot e^{-p \cdot t} dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kT] \cdot e^{-kT \cdot p}$$

или, вводя замену $z = e^{T \cdot p}$, приходим к следующей формуле

$$X^*(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kT] \cdot z^{-k},$$

которая в теории дискретных систем известна как формула прямого дискретного преобразования Лапласа (z -преобразования).

Приведем основные свойства z -преобразования.

1. Линейности

$$a \cdot x[kT] \xleftrightarrow{\cdot} a \cdot X(z) \text{ или}$$

$$x_1[kT] + x_2[kT] \xleftrightarrow{\cdot} X_1(z) + X_2(z), \text{ где } a = \text{const.}$$

2. Свойство смещения аргумента в области оригинала

$$x[(k \pm n)T] \xleftrightarrow{\cdot} z^{\pm n} \cdot X(z),$$

$$\text{где } n > 0 \text{ — целое и } \sum_{j=0}^{k-1} x(jT) \cdot z^{-j} = 0.$$

3. Свойство смещения независимой переменной в области изображения

$$e^{\mp a \cdot kT} \cdot x[kT] \xleftrightarrow{\cdot} X(e^{\pm aT} \cdot z), \text{ где } a - \text{ целое.}$$

4. Правило дифференцирования изображения

$$k \cdot T \cdot x[kT] \xleftrightarrow{\cdot} -T \cdot z \cdot \frac{dX(z)}{dz}.$$

5. Связь начальных и конечных условий

$$\lim_{k \rightarrow 0} x[kT] = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z);$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x[kT] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{z-1}{z} \cdot X(z) \right],$$

где $X(z)$ не имеет полюсов на окружности единичного радиуса.

В табл. 4.2 приведены изображения некоторых часто встречающихся функций.

В том случае, когда числовая последовательность $x[kT]$ получена в результате квантования некоторой непрерывной функции $x(t)$, соответствующая ей модулированная последовательность дельта-импульсов $x^*(t)$ может быть представлена выражением

$$x^*(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \text{ или } x^*(t) = x(t) \cdot \delta^*(t),$$

где $\delta^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ – немодулированная последовательность дельта-импульсов.

Механизм образования модулированной последовательности дельта-импульсов $x^*(t)$ можно представить как модуляцию непрерывной функцией $x(t)$ бесконечной последовательности единичных (немодулированных) дельта-импульсов $\delta^*(t)$ (рис. 4.16) в результате прохождения непрерывной функции $x(t)$ через элемент, генерирующий модулированные

Таблица 4.2

Изображения последовательностей дельта-импульсов, модулированных некоторыми функциями

| $x(t)$ | $X(p)$ | $X^*(z)$ |
|----------------------|------------------------|-------------------------------|
| $1(t)$ | $\frac{1}{p}$ | $\frac{z}{z-1}$ |
| $t \cdot 1(t)$ | $\frac{1}{p^2}$ | $\frac{T \cdot z}{(z-1)^2}$ |
| $t^2 \cdot 1(t)$ | $\frac{2}{p^3}$ | $\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^2}$ |
| $e^{-\alpha t} 1(t)$ | $\frac{1}{p + \alpha}$ | $\frac{z}{z - e^{-\alpha T}}$ |

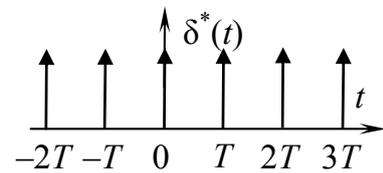


Рис. 4.16

дельта-импульсы (рис. 4.17). Такой элемент получил название *дельта-импульсного модулятора* и может служить эквивалентной моделью реального АЦП. На схемах цифровых систем дельта-импульсный модулятор обозначается в виде, представленном на рис. 4.17.

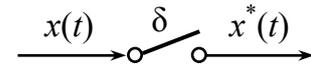


Рис. 4.17

Так как функция $\delta^*(t)$ является периодической, то она может быть представлена в виде ряда Фурье

$$\delta^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot e^{i \cdot k \frac{2\pi}{T} t}, \text{ где } a_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(t) \cdot e^{i \cdot k \frac{2\pi}{T} t} dt = \frac{1}{T}.$$

С учетом этого выражение для модулированной последовательности дельта-импульсов может быть записано в виде

$$x^*(t) = \frac{x(t)}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{i \cdot k \frac{2\pi}{T} t}.$$

Преобразуя это выражение по Фурье, получим

$$\begin{aligned} X^*(p) &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{i \cdot k \frac{2\pi}{T} t} e^{-pt} dt = \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-(p - i \cdot k \frac{2\pi}{T})t} dt = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(p - i \cdot k \frac{2\pi}{T}\right). \end{aligned}$$

При $p = i \cdot \omega$

$$X^*(i\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left[i \cdot \left(\omega - k \frac{2\pi}{T}\right)\right]. \quad (4.33)$$

Анализ последнего выражения показывает, что *действие дельта-импульсного модулятора приводит к размножению спектра модулирующего сигнала вдоль оси частот* (рис. 4.18, 4.19). При этом спектр модулированной последовательности дельта-импульсов является периодической функцией частоты с периодом $2\pi/T$.

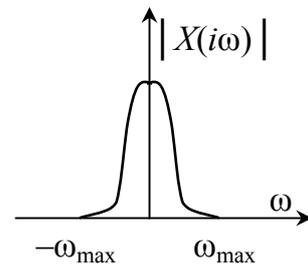


Рис. 4.18. Спектр модулирующего сигнала

Обратим внимание на следующее. Если сигнал $x(t)$ имеет ограниченный спектр ($|X(i\omega)| = 0$ при $\omega \geq \omega_{\max}$), то, применяя фильтр низких частот, можно отфильтровать боковые составляющие спектра $X^*(i\omega)$ и восстановить

непрерывный сигнал на входе в дельта-импульсный модулятор. Очевидно, что такое восстановление непрерывного сигнала возможно лишь при выполнении условия: $2\omega_{\max} \leq 2\pi/T$ (условие, при котором боковые составляющие спектра не «наезжают» друг на друга). Это условие, записанное в виде $T \leq \pi/\omega_{\max}$, представляет собой математическую запись теоремы В.А. Котельникова, которая устанавливает, что непрерывный сигнал с ограниченным спектром может быть полностью восстановлен по его дискретным значениям при выполнении условия $T \leq \pi/\omega_{\max}$, где ω_{\max} – максимальная частота в спектре непрерывного сигнала.

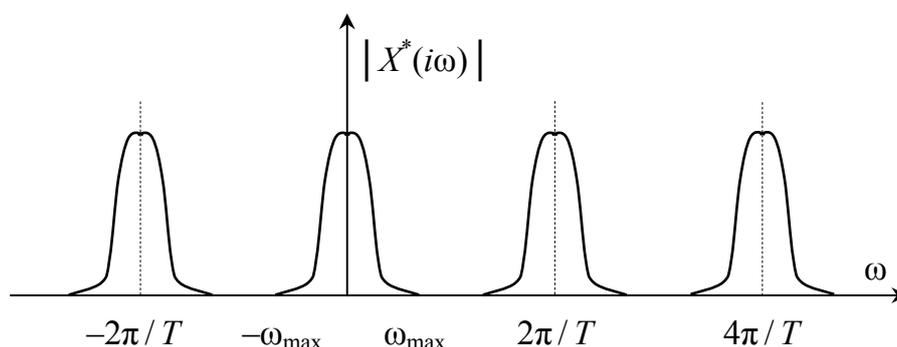


Рис. 4.19. Спектр модулированной последовательности дельта-импульсов

4.2.3. Системы преобразования последовательностей модулированных дельта-импульсов

4.2.3.1. Математическая модель вычислительного устройства

Вычислительное устройство цифрового регулятора преобразует числовую последовательность ошибки регулирования в числовую последовательность регулирующего воздействия. Аналогично этому модель ВУ должна осуществлять эквивалентное преобразование входной последовательности модулированных дельта-импульсов в выходную последовательность модулированных дельта-импульсов. Схема такого преобразования представлена на рис. 4.20.

В этой схеме последовательность модулированных дельта-импульсов $x^*(t)$ поступает на вход линейного непрерывного звена с весовой характеристикой $w(t)$. Выходной сигнал звена $y(t)$, проходя через дельта-импульсный модулятор, преобразуется в выходную последовательность модулированных дельта-импульсов $y^*(t)$.

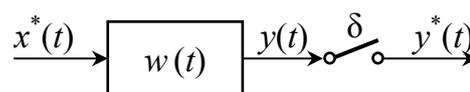


Рис. 4.20. Схема модели вычислительного устройства

Определим z -изображение сигналов $x^*(t)$ и $y^*(t)$, полагая, что все сигналы равны нулю при $t < 0$, т. е. все выражения для сигналов справедливы для $t \geq 0$.

$$Y^*(z) = \sum_{l=0}^{\infty} y[lT] \cdot z^{-l}; \quad X^*(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[kT] \cdot z^{-k}.$$

Дискретная последовательность $y[lT]$ может быть получена из непрерывной функции $y(t)$ (непрерывной в силу фильтрующих свойств звена $w(t)$) путем замены текущего времени t на дискретное lT .

Выходной сигнал $y(t)$ есть результат прохождения сигнала $x^*(t)$ через звено с весовой характеристикой $w(t)$. На основании уравнения свертки можно записать

$$y(t) = \int_0^{\infty} w(\xi) \cdot x^*(t - \xi) d\xi.$$

В свою очередь,

$$x^*(t) = x(t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT),$$

и тогда, учитывая свойство четности дельта-функции, получим

$$y(t) = \int_0^{\infty} w(\xi) \cdot x(t - \xi) \sum_{k=0}^{\infty} \delta[\xi - (t - kT)] d\xi.$$

Изменяя порядок интегрирования и суммирования, приходим к следующему выражению для $y(t)$

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{\infty} w(\xi) \cdot x(t - \xi) \cdot \delta[\xi - (t - kT)] d\xi.$$

Учитывая, что интегралы, у которых в ядре подынтегрального выражения содержится дельта-функция, вычисляются по правилу

$$\int y(t) \cdot \delta(t - t_0) dt = y(t_0),$$

получим

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} w[t - kT] \cdot x[kT].$$

Тогда

$$y[lT] = \sum_{k=0}^{\infty} w[(l - k)T] \cdot x[kT];$$

$$Y^*(z) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} w[(l - k)T] \cdot x[kT] \cdot z^{-l}.$$

Вводя обозначение $m = l - k$ или $l = m + k$, найдем для $Y^*(z)$:

$$Y^*(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} w[mT] \cdot x[kT] \cdot z^{-m} \cdot z^{-k}$$

или, изменяя порядок суммирования,

$$Y^*(z) = \sum_{m=0}^{\infty} w[mT] \cdot z^{-m} \sum_{k=0}^{\infty} x[kT] \cdot z^{-k}.$$

Нетрудно заметить, что первая сумма есть z -изображение весовой характеристики $w(t)$, определенной в тактовые моменты времени mT , а вторая сумма – z -изображение входного сигнала $x^*(t)$, т. е. $X^*(z)$. Обозначая z -изображение весовой характеристики как $W^*(z)$, получим

$$W^*(z) = \sum_{m=0}^{\infty} w[mT] \cdot z^{-m}, \quad X^*(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[kT] \cdot z^{-k} \quad \text{и} \quad Y^*(z) = W^*(z) \cdot X^*(z).$$

С другой стороны, $W^*(z)$ является отношением z -изображений последовательностей модулированных дельта-импульсов на входе и выходе системы

$$W^*(z) = \frac{Y^*(z)}{X^*(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} y[kT] \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^{\infty} x[kT] \cdot z^{-k}}, \quad (4.34)$$

которую, по аналогии с передаточной функцией непрерывной системы, называют дискретной передаточной функцией. В дальнейшем дискретную передаточную функцию модели вычислительного устройства (рис. 4.20) будем обозначать как $W_{\text{вы}}^*(z)$.

Как следует из выражения (4.34), дискретная передаточная функция представляет собой отношение полиномов с отрицательными степенями от z . Поэтому дискретная передаточная функция вычислительного устройства может быть представлена в следующем виде

$$W_{\text{вы}}^*(z) = \frac{M^*(z)}{E^*(z)} = \frac{b_m z^{-m} + b_{m-1} z^{-m+1} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0}{a_n z^{-n} + a_{n-1} z^{-n+1} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0}, \quad (4.35)$$

где $E^*(z)$ и $M^*(z)$ соответственно z -изображения последовательностей модулированных дельта-импульсов ошибки регулирования и регулирующего воздействия.

При программной реализации алгоритма работы вычислительного устройства необходимо знать зависимость вычисляемого значения

регулирующего воздействия в текущий тактовый момент времени от ошибки регулирования. Эту зависимость можно найти по известной дискретной передаточной функции вычислительного устройства. Порядок выполняемых действий при этом следующий.

1. Преобразуем (4.35) к виду

$$\begin{aligned} a_n M^*(z) \cdot z^{-n} + a_{n-1} M^*(z) \cdot z^{-n+1} + \dots + a_1 M^*(z) \cdot z^{-1} + a_0 M^*(z) = \\ = b_m E^*(z) \cdot z^{-m} + b_{m-1} E^*(z) \cdot z^{-m+1} + \dots + b_1 E^*(z) \cdot z^{-1} + b_0 E^*(z). \end{aligned}$$

2. Перейдем из области изображений во временную область, применяя известное свойство z -преобразования – свойство смещения аргумента в области оригинала

$$\begin{aligned} a_n \mu[(k-n)T] + a_{n-1} \mu[(k-n+1)T] + \dots + a_1 \mu[(k-1)T] + a_0 \mu[kT] = \\ = b_m \varepsilon[(k-m)T] + b_{m-1} \varepsilon[(k-m+1)T] + \dots + b_1 \varepsilon[(k-1)T] + b_0 \varepsilon[kT]. \end{aligned}$$

Полученное уравнение называют *разностным*. Разностные уравнения являются дискретными аналогами дифференциальных уравнений.

3. Выразим из разностного уравнения текущее значение регулирующего воздействия

$$\begin{aligned} \mu[kT] = -\frac{1}{a_0} \{ a_n \mu[(k-n)T] + a_{n-1} \mu[(k-n+1)T] + \dots + a_1 \mu[(k-1)T] \} + \\ + \frac{1}{a_0} \{ b_m \varepsilon[(k-m)T] + b_{m-1} \varepsilon[(k-m+1)T] + \dots + b_1 \varepsilon[(k-1)T] + b_0 \varepsilon[kT] \}. \end{aligned}$$

Уравнения такого вида называют *рекуррентными*.

4.2.3.2. Математическая модель цифроаналогового преобразователя

Замена реального цифроаналогового преобразователя в схеме (см. рис. 4.15) моделью (*демодулятором*) очевидно должна обеспечивать преобразование последовательности модулированных дельта-импульсов на входе в соответствующее непрерывное изменение регулирующего воздействия, совпадающего с сигналом на выходе ЦАП.

На практике наибольшее распространение получили ЦАП-реализующие функции линейного преобразования код-аналог нулевого и первого порядков (*фиксаторы нулевого и первого порядков*).

В фиксаторе нулевого порядка сигнал на выходе равен значению поступившего на его вход очередного члена числовой последовательности и сохраняется неизменным весь интервал квантования T до поступления следующего члена числовой последовательности (рис. 4.21).

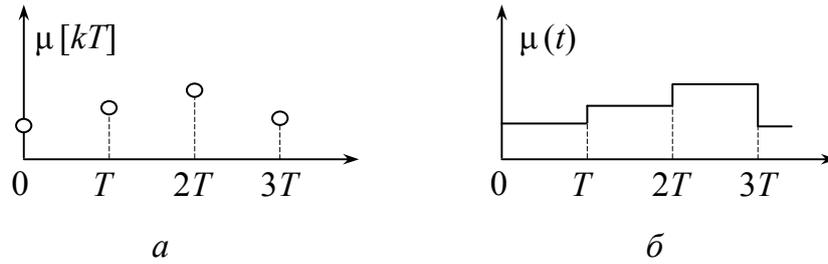


Рис. 4.21. Входная числовая последовательность (а) и выходной сигнал (б) ЦАП (фиксатор нулевого порядка)

В фиксаторе первого порядка сигнал на выходе кусочно-линейно аппроксимирует поступившую на его вход числовую последовательность (рис. 4.22).

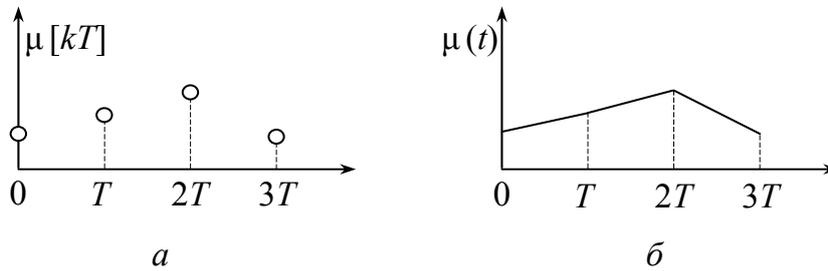


Рис. 4.22. Входная числовая последовательность (а) и выходной сигнал (б) ЦАП (фиксатор первого порядка)

Демодулятор, выполненный в виде фиксатора нулевого порядка, должен формировать на своем выходе точно такой же сигнал, что и на выходе ЦАП. Разница состоит лишь в том, что на вход демодулятора поступает последовательность модулированных дельта-импульсов. Так, например, при подаче на вход демодулятора единичного дельта-импульса (рис. 4.23, а) на его выходе должен сформироваться импульс с высотой, равной единице, и длительностью, равной T (рис. 4.23, б).

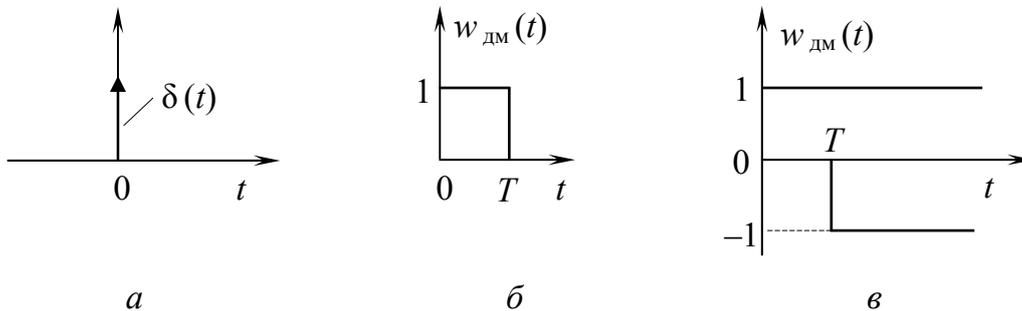


Рис. 4.23. Единичный дельта-импульс на входе в демодулятор (а); выходной сигнал демодулятора – его весовая характеристика (б); весовая характеристика демодулятора как разность двух единичных ступенчатых функций (в)

Так как реакция какой-либо системы на воздействие в виде единичного дельта-импульса при нулевых начальных условиях есть ее весовая характеристика, то, следовательно, весовая характеристика демодулятора $w_{\text{дм}}(t)$ имеет вид, представленный на рис. 4.23, б.

Определяя весовую характеристику демодулятора как разность двух единичных ступенчатых функций (рис. 4.23, в)

$$w_{\text{дм}}(t) = 1(t) - 1(t - T)$$

и преобразуя ее по Лапласу, получим передаточную функцию демодулятора, выполненного в виде фиксатора нулевого порядка

$$W_{\text{дм}}(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p \cdot T} = \frac{1 - e^{-p \cdot T}}{p}$$

или
$$W_{\text{дм}}(z, p) = \frac{1 - z^{-1}}{p} = \frac{z - 1}{z \cdot p}. \quad (4.36)$$

Демодулятор, выполненный в виде фиксатора первого порядка, имеет весовую характеристику в виде треугольного импульса, которая может быть представлена как сумма трех смещенных относительно друг друга линейных функций. При ширине треугольника в $2T$ (рис. 4.24) весовая характеристика демодулятора

$$w_{\text{дм}}(t) = \frac{1}{T} [t \cdot 1(t) - 2(t - T) \cdot 1(t - T) + (t - 2T) \cdot 1(t - 2T)].$$

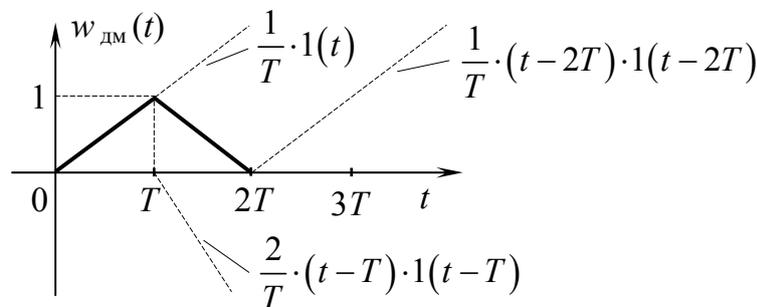


Рис. 4.24. Весовая характеристика демодулятора (фиксатора первого порядка)

Передаточную функцию демодулятора получим как изображение его весовой характеристики

$$W_{\text{дм}}(p) = \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{p^2} - 2 \frac{e^{-T \cdot p}}{p^2} + \frac{e^{-2T \cdot p}}{p^2} \right] = \frac{(1 - e^{-T \cdot p})^2}{T \cdot p^2}$$

или, в другой форме записи,
$$W_{\text{дм}}(z, p) = \frac{(z - 1)^2}{z^2 \cdot T \cdot p^2}.$$

Поясним принцип действия демодулятора, выполненного в виде фиксатора первого порядка.

В фиксаторе первого порядка последовательность модулированных дельта-импульсов преобразуется в последовательность равнобедренных треугольников (рис. 4.25), которые в сумме образуют выходной сигнал в виде ломаной линии (рис. 4.26).

Полученная ломаная линия (выходной сигнал демодулятора) является кусочно-линейной аппроксимацией входной последовательности, смещенной относительно ее на интервал квантования T .

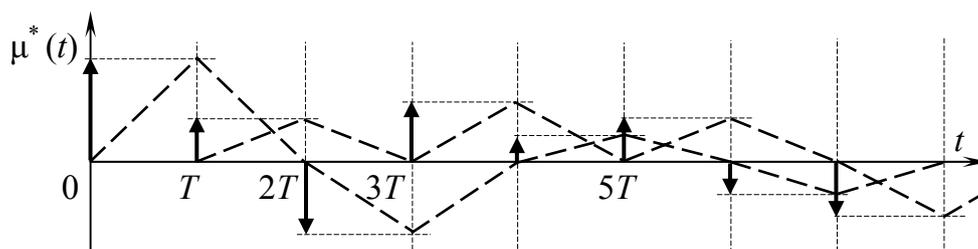


Рис. 4.25. Модулированные дельта-импульсы на входе в демодулятор и соответствующая им последовательность равнобедренных треугольников

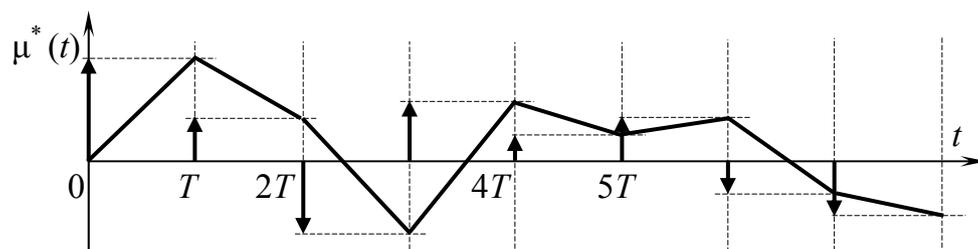


Рис. 4.26. Входные дельта-импульсы и выходной сигнал демодулятора

4.2.4. Структурная схема модели системы регулирования с цифровым регулятором

В результате замены в схеме на рис. 4.15 АЦП дельта-импульсным модулятором, вычислительного устройства – звеном с передаточной функцией $W_{в.у}^*(z)$, ЦАП – демодулятором, получим структурную схему модели системы регулирования с цифровым регулятором (рис. 4.27).

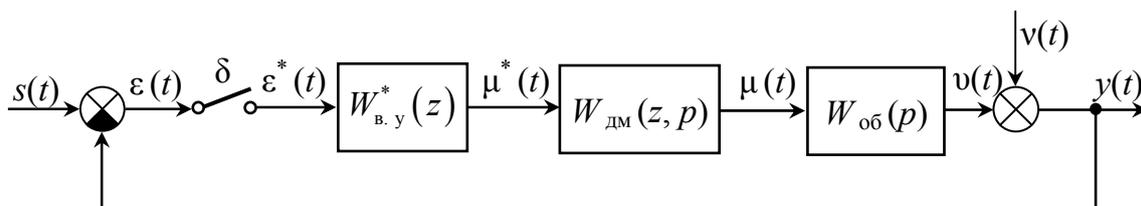


Рис. 4.27. Структурная схема цифровой системы регулирования

Для получения в дальнейшем необходимых расчетных выражений преобразуем структурную схему (рис. 4.27). Для этого передаточную функцию демодулятора представим в виде произведения сомножителя $W_{\text{дм}}^*(z)$, зависящего только от z , и сомножителя $\widetilde{W}_{\text{дм}}(p)$, зависящего только от p ,

$$W_{\text{дм}}(p) = W_{\text{дм}}^*(z) \cdot \widetilde{W}_{\text{дм}}(p). \quad (4.37)$$

Затем выполним следующие операции:

- 1) сформируем на выходе системы ошибку регулирования;
- 2) вынесем за контур обратной связи аддитивную помеху $v(t)$;
- 3) объединим в одну передаточную функцию

$$W_1^*(z) = W_{\text{в.у}}^*(z) \cdot W_{\text{дм}}^*(z)$$

передаточные функции $W_{\text{в.у}}^*(z)$ и $W_{\text{дм}}^*(z)$, зависящие только от z ;

- 4) объединим в одну передаточную функцию

$$W_2(p) = W_{\text{об}}(p) \cdot \widetilde{W}_{\text{дм}}(p)$$

передаточные функции $W_{\text{об}}(p)$ и $\widetilde{W}_{\text{дм}}(p)$, зависящие только от p .

После проделанных операций структурная схема системы примет вид (рис. 4.28), где $x(t) = s(t) - v(t)$.

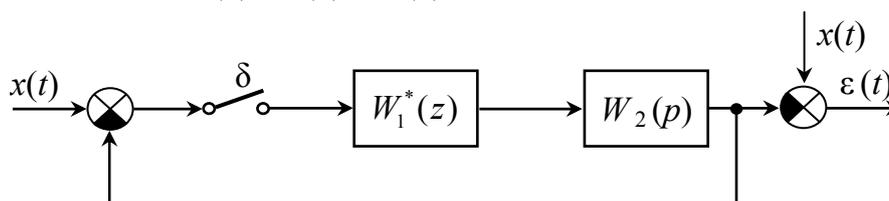


Рис. 4.28. Результат преобразования структурной схемы цифровой системы регулирования

Последовательно выполняя дальнейшие преобразования структурной схемы модели цифровой системы регулирования (рис. 4.29, а, б), найдем изображение ошибки регулирования

$$\varepsilon(p) = X(p) - \Phi^*(z) \cdot W_2(p) \cdot X^*(z).$$

В приведенных схемах $W_{\text{о.с}}^*(z)$ – оператор обратной связи (рис. 4.29, а), а $\Phi^*(z)$ (рис. 4.29, б)

$$\Phi^*(z) = \frac{W_1^*(z)}{1 + W_1^*(z) \cdot W_{\text{о.с}}^*(z)}.$$

Учитывая формулу (4.33), определим окончательное выражение для изображения ошибки регулирования

$$\varepsilon(p) = \left[1 - \frac{1}{T} \Phi^*(z) \cdot W_2(p) \right] \cdot X(p) - \frac{1}{T} \Phi^*(z) \cdot W_2(p) \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} X\left(p + i \cdot k \frac{2\pi}{T}\right). \quad (4.38)$$

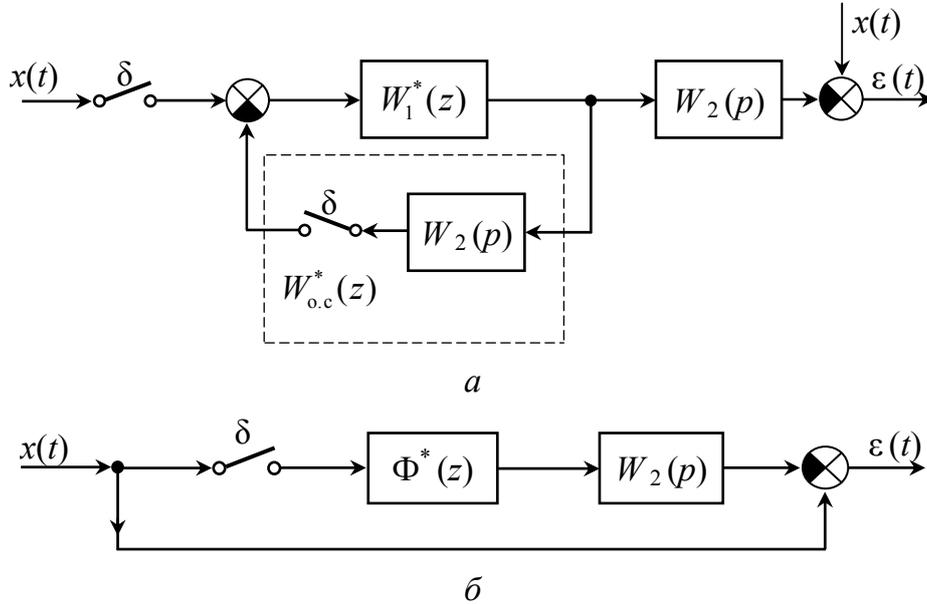


Рис. 4.29. Преобразование структурной схемы модели цифровой системы

4.2.5. Режим непрерывного регулирования в системах с цифровыми регуляторами

Как следует из формулы (4.38), изображение ошибки регулирования может быть представлено в виде суммы двух составляющих

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_0(p) + \varepsilon_{\text{кв}}(p),$$

где
$$\varepsilon_0(p) = \left[1 - \frac{1}{T} \Phi^*(z) \cdot W_2(p) \right] \cdot X(p);$$

$$\varepsilon_{\text{кв}}(p) = -\frac{1}{T} \Phi^*(z) \cdot W_2(p) \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} X\left(p + i \cdot k \frac{2\pi}{T}\right).$$

Присутствие второй составляющей $\varepsilon_{\text{кв}}(p)$ в изображении ошибки регулирования приводит к размножению спектра ошибки регулирования вдоль оси частот и, как следствие, к появлению пульсаций ошибки регулирования в межтактовые промежутки времени между замыканиями и размыканиями ключа дельта-импульсного модулятора. С точки зрения повышения качества регулирования и долговечности работы

оборудования наличие пульсаций является нежелательным. Поэтому очевидным является условие, определяющее ограничение на величину пульсаций ошибки регулирования

$$\varepsilon_{\text{кв}}(p) \ll \varepsilon_0(p)$$

или

$$\sigma_{\varepsilon_{\text{кв}}}^2 \ll \sigma_{\varepsilon_0}^2, \quad (4.39)$$

где $\sigma_{\varepsilon_{\text{кв}}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\varepsilon}^{\text{кв}}(\omega) d\omega$ – составляющая дисперсии ошибки регули-

рования, вызванная пульсациями (дисперсия ошибки квантования);

$G_{\varepsilon}^{\text{кв}}(\omega)$ – спектр мощности составляющей ошибки регулирования, вызванной пульсациями;

$\sigma_{\varepsilon_0}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\varepsilon\varepsilon}^0(\omega) d\omega$ – основная составляющая дисперсии ошибки

регулирования;

$$G_{\varepsilon\varepsilon}^0(\omega) = \left| 1 - \frac{1}{T} \Phi^*(i\omega) \cdot W_2(i\omega) \right|^2 \cdot G_{xx}(\omega) \quad (4.40)$$

– спектр мощности основной составляющей ошибки регулирования;

$G_{xx}(\omega)$ – спектр мощности воздействия $x(t) = s(t) - v(t)$.

Последняя формула (4.40) определяет спектр мощности ошибки регулирования в системе, которую можно получить из системы (см. рис. 4.29, б) путем замены дельта-импульсного модулятора пропорциональным звеном с коэффициентом передачи $1/T$. Таким образом, при выполнении условия (4.39) цифровая система с точки зрения динамической точности эквивалентна обычной непрерывной системе с непрерывным регулятором, имеющим передаточную функцию

$$W_p^*(p) = \frac{1}{T} W_{\text{в.у}}^*(z) \cdot W_{\text{дм}}(p). \quad (4.41)$$

Определим условия, при которых цифровая система с точки зрения динамической точности эквивалентна обычной непрерывной системе, т. е. условия, при которых ошибка квантования является пренебрежимо малой по сравнению с основной составляющей ошибки [12].

Согласно структурной схеме (см. рис. 4.27) ошибка регулирования $\varepsilon(t)$ представляет собой сумму трех сигналов – сигнала задания $s(t)$, помехи $v(t)$ и сигнала $\upsilon(t)$. Причем сигнал $\upsilon(t)$ является результатом прохождения последовательности модулированных дельта-импульсов $\varepsilon^*(t)$ через разомкнутую систему с передаточной функцией

$$W_{\text{р.с}}(p) = W_{\text{в.у}}^*(z) \cdot W_{\text{дм}}(p) \cdot W_{\text{об}}(p).$$

Очевидно, что пульсации в $\varepsilon(t)$ присутствуют лишь при наличии пульсаций в сигнале $\upsilon(t)$. Пульсации в $\upsilon(t)$ могут быть устранены, если разомкнутая система $W_{p.c}(p)$ полностью отфильтровывает боковые составляющие спектра сигнала $\varepsilon^*(t)$ (рис. 4.30), т. е. если выполняется условие

$$\omega_{\text{кв}} - \omega_{\varepsilon}^{\text{max}} \geq \omega_{\text{p.c}}^{\text{max}},$$

где $\omega_{\text{кв}} = 2\pi/T$ – частота квантования; $\omega_{\varepsilon}^{\text{max}}$ – максимальная частота в спектре ошибки регулирования; $\omega_{\text{p.c}}^{\text{max}}$ – частота среза разомкнутой системы. Полученное неравенство определяет значение интервала квантования T , при котором в ошибке регулирования отсутствуют пульсации

$$T \leq 2\pi / (\omega_{\text{p.c}}^{\text{max}} + \omega_{\varepsilon}^{\text{max}}).$$

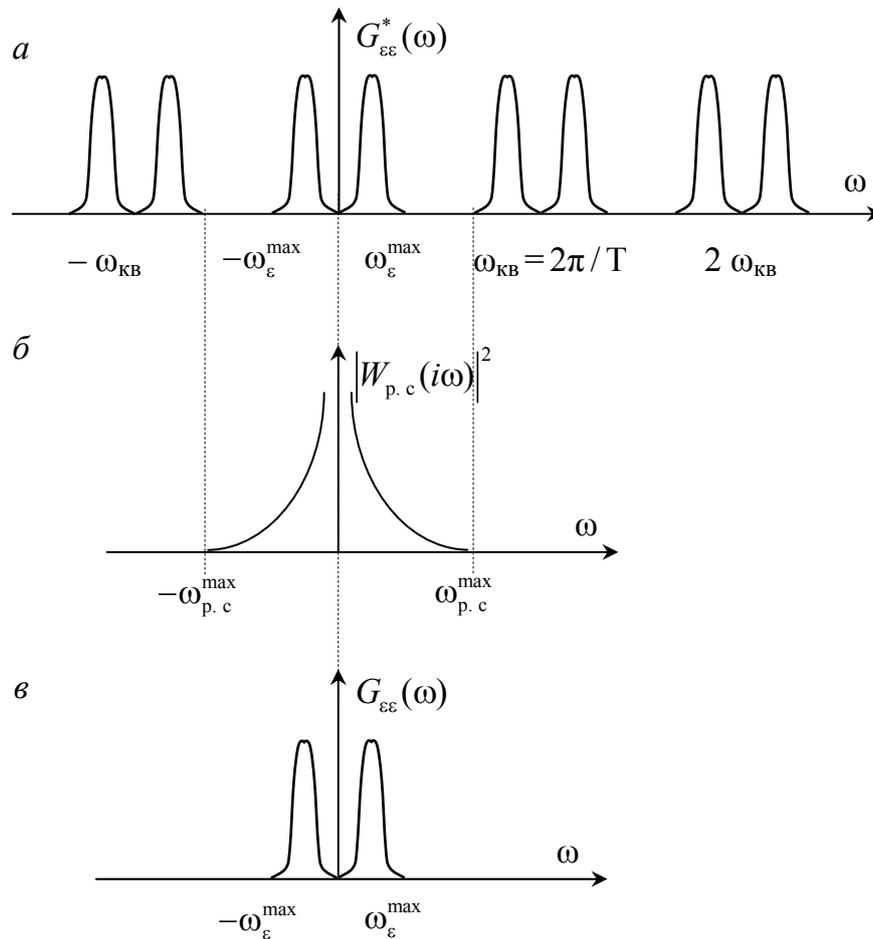


Рис. 4.30. Фильтрация боковых составляющих спектра сигнала $\varepsilon^*(t)$ разомкнутой системой: а – спектр мощности сигнала $\varepsilon^*(t)$; б – квадрат АЧХ разомкнутой системы; в – спектр мощности ошибки регулирования при отсутствии пульсаций

Проанализируем полученное выражение. Максимальная частота в спектре ошибки регулирования определяется самой высокочастотной из ее составляющих $v(t)$, $s(t)$, $v(t)$. Максимальная частота в спектре сигнала $v(t)$ очевидно совпадает с частотой среза разомкнутой системы $\omega_{p.c}^{\max}$. Можно показать, что необходимым условием обеспечения требуемого качества работы системы регулирования является низкочастотность входных воздействий. Другими словами, максимальные частоты в спектре воздействий $s(t)$ и $v(t)$ не должны превышать резонансную частоту системы, а тем более ее полосу пропускания. Поэтому можно принять, что $\omega_{\varepsilon}^{\max} = \omega_{p.c}^{\max}$ и условие отсутствия пульсаций в ошибке регулирования приобретает вид

$$T \leq \frac{\pi}{\omega_{p.c}^{\max}}. \quad (4.42)$$

Выполнение условия (4.42) обеспечивает не только отсутствие пульсаций в ошибке регулирования, но и совпадение частотных характеристик разомкнутого контура системы $W_1^*(z) \cdot W_{o.c}^*(z)$ с дискретным регулятором (рис. 4.29, *a*) и частотной характеристикой непрерывной разомкнутой системы с регулятором (4.41). Таким образом, выполнение условия (4.42) гарантирует идентичность обеих систем как с точки зрения динамической точности (величин дисперсий ошибки регулирования), так и с точки зрения их запаса устойчивости.

4.2.6. Алгоритмы работы вычислительных устройств цифровых регуляторов

Цифровой регулятор при выполнении условия отсутствия пульсаций квантования является подобным в динамическом отношении непрерывному регулятору. Поэтому, задавая передаточную функцию непрерывного регулятора или осуществляя известными методами синтез такого регулятора, можно определить и передаточную функцию вычислительного устройства. На основании формулы (4.41)

$$W_{в.у}^*(z) = T \frac{W_p(p)}{W_{дм}(p)}, \quad (4.43)$$

где $W_p(p)$ – передаточная функция непрерывного регулятора с желаемым законом регулирования.

В общем случае это равенство может быть выполнено лишь приближенно, т. к. левая часть равенства зависит от z , а правая от p . Существует много методов наилучшего приближения функций, описанных в разделах вычислительной математики. Решение задачи наилучшего приближения здесь целесообразно осуществлять в такой последовательности [12]:

1. Представив передаточную функцию демодулятора в виде (4.37), записать формулу (4.43) следующим образом:

$$K^*(z) \approx T \frac{W_p(p)}{W_{\text{дм}}(p)}, \quad (4.44)$$

где

$$K^*(z) = W_{\text{в. у}}^*(z) \cdot W_{\text{дм}}^*(z), \quad (4.45)$$

и с помощью методов численного анализа [13] определить характеристику $K^*(z)$, приближенно реализующую требуемую зависимость.

2. По характеристике $K^*(z)$ найти передаточную функцию вычислительного устройства

$$W_{\text{в. у}}^*(z) = \frac{K^*(z)}{W_{\text{дм}}^*(z)}. \quad (4.46)$$

В том случае, когда демодулятор выполнен в виде фиксатора нулевого порядка с передаточной функцией (4.36), для которого $\tilde{W}_{\text{дм}}(p) = 1/p$ и $W_{\text{дм}}^*(z) = 1 - z^{-1}$, формулы (4.44) и (4.46) принимают следующий вид:

$$K^*(z) \approx T \cdot p \cdot W_p(p); \quad (4.47)$$

$$W_{\text{в. у}}^*(z) = \frac{z}{z-1} K^*(z). \quad (4.48)$$

Рассмотрим в качестве примеров алгоритмы работы вычислительных устройств, формирующих типовые законы регулирования (И, П, ПИ, ПИД-законы), при применении демодулятора в виде фиксатора нулевого порядка.

И-закон регулирования

Применяя выражения (4.47) и (4.48), последовательно найдем

$$K^*(z) \approx T \cdot p \cdot \frac{k_u}{p} = T \cdot k_u;$$

$$W_{\text{в. у}}^*(z) = T \cdot k_u \frac{z}{z-1}. \quad (4.49)$$

Передаточная функция вычислительного устройства зависит только от z . Это значит, что интегральный закон регулирования (при выполнении условия (4.42)) может быть реализован в цифровой системе точно. При этом рекуррентное уравнение вычисления регулирующего воздействия для И-закона регулирования будет иметь вид

$$\mu[kT] = \mu[(k-1)T] + T \cdot k_u \cdot \varepsilon[kT].$$

П-закон регулирования

Применяя формулу для $K^*(z)$ при $W_p(p) = k_p$, получим

$$K^*(z) \approx T \cdot k_p \cdot p.$$

Отсюда следует, что оператор $K^*(z)$ должен реализовывать операцию приближенного дискретного дифференцирования. Не рассматривая методы численного дифференцирования, которые подробно изложены в [13], отметим то обстоятельство, что операция дифференцирования является обратной по отношению к операции интегрирования. Полагая, что интегрирование выполняется с помощью метода прямоугольников, с учетом формулы (4.49), получим

$$K^*(z) = k_p \frac{z-1}{z}; \quad (4.50)$$

$$W_{в.у}^*(z) = k_p. \quad (4.51)$$

При таком операторе вычислительного устройства передаточная функция регулятора (4.41) при выполнении условия (4.42) запишется в виде

$$W_p^*(p) = k_p \frac{1 - e^{-T \cdot p}}{T \cdot p}. \quad (4.52)$$

ПИ-закон регулирования

ПИ-регулятор можно представить в виде параллельного соединения пропорционального и интегрирующего звеньев. Поэтому передаточную функцию вычислительного устройства при формировании ПИ-закона регулирования можно представить в виде суммы полученных ранее передаточных функций вычислительных устройств для П- и И-законов регулирования

$$W_{в.у}^*(z) = k_p + T \cdot k_u \frac{z}{z-1} = k_p \frac{\left(1 + \frac{T}{T_u}\right)z - 1}{z-1}, \quad (4.53)$$

где $T_u = k_p/k_u$.

На основании формул (4.41) и (4.53) получим выражение для передаточной функции соответствующего дискретного регулятора

$$W_p^*(p) = \frac{k_p}{T \cdot p} \left(1 + \frac{T}{T_u} - e^{-T \cdot p} \right).$$

ПИД-закон регулирования

Передаточная функция непрерывного ПИД-регулятора имеет вид

$$W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p} + T_d p \right).$$

Подставив в формулу (4.47) выражение для $W_p(p)$, получим

$$K^*(z) \approx k_p \left[T \cdot p + \frac{T}{T_u} + T_d \cdot T \cdot p^2 \right].$$

Вторая производная, определяемая численным методом, может быть получена возведением в квадрат оператора дифференцирования первого порядка. В том случае, когда дифференцирование осуществляется с помощью обратного оператора интегрирования (4.49, формула для $K^*(z)$ принимает вид

$$K^*(z) = k_p \left[\frac{z-1}{z} + \frac{T}{T_u} + \frac{T_d}{T} \frac{(z-1)^2}{z^2} \right],$$

и, соответственно, передаточная функция вычислительного устройства определяется выражением

$$W_{в.у}^*(z) = k_p \frac{\left(1 + \frac{T}{T_u} + \frac{T_d}{T} \right) \cdot z^2 - \left(1 + 2 \frac{T_d}{T} \right) \cdot z + \frac{T_d}{T}}{z \cdot (z-1)}.$$

При таком операторе $W_{в.у}^*(z)$ передаточная функция регулятора в дискретной системе

$$W_p^*(p) = \frac{k_p}{T \cdot p} \left[\left(1 + \frac{T}{T_u} + \frac{T_d}{T} \right) - \left(1 + 2 \frac{T_d}{T} \right) \cdot e^{-T \cdot p} + \frac{T_d}{T} \cdot e^{-2T \cdot p} \right].$$

4.2.7. Расчет параметров настройки цифровых регуляторов

Порядок расчета параметров настройки цифровых регуляторов определяется структурой построения системы НЦУ и требованиями, предъявляемыми к качеству ее работы.

В этом разделе рассмотрим расчет системы НЦУ, схема которой представлена на рис. 4.15. В основу требований, предъявляемых к качеству работы АСР, положим следующее:

1) система с цифровым регулятором должна иметь запас устойчивости не ниже заданного;

2) регулируемая величина не должна иметь пульсаций, обусловленных квантованием;

3) параметры настройки цифрового регулятора должны обеспечивать минимум принятого критерия качества работы АСР.

Расчет системы НЦУ, удовлетворяющий перечисленным выше требованиям, может проводиться в следующем порядке [12]:

1. Обычным образом определяются оптимальные параметры типового непрерывного регулятора $W_p^{\text{опт}}(p)$.

2. Осуществляется синтез оператора вычислительного устройства $W_{в.у}^*(z)$, реализующего при заданной частотной характеристике демодулятора $W_{\text{дм}}(p)$ (ЦАП) желаемый непрерывный закон регулирования $W_p(p)$.

3. Оставляя найденные в п. 1 параметры неизменными и в цифровом регуляторе, находится максимально допустимая величина периода квантования T , при которой динамические характеристики системы с цифровым регулятором не будут заметно отличаться от характеристик системы с непрерывным регулятором.

При определении допустимых значений T следует исходить из допустимого ухудшения запаса устойчивости системы и отсутствия пульсаций квантования. Поэтому порядок расчета на третьем этапе может быть следующим.

По формуле

$$|W_{\text{опт}}(i\omega_{\text{max}})| = \Delta, \quad (4.54)$$

где Δ – достаточно малая величина, а $W_{\text{опт}}(i\omega)$ – АФЧХ разомкнутой непрерывной системы при оптимальных параметрах настройки, найденных на первом этапе, определяется полоса пропускаемых системой частот $\omega_{\text{р.с}}^{\text{max}}$. По $\omega_{\text{р.с}}^{\text{max}}$ находится максимально допустимая по условию отсутствия пульсаций величина периода квантования T_{max} :

$$T_{\text{max}} = \pi / \omega_{\text{р.с}}^{\text{max}}. \quad (4.55)$$

По АФЧХ $W_{\text{опт}}(i\omega)$ строится семейство АФЧХ разомкнутой цифровой системы $W_{\text{ц.с}}(i\omega)$ для ряда значений периода квантования $T \leq T_{\text{max}}$

$$W_{\text{ц.с}}(i\omega) = W_{\text{опт}}(i\omega) \cdot \Delta W_{\text{ц.с}}(i\omega), \quad (4.56)$$

где

$$\Delta W_{ц.с}(i\omega) = \frac{W_p^*(i\omega)}{W_p^{опт}(i\omega)} = \frac{1}{T} \frac{W_{в.у}^*(i\omega) \cdot W_{дм}(i\omega)}{W_p^{опт}(i\omega)}. \quad (4.57)$$

Например, для систем с цифровым П-регулятором, вычислительное устройство которого $W_{в.у}^*(z) = k_p$, выражение для $\Delta W_{ц.с}(i\omega)$ имеет вид

$$\Delta W_{ц.с}(i\omega) = \frac{1}{T} \frac{k_p \cdot \frac{e^{i\omega T} - 1}{i \cdot \omega \cdot e^{i\omega T}}}{k_p} = \frac{e^{i\omega \frac{T}{2}} - e^{-i\omega \frac{T}{2}}}{T \cdot i \cdot \omega \cdot e^{i\omega \frac{T}{2}}} = \frac{\sin\left(\omega \cdot \frac{T}{2}\right)}{\omega \cdot \frac{T}{2}} \cdot e^{-i\omega \frac{T}{2}}.$$

При малых значениях T

$$\Delta W_{ц.с}(i\omega) \approx e^{-i\omega \cdot \frac{T}{2}}. \quad (4.58)$$

Следовательно, можно считать, что квантование непрерывного сигнала по времени равносильно, в первом приближении, вводу в контур регулирования системы с П-регулятором запаздывания величиной $T/2$.

По семейству АФЧХ $W_{ц.с}(i\omega)$ строится зависимость показателя колебательности M от периода квантования T . По этой зависимости, задавшись допустимой величиной увеличения M , находится искомое максимально допустимое значение периода квантования.

Как показано в [12], этот этап расчета может быть значительно упрощен, если основное влияние на увеличение M при малых T оказывает вектор АФЧХ разомкнутой системы при ее резонансной частоте $W_{опт}(i\omega_{рез})$. Поэтому для сохранения системой заданного запаса устойчивости необходимо, чтобы вектор АФЧХ разомкнутой системы с оптимально настроенным непрерывным регулятором при резонансной частоте после введения квантования не получил недопустимого дополнительного отставания по фазе и увеличения по модулю (приближающих его к «опасной» точке $(-1; i0)$):

$$\begin{cases} \left| \arg\left(\Delta W_{ц.с}(i\omega_{рез})\right) \right| < \delta_{\varphi}; \\ \left| \Delta W_{ц.с}(i\omega_{рез}) \right| < 1 + \delta_{\mu}. \end{cases} \quad (4.59)$$

Наиболее жестким в (4.59) является первое условие. Вектор АФЧХ разомкнутой системы с непрерывными П- и ПИ-регуляторами при резонансной частоте обычно располагается под углом, близким к -150° . Добавочное отставание по фазе не должно превышать $3 \dots 4^\circ$ ($0.05 \dots 0.07$ рад.). Таким образом, для цифровых систем, в которых наличие квантования равносильно введению запаздывания (4.58), максимальный период

квантования по условиям сохранения требуемого запаса устойчивости не должен превышать величины

$$T \leq (0.05 \dots 0.07) \frac{2}{\omega_{\text{рез}}} . \quad (4.60)$$

Поскольку максимальная частота пропускания любой системы $\omega_{\text{р.с}}^{\text{max}}$ отличается от резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$ менее чем в 25 раз, выполнение условия (4.60), как правило, гарантирует также и выполнение условия отсутствия пульсаций квантования (4.55).

4.2.8. Цифровые системы регулирования с ШИМ

В промышленных системах регулирования широкое распространение получили исполнительные механизмы постоянной скорости (например, с однофазными или трехфазными асинхронными электрическими двигателями). Для управления такими исполнительными механизмами применяют импульсные элементы, осуществляющие широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) поступающих на них сигналов.

При широтно-импульсной модуляции прямоугольные импульсы включения исполнительного механизма имеют постоянную амплитуду, а длительность импульсов зависит от величины сигнала на входе импульсного элемента.

В цифровой системе регулирования цифровая последовательность на выходе вычислительного устройства преобразуется в импульсы включения исполнительного механизма. Длительности и знаки импульсов определяются значениями и знаками чисел на выходе вычислительного устройства. Формируемая таким образом последовательность импульсов имеет постоянную амплитуду и одинаковый интервал следования, равный периоду квантования T .

В модели цифровой системы регулирования с ШИМ (рис. 4.31) на выходе вычислительного устройства $W_{\text{в.у}}^*(z)$ формируется модулированная последовательность дельта-импульсов $g^*(t)$. Как и в реальной цифровой автоматической системе регулирования, эта последовательность должна быть преобразована некоторым формирующим элементом $W_{\text{ф.э}}(p)$ (широтно-импульсным модулятором), реализующим функцию ШИМ, в последовательность прямоугольных импульсов $\mu_1(t)$ управления исполнительным механизмом $W_{\text{им}}(p)$.

Характер преобразования сигнала $g^*(t)$ в выходной сигнал исполнительного механизма $\mu(t)$ иллюстрирует рис. 4.32.

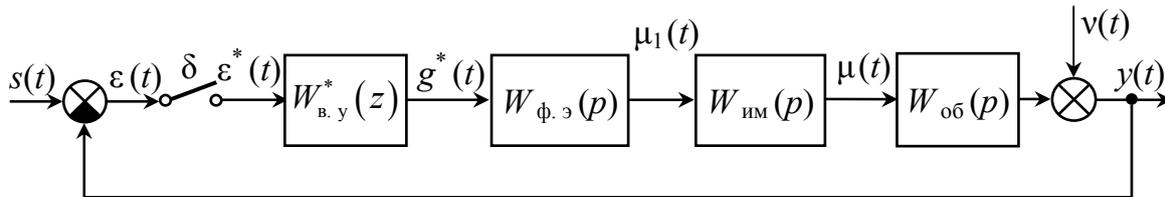


Рис. 4.31. Структурная схема цифровой системы регулирования с ШИМ

Преобразование сигналов в широтно-импульсном модуляторе может быть представлено формулой

$$\tau_u(kT) = \chi \cdot g(kT), \quad (4.61)$$

где $\tau_u(kT)$ – длительность импульса на включение исполнительного механизма в тактовый момент времени kT ; χ – коэффициент широтной модуляции; $g(kT)$ – элемент числовой последовательности на выходе ВУ в тактовый момент времени kT .

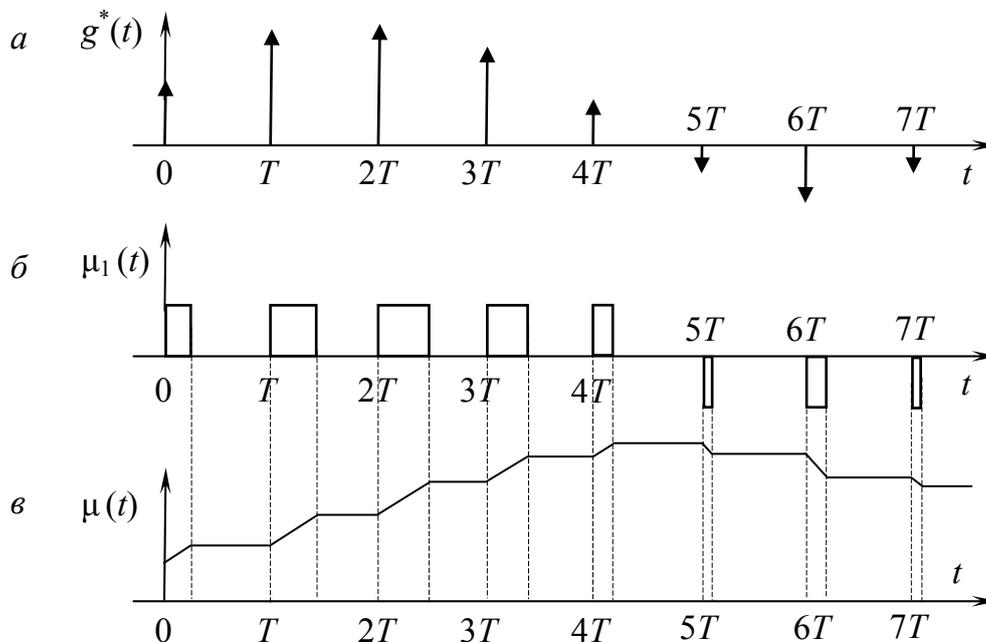


Рис. 4.32. Характер преобразования сигналов в системе с ШИМ: а – дельта-импульсы на выходе вычислительного устройства; б – импульсы включения исполнительного механизма; в – выходной сигнал исполнительного механизма

Таким образом, при подаче на вход формирующего элемента дельта-импульса площадью $g(kT)$ (рис. 4.32) на его выходе должен появиться прямоугольный импульс постоянной амплитуды B и длительности $\chi \cdot g(kT)$. Следовательно, весовая характеристика формирующего

элемента $w_{\phi.э}(t)$ будет иметь вид прямоугольного импульса длительностью $\chi \cdot g(kT)$ и амплитудой $\frac{B}{g(kT)}$.

$$w_{\phi.э}(t) = \begin{cases} \frac{B}{g(kT)}, & 0 \leq t \leq \chi \cdot g(kT); \\ 0, & t < 0, \quad t > \chi \cdot g(kT). \end{cases} \quad (4.62)$$

На основании (4.62), преобразуя весовую характеристику по Лапласу, получим передаточную функцию формирующего элемента широтно-импульсного модулятора

$$W_{\phi.э}(p) = \frac{B}{g(kT)} \cdot \frac{1 - e^{-\chi \cdot g(kT) \cdot p}}{p}. \quad (4.63)$$

Коэффициенты этой передаточной функции $B/g(kT)$ и $\chi \cdot g(kT)$ зависят от величины входного сигнала, оставаясь постоянными лишь в пределах одного такта квантования. В момент прихода очередного импульса они скачком изменяются в соответствии со значением входного сигнала. Следовательно, регуляторы с широтно-импульсной модуляцией являются нелинейными, что требует для их исследования применения специально разработанных методов. Однако, как отмечается в [12], имеются некоторые частные, но весьма важные с практической точки зрения случаи, когда рассматриваемая нелинейная система может, без существенного ущерба для точности, считаться линейной. Известно [12], что ширина спектра сигнала на входе дельта-импульсного модулятора в нормальных условиях функционирования системы регулирования не может превышать полосы пропускания системы в разомкнутом состоянии $\omega_{p.c}^{\max}$; соответственно динамические особенности формирующего элемента имеет смысл рассматривать лишь в пределах этой полосы частот. Графики АЧХ и ФЧХ формирующего элемента широтно-импульсного модулятора согласно (4.63) для нескольких уровней входного сигнала $g(kT)$ представлены на рис. 4.33.

Анализ рис. 4.33 показывает, что при достаточно малой полосе спектра воздействия $\omega_{p.c}^{\max}$ разница между частотными характеристиками формирующего элемента при различных уровнях входного сигнала оказывается небольшой (на рисунке эта область ограничена пунктирными линиями), и это позволяет все возможные характеристики формирующего элемента для различных уровней входного сигнала заменить одной, соответствующей наибольшему уровню $g(t) = g_{\max}$. Таким обра-

зом, передаточную функцию формирующего элемента можно представить в виде

$$W_{\text{ф.э}}(p) = \frac{B}{g_{\text{max}}} \cdot \frac{1 - e^{-\chi \cdot g_{\text{max}} \cdot p}}{p}. \quad (4.64)$$

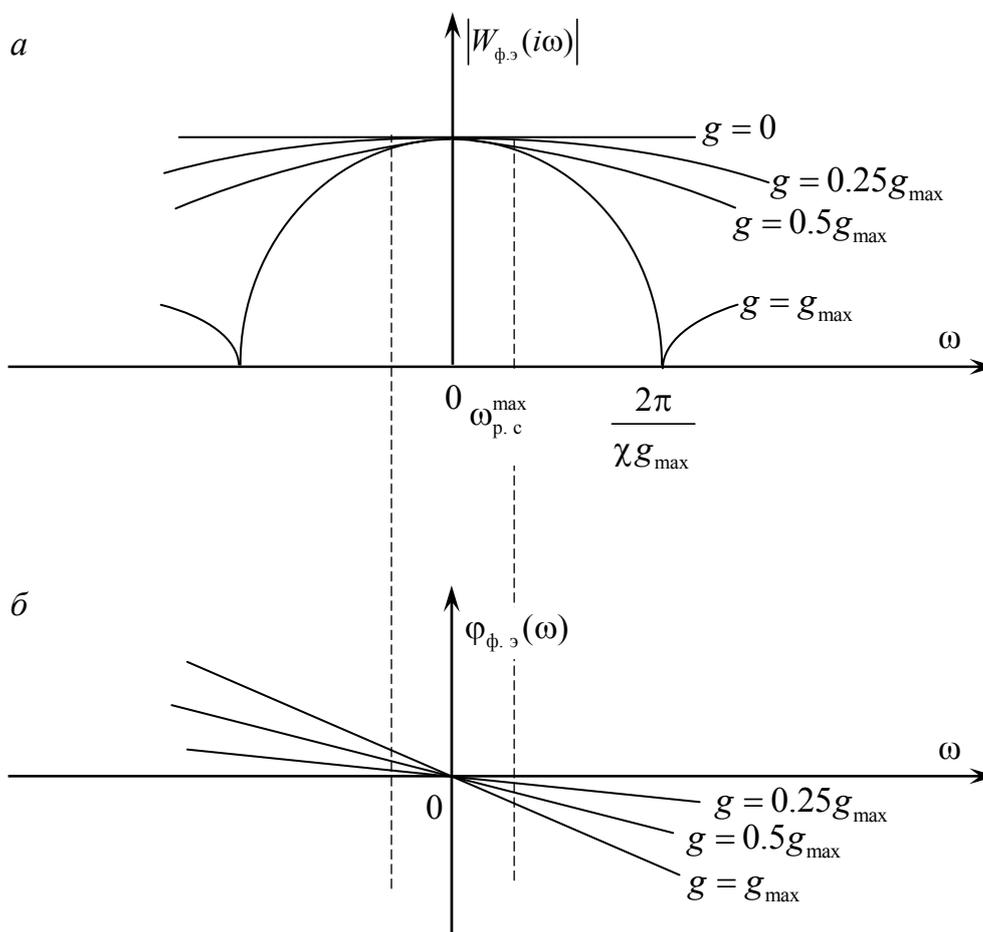


Рис. 4.33. Частотные характеристики формирующего элемента: а – АЧХ; б – ФЧХ

Замена выражения (4.63) выражением (4.64) соответствует замене широтно-импульсного модулятора амплитудно-импульсным модулятором, генерирующим импульсы постоянной длительности, равной длительности широтно-модулированного импульса при максимальном уровне входного сигнала.

Учитывая, что характеристики амплитудного модулятора (4.64) совпадают с характеристиками широтного модулятора (4.63) лишь при максимальном уровне входного сигнала, наибольшее расхождение между характеристиками модуляторов будет иметь место при низких уровнях входного сигнала $g(t) \approx 0$ (в этом случае характеристика амплитуд-

ного модулятора на рис. 4.33 сохраняет положение, соответствующее $g(t) = g_{\max}$, а характеристика широтного модулятора становится параллельной оси абсцисс ($g = 0$). Максимальное расхождение между этими характеристиками достигается при частоте $\omega_{p.c}^{\max}$ и равно по модулю

$$\Delta = B \cdot \chi - B \cdot \chi \frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot g_{\max}}{2} \cdot \omega_{p.c}^{\max}\right)}{\frac{\chi \cdot g_{\max}}{2} \cdot \omega_{p.c}^{\max}}.$$

Например, при $\Delta/B\chi = 0,05$ получим

$$\tau_{u.\max} = \chi \cdot g_{\max} \leq \frac{1,1}{\omega_{p.c}^{\max}}. \quad (4.65)$$

Учитывая, что по условию отсутствия пульсаций квантования $T_{\max} = \pi/\omega_{p.c}^{\max}$, получим:

$$\tau_{u.\max} \leq \frac{1,1}{\pi} \cdot T_{\max} \approx 0,3T_{\max}. \quad (4.66)$$

Таким образом, чтобы широтно-импульсный модулятор мог рассматриваться как амплитудный с длительностью импульсов $\tau_{u.\max}$ и коэффициентом амплитудной модуляции $k = B/g_{\max}$, достаточно, чтобы максимальная длительность импульса, которую может генерировать широтный модулятор в процессе функционирования системы, не превышала трети максимально допустимого периода квантования.

В практических приложениях отмеченное условие выполняется почти всегда, т. к. величина периода квантования обычно выбирается существенно меньше величины T_{\max} .

После замены модуляторов расчет системы регулирования производится методами, изложенными в предыдущем параграфе, с добавлением проверки выполнения условия (4.65) или (4.66).

4.2.9. Синтез цифровых регуляторов в одноконтурных системах

Синтез системы НЦУ заключается в определении оператора $W_{\text{ВУ}}^*(z)$ вычислительного устройства ВУ (см. рис. 4.27), обеспечивающего в системе заданные показатели качества. Решение задачи синтеза можно осуществить различными методами. Рассмотрим метод, основанный на применении билинейного преобразования. Суть его заключа-

ется в эквивалентной замене синтезированного оператора непрерывного регулятора дискретным. Порядок такого синтеза следующий.

1. На основе известных методов [12] выполняется синтез непрерывной системы регулирования. В результате синтеза определяется оператор оптимального непрерывного регулятора $W_p^{\text{опт}}(p)$.

2. По оператору регулятора $W_p^{\text{опт}}(p)$ находят вспомогательную передаточную функцию

$$W_1(p) = \frac{T \cdot W_p^{\text{опт}}(p)}{W_{\text{дм}}(p)}.$$

3. Передаточную функцию $W_1(p)$ представляют в виде

$$W_1(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, \quad (4.67)$$

где $m \leq n$, а затем с помощью подстановки

$$p = \frac{1}{T} \ln z$$

приводят к виду
$$W_1^*(z) = \frac{b_k^* z^{-k} + \dots + b_1^* z^{-1} + b_0^*}{a_k^* z^{-k} + \dots + a_1^* z^{-1} + a_0^*}.$$

Последнее преобразование может быть выполнено разложением функции $\ln z$ в ряд по степеням z . Для получения высокой точности разложения необходимо брать k достаточно большим, что затруднит реализацию программ управления на УВМ. На практике для решения подобных задач применяют билинейное преобразование

$$\varpi = \frac{z-1}{z+1} \quad (4.68)$$

и вводят псевдочастоту $\vartheta = \text{tg} \frac{\omega \cdot T}{2}$, связанную с ϖ соотношением

$i \cdot \vartheta = \varpi$. При малых значениях ω последнее выражение можно заменить приближенным $\vartheta = \omega \cdot T/2$, откуда

$$\omega = \frac{2}{T} \vartheta.$$

Подставляя в (4.67) $p = i \cdot \omega$ и заменяя последовательно ω на $2\vartheta/T$, $i \cdot \vartheta$ на ϖ , получим

$$W_1(\varpi) = \frac{b'_m \varpi^m + \dots + b'_1 \varpi + b'_0}{a'_n \varpi^n + \dots + a'_1 \varpi + a'_0}.$$

Применяя формулу (4.68), найдем:

$$W_1^*(z) = \frac{b_m^{**} z^{-m} + \dots + b_1^{**} z^{-1} + b_0^{**}}{a_n^{**} z^{-n} + \dots + a_1^{**} z^{-1} + a_0^{**}}. \quad (4.69)$$

Формула (4.69) является достаточно точной лишь при выполнении условия

$$\frac{\omega_{\max} T}{2} \leq 0,3,$$

где ω_{\max} – полоса пропускаемых системой частот, определяемая по выражению (4.54).

Применяя указанное условие, можем определить такт квантования:

$$T \leq 0,6/\omega_{\max}.$$

При таком выборе T погрешность формулы (4.69) не превышает 5...10 %.

4. По найденному $W_1^*(z)$ определяют оператор вычислительного устройства

$$W_{\text{ВУ}}^*(z) = W_1^*(z)/W_{\text{ДМ}}^*(z).$$

Если в качестве ЦАП применяется фиксатор нулевого порядка, то последнее выражение принимает вид

$$W_{\text{ВУ}}^*(z) = \frac{z}{z-1} W_1^*(z).$$

4.2.10. Цифровые системы регулирования с дополнительными информационными каналами

Повышение динамической точности систем автоматического регулирования может быть достигнуто либо за счет усложнения алгоритма функционирования регулятора, либо за счет получения регулятором более своевременной (ценной) информации о возмущающих воздействиях. Последний вариант реализуется путем создания дополнительных информационных каналов. Каналы передачи дополнительной информации о возмущающих воздействиях могут образовывать в системе регулирования разомкнутые или замкнутые контуры. На практике наибольшее распространение получили два вида систем автоматического регулирования с дополнительными информационными каналами – каскадные системы и системы с компенсацией возмущений. Теоретические основы анализа и синтеза таких непрерывных систем (в т. ч. параметрического) подробно изложены в [12].

4.2.10.1. Каскадные системы регулирования

Каскадными называют системы автоматического регулирования, в которых с целью максимально эффективного подавления возмущений, идущих по каналу регулирующего воздействия, вспомогательную регулируемую величину выбирают в непосредственной близости от регулирующего органа.

Целесообразность ввода дополнительного информационного канала по вспомогательной регулируемой величине определяется тем, что вспомогательная регулируемая величина должна реагировать на поступающие возмущения, идущие по каналу регулирующего воздействия с меньшим запаздыванием, чем основная регулируемая величина. Различают два вида каскадных систем – системы с двумя регуляторами (корректирующим и стабилизирующим) и системы с вводом производной от промежуточной регулируемой величины.

Системы с корректирующим и стабилизирующим регуляторами

Структурная схема непрерывной каскадной системы с корректирующим и стабилизирующим регуляторами представлена на рис. 4.34. Здесь вспомогательная регулируемая величина z поступает на вход стабилизирующего регулятора $W_{p.c}(p)$, а основная регулируемая величина y поступает на вход второго (корректирующего) регулятора $W_{p.к}(p)$; λ – возмущение, действующее на объект и идущее по каналу регулирующего воздействия; s – сигнал задания; ε – ошибка регулирования; $W_{об}(p)$ и $W_{об1}(p)$ – соответственно передаточные функции объекта по каналам $\lambda - y$ и $\lambda - z$; v – прочие возмущения, действующие на объект регулирования; ε_1 – сигнал задания стабилизирующему регулятору.

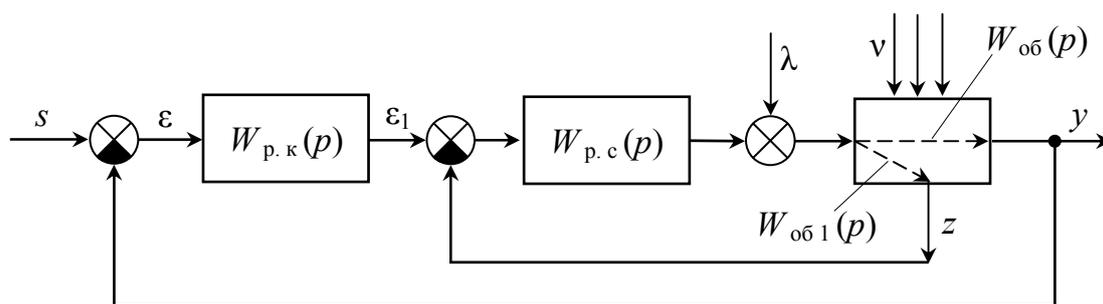


Рис. 4.34. Структурная схема каскадной системы регулирования

Одним из эксплуатационных требований, предъявляемых к каскадной системе регулирования с корректирующим и стабилизирующим регуляторами, является требование сохранения ее работоспособности при отключении корректирующего регулятора. При отключении корректи-

рующего регулятора система регулирования становится одноконтурной (рис. 4.35) и синтез такой системы может быть осуществлен известными методами [12].

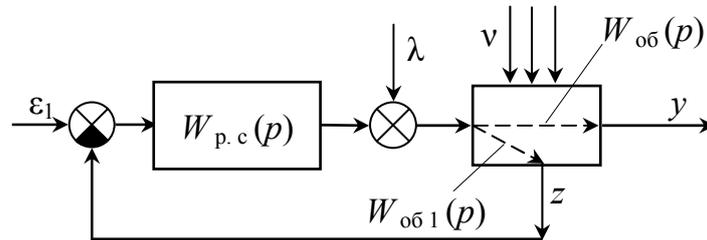


Рис. 4.35. Структурная схема внутреннего контура каскадной системы

При найденном операторе $W_{p.c}$ внутренний контур системы можно представить в виде эквивалентного объекта регулирования $W_{об. экв}(p)$ для корректирующего регулятора в одноконтурной системе регулирования (рис. 4.36), где

$$W_{об. экв}(p) = \frac{W_{p.c}(p) \cdot W_{об}(p)}{1 + W_{p.c}(p) \cdot W_{об1}(p)}$$

Синтез оператора $W_{p.c}$ в такой одноконтурной системе может быть осуществлен, как уже отмечалось выше, известными методами.

Таким образом, синтез каскадной системы регулирования с корректирующим и стабилизирующим регуляторами состоит из двух этапов и каждый из этих этапов заключается в синтезе одноконтурной системы.

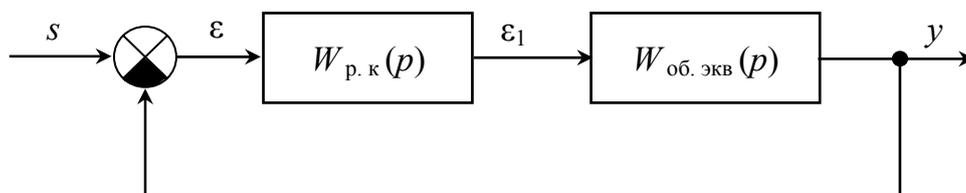


Рис. 4.36. Структурная схема системы регулирования с эквивалентным объектом

Структурная схема цифровой каскадной системы регулирования, построенная как аналог непрерывной каскадной системы с корректирующим и стабилизирующим регуляторами, представлена на рис. 4.37.

Нетрудно заметить, что с помощью вычислительного устройства $W_{вы2}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового корректирующего регулятора, а с помощью вычислительного устройства $W_{вы1}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового стабилизирующего регулятора.

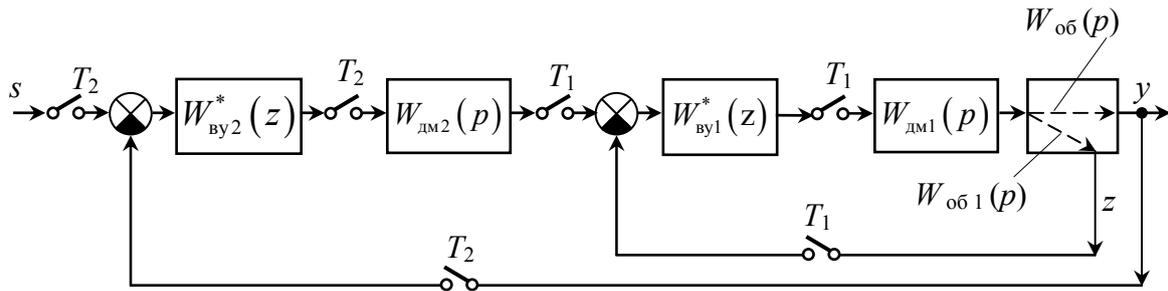


Рис. 4.37. Структурная схема цифровой каскадной системы регулирования

На основе результатов, полученных в предыдущих разделах, порядок параметрического синтеза цифровой каскадной системы регулирования с корректирующим и стабилизирующим регуляторами может быть следующим.

1. Обычным образом определяются параметры настройки корректирующего и стабилизирующего регуляторов, а также резонансные частоты внутреннего и внешнего контуров в непрерывной каскадной системе регулирования. Найденные параметры настройки непрерывных регуляторов остаются таковыми и для цифровых регуляторов, реализующих такие же законы регулирования.

2. Из условия отсутствия пульсаций квантования и обеспечения требуемого запаса устойчивости (4.60) находятся интервалы квантования T_1 и T_2 для внутреннего и внешнего контуров.

3. Алгоритмы работы вычислительных устройств $W_{вы1}^*(z)$ и $W_{вы2}^*(z)$ могут быть найдены по методике, изложенной в п. 4.2.6.

Системы с вводом производной от промежуточной регулируемой величины

Структурная схема непрерывной каскадной системы с вводом производной от промежуточной регулируемой величины представлена на рис. 4.38.

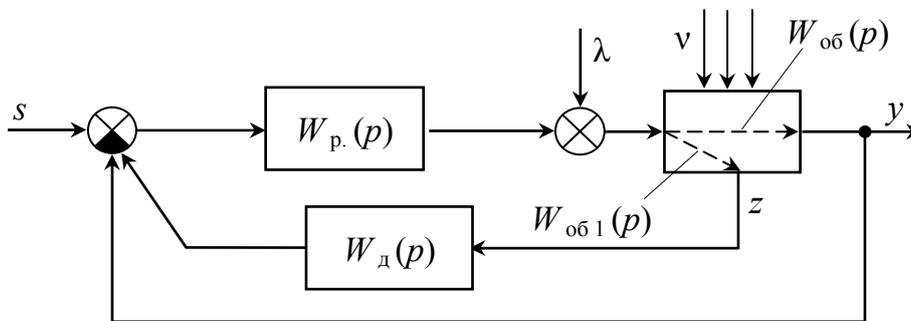


Рис. 4.38. Структурная схема каскадной системы регулирования

Здесь вспомогательная регулируемая величина z подается на вход преобразователя W_d (дифференциатора), а затем на вход регулятора W_p .

Порядок параметрического синтеза такой каскадной системы согласно [12] заключается в следующем.

1. Принимается гипотеза о том, что в системе можно установить такие параметры настройки регулятора, при которых $W_p(p) \rightarrow \infty$ (гипотеза о возможности раздельного расчета контуров).

2. Осуществляется параметрический синтез преобразователя W_d .

Основой для такого синтеза служит следующее. При выполнении гипотезы о возможности раздельного расчета контуров передаточная функция системы по каналу $s - y$

$$W_{sy}(p) = \frac{W_p(p) \cdot W_{об}(p)}{1 + W_p(p) \cdot [W_{об}(p) + W_{об1}(p) \cdot W_d(p)]}$$

может быть записана в виде

$$W_{sy}(p) = \frac{W_{об}(p)}{W_{об}(p) + W_{об1}(p) \cdot W_d(p)}$$

или

$$W_{sy}(p) = \frac{\frac{1}{W_d(p)} \cdot \frac{W_{об}(p)}{W_{об1}(p)}}{1 + \frac{1}{W_d(p)} \cdot \frac{W_{об}(p)}{W_{об1}(p)}} = \frac{W_{p.э}(p) \cdot W_{об.э1}(p)}{1 + W_{p.э}(p) \cdot W_{об.э1}(p)}$$

Структура приведенной выше передаточной функции говорит о том, что ей соответствует обычная одноконтурная система (рис. 4.39) с некоторым эквивалентным регулятором $W_{p.э}(p)$ и некоторым эквивалентным объектом $W_{об.э1}(p)$, где

$$W_{p.э}(p) = \frac{1}{W_d(p)}; \quad W_{об.э1}(p) = \frac{W_{об}(p)}{W_{об1}(p)}$$

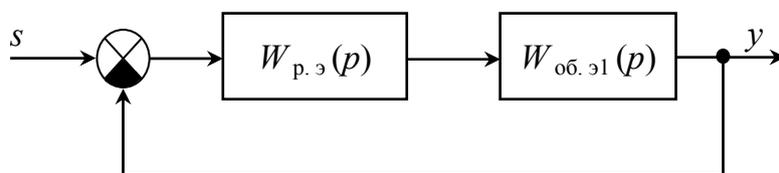


Рис. 4.39. Структурная схема системы регулирования с эквивалентными регулятором и объектом

По частотной характеристике эквивалентного объекта $W_{об.э1}(p)$ определяются параметры настройки эквивалентного регулятора $W_{р.э}(p)$ в одноконтурной системе (см. рис. 4.39) и, соответственно, преобразователя W_d . Если преобразователь выполнен в виде реального дифференцирующего звена с передаточной функцией

$$W_d(p) = \frac{k_d \cdot T_d \cdot p}{T_d \cdot p + 1},$$

то эквивалентный регулятор будет иметь передаточную функцию, соответствующую передаточной функции ПИ-регулятора

$$W_{р.э}(p) = \frac{1}{W_d(p)} = k_{р.э} \frac{T_{и.э} \cdot p + 1}{T_{и.э} \cdot p}.$$

При найденных параметрах эквивалентного регулятора параметры преобразователя (дифференциатора) $k_d = 1/k_{р.э}$; $T_d = T_{и.э}$.

3. Осуществляется параметрический синтез регулятора W_p .

Синтез происходит следующим образом. Представим структурную схему системы (см. рис. 4.38) в виде структурной схемы (рис. 4.40).

При известном операторе W_d система представляет собой обычную одноконтурную систему с регулятором $W_p(p)$ и некоторым эквивалентным объектом $W_{об.э2}(p)$, где

$$W_{об.э2}(p) = W_{об}(p) + W_{об1}(p) \cdot W_d(p).$$

По частотной характеристике эквивалентного объекта $W_{об.э2}(p)$ определяются параметры настройки регулятора $W_p(p)$ в одноконтурной системе (рис. 4.40).

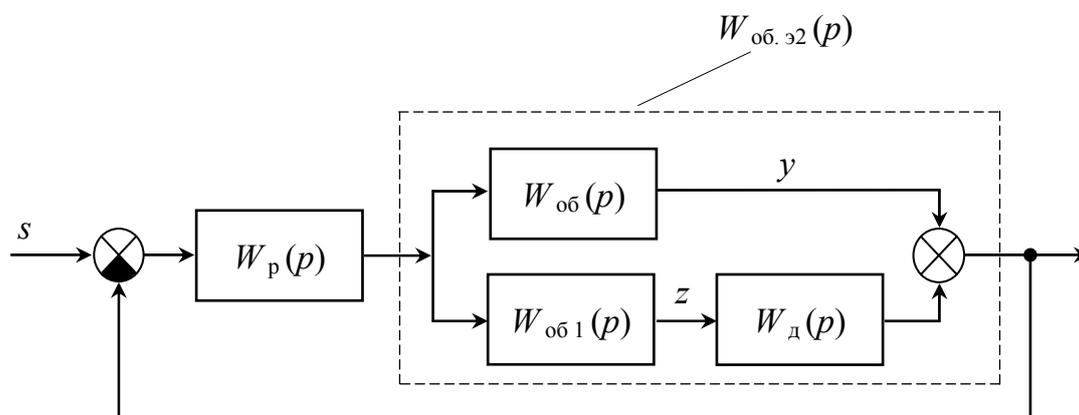


Рис. 4.40. Структурная схема системы регулирования с регулятором и вторым эквивалентным объектом $W_{об.э2}(p)$

4. Осуществляется проверка выполнения гипотезы о возможности раздельного расчета контуров ($W_p(p) \rightarrow \infty$).

В основу способа проверки выполнения указанной гипотезы положим то обстоятельство, что при расчете параметров настройки преобразователя выражение для передаточной функции системы в разомкнутом состоянии

$$W_{p.c}(p) = \frac{W_p(p) \cdot W_{об}(p)}{1 + W_p(p) \cdot W_{об1}(p) \cdot W_d(p)}$$

при $W_p(p) \rightarrow \infty$ может быть заменено более простым

$$W_{p.c1}(p) = \frac{W_{об}(p)}{W_{об1}(p) \cdot W_d(p)}.$$

Правомерность такой замены (т. е. правомерность принятия гипотезы) может быть выявлена с помощью оператора $\Delta(p)$

$$\Delta(p) = \frac{W_{p.c}(p)}{W_{p.c1}(p)} = \frac{W_p(p) \cdot W_{об1}(p) \cdot W_d(p)}{1 + W_p(p) \cdot W_{об1}(p) \cdot W_d(p)}.$$

Очевидно, что принятая замена допустима, если $\Delta(i\omega)$ в существенном для системы диапазоне частот мало отличается от единицы, т. е.

$$\Delta(i\omega) \approx 1.$$

Так как с точки зрения ухудшения запаса устойчивости системы опасными являются увеличение по модулю и отставание по фазе АФЧХ разомкнутой системы $W_{p.c}(i\omega)$ по сравнению с расчетной $W_{p.c1}(i\omega)$ в окрестности резонансной частоты системы $\omega_{рез}$, последнее условие может быть представлено двумя неравенствами

$$\begin{cases} \left| \Delta(i\omega_{рез}) \right| - 1 < a; \\ \arg \Delta(i\omega_{рез}) > -b. \end{cases}$$

Здесь a и b – заданные небольшие числа (обычно в расчетах принимают $a = 0,1$ и $b = 5^\circ$). Значение резонансной частоты $\omega_{рез}$ определяется при расчете параметров настройки регулятора.

Структурная схема цифровой каскадной системы регулирования, построенная как аналог непрерывной каскадной системы с вводом производной от промежуточной регулируемой величины, представлена на рис. 4.41.

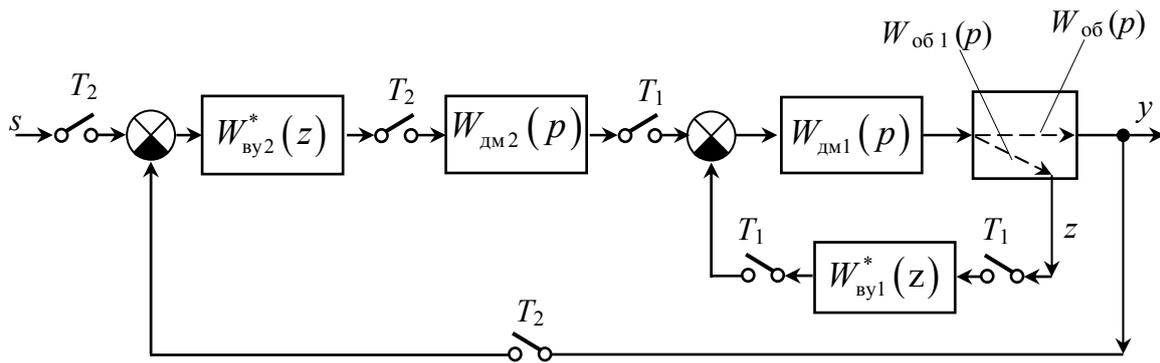


Рис. 4.41. Структурная схема цифровой каскадной системы регулирования с разными интервалами квантования в основном и вспомогательном контурах

В этой схеме с помощью вычислительного устройства $W_{vy2}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового регулятора, а с помощью вычислительного устройства $W_{vy1}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового устройства, реализующего аналог непрерывного устройства с передаточной функцией $W_p(p) \cdot W_d(p)$.

Как и для каскадной системы с корректирующим и стабилизирующим регуляторами, параметрический синтез цифровой каскадной системы регулирования с вводом производной от промежуточной регулируемой величины может быть следующим.

1. Обычным порядком определяются параметры настройки дифференциатора и регулятора, а также резонансные частоты внутреннего и внешнего контуров в непрерывной каскадной системе регулирования. Найденные параметры настройки непрерывных дифференциатора и регулятора остаются таковыми и для цифровых вычислительных устройств.

2. Из условия отсутствия пульсаций квантования и обеспечения требуемого запаса устойчивости (4.60) находятся интервалы квантования T_1 и T_2 для внутреннего и внешнего контуров.

3. Алгоритмы работы вычислительных устройств $W_{vy1}^*(z)$ и $W_{vy2}^*(z)$ могут быть найдены по методике, изложенной в п. 4.2.6.

4.2.10.2. Системы с компенсацией возмущений

Системы с компенсацией возмущений применяют для управления объектами, подверженными действию существенных внешних возмущений в случае, когда эти возмущения можно измерить. Структурная

схема непрерывной системы с компенсацией возмущений имеет вид (рис. 4.42).

При реализации системы с компенсацией возмущений стремятся максимально ослабить воздействие контролируемого возмущения $\lambda(t)$ на регулируемую величину $y(t)$ с помощью компенсирующего устройства $W_d(p)$, оставляя на долю регулятора $W_p(p)$ обработку величины задания $s(t)$, не полностью скомпенсированного возмущения $\lambda(t)$, а также тех возмущений, действующих на объект, которые измерить не удастся. В дальнейшем будем полагать, что свойства объекта регулирования определяются: $W_{об}(p)$ – передаточной функцией объекта по каналу регулирующего воздействия; $W_\lambda(p)$ – передаточной функцией объекта по каналу возмущающего воздействия $\lambda - y$.

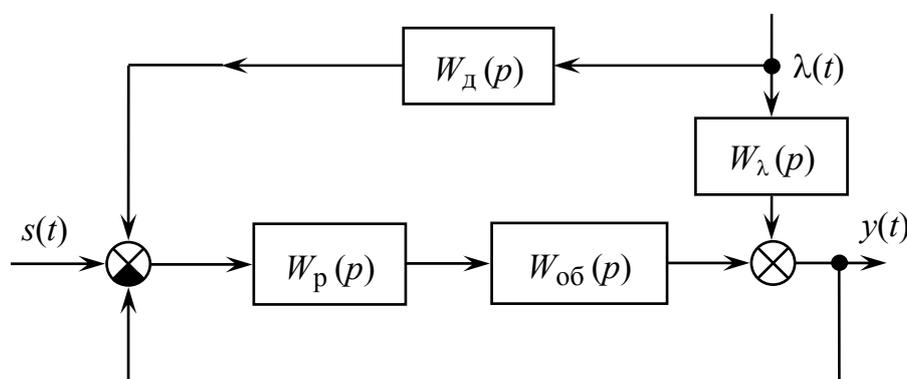


Рис. 4.42. Структурная схема системы с компенсацией возмущений

Учитывая, что канал компенсации не образует замкнутого контура и, следовательно, не влияет на устойчивость системы, порядок расчета системы с компенсацией возмущений можно разделить на два этапа [12]:

- 1) обычным образом осуществляют расчет параметров настройки (или синтез) регулятора в системе без учета компенсирующего устройства и возмущения λ ;
- 2) определяют передаточную функцию и параметры идеального компенсирующего устройства:

$$W_d^{ид}(P) = \frac{W_\lambda(P)}{W_p(P) \cdot W_{об}(P)}.$$

Если полученное идеальное устройство компенсации физически реализуемо и может быть использовано в системе регулирования, то на этом расчет устройства компенсации заканчивается. В противном случае выполняется синтез физически реализуемого устройства компенса-

ции или определение параметров настройки при известной его передаточной функции. Рассмотрим этот последний вариант.

Практически оптимальную частотную характеристику компенсирующего устройства обычно требуется выбрать в виде дробно-рациональной функции относительно невысокого порядка. В практических приложениях часто компенсирующее устройство представляется реальным дифференцирующим звеном. При этом ставится задача выбора параметров компенсирующего устройства из условия максимального сближения частотных характеристик идеального компенсирующего устройства и дифференциатора $W_d(i\omega)$ в диапазоне частот $0 - \omega_{\max}$, соответствующем частотному спектру возмущения λ (рис. 4.43).

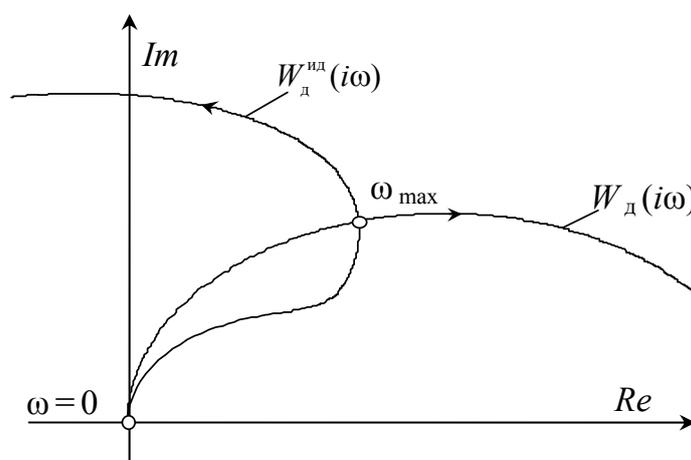


Рис. 4.43. АФЧХ компенсирующих устройств

Наиболее просто расчет настройки компенсирующего устройства, выполненного в виде реального дифференцирующего звена, осуществляется при условии

$$W_d(i\omega_{\max}) = W_d^{ид}(i\omega_{\max}).$$

Расчет настроек дифференциатора для частоты $\omega_j = \omega_{\max}$ производится по формулам:

$$K_d = \frac{A_d^{ид}(\omega_j)}{\cos \varphi_d^{ид}(\omega_j)}; \quad T_d = \frac{1}{\omega_j} \cdot \operatorname{ctg} \varphi_d^{ид}(\omega_j),$$

где $A_d^{ид}(\omega_j)$ и $\varphi_d^{ид}(\omega_j)$ – модуль и фаза вектора $W_d^{ид}(i\omega_j)$ соответственно.

Вышеприведенные формулы справедливы при $\varphi_{\text{д}}^{\text{ид}}(\omega_j) < \frac{\pi}{2}$, т. е. в случае, когда АФЧХ дифференциатора полностью компенсирует АФЧХ $W_{\text{д}}^{\text{ид}}(i\omega)$ на заданной частоте ω_j .

Если $\varphi_{\text{д}}^{\text{ид}}(\omega_j) < \frac{\pi}{2}$ (случай частичной компенсации вектором $W_{\text{д}}(i\omega_j)$ вектора $W_{\text{д}}^{\text{ид}}(i\omega_j)$) или вычисленное значение $K_{\text{д}}$ больше предельно возможного $K_{\text{д. пр}}$, то принимают $K_{\text{д}} = K_{\text{д. пр}}$, а $T_{\text{д}}$ определяется по формуле:

$$T_{\text{д}} = \frac{1}{\omega_j} \cdot \text{ctg} \varphi_{\text{д}}(\omega_j),$$

где
$$\varphi_{\text{д}}(\omega_j) = \frac{1}{2} \cdot \text{arccctg} \left[\text{ctg} \varphi_{\text{д}}^{\text{ид}}(\omega_j) - \frac{K_{\text{д. пр}}}{2 \cdot A_{\text{д}}^{\text{ид}}(\omega_j) \cdot \sin \varphi_{\text{д}}^{\text{ид}}(\omega_j)} \right].$$

Структурная схема модели цифровой системы регулирования с компенсацией возмущений, построенная как аналог непрерывной системы с компенсацией возмущений, представлена на рис. 4.44.

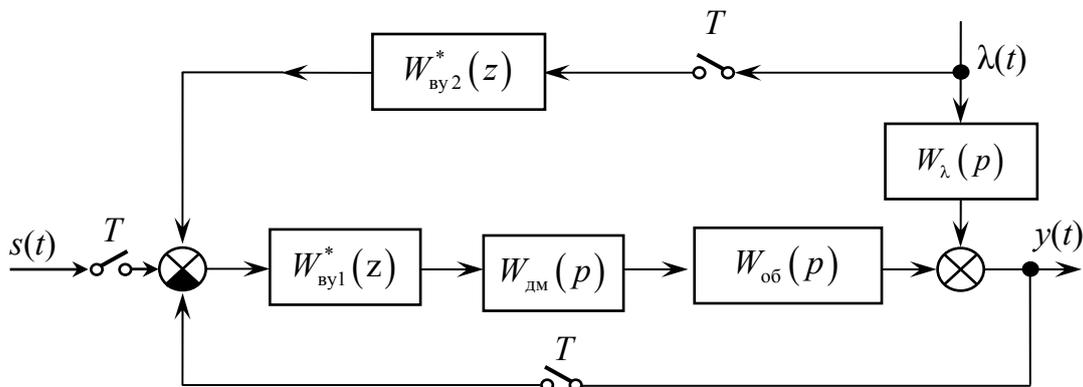


Рис. 4.44. Структурная схема модели цифровой системы с компенсацией возмущений

В этой схеме с помощью вычислительного устройства $W_{\text{вы2}}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового устройства компенсации, а с помощью вычислительного устройства $W_{\text{вы1}}^*(z)$ формируется алгоритм функционирования цифрового регулятора, реализующего аналог непрерывного устройства с передаточной функцией $W_{\text{п}}(p)$.

Параметрический синтез цифровой системы регулирования с компенсацией возмущений может быть следующим.

1. Описанным выше порядком определяются параметры настройки регулятора и компенсирующего устройства, а также резонансная частота замкнутого контура в непрерывной системе регулирования с компенсацией возмущений. Найденные параметры настройки непрерывных компенсирующего устройства и регулятора остаются таковыми и для цифровых вычислительных устройств.

2. Из условия отсутствия пульсаций квантования и обеспечения требуемого запаса устойчивости (4.60) находится интервал квантования T .

3. Алгоритмы работы вычислительных устройств $W_{\text{вы}1}^*(z)$ и $W_{\text{вы}2}^*(z)$ могут быть найдены по методике, изложенной в п. 4.2.6.

4.2.11. Реализация алгоритмов управления в УВМ

Реализация алгоритмов управления в УВМ осуществляется посредством рабочих программ. Важнейшие характеристики программ, такие как число команд, время выполнения, объем занимаемой памяти, существенно определяются системой команд, применяемой УВМ.

Составление рабочих программ определяется методом программирования. Выбор метода программирования зависит от объема запоминающего устройства УВМ, времени, необходимого для проведения вычислений, и от значений ошибок, накапливаемых при вычислениях из-за ограниченной разрядности УВМ. Существуют следующие виды программирования: прямое, последовательное, параллельное, последовательно-параллельное. Рассмотрим перечисленные виды программирования и сделаем их оценку применительно к определению необходимых характеристик УВМ.

Прямое программирование. При применении этого метода передаточная функция вычислительного устройства $W_{\text{вы}}^*(z)$ должна быть приведена к виду

$$W_{\text{вы}}^*(z) = \frac{\mu^*(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{b_m z^{-m} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0}{a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0}, \text{ где } n \geq m + 1.$$

По передаточной функции составляем разностное уравнение, а затем рекуррентное, позволяющее вычислить значение регулирующего воздействия $\mu[kT]$ в момент времени kT :

$$\mu[kT] = \frac{1}{a_0} \left\{ \sum_{i=0}^m b_i \varepsilon[(k-i)T] - \sum_{i=1}^n a_i \mu[(k-i)T] \right\}. \quad (4.70)$$

Операции, необходимые для вычисления $\mu[kT]$, разделяют на две части. Во-первых, необходимо выполнить арифметические действия ти-

па перемножений и сложений согласно (4.70) (при этом необходимо осуществить $m + n + 1$ умножений и $m + n$ сложений). Во-вторых, в программе следует организовать ежетапное обновление исходных данных. Так, например, текущее значение $\varepsilon[kT]$ становится значением $\varepsilon[(k-1)T]$ на последующем цикле вычислений. Другими словами, перед следующим циклом вычислений текущее значение $\varepsilon[kT]$ должно быть переадресовано в ячейку памяти, отведенную для хранения значения $\varepsilon[(k-1)T]$. С помощью операций переадресации обновляются входные и выходные данные. Переадресация выполняется командами пересылок. Всего потребуется $m + n$ пересылок для обновления данных в (4.70). Под размещение коэффициентов необходимо отвести $m + n + 1$ ячейку памяти. Для текущих данных – $m + n$ ячеек. Поэтому, если все коэффициенты (4.70) постоянны, различны и не равны нулю, при прямом программировании требуемый объем памяти равен $5(m + n) + 2$ ячейки, а число операций – $3(m + n) + 1$.

Непосредственное программирование с декомпозицией является еще одним видом прямого программирования. Суть непосредственного программирования с декомпозицией заключается в следующем.

Умножим и разделим передаточную функцию $W_{\text{бу}}^*(z)$ на фиктивную переменную $x(z)$:

$$W_{\text{бу}}^*(z) = \frac{\mu^*(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{b_m z^{-m} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0}{a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0} \cdot \frac{x(z)}{x(z)},$$

и составим два уравнения:

$$\begin{aligned} \mu^*(z) &= (b_m z^{-m} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0) \cdot x(z); \\ \varepsilon^*(z) &= (a_n z^{-n} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0) \cdot x(z). \end{aligned}$$

Неизвестную пока переменную $x(z)$ найдем из второго уравнения и одновременно перейдем во временную область:

$$\begin{aligned} x[kT] &= a_0^{-1} \{ \varepsilon[kT] - a_1 x[(k-1)T] - a_2 x[(k-2)T] - \\ &\quad - \dots - a_n x[(k-n)T] \}. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Первое уравнение также представим в разностной форме:

$$\mu[kT] = b_m x[(k-m)T] + \dots + b_1 x[(k-1)T] + b_0 x[kT]. \quad (4.72)$$

Составление программы начинают с уравнения (4.71), т. к. его правая часть содержит только известные данные – текущее значение

входного сигнала $\varepsilon[kT]$ и n предыдущих значений переменной $x[kT]$. Полученные таким образом значения $x[(k-l)T]$, ($l=1, 2, \dots, n$) позволяют полностью определить правую часть выражения (4.72).

Последовательное программирование. При применении этого метода передаточную функцию $W_{\text{вы}}^*(z)$ необходимо представить в виде:

$$W_{\text{вы}}^*(z) = \frac{b_0/a_0}{1+d_1z^{-1}} \cdot \frac{1+c_2z^{-1}}{1+d_2z^{-1}} \times \dots \times \frac{1+c_nz^{-1}}{1+d_nz^{-1}},$$

где величины $-1/c_i$, $-1/d_i$ ($i=1, 2, \dots, n$) – нули и полюса передаточной функции $W_{\text{вы}}^*(z)$ соответственно. Обозначая

$$W_1(z) = \frac{\mu_1(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{b_0/a_0}{1+d_1z^{-1}},$$

$$W_2(z) = \frac{\mu_2(z)}{\mu_1(z)} = \frac{1+c_2z^{-1}}{1+d_2z^{-1}},$$

.....

$$W_n(z) = \frac{\mu^*(z)}{\mu_{n-1}(z)} = \frac{1+c_nz^{-1}}{1+d_nz^{-1}},$$

передаточную функцию $W_{\text{вы}}^*(z)$ запишем так:

$$W_{\text{вы}}^*(z) = W_1(z) \cdot W_2(z) \times \dots \times W_n(z)$$

или
$$\frac{\mu^*(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{\mu_1(z)}{\varepsilon^*(z)} \cdot \frac{\mu_2(z)}{\mu_1(z)} \times \dots \times \frac{\mu^*(z)}{\mu_{n-1}(z)}.$$

Таким образом, процесс последовательного программирования можно представить в виде структурной схемы последовательного соединения звеньев, в которой выходной сигнал каждого звена схемы является входным по отношению к последующему звену. Учитывая выражения для $W_i(z)$, $i=1, 2, \dots, n$, получим систему разностных уравнений:

$$\mu_1[kT] = \frac{b_0}{a_0} \varepsilon[kT] - d_1 \mu_1[(k-1)T];$$

$$\mu_2[kT] = \mu_1[kT] + c_2 \mu_1[(k-1)T] - d_2 \mu_2[(k-1)T];$$

.....

$$\mu[kT] = \mu_{n-1}[kT] + c_n \mu_{n-1}[(k-1)T] - d_n \mu[(k-1)T].$$

Непосредственным подсчетом по полученной системе разностных уравнений можно определить, что для размещения коэффициентов тре-

по которой можно определить, что для размещения рабочей программы потребуется под коэффициенты $2n$ ячеек памяти, для размещения данных – n ячеек, под операции умножения – $2n$ ячеек, операции сложения – $2n - 1$ ячеек и операции пересылок – n ячеек. Следовательно, общий объем памяти при параллельном программировании составит $(8n - 1)$ ячейки.

Сравнение методов программирования показывает, что параллельное программирование занимает среднее положение между прямым и последовательным программированием. Выбор того или иного метода программирования определяется требованиями к быстродействию, объему памяти УВМ, удобствами при составлении, отладке и коррекции программ. Для сочетания положительных свойств последовательного и параллельного программирования применяют совокупность этих методов – последовательно-параллельное программирование.

Выполнение программы на УВМ приводит к введению временной задержки и эквивалентно появлению сомножителя e^{-pT} в передаточных функциях программ. Вносимое временное запаздывание определяется тем, что УВМ работает всегда в реальном времени, т. е. в том времени, в котором находятся измерительные средства и объект управления. Для выполнения математических операций УВМ затрачивает время, равное T , и после этого сигнал с выхода УВМ поступает через ЦАП на объект управления.

Как правило, УВМ выполняет в режиме реального времени несколько программ. Для организации работы УВМ в реальном масштабе времени необходимо знать длительность выполнения каждой программы, которую можно оценить по следующему выражению

$$T_n = t_1 + t_2 + t_3 + t_4,$$

где t_1 – время опроса датчика; t_2 – время реализации алгоритма; t_3 – время выдачи управляющего воздействия на исполнительный механизм; t_4 – некоторое резервное время.

Величина интервалов времени t_1 и t_3 определяется техническими характеристиками применяемых АЦП и ЦАП. Для современных АЦП и ЦАП это время составляет примерно 50 мкс.

Время выполнения алгоритма управления t_2 зависит от его сложности, способа его программной реализации, технических характеристик УВМ и состоит из затрат времени на выполнение машинных команд обращения к памяти, на пересылку данных, арифметических действий над ними и передачи управления.

Располагая системой машинных команд УВМ и зная время их выполнения, можно определить общее время выполнения программы, реализующей заданный алгоритм управления.

В качестве примера [14] в табл. 4.3 приведена система команд некоторой условной одноадресной УВМ, имеющей команды умножения, сложения, вычитания, пересылки из сумматора в ячейку памяти, пересылки из ячейки памяти и передачи управления. Обозначая время выполнения каждой из команд – $t_{умн}$, $t_{сл}$, $t_{п}$, $t_{у}$ соответственно – и определив указанные времена по техническим характеристикам УВМ, можем получить время вычисления текущего управляющего воздействия, т. е. время счета:

$$t_2 = N_{умн} \cdot t_{умн} + N_{сл} \cdot t_{сл} + N_{п} \cdot t_{п} + N_{у} \cdot t_{у},$$

где $N_{умн}$, $N_{сл}$, $N_{п}$, $N_{у}$ – число операций умножения, сложения, пересылки и передачи управления в программе соответственно.

Таблица 4.3

Система команд одноадресной УВМ

| № п/п | Группа команд | Символ команды | Название и функции команд | Примечания |
|-------|------------------------|-------------------|--------------------------------|---|
| 1 | Арифметические команды | + <x> | Сложение действительных чисел | Первый операнд содержится на регистре результатов РР АУ, второй извлекается из ячейки <x> ЗУ, результат вновь поступает на РР АУ. Сигнал ω не вырабатывается |
| 2 | | - <x> | Вычитание действительных чисел | |
| 3 | | \times <x> | Умножение действительных чисел | |
| 4 | | \div <x> | Деление действительных чисел | |
| 5 | | \oplus <x> | Сложение целых чисел | Первый операнд содержится на регистре результатов РР АУ, второй извлекается из ячейки <x> ЗУ, результат вновь поступает на РР АУ. Вырабатывается сигнал $\omega=1$, если результат операции меньше, и $\omega=0$, если результат больше или равен 0 |
| 6 | | (-) <x> | Вычитание целых чисел | |
| 7 | | \otimes <x> | Умножение целых чисел | |
| 8 | Команды пересылки | <x> \rightarrow | Пересылка кода из ЗУ в АУ | Код считывается из ячейки <x> ЗУ и поступает на РР АУ. Сигнал ω не вырабатывается |

| | | | | |
|----|------------------------|---|----------------------------------|---|
| 9 | | $\rightarrow \langle x \rangle$ | Пересылка кода из АУ в ЗУ | Код, содержащийся на РР АУ, записывается в ячейку $\langle x \rangle$ ЗУ. Сигнал ω не вырабатывается |
| 10 | | $\langle x \rangle \rightarrow \text{РА}$ | Пересылка кода из ЗУ в УУ | Код с РР АУ передается на регистр адреса (РА) УУ. Сигнал ω не вырабатывается |
| 11 | Команды ввода / вывода | ВВ $\langle x \rangle$ | Ввод кода с АЦП в ЗУ | Код, содержащийся на выходном регистре АЦП, записывается в ячейку $\langle x \rangle$ ЗУ. Сигнал ω не вырабатывается |
| 12 | | Выв $\langle x \rangle$ | Вывод кода из ЗУ в ЦАП | Код из ячейки $\langle x \rangle$ ЗУ поступает на входной регистр ЦАП. Сигнал ω не вырабатывается |
| 13 | Команды управления | УП № | Условный переход по $\omega = 1$ | Управление передается команде с номером № по сигналу $\omega = 1$. В противном случае сохраняется естественный порядок следования команд |
| 14 | Команды управления | БП № | Безусловный переход | Управление передается команде с номером № безусловно |
| 15 | | Стоп | Останов | Выполнение команд прерывается. На счетчик команд заносится «1» |

Пример

Реализовать в виде программы одноадресной УВМ следующую передаточную функцию вычислительного устройства:

$$W_{\text{вы}}^*(z) = \frac{50z^3 - 12z^2}{10z^3 - 6z^2 + 3z - 1}.$$

Решение

Передаточную функцию $W_{\text{вы}}^*(z)$ преобразуем к виду, удобному для составления разностного уравнения, т. е.

$$W_{\text{вы}}^*(z) = \frac{\mu^*(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{5 - 1,2z^{-1}}{1 - 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2} - 0,1z^{-3}}.$$

Вводя множитель z^{-1} , обеспечивающий выполнение программы управления на УВМ в реальном масштабе времени, получим

$$\frac{\mu^*(z)}{\varepsilon^*(z)} = \frac{5z^{-1} - 1,2z^{-2}}{1 - 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2} - 0,1z^{-3}}.$$

С помощью последнего выражения запишем рекуррентное уравнение алгоритма вычисления $\mu[kT]$:

$$\mu[kT] = 0,6\mu[(k-1)T] - 0,3\mu[(k-2)T] + \\ + 0,1\mu[(k-3)T] + 5\varepsilon[(k-1)T] - 1,2\varepsilon[(k-2)T].$$

В соответствии с полученным рекуррентным уравнением составим программу вычисления на УВМ управляющего воздействия $\mu[kT]$, используя систему команд, приведенную в табл. 4.3.

Осуществим распределение памяти (табл. 4.4). Для хранения коэффициентов (с учетом знака), входящих в разностное уравнение, выделим, соответственно, ячейки, имеющие условные адреса $\langle c1 \rangle$, $\langle c2 \rangle$, $\langle c3 \rangle$, $\langle c4 \rangle$, $\langle c5 \rangle$. Для хранения переменных $\mu[kT]$, $\mu[(k-1)T]$, $\mu[(k-2)T]$, $\mu[(k-3)T]$, $\varepsilon[(k-1)T]$, $\varepsilon[(k-2)T]$ выделим ячейки $\langle xk \rangle$, $\langle x1 \rangle$, $\langle x2 \rangle$, ..., $\langle x5 \rangle$. Для организации вычисления $\mu[kT]$ в цикле выделим ячейки $\langle 1 \rangle$, $\langle 6 \rangle$, $\langle 0 \rangle$, $\langle a1 \rangle$.

Таблица 4.4

Распределение памяти

| № п/п | Ячейки | Содержимое ячейки памяти |
|-------|----------------------|--------------------------|
| 1 | $\langle xk \rangle$ | $\mu[kT]$ |
| 2 | $\langle x1 \rangle$ | $\mu[(k-1)T]$ |
| 3 | $\langle x2 \rangle$ | $\mu[(k-2)T]$ |
| 4 | $\langle x3 \rangle$ | $\mu[(k-3)T]$ |
| 5 | $\langle x4 \rangle$ | $\varepsilon[(k-1)T]$ |
| 6 | $\langle x5 \rangle$ | $\varepsilon[(k-2)T]$ |
| 7 | $\langle c1 \rangle$ | 0,6 |
| 8 | $\langle c2 \rangle$ | -0,3 |
| 9 | $\langle c3 \rangle$ | 0,1 |
| 10 | $\langle c4 \rangle$ | 5 |
| 11 | $\langle c5 \rangle$ | -1,2 |
| 12 | $\langle 1 \rangle$ | 1 (целое) |
| 13 | $\langle 6 \rangle$ | 6 (целое) |
| 14 | $\langle 0 \rangle$ | 0 |
| 15 | $\langle a1 \rangle$ | Рабочая ячейка |

Программа реализации $W_{\text{вы}}^*(z)$ приведена в табл. 4.5.

Программа работает следующим образом.

Для выполнения очередного цикла расчета $\mu[kT]$ потребуются значения $\mu[(k-1)T]$, $\mu[(k-2)T]$, $\mu[(k-3)T]$, $\varepsilon[(k-2)T]$. Для этой цели осуществляются соответствующие пересылки в ячейках 01–08 программы. Подготовка к организации цикла выполняется в ячейках 09–13. Вычисление составляющих рекуррентного уравнения и их суммирование обеспечивает цикл, реализованный в ячейках 14–22 программы. Результатом работы цикла является вычисленное значение регулирующего воздействия $\mu[kT]$. После вывода значения $\mu[kT]$ на ЦАП (ячейка 23) очередной расчет регулирующего воздействия происходит путем безусловного перехода к ячейке 01.

Таблица 4.5

Рабочая программа реализации $W_{\text{вы}}^*(z)$

| № ячейки | Код операции | Примечания | № ячейки | Код операции | Примечания |
|----------|--------------|--|----------|--------------|--|
| 01 | <x2> → | Подготовка к вычислению нового значения $\mu[kT]$ | 14 | <xa1> → | Получение $\sum_{i=1}^5 c_i x_i$ в ячейке <xk> |
| 02 | → <x3> | | 15 | × <ca1> | |
| 03 | <x1> → | | 16 | + <xk> | |
| 04 | → <x2> | Пересылка $\mu[(k-2)T] \rightarrow \mu[(k-3)T]$ $\mu[(k-1)T] \rightarrow \mu[(k-2)T]$ $\mu[kT] \rightarrow \mu[(k-1)T]$ $\varepsilon[(k-1)T] \rightarrow \varepsilon[(k-2)T]$ | 17 | → <xk> | Счетчик по i |
| 05 | <xk> → | | 18 | <a1> → | |
| 06 | → <x1> | | 19 | ⊕ <1> | |
| 07 | <x4> → | | 20 | → <a1> | |
| 08 | → <x5> | | 21 | (-) <6> | |
| 09 | Вв <x4> | Ввод нового значения $\varepsilon[(k-1)T]$ | 22 | УП 14 | |
| 10 | <0> → | Зануление ячейки <xk> | 23 | Выв <xk> | Вывод нового значения $\mu[kT]$ на ЦАП |
| 11 | → <xk> | Засылка 1 в ячейку <a1> | 24 | БП 01 | |
| 12 | <1> → | | | | |
| 13 | → <a1> | | | | |

4.2.12. Непосредственное управление исполнительными механизмами от УВМ

4.2.12.1. Виды исполнительных механизмов в системах НЦУ

Непосредственное цифровое управление осуществляется, как правило, с помощью прямого воздействия УВМ на исполнительные механизмы, хотя могут быть и исключения, когда в системе остается аналоговый регулятор. В системах НЦУ применяются электрические, электропневматические, электрогидравлические исполнительные механизмы (ИМ) и шаговые двигатели.

Электрические ИМ

Электрические исполнительные механизмы предназначены для перемещения регулирующих органов в системах автоматического и дистанционного управления.

Электрические исполнительные механизмы состоят из следующих основных элементов: электрического двигателя; редуктора для понижения числа оборотов и создания необходимого усилия; выходного устройства, обеспечивающего возможность сочленения с регулирующим органом; ручного привода, предназначенного для управления объектом при отказе системы регулирования или ее наладке; устройства, с помощью которого осуществляется останов исполнительного механизма в крайних положениях; устройства торможения, уменьшающего выбег исполнительного механизма при отключении электродвигателя; устройства, с помощью которого может выполняться обратная связь в системах автоматического регулирования; устройства для сигнализации и дистанционного указания положения исполнительного механизма.

Различают следующие типы электрических исполнительных механизмов: *однооборотные, многооборотные и прямоходные.*

Электрические исполнительные механизмы с постоянной скоростью, у которых выходные устройства осуществляют вращательное движение в пределах 0,25 или 0,63 оборота, называются однооборотными. К механизмам такого типа относится, например, электрический исполнительный механизм типа МЭО-16. Общий вид электрического исполнительного механизма типа МЭО-16 приведен на рис. 4.45.

Электрические исполнительные механизмы многооборотные являются механизмами вращательного действия постоянной скорости.

Прямоходные электрические исполнительные механизмы предназначены для прямолинейного перемещения с постоянной скоростью регулирующих органов в системах автоматического и дистанционного управления.

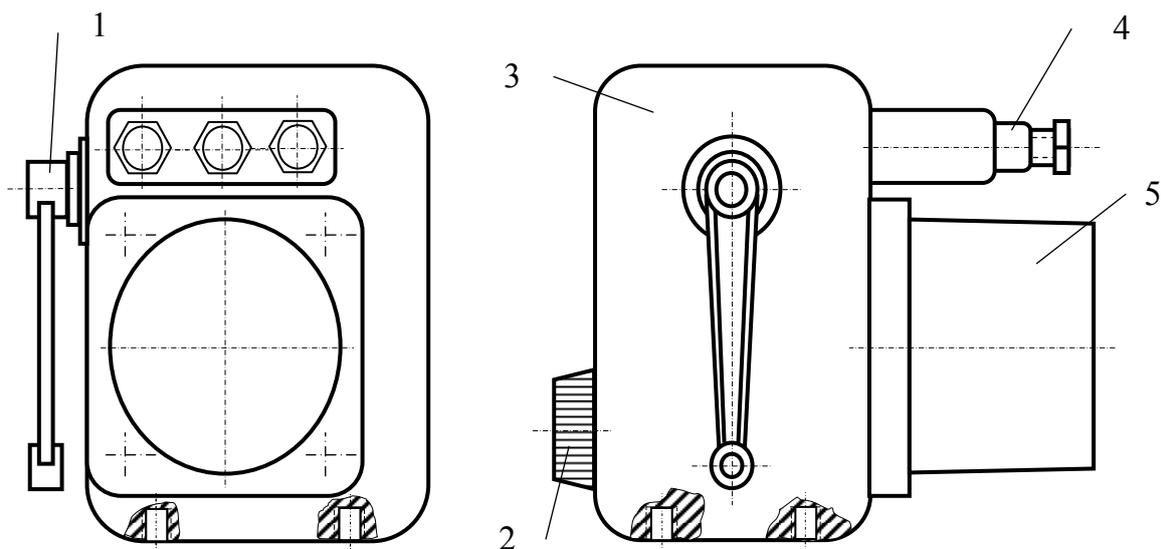


Рис. 4.45. Общий вид исполнительного механизма МЭО-16:
 1 – рычаг; 2 – ручной привод; 3 – редуктор; 4 – штепсельный разъем;
 5 – электродвигатель

Электропневматические и электрогидравлические ИМ

Электропневматические и электрогидравлические ИМ в основном состоят соответственно из электропневматических и электрогидравлических преобразователей и собственно исполнительных механизмов. Пневматические и гидравлические исполнительные механизмы по принципу действия и конструктивному оформлению не имеют существенных различий. Однако отдельные узлы из-за различных свойств рабочих сред (жидкости и газа) имеют некоторые конструктивные особенности. В зависимости от рабочей среды выбирают материалы для деталей приводов (корпусов, поршней, штоков и т. д.), а также конструктивное оформление уплотнений движущихся деталей. В тех гидравлических исполнительных механизмах, где рабочей средой служит масло, уплотнение достигается притиркой сопрягаемых деталей (плунжера и цилиндра), а в пневматических, ввиду малой вязкости воздуха, используются резиновые кольца или манжеты (однако последние могут использоваться и в гидравлических приводах).

Поршневой исполнительный механизм двойного действия показан на рис. 4.46, а. Здесь движение поршня 1 в цилиндре 2 производится в обе стороны под действием результирующей силы давления рабочей жидкости, приложенной к поршню. Двигаясь, поршень перемещает шток 3, который, в свою очередь, подключают к внешней нагрузке.

Исполнительный механизм одностороннего действия (рис. 4.46, б) отличается от двойного наличием пружины 4.

Мембранные исполнительные механизмы (рис. 4.46, в) применяют при небольших рабочих перемещения штока. В гидравлических и пневматических приводах используются в основном мембраны 1 с жестким центром 2.

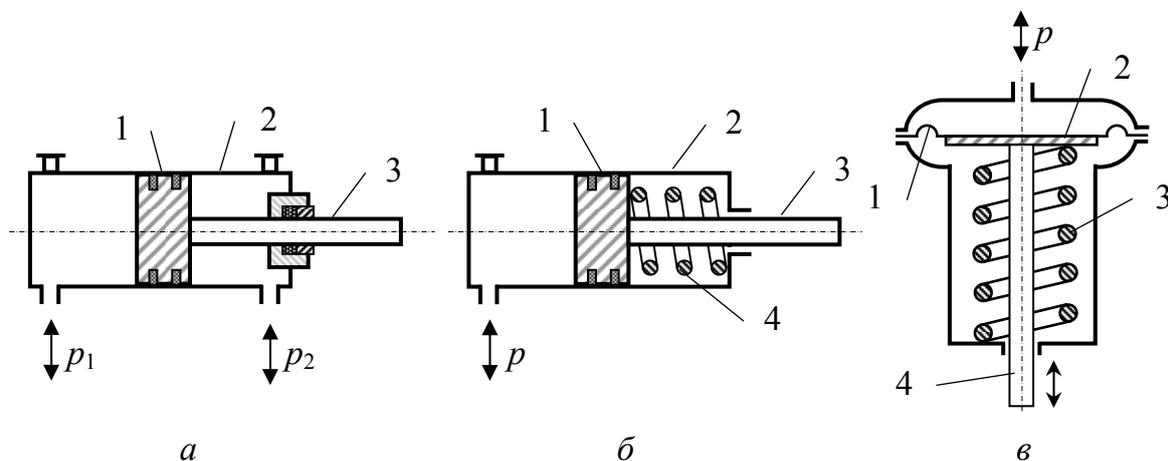


Рис. 4.46. Прямоходные исполнительные механизмы

Если силы трения на штоке мембранного исполнительного механизма велики, то качество его работы значительно ухудшается. В этом случае в систему управления вводится позиционер (рис. 4.47).

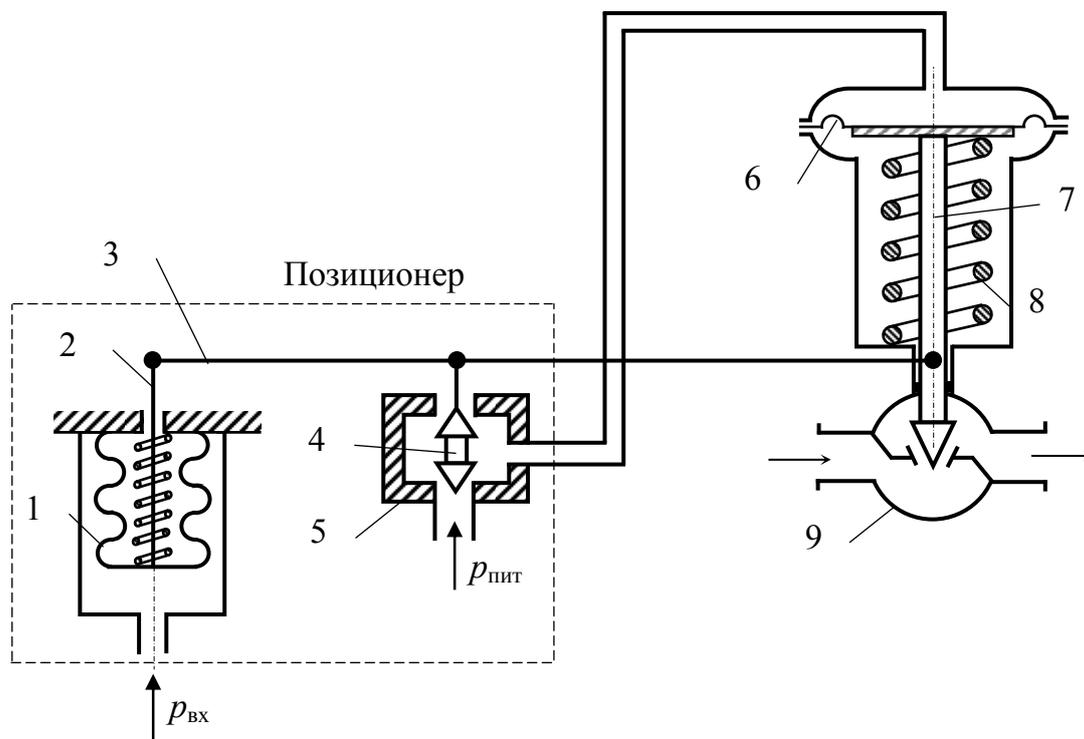


Рис. 4.47. Позиционер

Управляющий сигнал $p_{вх}$ поступает в сильфон 1 , связанный штоком 2 с рычагом обратной связи 3 . Последний связан также с золотником 4 клапанного управляющего устройства 5 и со штоком 7 мембранного исполнительного механизма 8 . В камеру управляющего устройства 5 подается воздух под давлением. Давление, устанавливающееся в камере управляющего устройства 5 и зависящее от положения золотника 4 , подается на мембрану 6 исполнительного механизма. Каждому значению давления $p_{вх}$ соответствует строго определенное положение штока 7 ; давление же в камере 5 в переходных режимах меняется. Таким образом, позиционер создает дополнительные импульсы, повышающие или понижающие давление воздуха над мембраной 6 .

В исполнительных механизмах вращательного действия *кривошипно-шатунного типа* (рис. 4.48, *а*) линейное перемещение поршня 1 в цилиндре 2 преобразуется при помощи шатуна 3 и кривошипа 4 в угол поворота выходного вала 5 , равный 90° . Штуцер 6 служит для удаления воздуха из гидросистемы. В *лопастном исполнительном механизме* (рис. 4.48, *б*) в цилиндре 1 расположена прямоугольная лопасть 2 , жестко закрепленная на валу 3 . К валу примыкает перегородка 4 , внутри которой находится уплотняющая планка 6 , поджимаемая к валу пружиной 5 . Таким образом, внутреннее пространство цилиндра 1 разделено на две камеры. Разность давлений p_1 и p_2 , действуя на боковую поверхность лопасти 2 , создает крутящий момент.

Угол поворота лопастных гидравлических исполнительных механизмов равен 300° .

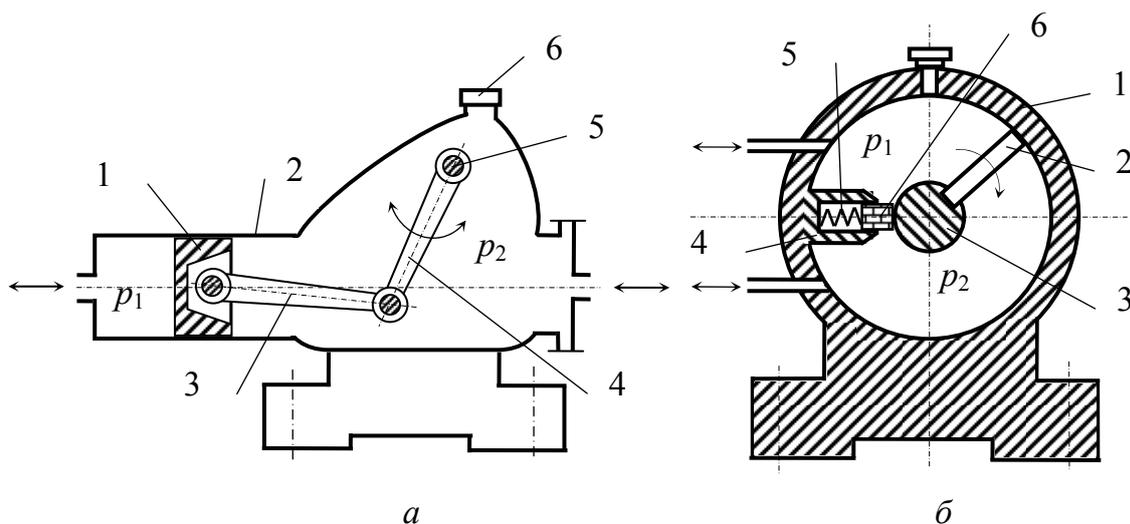


Рис. 4.48. Исполнительные механизмы вращательного действия

Изменение давления рабочих сред в пневматических и гидравлических исполнительных механизмах осуществляется с помощью электропневматических и электрогидравлических преобразователей.

Пример пневматического ИМ с электропневматическим преобразователем представлен на рис. 4.49. Преобразователь состоит из разветвленного магнитопровода 1 и постоянного магнита 2, введенного в сердечник магнитопровода и обеспечивающего начальную поляризацию. На плоской пружине к магниту 2 прикреплена заслонка 3, перемещение которой пропорционально току $i_{\text{вх}}$, протекающему через обмотку 4. В качестве полюсных наконечников использованы сопла 5 и 6, так же как и остальной магнитопровод, выполненные из магнитно-мягкого материала. Сопла соединены с источником давления P_3 через дроссели 7 и 8.

В зависимости от направления тока $i_{\text{вх}}$, протекающего через обмотку, происходит закрытие одного сопла и открытие другого. Вследствие этого изменяется выходной сигнал преобразователя – перепад давления ΔP между междроссельными камерами. Так как рабочий ход заслонки невелик, то зависимость между током $i_{\text{вх}}$ и перепадом ΔP с достаточной точностью можно считать пропорциональной

$$\Delta P = k \cdot i_{\text{вх}}.$$

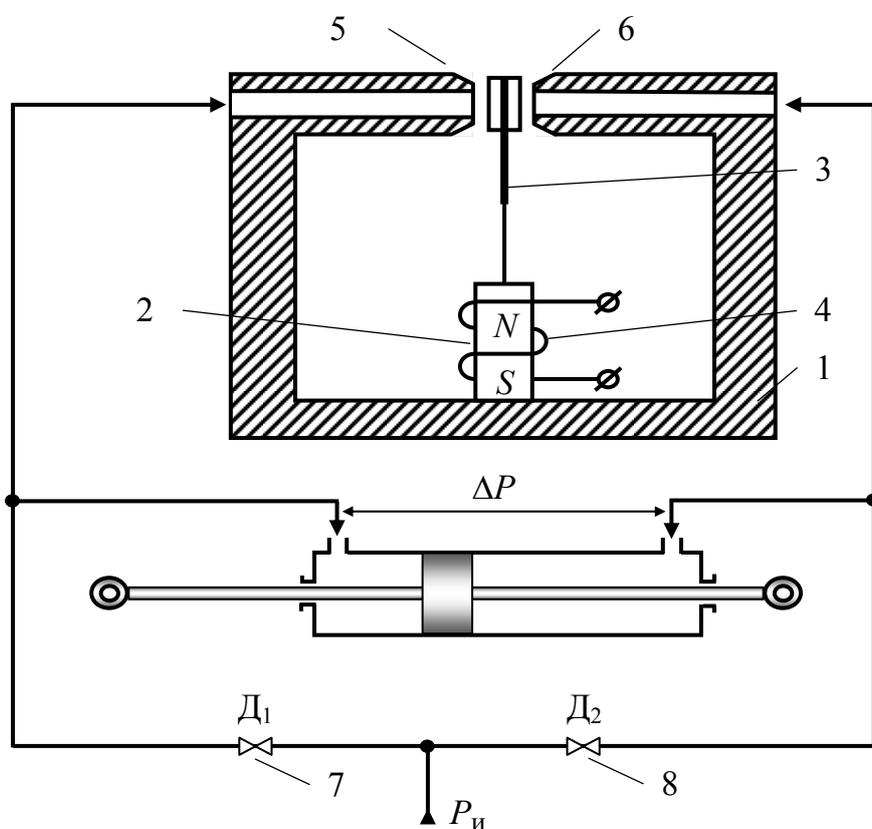


Рис. 4.49. Электропневматический ИМ

Пример гидравлического ИМ с электрогидравлическим преобразователем представлен на рис. 4.50. При подаче напряжения на соленоидное устройство происходит перемещение золотника и рабочая среда под давлением поступает в ту или иную полость исполнительного механизма в зависимости от направления перемещения золотника.

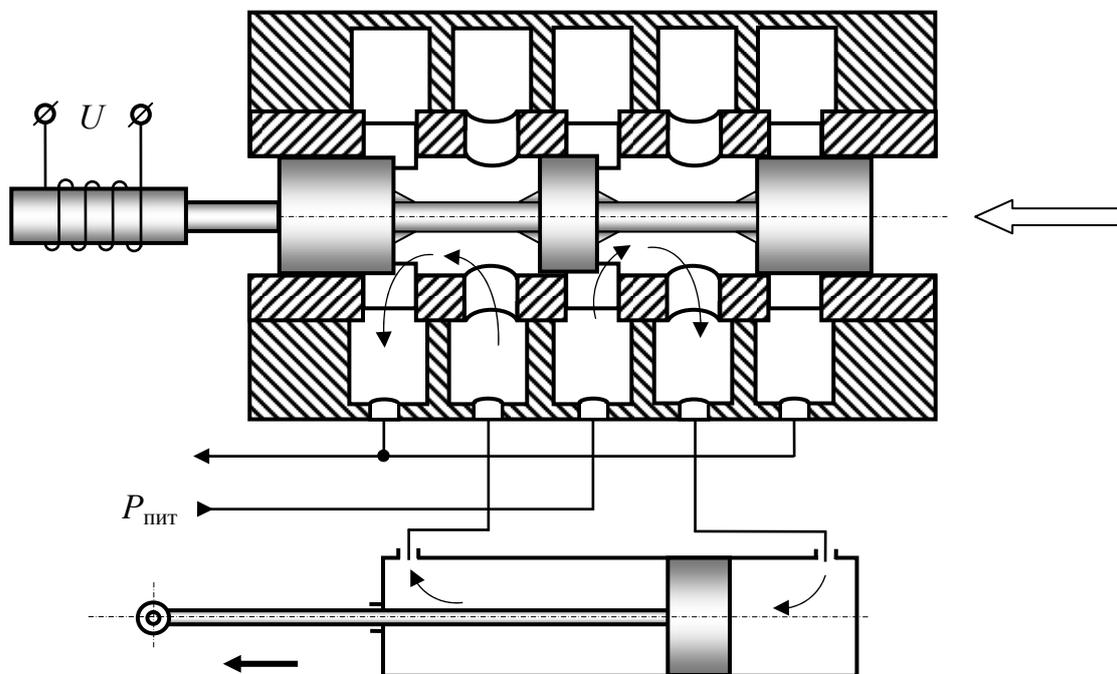


Рис. 4.50. Электрогидравлический исполнительный механизм

Шаговые двигатели

К шаговым двигателям (ШД) относятся электромеханические устройства, в которых осуществляется преобразование электрических сигналов в дискретные (шаговые) угловые перемещения выходного вала. Принцип работы ШД заключается в следующем. На обмотки управления, расположенные на статоре ШД, с помощью электронного коммутатора подаются импульсы напряжения. При поступлении этих импульсов напряжения на обмотки управления происходит дискретное изменение магнитного поля в рабочем зазоре ШД. Последовательность возбуждения обмоток управления определяет угловое перемещение оси магнитного поля обмоток управления, а следовательно и ротора ШД, который будет дискретно поворачиваться, следуя за магнитным полем.

Характеристики поворота ротора зависят от частоты следования управляющих импульсов, их скважности и последовательности, а также определяются конструктивными параметрами и типом ШД.

Для пояснения сказанного рассмотрим работу m -фазного ШД с невозбужденным (пассивным) двухполюсным ротором (рис. 4.51), при

управлении ШД однополярными импульсами. При подаче импульса на фазу 1 ось ротора займет такое же положение, что и ось этой фазы (рис. 4.51, а). Если снять напряжение с фазы 1 и подать импульс на фазу 2, то ротор повернется и займет положение, при котором ось ротора совпадет с осью фазы 2. Поворот (шаг) ротора при этом произойдет на угол $\theta = 2 \cdot \pi / m$. Следовательно, m -фазный ШД с пассивным ротором будет иметь m устойчивых состояний при подаче однополярных импульсов отдельно на каждую его фазную обмотку.

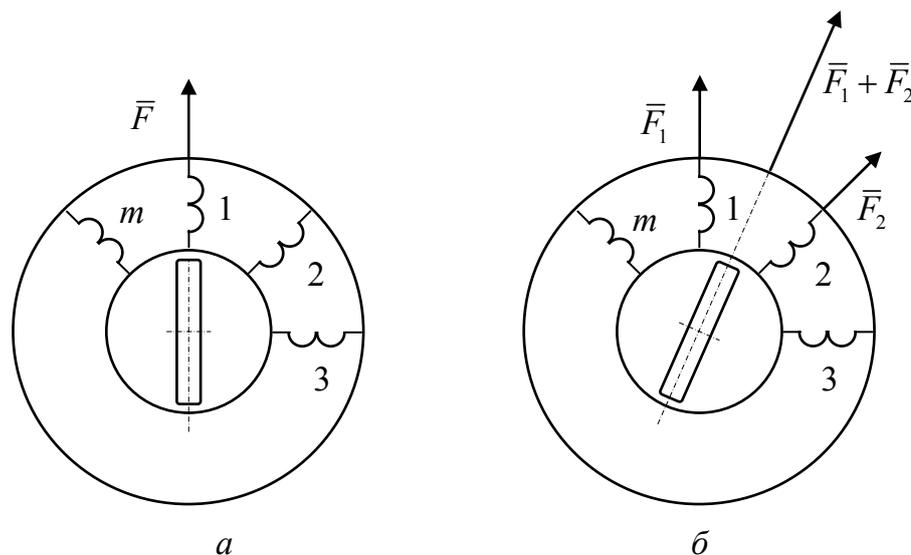


Рис. 4.51. К принципу действия ШД с пассивным ротором

Если одновременно подать импульсы на группу, состоящую из четного количества фаз, то ось ротора займет положение, совпадающее с линией, проходящей между осями средних для группы фаз. Так, например, если одновременно подать импульсы на фазы 1 и 2, то ротор займет положение, показанное на рис. 4.51, б. При одновременном снятии напряжения с фазы 1 и подаче импульса на фазу 3 ротор сделает шаг с углом поворота $\theta_{\text{ШД}} = 2 \cdot \pi / m$. При таком управлении ШД число устойчивых положений ротора, как и в предыдущем случае, равно m .

В рассмотренных вариантах управления ШД осуществлялось поочередное включение одинакового количества фаз. Такое управление называют симметричным. Существует и несимметричное управление, при котором поочередно включается неравное в группе число фаз. В этом случае число устойчивых состояний ШД будет составлять $2m$. Поясним сказанное на примере. Пусть коммутатор подает импульсы напряжения на фазы ШД в следующей последовательности: 1; 1–2; 2; 2–3; 3; Тогда, в первый момент, ротор ШД займет положение рис. 4.51, а, а потом, делая шаг, повернется на угол $\theta_{\text{ШД}} = 2 \cdot \pi / m$ и займет положение

рис. 4.51, б. Дальнейшее перемещение ротора двигатель будет совершать в прежнем направлении и с тем же шагом.

Цифровые исполнительные механизмы

В этих механизмах отсутствуют обратные связи, положение выходного штока не зависит от нагрузки, вязкости и несжимаемости жидкостей, упругости пружин, питающего давления и т. д. Точность определяется только дискретностью. Такие механизмы могут быть построены согласно нескольким принципам. Например, на рис. 4.52 представлена схема цифрового электрогидравлического исполнительного устройства, состоящего из четырех последовательно включенных поршневых механизмов. Эти поршни имеют выступы, ограничивающие их перемещение. Ход каждого поршня обеспечивается в соответствии с двоичным законом. Положение выходного штока определяется суммарным перемещением всех поршней. Управление положением поршней осуществляется с помощью электромагнитных соленоидных клапанов k_1, k_2, k_3 и k_4 . Точность преобразователя зависит от числа поршней (при $n = 4$ точность порядка 6 %). При построении мощных исполнительных устройств шток цифрового механизма может управлять распределительным золотником гидросилителей и далее сервоприводами.

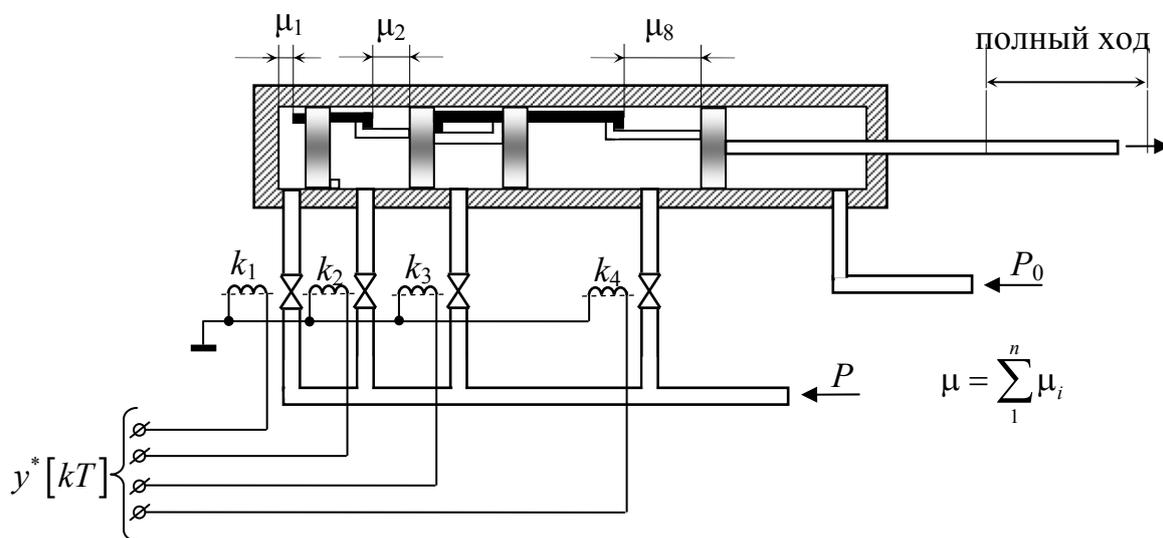


Рис. 4.52. Электрогидравлический цифровой исполнительный механизм

Цифровые исполнительные механизмы могут быть основаны на суммировании с помощью рычажных устройств усилий параллельно соединенных поршней. В этом случае площади поршней относятся по двоичному закону (рис. 4.53).

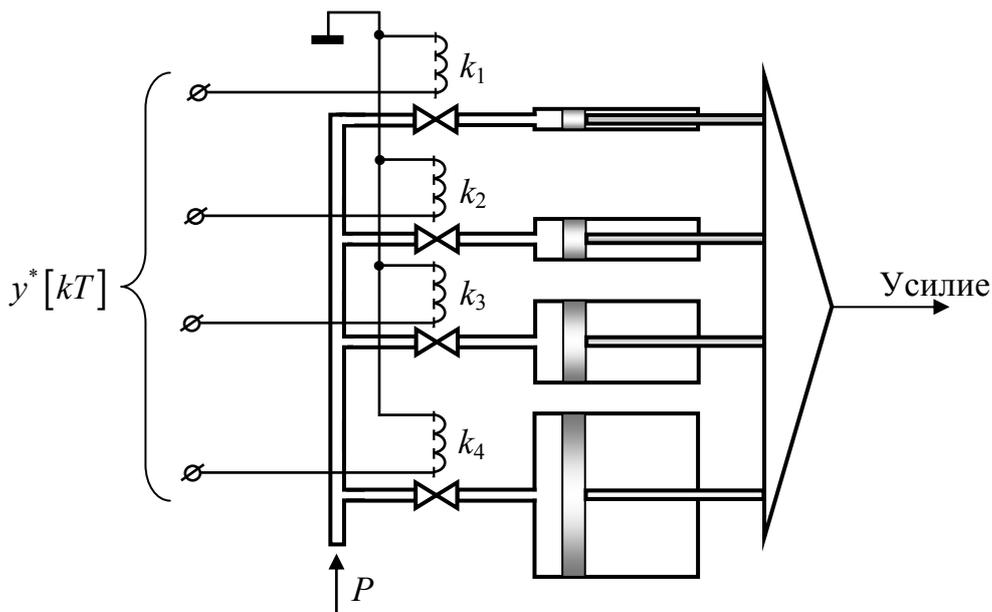


Рис. 4.53. Электронепневматический цифровой исполнительный механизм

Известен цифроаналоговый вентильный клапан (рис. 4.54), состоящий из шести клапанов, сечение которых обеспечивает изменение расхода по двоичному закону.

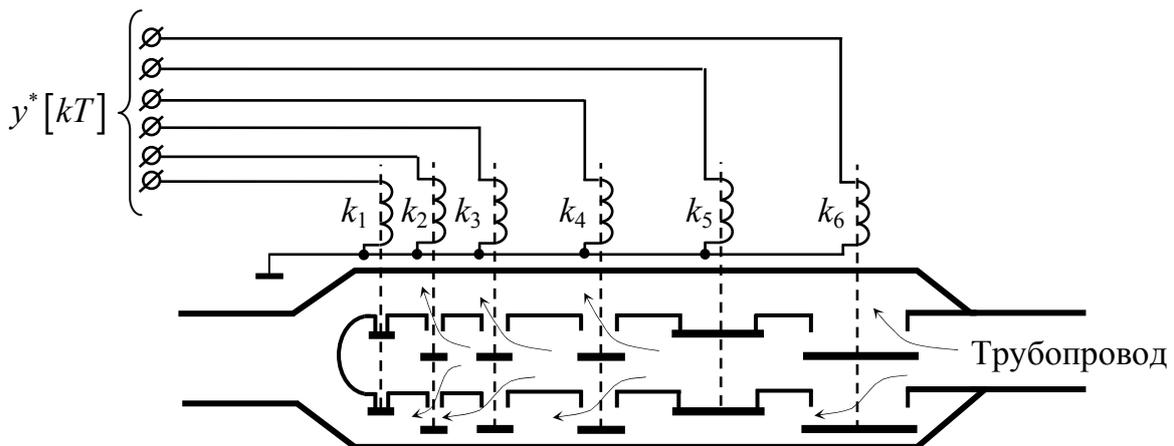


Рис. 4.54. Электронепневматический цифровой исполнительный механизм

4.2.12.2. Принципы цифрового управления исполнительными механизмами

Выходным сигналом УВМ для непосредственного управления ИМ может служить временной интервал (например, для управления электрическим ИМ постоянной скорости), последовательная серия импульсов (для управления шаговым двигателем), параллельный цифровой код (для управления цифровыми электронепневматическими или электрогидравлическими ИМ), электрический сигнал (например, для электронепневматического позиционного ИМ).

Система НЦУ может быть реализована различными способами в зависимости от типа исполнительного механизма, наличия возмущений по каналу регулирующего воздействия и т. п. Реализация управляющего воздействия УВМ может производиться с применением обратной связи по положению ИМ, по регулирующему воздействию на входе объекта и без обратной связи.

Схема управления ИМ без обратной связи

Схема управления ИМ без обратной связи (рис. 4.55) применяется в случае линейности операторов W_2 и W_3 и отсутствия возмущений, идущих по каналу регулирующего воздействия.

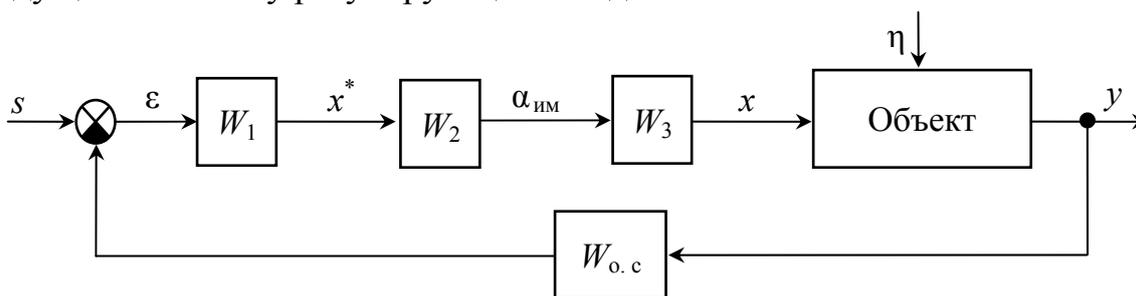


Рис. 4.55. Структурная схема системы НЦУ без обратной связи: y – регулируемая величина; s – задающее воздействие; x^* – управляющее воздействие от УВМ; $\alpha_{\text{ИМ}}$ – положение исполнительного механизма; x – регулирующее воздействие; η – возмущение; W_1 – оператор преобразования ошибки регулирования в выходной сигнал УВМ; W_2 – оператор преобразования выходного сигнала УВМ в положение ИМ; W_3 – оператор преобразования положения ИМ в регулирующее воздействие на объект; $W_{\text{о.с}}$ – оператор главной обратной связи АСР

При управлении ИМ постоянной скорости УВМ обеспечивает в моменты времени kT преобразование сигнала x^* в пропорциональное значение длительности импульса на включение ИМ $t_{\text{ИМ}}$, в течение которого регулирующий орган перемещается в направлении, определяемом знаком x^* . Импульс на включение ИМ может формироваться цифроаналоговым преобразователем (ЦАП) код – временной интервал, реализующим широтно-импульсную модуляцию (ШИМ), или программным путем. В последнем случае программа реализует алгоритм работы преобразователя код – временной интервал: в каждый фиксированный момент времени $l\tau_0$ из величины x^* (x^* в этом случае – код времени с шагом квантования τ_0) вычитается единица; время, в течение которого списывается число x^* , определяет длительность включения ИМ. Интервал τ_0 цикла работы программы, имитирующей ЦАП, определяется

скоростью ИМ $V_{\text{им}}$, величиной зоны нечувствительности 2δ и величиной выбега δ_1 :

$$\tau_0 < \frac{2\delta - \delta_1}{V_{\text{им}}}; V_{\text{им}} = \frac{100}{T_{\text{им}}} \% \text{УП/с},$$

где $T_{\text{им}}$ – время полного хода исполнительного механизма; 100 % УП – полный ход исполнительного механизма, выраженный в процентах указателя положения.

Хотя τ_0 может составлять доли секунды, затраты машинного времени на реализацию программных преобразователей код – временной интервал для быстродействующих УВМ незначительны и с успехом окупаются отсутствием аппаратуры ЦАП. Точность отработки заданного воздействия электрическим ИМ постоянной скорости в схеме без обратной связи составляет 5...10 % вследствие влияния выбега и люфтов.

Выбор минимальной величины τ_0 определяется временем, обеспечивающим надежное включение исполнительного механизма. Важным является также выбор зоны нечувствительности 2δ . Одним из условий для выбора зоны нечувствительности является требование уменьшения числа включений исполнительного механизма. Преобразование входного сигнала в УВМ происходит с точностью до последнего разряда цифрового кода, который произвольно «прыгает» каждый период опроса. Это «прыганье» последнего разряда можно рассматривать как случайный аппаратный шум, который после преобразования не должен вызывать включения исполнительного механизма, что достигается соответствующим выбором величины зоны нечувствительности.

Увеличение зоны нечувствительности приводит к запаздыванию появления регулирующего воздействия, что может служить причиной появления автоколебаний при малых значениях ошибки регулирования. Поэтому при выборе оптимальной величины зоны нечувствительности должно учитываться и это условие.

К преимуществам схемы управления с ШИМ можно отнести значительные аппаратные упрощения системы, т. к. не требуются датчики положения и преобразователи для ввода информации в УВМ о положении регулирующих органов. Кроме того, при включении цифровых регуляторов не требуется вводить в УВМ начальные условия о положении регулирующих органов, т. к. система отработки $\alpha_{\text{им}}$ разомкнута.

Недостатком ШИМ, как и всех разомкнутых систем отработки выходных воздействий, является зависимость перемещения регулирующего органа от нагрузки на валу исполнительного механизма, что может привести к изменению расчетного значения постоянной времени интег-

рирования и неравномерности хода исполнительного механизма при включении на открывание и закрывание.

При использовании шагового двигателя выходным сигналом УВМ служит число-импульсный код, который через коммутатор фаз поступает в обмотки двигателя. Отработка заданного значения осуществляется с точностью до одного импульса, соответствующего шагу двигателя. Величина шага у выпускаемых в настоящее время шаговых двигателей находится в пределах 1...20 угловых градусов, допускаемая частота импульсов 30...6000 Гц.

Электрические исполнительные механизмы постоянной скорости и шаговые двигатели в схемах без обратной связи представляют собой исполнительные механизмы интегрирующего типа. Выходная координата этих ИМ определяется суммой k -сигналов, поступающих от УВМ в дискретные моменты

$$\alpha_{\text{ИМ}} = h \sum_{i=1}^k x^*(iT),$$

где h – коэффициент пропорциональности.

Электропневматические позиционные ИМ выполняют функции преобразователя электрического сигнала, поступающего с ЦАП код – ток управляющей машины, в давление и далее в перемещение регулирующего органа. Эти ИМ относятся к устройствам пропорционального типа, и выходная координата у них определяется величиной управляющего сигнала x^* в данном цикле управления:

$$\alpha_{\text{ИМ}}(kT) = h \cdot x^*(kT).$$

Пропорциональность между положением регулирующего органа и входным сигналом обеспечивается за счет внутренней обратной связи в позиционере.

Цифровые электропневматические и электрогидравлические ИМ преобразуют цифровой параллельный код, поступающий через дискретные выходы УВМ, в положение регулирующего органа с помощью электромагнитных клапанов. Переключение клапанов обеспечивает изменение выходной координаты в соответствии с двоичным законом. Точность отработки управляющего воздействия зависит от числа клапанов r , т. е. от разрядности цифрового кода. Максимальная относительная погрешность равна половине цены младшего разряда

$$\Delta_{\text{max}} = 1/2^{r+1}.$$

Цифровые ИМ также представляют собой устройства пропорционального типа.

Схема управления с обратной связью по положению исполнительного механизма

Схема управления с обратной связью по положению исполнительного механизма (рис. 4.56) обеспечивает более высокую точность обработки $\alpha_{\text{ИМ}}$. Для общепромышленных ИМ она может быть доведена до 0,5...1,0 %.

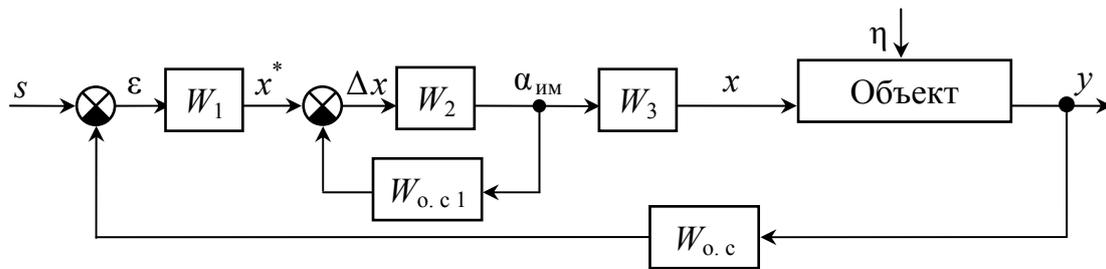


Рис. 4.56. Структурная схема системы НЦУ с обратной связью $W_{o.c}$ по положению ИМ

Датчики положения ИМ могут быть цифровые или аналоговые. В системах с цифровыми датчиками управляющее воздействие x^* в виде параллельного цифрового кода поступает на регистр-счетчик специального преобразующего устройства, предназначенного для согласования аналогового входа ИМ с цифровым выходом УВМ.

Перейдем к рассмотрению эквивалентной схемы цифровой системы управления с УВМ. Эта схема изображается в виде сложного дискретно-непрерывного фильтра, элементы которого моделируют различные этапы алгоритма переработки информации (рис. 4.57) [15].

В схеме (рис. 4.57) можно выделить три основных устройства, характерных для любого цифрового регулятора.

1. Входное устройство выполняет первичную обработку информации, которая заключается в квантовании непрерывного сигнала (ошибки регулирования) $\varepsilon(t)$ по времени во входном коммутаторе и по уровню в аналого-цифровом преобразователе и сглаживании цифрового сигнала $\varepsilon^*[iT_0]$ с помощью математического фильтра арифметического устройства. Этап первичной обработки информации завершается запоминанием сглаженного цифрового сигнала в ЗУ. Вся первичная обработка информации осуществляется в информационной части УВМ.

Важнейшими параметрами входного устройства являются период опроса T_0 , величина кванта аналого-цифрового преобразователя Δ , дискретная передаточная функция сглаживающего фильтра $F(z)$.

2. Вычислительное устройство опрашивает ступенчатый сигнал $\bar{\varepsilon}(t)$ с периодом T , который называют периодом квантования регулятора, и обрабатывает цифровой сигнал $\bar{\varepsilon}[iT]$ по программе с дискретной передаточной функцией $D(z)$. Выходной сигнал $x^*[kT]$ запоминается фиксатором ЗУ на время T . Ступенчатый сигнал $x^*[kT]$ является задающей величиной для исполнительного устройства.

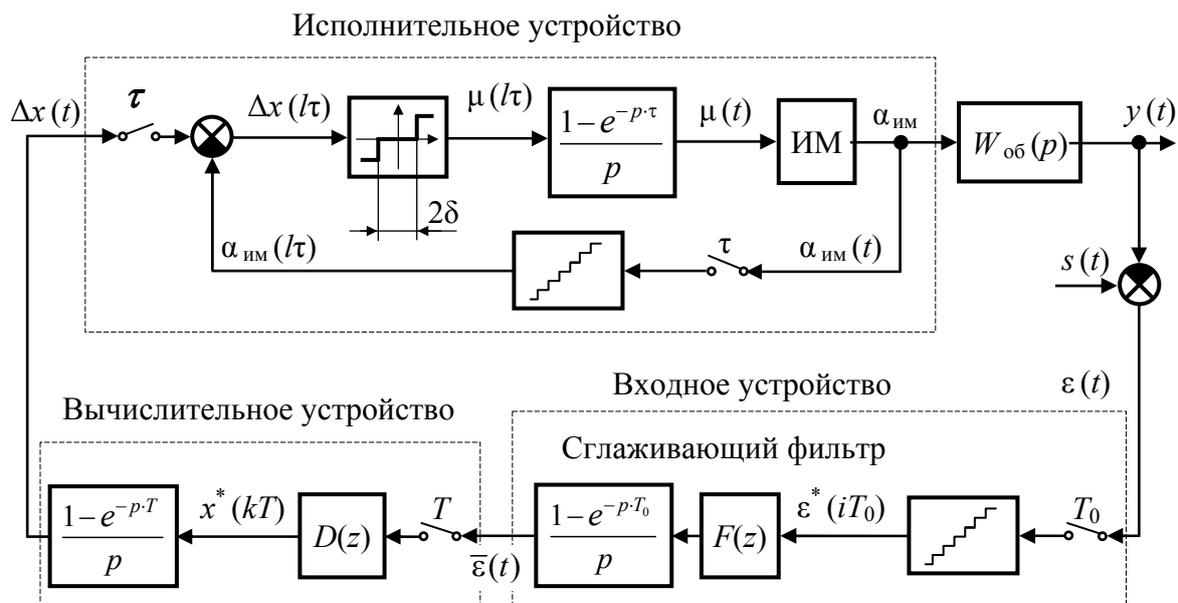


Рис. 4.57. Эквивалентная схема системы цифрового управления

Важнейшими параметрами вычислительного устройства цифрового регулятора являются период квантования T и передаточная функция программы обработки $D(z)$, реализующей в вычислительной части УВМ заданный алгоритм управления.

3. Исполнительное устройство преобразует ступенчатый сигнал $x^*(t)$ в соответствующее перемещение $\alpha_{\text{им}}(t)$ вала исполнительного механизма ИМ. Оно выполнено в виде следящей цифровой системы, в которой сигнал рассогласования $\Delta x[l\tau]$, равный разности между выходным сигналом регулятора $x(l\tau)$ и действительным положением регулирующего органа $\alpha_{\text{им}}[l\tau]$, воздействует через реле РУ с зоной нечувствительности 2δ и фиксатор на исполнительный механизм ИМ. Так как в рассматриваемой системе используется исполнительный механизм с постоянной скоростью, то сигнал управления $\mu(t)$ является релейным (трехпозиционным) в виде ступенчатой функции времени, где длительность ступеньки равна τ – периоду квантования следящей системы.

Таким образом, управление электрическим ИМ с постоянной скоростью осуществляется через релейные выходы УВМ: при $|\Delta x| > \delta$ производится включение, при $|\Delta x| < \delta$ – останов. Сторона включения определяется знаком Δx . Величина x^* рассчитывается УВМ с дискретностью $T \gg \tau$. Длительность импульса включения ИМ при данном способе управления кратна интервалу опроса обратной связи τ (рис. 4.58).

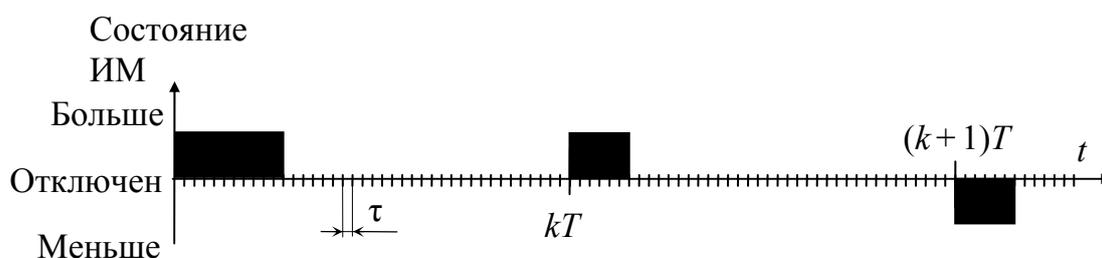


Рис. 4.58. Временная диаграмма управления ИМ с помощью УВМ

Существенными параметрами следящей системы являются период квантования τ , зона нечувствительности релейного устройства 2δ и скорость исполнительного механизма $V_{\text{ИМ}}$. Эти параметры выбираются из тех же условий, что и в системе с ШИМ.

При малых значениях $T_{\text{ИМ}}$ и τ можно считать, что следящая система практически всегда работает в скользящем режиме, и исполнительное устройство со следящей системой аппроксимируется статическим звеном.

При вычислении задания положения регулирующего органа в вычислительном устройстве используется обычно программа, в которой расчетное приращение положения регулирующего органа $\Delta x^*[kT]$ суммируется с предыдущим расчетным значением задания $x^*[kT - T]$, т. е. $x^*[kT] = \Delta x^*[kT] + x^*[kT - T]$. Эта программа обеспечивает интегрирование приращения $\Delta x^*[kT]$ в вычислительном устройстве.

Если рассматривать программное устройство как дискретный фильтр, то при использовании любой формулы приближенного интегрирования дискретная передаточная функция программы $D(z)$ имеет полюсы на круге единичного радиуса $|z|=1$. Такой фильтр находится на границе устойчивости, поэтому любые возмущения, например сбои в вычислительном устройстве УВМ, могут привести к ошибкам, вызывающим значительные возмущения в системе регулирования (вплоть до полного открывания или закрывания регулирующего органа). Чтобы исключить или хотя бы уменьшить влияние сбоев в УВМ на пове-

дение системы регулирования, необходимо использовать аппаратные или программные методы контроля и исправления ошибок при вычислениях. Рассмотренную схему можно отнести к системам с пропорциональным устройством, т. к. интегрирование выполняется в УВМ. Недостатком схемы является также необходимость ввода начальных условий по положению исполнительного механизма при включении регулятора. Программное устройство для ввода начальных условий запускается вручную с пульта управления УВМ в нормальном режиме работы и автоматически в пусковых режимах, когда требуется автоматическое включение регуляторов. Все это усложняет программу регулирования.

Общим недостатком следящей системы является большое количество датчиков и унифицированных преобразователей, а также увеличение аппаратуры собственно УВМ для ввода информации о положении регулирующих органов. Недостатки системы, обусловленные интегрированием в УВМ, можно устранить, применив другую программу для вычисления задания положения регулирующего органа, в котором приращение $\Delta x^* [kT]$ суммируется с действительным текущим положением регулирующего органа $\alpha_{им} [kT]$, т. е. $x^* [kT] = \Delta x^* [kT] + \alpha_{им} [kT]$. В этом случае интегрирование происходит в исполнительном устройстве и полученная схема принципиально мало чем отличается от схемы с ШИМ. Поскольку в вычислительном устройстве определяется лишь приращение величины $\Delta x^* [kT]$, то дискретный фильтр, эквивалентный программному устройству отработки $\alpha_{им}$, становится структурно устойчивым (все полюсы передаточной функции $D(z)$ лежат внутри круга единичного радиуса $|z|=1$), и влияние сбоев в расчете на процесс регулирования существенно уменьшается.

Сбой в расчете величины $\Delta x^* [kT]$ может привести в крайних случаях либо к тому, что исполнительный механизм останется в прежнем положении (при ошибочном расчете $\Delta x^* [kT] = 0$), либо к непрерывному перемещению его в течение периода расчета T (при произвольно большой величине $\Delta x^* [kT]$).

Схема управления с обратной связью по величине регулирующего воздействия

Схема управления с обратной связью по величине регулирующего воздействия применяется при наличии возмущений η_1 , идущих по каналу регулирующего воздействия, или нелинейности оператора W_3 (рис. 4.59).

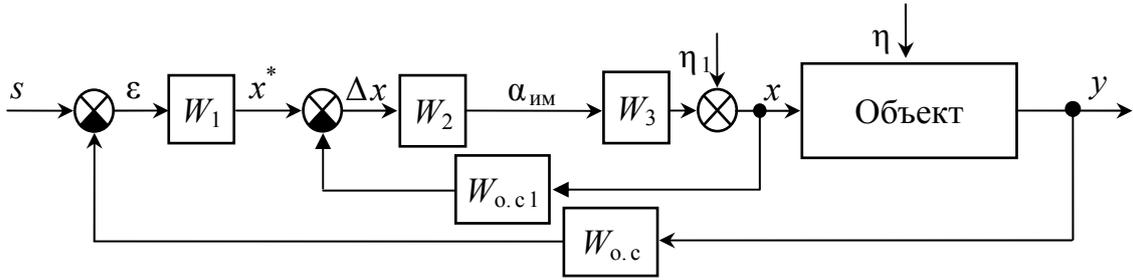


Рис. 4.59. Структурная схема системы НЦУ с обратной связью $W_{o.c.1}$ по величине регулирующего воздействия

Время установления заданного значения регулирующего воздействия x после выдачи очередного воздействия может превышать $2\delta/V_x$ (где V_x – приращение регулирующего воздействия x при включении ИМ на одну секунду). В этом случае способ управления, когда длительность импульса включения ИМ кратна интервалу опроса обратной связи, неприменим, но может быть применен способ управления ИМ с помощью импульсов переменной длительности.

В каждый фиксированный момент времени $m\tau_1$ УВМ опрашивает сигнал обратной связи x и производит расчет длительности импульса на включение ИМ:

$$t_{\text{им}}[m\tau_1] = \gamma \cdot |\Delta x[m\tau_1]|, \quad \gamma = 1/V_x.$$

Формирование временного интервала может осуществляться с помощью ЦАП код – временной интервал или программным путем. Расчет очередного управляющего сигнала μ производится с дискретностью $T > \tau_1$; обработка каждого нового управляющего воздействия осуществляется с помощью 1–4 импульсов включения ИМ, т. е. за 1–4 цикла с интервалом τ_1 (рис. 4.60).

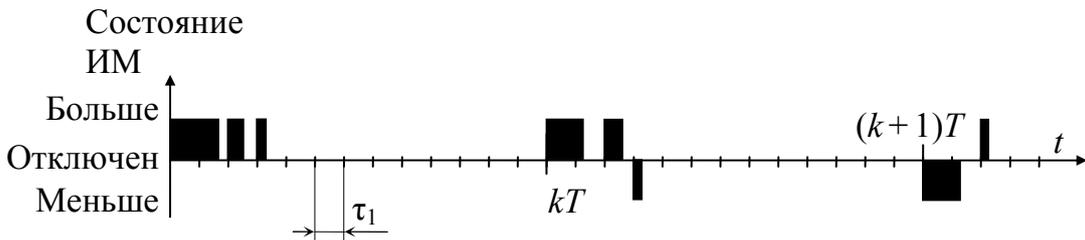


Рис. 4.60. Временная диаграмма управления ИМ с помощью УВМ

На рис. 4.61 приведена схема алгоритма программы, реализующей систему НЦУ, структурная схема которой рассмотрена ранее (см. рис. 4.59). Алгоритм НЦУ выполняется УВМ с помощью трех подпрограмм, работающих с различными временными интервалами T , τ_1 и τ . В цикле T

производится расчет отклонения по регулируемой выходной величине y . В данном случае применен ПИД-закон регулирования.

Уравнение непрерывного ПИД-регулятора имеет вид

$$\mu(t) = k_p \cdot \varepsilon(t) + \frac{k_p}{T_u} \int_0^t \varepsilon(\gamma) d\gamma + k_p \cdot T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt},$$

а уравнение для его дискретного аналога может быть таким:

$$\mu^*[kT] = k_p \cdot \varepsilon[kT] + \frac{k_p \cdot T}{T_u} \sum_{i=0}^{k-1} \varepsilon[iT] + k_p \cdot T_d \frac{\varepsilon[kT] - \varepsilon[(k-1)T]}{T}. \quad (4.73)$$

Реализация алгоритма (4.73) вызывает значительные трудности, связанные с необходимостью хранения в памяти УВМ значений ошибки регулирования $\varepsilon[kT]$ для всех предшествующих тактовых моментов времени $iT \forall i = \overline{1, k-1}$. Для устранения этого недостатка алгоритма (4.73) определим значение $\mu^*[(k-1)T]$ и найдем разность $\Delta\mu^*[kT] = \mu^*[kT] - \mu^*[(k-1)T]$:

$$\begin{aligned} \Delta\mu^*[kT] &= \left(k_p + \frac{k_p \cdot T_d}{T} \right) \cdot \varepsilon[kT] + \\ &+ \left(\frac{k_p \cdot T}{T_u} - k_p - 2 \frac{k_p \cdot T_d}{T} \right) \cdot \varepsilon[(k-1)T] + \frac{k_p \cdot T_d}{T} \cdot \varepsilon[(k-2)T] \end{aligned}$$

или

$$\Delta\mu^*[kT] = q_0 \cdot \varepsilon[kT] + q_1 \cdot \varepsilon[(k-1)T] + q_2 \cdot \varepsilon[(k-2)T],$$

где

$$q_0 = k_p + \frac{k_p \cdot T_d}{T}; \quad q_1 = \frac{k_p \cdot T}{T_u} - k_p - 2 \frac{k_p \cdot T_d}{T}; \quad q_2 = \frac{k_p \cdot T_d}{T}.$$

Теперь расчетное значение регулирующего воздействия можно определить как

$$\mu^*[kT] = \Delta\mu^*[kT] + \mu^*[(k-1)T].$$

Оператор $F_{\mu x}$ схемы алгоритма НЦУ (рис. 4.61) предназначен для компенсации нелинейности статической характеристики объекта управления.

Результатом работы подпрограммы ПИД-регулятора является величина $\mu[kT]$ – задание подпрограмме стабилизации регулирующего воздействия x , работающей с интервалом цикла $\tau_1 < T$.

Подпрограмма стабилизации регулирующего воздействия в каждом цикле $m\tau_1$ выполняет опрос сигнала $x[m\tau_1]$ и вычисление отклонения $\Delta x[m\tau_1] = \mu[kT] - x[m\tau_1]$. Если это отклонение превышает зону нечувствительности $\Delta x[m\tau_1] > \delta$, то производится расчет длительности импульса на включение ИМ постоянной скорости

$$t_{\text{им}}[m\tau_1] = \gamma \cdot |\Delta x[m\tau_1]|.$$

Отсчет времени включения ИМ осуществляется подпрограммой, работающей с интервалом цикла τ . Направление включения ИМ определяется знаком Δx . При списании значения $t_{\text{им}}[m\tau_1]$ с шагом τ ИМ отключается.

Организация временных интервалов T , τ_1 , τ выполняется диспетчерской системой УВМ.

4.2.13. Особенности применения микропроцессорных контроллеров в системах управления

Одним из параметров настройки цифровых систем управления является период квантования T . Как уже отмечалось ранее, период квантования определяется из условия отсутствия пульсаций квантования в ошибке регулирования, а также требованием обеспечения заданного запаса устойчивости в системе. Кроме того, на выбор периода квантования оказывают влияние параметры аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразователей. В качестве управляющего устройства в локальных цифровых системах управления часто используются микропроцессоры, являющиеся относительно медленными устройствами. Поэтому период квантования, задаваемый в цифровых системах таймером, зависит также от скорости выполнения процессором арифметических операций и инструкций. Еще одно ограничение, связанное с микропроцессором, – это конечное число разрядов для представления чисел. Большинство дешевых микропроцессоров оперируют с 8-битовыми словами, что обеспечивает только 256 уровней разрешения. Это приводит к тому, что не все числа могут быть реализованы в микропроцессоре. Некоторые особенности применения микропроцессора как контроллера рассмотрим на следующем примере.

Пусть структурная схема микропроцессорной системы автоматического регулирования имеет вид, представленный на рис. 4.62.

Задачей регулирования является поддержание регулируемой величины $y(t)$ объекта управления на заданном значении.

Система состоит из пускателя (ПУ), исполнительного механизма постоянной скорости (ИМ), объекта управления (ОУ), датчика (Д) с аналоговым выходом. Микропроцессор (МП) связан с аналого-цифровым (АЦП) и цифроаналоговым (ЦАП) преобразователями. Ошибка регулирования $\varepsilon(t)$ формируется как разность сигнала задания $s(t)$ и текущего значения выходного сигнала датчика. Управление исполнительным механизмом постоянной скорости осуществляется с помощью цифроаналогового преобразователя код – временной интервал, формирующего направление и длительность включения исполнительного механизма.

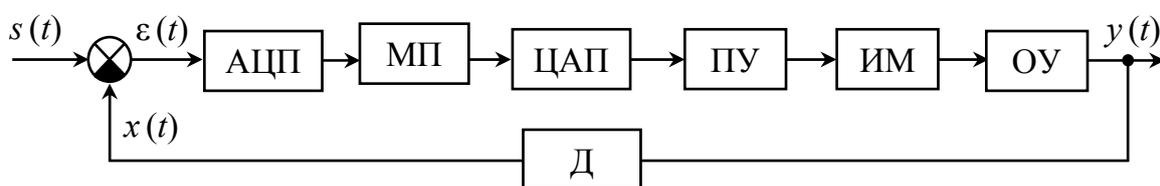


Рис. 4.62. Структурная схема микропроцессорной системы регулирования

Пусть в системе реализуется пропорционально-интегральный (ПИ) закон управления. В п. 4.2.6 получена передаточная функция вычислительного устройства при формировании ПИ-закона регулирования в цифровой системе регулирования (4.53)

$$W_{\text{вы}}^*(z) = k_p \frac{\left(1 + \frac{T}{T_u}\right) - z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

Рекуррентное уравнение для вычисления управляющего воздействия $\mu[kT]$, соответствующее $W_{\text{вы}}^*(z)$, имеет вид

$$\mu[kT] = \mu[(k-1)T] + k_p \cdot \left(1 + \frac{T}{T_u}\right) \cdot \varepsilon[kT] - k_p \cdot \varepsilon[(k-1)T].$$

Вычисление управляющего воздействия по приведенному выражению не производится мгновенно: микропроцессору требуется для этого конечное время, т. е., имея входные данные $\mu[(k-1)T]$, $\varepsilon[kT]$, $\varepsilon[(k-1)T]$, мы получим результат вычисления управляющего воздействия не в момент времени $t = kT$, а с некоторой задержкой. Оценить эту задержку можно, просуммировав все временные интервалы, необходимые для выполнения микропроцессором подпрограммы вычисления $\mu[kT]$. Для определенности предположим, что временная задержка на вычисления равна одному периоду квантования T . Это равносильно

введению запаздывания в закон регулирования и появлению дополнительного множителя z^{-1} в передаточной функции вычислительного устройства. С учетом этого

$$W_{\text{вы}}^*(z) = k_p \frac{\left(1 + \frac{T}{T_u}\right) \cdot z^{-1} - z^{-2}}{1 - z^{-1}}.$$

Тогда рекуррентное уравнение для вычисления управляющего воздействия примет вид

$$\mu[kT] = \mu[(k-1)T] + k_p \cdot \left(1 + \frac{T}{T_u}\right) \cdot \varepsilon[(k-1)T] - k_p \cdot \varepsilon[(k-2)T].$$

Управляющее воздействие $\mu[kT]$ поступает на ЦАП в моменты времени $t = kT$, $k = 0, 1, 2, \dots$

На рис. 4.63 представлена более детальная функциональная схема системы. Для определения начала очередного периода квантования используется аналоговый программный таймер, который вырабатывает импульс каждые T секунд. Выходной сигнал таймера используется для двух целей. Во-первых, он поступает на шину прерываний микропроцессора, что приводит к остановке рабочей программы вычисления управляющего воздействия $\mu[kT]$ и выполнению программы прерывания (в данном случае это будет программа вывода очередного значения управляющего воздействия $\mu[kT]$). Далее управление $\mu[kT]$ поступает в ЦАП, с выхода которого сигнал через усилитель мощности (пускатель) воздействует на исполнительный механизм. Во-вторых, сигнал от таймера по шине управления поступает на устройство выборки и хранения (УВХ), входящее в АЦП. При этом выходной сигнал $x(t)$ датчика (Д) квантуется по времени и «замораживается» в течение одного периода квантования T . Затем АЦП квантует значение «замороженного» сигнала по уровню (по амплитуде) и кодирует полученный сигнал соответствующим двоичным кодом. На все это требуется определенное время. Как только дискретные данные на выходе АЦП готовы, АЦП сообщает об этом (по шине готовности данных) микропроцессору. Шина готовности данных может быть соединена с шиной прерывания микропроцессора (на рисунке не показано), и по сигналу с АЦП значение величины $x[kT]$ в виде двоичного числа поступает в процессор по шине данных. После вычисления следующего значения $\mu[kT]$ процессор ожидает очередного сигнала с таймера для вывода вычисленного управления. Затем все повторяется.

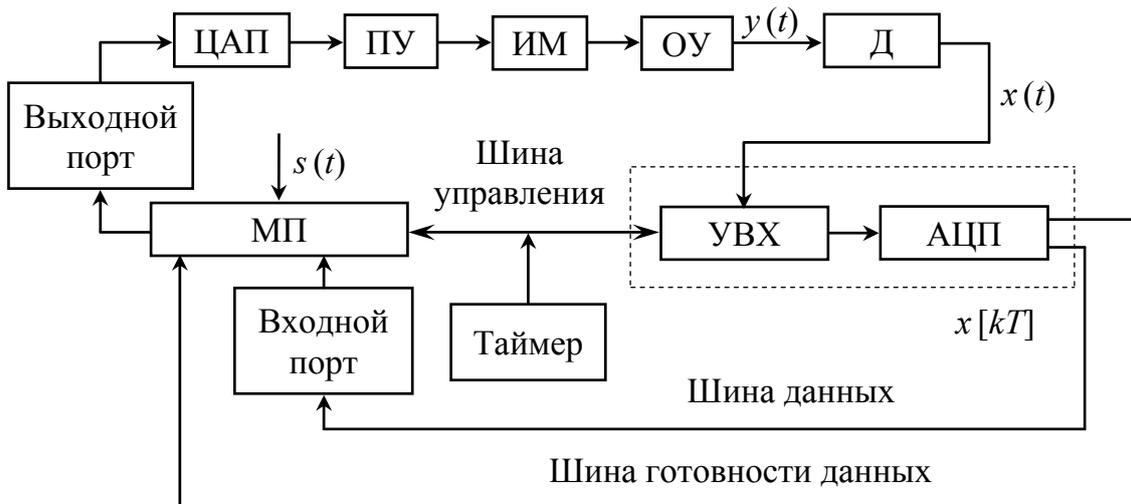


Рис. 4.63. Функциональная схема микропроцессорной системы регулирования

Для того чтобы микропроцессор успевал произвести вычисление очередного значения сигнала регулирования $\mu[kT]$, необходимо выбрать соответствующую частоту прерываний таймера, а для этого нужно оценить время, требуемое микропроцессору на вычисления. Время вычисления может быть определено из анализа программы, реализующей соответствующий закон управления, с учетом возможного выполнения подпрограмм, которые могут быть вызваны из любого пакета функциональных задач. Программа, как известно, состоит из набора команд, которые требуют для своего выполнения определенного количества машинных циклов. Каждый машинный цикл, в свою очередь, требует определенного количества машинных состояний. Время выполнения микропроцессором конкретной команды пропорционально общему числу машинных состояний, через которые проходит микропроцессор при выполнении этой команды, и может быть найдено в соответствующих справочниках по данному микропроцессору. Учитывая эту информацию, можно найти общее время, требуемое для выполнения программы: для этого анализируют всю программу от команды к команде, суммируя количество машинных состояний и время их выполнения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачи автоматизированного управления технологическими процессами ТЭС имеют многоплановый характер. В рамках настоящей книги из-за ее ограниченного объема представлена лишь часть из них. Так, например, в книгу не вошли вопросы автоматизации вспомогательного оборудования и процессов ТЭС: подготовки и подачи топлива, химической очистки воды, деаэрационных и редуционно-охладительных установок, различных подогревателей и т. п. Не рассмотрены вопросы автоматической защиты теплоэнергетических установок, автоматизации пусковых режимов.

Перечисленные выше вопросы будут представлены в следующей книге автора, где предполагается также рассмотреть задачи идентификации парогенераторов как объектов автоматического регулирования по каналам возмущающих и управляющих воздействий, параметрического синтеза основных систем регулирования парогенератора, наладки АСР.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность рецензентам за доброжелательное и внимательное отношение к книге: доктору технических наук, профессору кафедры информационно-измерительной техники ТУСУРа А.А. Светлакову и доктору технических наук, профессору, зав. кафедрой управления качеством ТГУ В.И. Сырямкину.

Уважаемый читатель! Свои отзывы и замечания по книге можно выслать по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина 30, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, ЭНИИ, кафедра АТП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы автоматизации химических производств / под ред. П.А. Обновленского и А.А. Гуревича. – Ленинград : Химия, 1975. – 528 с.
2. Растрингин Л.А. Случайный поиск в задачах оптимизации многопараметрических систем / Л.А. Растрингин. – Рига : Зинатне, 1965. – 190 с.
3. Казакевич В.В. Системы автоматической оптимизации / В.В. Казакевич, Б.Р. Родов. – Москва : Энергия, 1971. – 288 с.
4. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ленинград : Энергия, 1977. – 280 с.
5. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – Москва : Иностранная литература, 1960. – 400 с.
6. Плетнев Г.П. Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций : учебное пособие для вузов / Г.П. Плетнев. – Москва : Энергоиздат, 1981. – 368 с.
7. Ключев А.С. Настройка систем автоматического регулирования котлоагрегатов / А.С. Ключев, А.Г. Товарнов. – Москва : Энергия, 1970. – 280 с.
8. ОСТ 24.030.46-74. Котлы паровые стационарные [Электронный ресурс] // Система нормативов: сайт. – Режим доступа: <http://www.normacs.ru/Doclist/doc/UPEN.html>.
9. Паскалев Ж. Первые шаги в вычислительной технике / Ж. Паскалев ; пер. с болг. – Москва : Радио и связь, 1987. – 152 с.
10. Автоматическое управление в химической промышленности : учебник для вузов / под ред. Е.Г. Дудникова. – Москва : Химия, 1987. – 368 с.
11. Ицкович Э.Л. Контроль производства с помощью вычислительных машин / Э.Л. Ицкович. – Москва : Энергия, 1975. – 416 с.
12. Ротач В.Я. Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования / В.Я. Ротач. – Москва : Энергия 1973. – 440 с.
13. Бахвалов Н.С. Численные методы : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 600 с.
14. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем : учебник для вузов / Н.Н. Иващенко. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Машиностроение, 1978. – 736 с.
15. Дуэль М.А. Автоматическое управление блочными энергоустановками с применением вычислительных машин / М.А. Дуэль. – Киев : Техніка, 1969. – 244 с.

16. Плетников С.Д. Автоматизация технологических процессов тепловых электростанций / С.Д. Плетников, Б.Д. Силуянов ; под ред. А.С. Ключева. – Москва : Фирма «Испо-Сервис», 2001. – 156 с.
17. Строганов Р.П. Управляющие машины и их применение : учебное пособие для студентов спец. «Автоматика и телемеханика» / Р.П. Строганов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высшая школа, 1986. – 240 с.
18. Управляющие и информационные машины, применяемые на электростанциях : учебник для техникумов / Н.И. Смирнов, Б.В. Хитров, Ю.А. Лютиков. – Москва : Энергия, 1980. – 240 с.
19. Бояринов А.И. Методы оптимизации в химической технологии / А.И. Бояринов, В.В. Кафаров. – 2-е изд. – Москва : Химия, 1975. – 576 с.
20. Автоматизация энергетических блоков / В.Д. Пивень, В.К. Богданов, Э.И. Ганжерли. – Москва : Энергия, 1965. – 352 с.
21. Автоматизация крупных тепловых электростанций / под ред. М.П. Шальмана. – Москва : Энергия, 1974. – 240 с.
22. Наладка систем автоматического регулирования барабанных паровых котлов / А.С. Ключев, А.Т. Лебедев, С.И. Новиков. – Москва : Энергоатомиздат, 1985. – 280 с.
23. Андык В.С. Практикум по дисциплине «Автоматическое управление технологическими процессами на ТЭС» : учебное пособие для студентов специальности 220301 / В.С. Андык. – Томск : Изд-во ТПУ, 2006.
24. Андык В.С. Лабораторный практикум по дисциплине «Автоматическое управление технологическими процессами на ТЭС» для студентов специальности 220301 / В.С. Андык. – Томск : Изд-во ТПУ, 2009.
25. Андык В.С. Применение микропроцессорных контроллеров в управлении теплоэнергетическими процессами : учебное пособие / В.С. Андык, В.И. Рязанов. – Томск : Изд-во ТПИ, 1988. – 95 с.

Учебное издание

АНДЫК Владимир Сергеевич

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
ПРОЦЕССАМИ НА ТЭС**

Учебник

Научный редактор *доктор технических наук,
профессор С.В. Шидловский*

Корректурa *В.Ю. Пановица, Е.А. Тетерина, Е.Л. Тен*
Компьютерная верстка *В.Д. Пяткова*
Дизайн обложки *А.И. Сидоренко*

Подписано к печати 20.06.2016. Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 23,67. Уч.-изд. л. 21,41.
Заказ 260-16. Тираж 100 экз.



Издательство

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ