

# КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

## 1. Люминесценция и тепловое излучение

**Тепловое излучение** – электромагнитное излучение, испускаемое веществом, возникающее за счет его внутренней энергии. Все другие виды свечения (излучения света), возбуждаемые за счет любого другого вида энергии, кроме теплового, называются **люминесценцией**.

По определению С.И. Вавилова, **люминесценция** – излучение избыточное над тепловым и имеющее длительность, значительно превышающую период световых колебаний.

Окисляющийся в воздухе фосфор, гнилушки, светлячки – светятся за счет энергии химической реакции окисления – **хемилюминесценции**.

Свечение при протекании тока в газе, жидкости или в твердых телах – **электролюминесценция**.

Свечение под действием света – фотолюминесценция и т.д. Светящееся вещество называется **люминофором**.

Тепловое излучение бывает при любой температуре, человек только не ощущает его при меньшей температуре, чем температура тела, а при  $\lambda > 0,8$  мкм мы его не видим. Что понимают под термином тепловое излучение?

**Излучение, испускаемое нагретыми телами, называется тепловым. Основной характеристикой теплового состояния тела является его температура.**

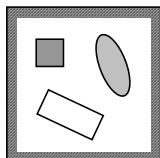


Рис.1

Предположим, что несколько тел с различной температурой окружены теплонепроницаемой оболочкой. Если даже внутри оболочки будет абсолютный вакуум, тела будут обмениваться энергией между собой через посредство излучения: более нагретые тела будут охлаждаться, так как они испускают большее количество энергии, чем получают от окружающих тел. Менее нагретые тела будут нагреваться, потому что они получают больше энергии, чем отдают. В конце концов, тела приобретут одинаковую температуру. То есть для теплового излучения автоматически установится **тепловое равновесие**, потому что каждое тело внутри оболочки испускает и поглощает одинаковое количество энергии. Плотность излучения в пространстве оболочки достигает определенной для данной температуры величины.

Что послужило основанием теории теплового излучения?

При тепловом равновесии выполняется **правило Прево: если два тела поглощают разные количества энергии, то и излучение у них должно быть различным.**

Так, нагревая кристалл кварца и кусок стали до высокой температуры, наблюдаем яркое свечение стали, кристалл кварца совсем не светиться. Таким образом, обнаруживается большая способность к излучению тел, хорошо поглощающих.

Опыт показывает, что *единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является тепловое излучение*. Равновесное излучение устанавливается в адиабатически замкнутой системе. Допустим, что равновесие нарушено, и тело излучает больше, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия будет убывать, это уменьшит температуру тела, что противоречит адиабатичности системы. Следовательно, и излучение не будет равновесным.

Все виды люминесценции оказываются неравновесными. Например, электролюминесценция будет продолжаться до тех пор, пока есть рекомбинирующие частицы, т.е. происходит процесс ионизации. Обычные температуры практически не влияют на этот процесс, т.е. неважно, сколько энергии поглощает тело от окружающей среды.

Итак, *равновесным может быть только тепловое излучение*. Только к нему могут быть применены законы термодинамики.

## 2. Характеристики теплового излучения

Введем некоторые характеристики теплового излучения.

1. *Поток энергии (любых частот), испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла  $4\pi$ ) называется энергетической светимостью тела ( $R_\Sigma$ )*. Единицы измерения энергетической светимости  $[R] = \text{Вт}/\text{м}^2$ .

Излучение состоит из волн различной частоты ( $\nu$ ). Обозначим поток энергии испускаемой единицей поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  (или от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ ) через  $dR_\nu$  или  $dR_\omega$ . Тогда при данной температуре

$$dR_{\nu,T} = r_{\nu,T} d\nu \text{ или } dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega$$

где  $r_{\nu,T}$  и  $r_{\omega,T}$  — *спектральная плотность* энергетической светимости, или *лучеиспускательная способность тела*, которая зависит от частоты  $\nu$  или  $\omega$  и температуры тела. Тогда энергетическая светимость

$$R_{\nu,T} = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu \quad (1).$$

Электромагнитное излучение с частотой  $\nu$  часто характеризуют соответствующей длиной волны  $\lambda$  ( $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ) и используют испускательную

способность  $r_{\lambda,T}$ , тогда  $dR_{\lambda,T} = r_{\lambda,T} d\lambda$ . Найдем связь между  $r_{\omega,T}$  и  $r_{\lambda,T}$ : так как  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , то  $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$ , тогда  $R_{\lambda,T} = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = -\int_{\infty}^0 r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2} d\nu$  (2).

Сравнивая уравнения (1) и (2), получим  $r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{c}{\nu^2} = r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c}$ .

Таким образом,  $r_{\nu,T}$  есть функция  $\nu$  и  $T$ , соответственно и  $R_{\nu,T} = f(\nu, T)$ .

2. Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток лучистой энергии  $d\Phi_{\nu}$ , обусловленный электромагнитными волнами, частоты которых заключены в интервале  $d\nu$ . Часть этого потока  $d\Phi'_{\nu}$  будет поглощаться телом. Безразмерная величина

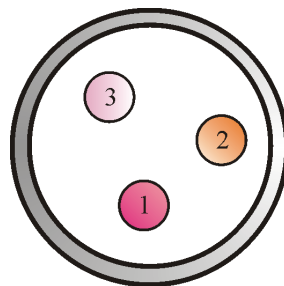
$$\alpha_{\nu,T} = \frac{d\Phi'_{\nu}}{d\Phi_{\nu}}$$

называется **поглощательной способностью тела**. Она также сильно зависит от температуры.

По определению  $\alpha_{\nu,T}$  не может быть больше единицы. Для тела, полностью поглощающего излучения всех частот,  $\alpha_{\nu,T} = 1$ . Такое тело называется **абсолютно черным** (это идеализация).

*Тело, для которого  $\alpha_T = \text{const}$  и меньше единицы для всех частот, называется **серым телом** (это тоже идеализация).*

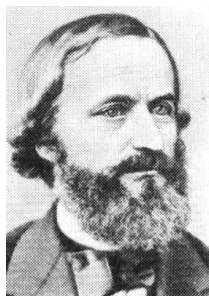
Между испускательной и поглощательной способностью тела существует определенная связь. Мысленно проведем следующий эксперимент.



Пусть внутри замкнутой оболочки находятся три тела. Тела находятся в вакууме, следовательно, обмен энергией может происходить только за счет излучения. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия (все тела и оболочка будут иметь одну и ту же температуру).

В таком состоянии тело, обладающее большей лучеиспускательной способностью, теряет в единицу времени и больше энергии, но  $T = \text{const}$ , следовательно, это тело должно обладать и большей поглощающей способностью.

$$\left( \frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_2 = \dots = \text{const.}$$



**Кирхгоф Густав Роберт** (1824–1887) – немецкий физик. Работы посвящены электричеству, механике, гидродинамике, математической физике, оптике, гидродинамике. Построил общую теорию движения тока в проводниках. Развил строгую теорию дифракции. Установил один из основных законов теплового излучения, согласно которому отношение испускательной способности тела к поглощательной не зависит от природы излучающего тела (закон Кирхгофа).

Густав Кирхгоф в 1856 году сформулировал закон (он же в 1862 году предложил модель абсолютно черного тела).

*Отношение лучеиспускательной к поглощательной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры.*

$$\frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = f(\nu, T) \quad \text{или} \quad \frac{r_{\omega,T}}{\alpha_{\omega,T}} = f(\omega, T)$$

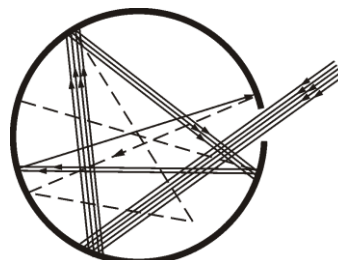
где  $f(\nu, T)$ ,  $f(\omega, T)$  – универсальная функция Кирхгофа.

Эта функция имеет универсальный, или абсолютный, характер.

Сами величины  $r_{\nu,T}$  и  $\alpha_{\nu,T}$ , взятые отдельно, могут изменяться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому, но их отношение *постоянно* для всех тел (при данной частоте и температуре).

Для абсолютно черного тела  $\alpha_{\nu,T} \equiv 1$ , следовательно, для него  $r_{\nu,T} = f(\nu, T)$ , т.е. универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как лучеиспускательная способность абсолютно черного тела.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглощающую способность  $\alpha_{\nu,T} \approx 1$ , но только в ограниченном интервале частот. Однако полость с малым отверстием очень близка по своим свойствам к абсолютно черному телу. Луч, попавший внутрь, после многократных отражений обязательно поглощается, причём луч любой частоты.



Лучеиспускающая способность такого устройства (полости) очень близка к  $f(\nu, T)$ . Таким образом, если стенки полости поддерживаются при температуре  $T$ , то из отверстия выходит излучение весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

Разлагая это излучение в спектр, можно найти экспериментальный вид функции  $f(\nu, T)$ , при разных температурах  $T_3 > T_2 > T_1$ .

Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

### Следствия из закона Кирхгофа

а) испускающая способность любого тела при данной температуре:

$$r_\omega = a_\omega f(\omega, T) = a_\omega \varepsilon_\omega \quad (\text{т.к. } \varepsilon_\omega = f(\omega, T))$$

или

$$r_\lambda = a_\lambda \varepsilon_\lambda \quad (\varepsilon_\lambda = f(\lambda, T))$$

б) испускающая способность любого тела меньше испускающей способности абсолютно черного тела при той же температуре:

$$r_\omega = a_\omega \varepsilon_\omega, \text{ но так как } a_\omega < 1, \text{ то } r_\omega < \varepsilon_\omega$$

в) если тело не поглощает каких-либо волн, то оно и не испускает их:

$$r_\omega = a_\omega \varepsilon_\omega, \text{ но при } a_\omega = 0, \text{ то } r_\omega = 0.$$

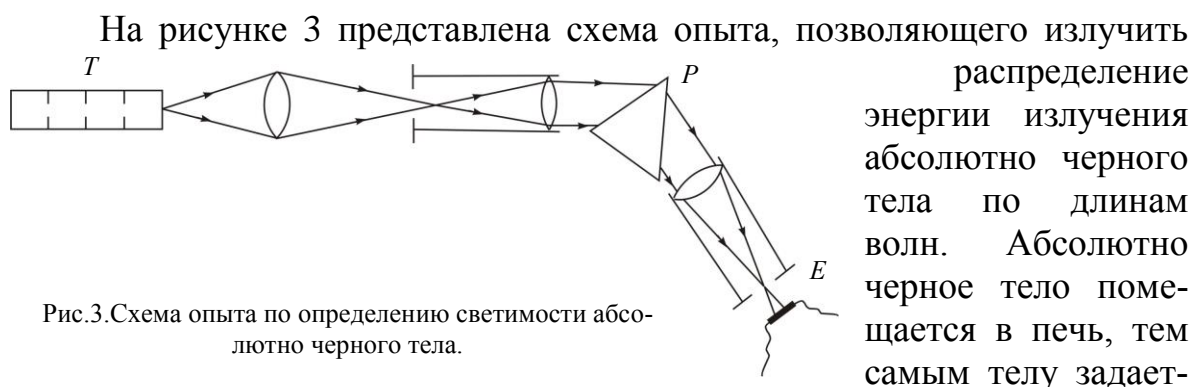


Рис.3.Схема опыта по определению светимости абсолютно черного тела.

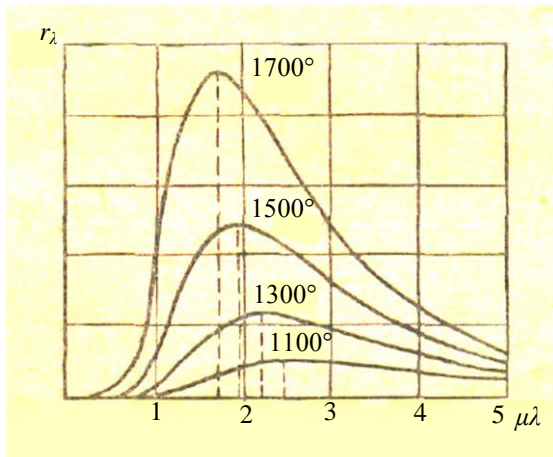


Рис.4. Кривые распределения светимости абсолютно черного тела по разным длинам волн.

1. Спектр излучения абсолютно черного тела имеет **сплошной (непрерывный)** характер, т.е. в спектре излучения присутствует непрерывный ряд волн.

2. Излучательная способность более резко уменьшается в сторону коротких волн, чем в сторону длинных.

3. Существует отчетливо выраженный максимум излучательной способности. С повышением температуры максимум смещается в сторону более коротких волн. Тщательное количественное исследование кривых позволило установить соотношение

### 3. Закон Стефана–Больцмана

Теоретическое объяснение излучения абсолютно черного тела имело огромное значение в истории физики – оно привело к понятию квантования энергии.

Австрийский физик И. Стефан в 1879 году, анализируя экспериментальные данные, пришел к выводу, что **энергетическая светимость любого тела пропорциональна  $T^4$** .

Позднее Л. Больцман, применив термодинамический метод к исследованию черного излучения, показал, что это справедливо только для **абсолютно черного тела**.



**Больцман Людвиг** (1844–1906) – австрийский физик-теоретик, один из основоположников классической статистической физики. Основные работы в области кинетической теории газов, термодинамики и теории излучения. Вывел основное кинетическое уравнение газов, являющееся основой физической кинетики. Впервые применил к излучению принципы термодинамики.

Площадь под кривой  $r_{\nu,T} = f(T)$  равна энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$R_{\nu} = \sigma T^4$$

– закон Стефана–Больцмана.

Здесь  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  – постоянная Стефана–Больцмана.

#### 4. Закон смещения Вина

В 1893 году немецкий ученый Вильгельм Вин рассмотрел задачу об *адиабатическом* сжатии излучения в цилиндрическом сосуде с зеркальными стенками и подвижным зеркальным поршнем. При движении поршня энергия излучения единицы объема (плотность энергии) будет возрастать по двум причинам:

- за счёт уменьшения объема (общая величина энергии постоянна);
- за счёт работы, совершаемой поршнем против давления излучения.

Однако, в силу эффекта Доплера (увеличение частоты излучения, отраженного от движущегося поршня) движение поршня приводит к изменению частоты излучения. Окончательно Вин получил:

$$r_{\nu,T} = C_1 \nu^3 \exp\left(-\frac{C_2 \nu}{T}\right),$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные, которые Вин не расшифровал.

Эта формула дает хорошее согласие с опытом в коротковолновой части спектра и не годится для длинноволновой.

Выражение имеет сейчас лишь историческую ценность. Но Вин нашел зависимость  $\nu_{\max} = f(T)$  ( $\nu_{\max}$  – частота соответствующая максимальному значению  $r_{\nu,T}$  абсолютно черного тела). Найдем максимум

функции  $r_{\nu,T} = C_1 \nu^3 \exp\left(-\frac{C_2 \nu}{T}\right)$ , то есть найдем производную по  $\nu$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{\nu,T}}{\partial \nu} &= C_1 3\nu_{\max}^2 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}} + C_1 \nu_{\max}^3 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}} \left(-\frac{C_2}{T}\right) = 3C_1 \nu_{\max}^2 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}} - \\ &- \frac{C_1 C_2}{T} \nu_{\max}^3 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}} = 0, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} 3C_1 \nu_{\max}^2 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}} &= \left(\frac{C_1 C_2}{T}\right) \nu_{\max}^3 e^{-\frac{C_2 \nu_{\max}}{T}}, \\ \frac{\nu_{\max}}{T} &= \frac{3}{C_2} = b. \end{aligned}$$

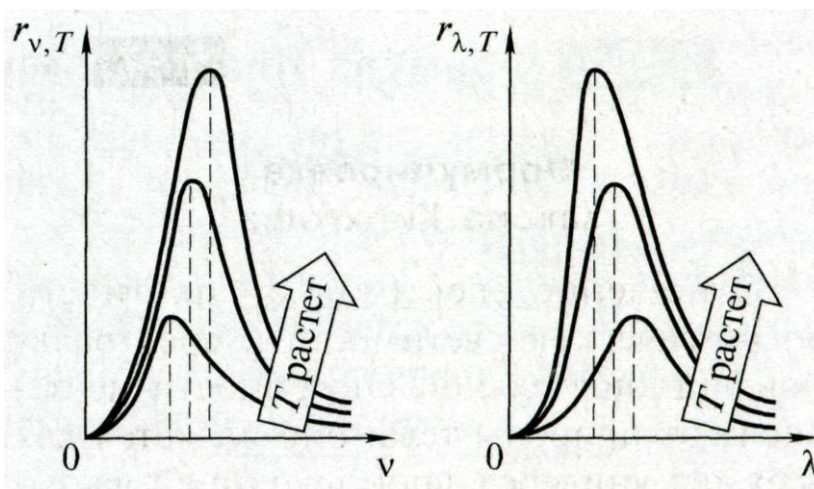
$$\frac{\nu_{\max}}{T} = b, \quad \text{где } b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$



Это и есть **закон смещения Вина**. Закон смещения хорошо иллюстрируется экспериментальными кривыми, изображенными на рисунке.

**Закон смещения Вина:** длина волны  $\lambda_{\max}$  при которой излучательная способность  $r_{\lambda,T}$  черного тела максимальна, обратно пропорциональна его термодинамической температуре.

С ростом температуры максимум лучеиспускательной способности абсолютно черного тела смещается в область коротких длин волн.



## 5. Формула Рэлея–Джинса

В 1900 году Рэлей подошёл к изучению спектральных закономерностей излучения черного тела с позиции статистической физики.



**Рэлей (Стретт) Джон Уильям** (1842–1919) – английский физик. Работы посвящены теории колебаний, одним из основоположников которой он является, акустике, теории теплового излучения, молекулярной физике, гидродинамике, электромагнетизму, оптике. Исследовал колебания упругих тел, первый обратил внимание на автоколебания. Заложил основы теории молекулярного рассеяния света, объяснил голубой цвет неба. Сконструировал рефрактометр (рефрактометр Рэлея).

Он рассмотрел *равновесное излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность стоячих электромагнитных волн (осцилляторов)*.

К стоячим волнам, образующимся в промежутке между двумя стенками, Рэлей применил один из основных законов статистической физики – закон о равномерном распределении энергии между степенями свободы системы, находящейся в равновесии. Каждой стоячей волне со своей собственной частотой соответствует своя колебательная степень свободы (на одну колебательную степень свободы приходится



$E = kT$ , то есть сумма потенциальной  $1/2kT$  и кинетической тоже  $1/2kT$  (в среднем)). То есть *каждый осциллятор в среднем имеет энергию равную  $kT$* :  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ .



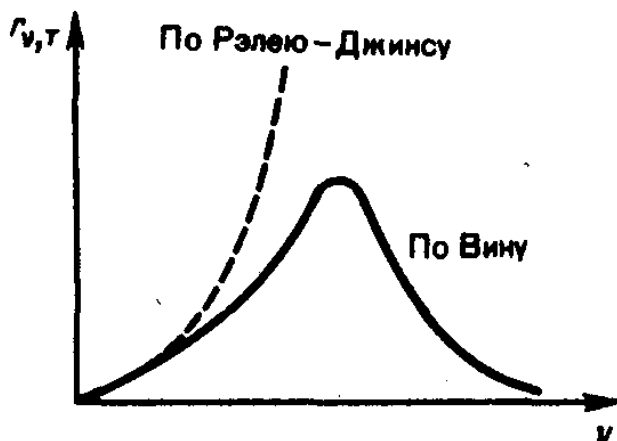
**Джинс Джеймс Хопвуд** (1877–1946) – английский физик и астрофизик. Основные физические исследования посвящены кинетической теории газов и теории теплового излучения. Вывел в 1905 году формулу плотности энергии (закон Рэлея–Джинса). Работы Джинса посвящены также квантовой теории, математической теории электричества и магнетизма, теоретической механике, теории относительности.

В 1905 году Джинс уточнил расчеты Рэлея и окончательно получил:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Это и есть **формула Рэлея–Джинса**.

Из формулы видно, что  $r_{\nu, T}$  монотонно возрастает с ростом  $\nu^2$  и экспериментальная кривая имеет максимум.



Формула Джинса справедлива только в области *малых частот* и *не согласуется с законом Вина*. Попытка получить из формулы Рэлея–Джинса закон Стефана–Больцмана ( $R \sim T^4$ ) приводит к абсурду:

$$R_{\text{э}} = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Этот результат получил название **«ультрафиолетовой катастрофы»**, так как с точки зрения классической физики вывод Рэлея–Джинса был сделан безупречно.

Итак, было получено две формулы, описывающие излучение абсолютно черного тела: одна для коротковолновой части спектра (формула Вина), другая – для длинноволновой (формула Рэлея–Джинса). Задача состояла в том, чтобы получить выражение, описывающее тепловое излучение во всем диапазоне частот.

## 6. Формула Планка



**Планк Макс** (1858–1947) – немецкий физик-теоретик, основоположник квантовой теории. Работы относятся к термодинамике, теории теплового излучения, теории относительности, квантовой теории, истории и методологии физики, философии науки. Вывел закон распределения энергии в спектре абсолютно черного тела. Ввел фундаментальную постоянную с размерностью действия. Формула Планка для теплового излучения сразу же получила экспериментальное подтверждение.

В своих расчетах Планк выбрал наиболее простую модель излучающей системы (стенок полости) в виде гармонических осцилляторов (электрических диполей) со всевозможными собственными частотами. Здесь Планк следовал Рэлею. Но Планку пришла мысль связать с энергией осциллятора не его температуру, а его *энтропию*. Оказалось, что полученное выражение хорошо описывает экспериментальные данные (октябрь 1900 г.). Однако обосновать свою формулу Планк смог только в декабре 1900 года, после того, как *более глубоко понял вероятностный смысл энтропии*, на которую указал *Больцман* ( $S = k \cdot \ln \Omega$ ).

**Термодинамическая вероятность** – число возможных микроскопических комбинаций, совместимое с данным состоянием в целом.

В данном случае это число возможных способов распределения энергии между осцилляторами. Однако, такой процесс подсчета возможен, если энергия будет принимать не любые *непрерывные значения*, а лишь *дискретные значения*, кратные некоторой *единичной энергии*. Эта энергия колебательного движения должна быть пропорциональна частоте.

*Итак, энергия осциллятора должна быть целым кратным некоторой единицы энергии, пропорциональной его частоте.*

$$E_n = nh\nu,$$

где  $n = 1, 2, 3 \dots$

Минимальная порция энергии

$$E = h\nu = \hbar\omega,$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  и  $\hbar = h/2\pi$ ;

$$\left. \begin{aligned} h &= 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ \hbar &= 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \end{aligned} \right\} \text{квант действия - постоянная Планка.}$$

То, что  $E = h\nu$ , нельзя ниоткуда вывести, это гениальная догадка М. Планка.

Принципиальное отличие вывода Планка от выводов Рэля и других в том, что «не может быть и речи о равномерном распределении энергии между осцилляторами».

Окончательный вид формулы Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \text{ или}$$

$$r_{\lambda,T} = \frac{4\pi^2\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1}.$$

Из формулы Планка можно получить и формулу Рэля–Джинса, и формулу Вина, и закон Стефана–Больцмана.

- В области малых частот, т.е. при  $h\nu \ll kT$ ,

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots, \text{ поэтому } e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT},$$

отсюда получается *формула Рэля–Джинса*:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

- В области больших частот, при  $h\nu \gg kT$  единиц в знаменателе можно пренебречь, и получается *формула Вина*:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

- Также можно получить *закон Стефана–Больцмана*:

$$r_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \text{ или } r_{\lambda,T} = \frac{4\pi^2\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1}.$$

$$R_{\text{Э}} = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu.$$

Введем безразмерную переменную  $x = \frac{h\nu}{kT}$ , тогда

$$\nu = \left(\frac{kT}{h}\right)x, \quad d\nu = \left(\frac{kT}{h}\right)dx.$$

Выполним замену переменной и проинтегрировав, получим:

$$R_{\text{э}} = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \text{ или}$$

$$R_{\text{э}} = \sigma T^4.$$

Итак, получили закон *Стефана–Больцмана*.

Таким образом, формула Планка полностью объясняла законы излучения абсолютно черного тела. Следовательно, гипотеза о квантах энергии была подтверждена экспериментально. Хотя сам Планк не слишком благосклонно относился к гипотезе о квантовании энергии. Тогда было совершенно не ясно, почему *волны* должны излучаться порциями.

Для универсальной функции Кирхгофа Планк вывел формулу:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

где  $c$  – скорость света.

Формула блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур. Теоретически вывод этой формулы М. Планк представил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные  $h$ ,  $k$  и  $c$ , можно вычислить постоянную Стефана–Больцмана  $\sigma$  и Вина  $b$ . С другой стороны, зная экспериментальные значения  $\sigma$  и  $b$ , можно вычислить  $h$  и  $k$  (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.