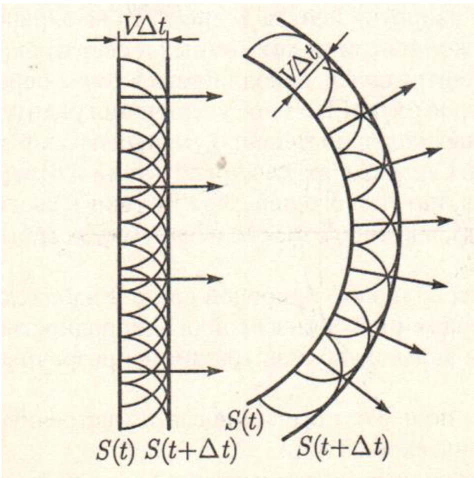
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА
Дифракционная решетка

Совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной неоднородностью(например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел и т.д.) называется дифракцией света. Дифракция имеет место в том случае, когда линейные размеры препятствий сравнимы с длиной волны λ или несколько больше ее. В результате дифракции волны заходят в область геометрической тени - нарушается закон прямолинейного распространения света. Следовательно, этот закон, а также вся геометрическая оптика абсолютно точны лишь в пределе – при длине волны $\lambda \to 0$.

Гюйгенс сформулировал правило, называемое принципом Гюйгенса, которое позволяет найти положение фронта волны в момент времени $t+\Delta t$, зная его положение в предыдущий момент времени t и скорость волны υ. Согласно этому принципу все точки поверхности $S(t)$, через которые проходит фронт волны в момент времени t следует рассматривать как источник вторичных волн, а искомое положение $S(t+\Delta t)$ в момент времени $t+\Delta t$ совпадает с поверхностью, огибающей все вторичные волны. При этом считается, что в однородной среде вторичные волны излучаются только вперед, т.е. в направлениях составляющих острые углы с внешней нормалью к фронту волны. В однородной изотропной среде вторичные волны – сферические.



Принцип Гюйгенса является чисто геометрическим способом построения волновых поверхностей. Он никак не связан с физической природой волн и может применяться как для упругих волн, так и для электромагнитных. Кроме того принцип Гюйгенса не указывает способа расчета амплитуды волны, огибающей препятствие. Приближенный метод решения этой задачи, являющейся развитием принципа Гюйгенса, на основе предложенной Френелем идей когерентности вторичных волн и их интерференции при наложении, называется принципом Гюйгенса - Френеля.

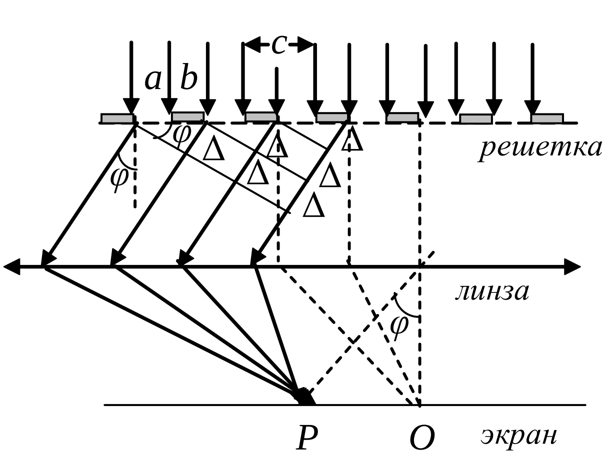
Для того чтобы определить результат дифракции в некоторой точке пространства, следует рассмотреть, согласно принципу Гюйгенса – Френеля, интерференцию вторичных волн, попавших в эту точку от всех участков волновой поверхности. Для волновой поверхности произвольной формы такой расчет достаточно сложен, но в отдельных случаях (сферическая или плоская волновая поверхность, симметричное расположение точки наблюдения относительно волновой поверхности и непрозрачной преграды) вычисления достаточно просты. Волновую поверхность при этом разбивают на отдельные участки (зоны Френеля), расположенные определенным образом, что упрощает математические операции определения амплитуды результирующего колебания.

Особое место занимает дифракция в параллельных лучах на препятствии в виде регулярно расположенных неоднородностей среды, которые образуют некую правильную структуру. Отличие расчета дифракционной картины в этом случае от дифракции на одной щели заключается в том, что нужно дополнительно результат наложения дифрагированных волн, распространяющихся от отдельных щелей. Этот дополнительный интерференционный эффект будет наблюдаться только в том случае, если расстояния между щелями или отверстиями преграды одинаковые или изменяются по определенному закону. Только в этом случае при когерентном освещении всей структуры разность фаз для дифрагированных волн будет постоянной. Наиболее распространенной структурой является дифракционная решетка, которая представляет собой систему параллельных щелей равной ширины, разделенных равными непрозрачными промежутками.

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

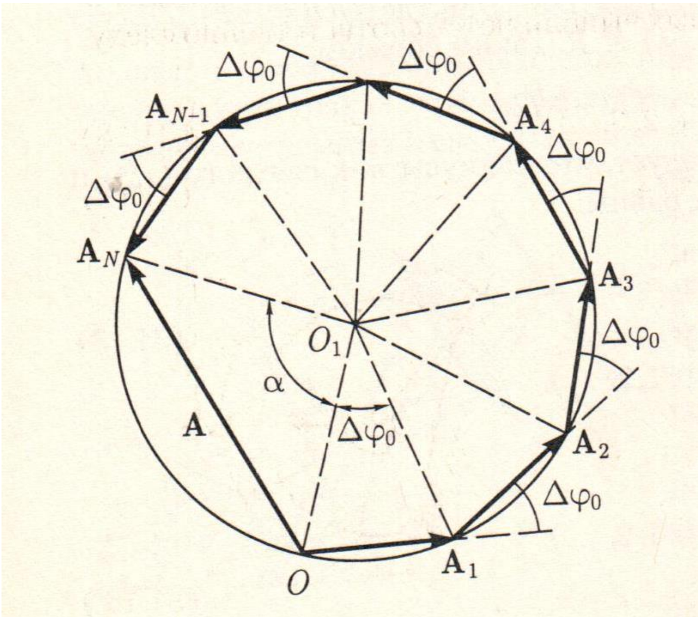
Простейшая одномерная дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа N одинаковых по ширине щелей, лежащих в одной плоскости и разделенных непрозрачными промежутками, равными по ширине. В таком случае на экране в результате дифракции на ***дифракционной решетке*** *осуществляется* ***многолучевая интерференция*** *когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.*

Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической волны, падающей нормально на поверхность решетки. Колебания во всех точках щелей происходят в одной фазе, так как эти точки находятся на одной и той же волновой поверхности. Результирующая амплитуда A колебаний в произвольной точке P экрана, в которой собираются лучи от всех щелей решетки, падающие на линзу под углом φ к ее оптической оси может быть найдена по методу сложения колебаний. Воспользуемся для этой цели векторной диаграммой сложе-



ния амплитуд. На рисунке: a – ширина щели, b – ширина непрозрачного промежутка, $c=a+b$ – называется периодом решетки, или постоянной дифракционной решетки.

В одном и том же направлении все щели решетки излучают свет совершенно одинаково, поэтому амплитуды колебаний, приходящие в произвольную точку экрана от каждой щели одинаковы и равны $A_i=A_1$. Сдвиг фаз $\Delta\varphi_0$ между A_i и A_{i+1} колебаниями определяется оптической разностью хода Δ от сходственных точек двух соседних щелей (лучи 1 и 2) до точки P наблюдения. Разность хода лучей из рисунка равна $\Delta = c\cdot\sin\varphi$. Тогда разность фаз (между лучами 1 и 2) $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi\cdot c}{\lambda}\sin\varphi$. Разность хода между лучами 1 и 3 равна 2Δ, а разность фаз между лучами 1 и 3 равна $2\Delta\varphi_0$ (что наглядно представлено на рисунке). теперь можно построить векторную диаграмму для точки P и найти результирующую амплитуду колебаний.



На рисунке показана векторная диаграмма сложения колебаний при интерференции N волн, возбуждающих в точке P одинаково направленные когерентные колебания с равными амплитудами $\mathrm{A_i} = A_1$ и не зависящим от i сдвигом фаз между (i+1)-м и i-м колебаниями: $\Delta\varphi_0$. Амплитуда результирующих колебаний $A = 2|OO_1|\sin\frac{\alpha}{2}$, где $\alpha = 2\pi - N\Delta\varphi_0$, а $|OO_1| + \frac{A_1}{2\left|\sin\frac{\Delta\varphi_0}{2}\right|}$. Поэтому $A = A_1\left|\frac{\sin\frac{N\Delta\varphi_0}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi_0}{2}}\right|$, а интенсивность результирующей волны в точке Р будет равна: $\mathrm{I} = I_1 \dfrac{\sin^2(\frac{N\Delta\varphi_0}{2})}{\sin^2(\frac{\Delta\varphi_0}{2})}$, где $I_1 = A_1^2$ - интенсивность колебаний, возбуждаемых в точке Р каждой из N интерферирующих волн.

Проанализируем полученное уравнение $A = A_1 \left| \dfrac{\sin \frac{N\Delta\varphi_0}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2}} \right|$.

а) Амплитуда результирующего колебания максимальна, если $\sin \frac{\Delta\varphi_0}{2} \to 0$, это будут такие точки на экране, для которых $\Delta\varphi_0$ либо равны 0, либо кратны 2π: $\boxed{\Delta\varphi_0 = \pm 2\pi\,\mathrm{m}}$- условие главных максимумов, m=0, 1, 2, 3, ….- порядок максимума. Так как $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda}\sin\varphi$, то условие максимума можно записать $\boxed{c\sin\varphi = \pm \mathrm{m}\lambda = \pm 2\mathrm{m}\frac{\lambda}{2}}$.

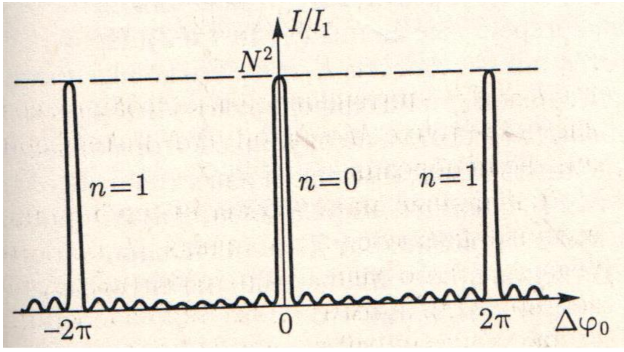
б) Главные минимумы соответствуют таким углам φ, для которых амплитуда A_1=0, т.е. свет от разных частей каждой щели полностью погашается в результате интерференции. Условие главных минимумов $a\sin\varphi = \pm \mathrm{m}\lambda$, где m=1, 2, 3, …

б) Амплитуда результирующего колебания минимальна, если числитель стремится к нулю, т.е. $\sin \frac{\mathrm{N}\Delta\varphi_0}{2} \to 0$, это будут точки на экране, для которых $N\Delta\varphi_0$ либо равны 0, либо кратны 2π: $\boxed{\Delta\varphi_0 = \pm \frac{2\pi\,\mathrm{p}}{\mathrm{N}}}$, где р – принимает любые целые положительные значения, кроме N, $2N$,$3N$,….. Так как $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda}\sin\varphi$, то условие побочных минимумов можно записать $\boxed{c\sin\varphi = \pm \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{N}}\lambda}$.

Между каждой парой соседних интерференционных минимумов находится один интерференционный максимум (либо главный, либо побочный). При большом числе щелей N дифракционной решетки интенсивности побочных максимумов пренебрежимо малы по сравнению с интенсивностями главных максимумов

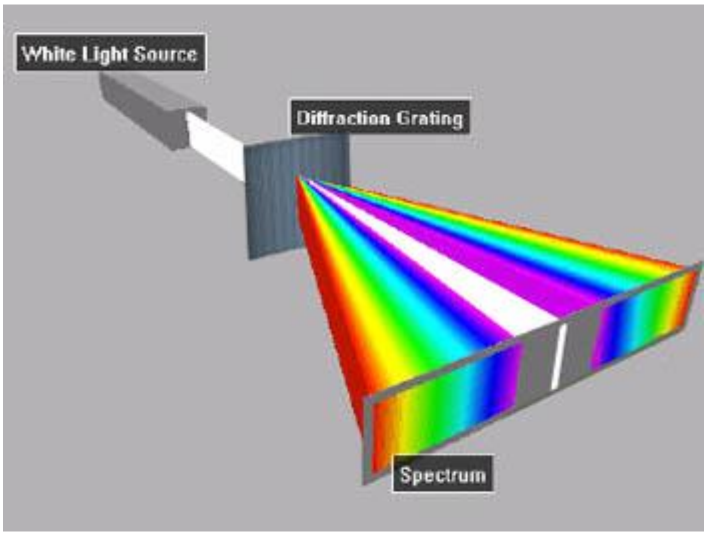
Из выражения $c\sin\varphi = \pm \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{N}}\lambda$ легко найти ширину главного максимума n-го порядка, т.е. разность $\Delta\varphi_n$ углов φ_n , соответствующих двум ближайшим к нему дополнительным минимумам: $\Delta\varphi_n = \varphi_n'' - \varphi_n'$, так как

$\sin\varphi''_n = \dfrac{(n+1)\lambda}{N\cdot c}$, а $\sin\varphi'_n = \dfrac{(n-1)\lambda}{N\cdot c}$, то $\sin\varphi''_n - \sin\varphi'_n = \dfrac{2\lambda}{N\cdot c}$. После небольших тригонометрических преобразований, получим $\sin\varphi''_n - \sin\varphi'_n = 2\cos\dfrac{\varphi''_n + \varphi'_n}{2}\cdot\sin\dfrac{\varphi''_n - \varphi'_n}{2}$. Если учесть , что при большом N разность $\varphi''_n - \varphi'_n$ очень мала, тогда $\varphi''_n + \varphi'_n = 2\varphi_n$ и $\sin\dfrac{\varphi''_n - \varphi'_n}{2} = \dfrac{\Delta\varphi_n}{2}$, поэтому

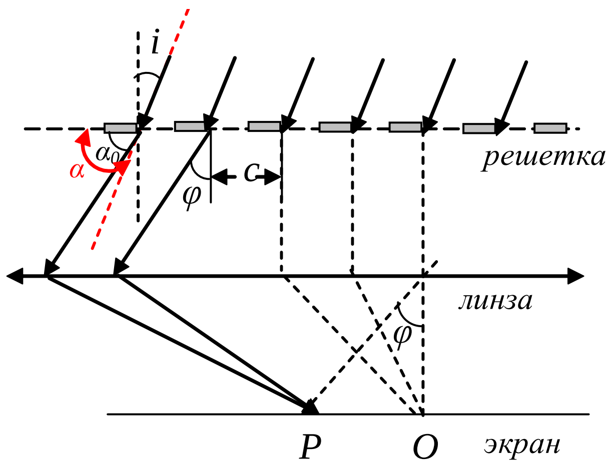


$\Delta\varphi_m = \dfrac{2\lambda}{\mathrm{N}\cdot \mathrm{c}\cdot\cos\varphi_n}$. Для главных максимумов не слишком высоких порядков углы φ_n невелики и $\cos\varphi_n \approx 1$, тогда угловая ширина этих максимумов обратно пропорциональна длине решетки $\mathrm{L} = c\mathrm{N}$. Таким образом, в монохроматическом света дифракционная картина на экране имеет при больших L вид узких и ярких главных максимумов, разделенных широкими темными промежутками.

При освещении решетки белым светом на экране наблюдается неокрашенный центральный максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него – дифракционные спектры 1-го, 2-го, и т.д. порядков, в которых наблюдается непрерывный переход окраски сине-фиолетового цвета у внутреннего края спектра к красной у внешнего края.



При наклонном падении света на дифракционную решетку разность хода двух сходственных лучей будет равна $\Delta = \mathrm{c}(\sin\varphi - \sin \mathrm{i})$. где i – угол падения света на поверхность решетки. Обычно удобнее характеризовать направление падающего на решетку и дифрагированного на ней света по-



средством углов α и α_0, которые составляют эти лучи с плоскостью решетки. Тогда разность хода $\Delta = c(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) = \pm n\lambda$, где n=1, 2, 3, … - порядок главного максимума.