

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

1.1 Явление дифракции

В геометрической оптике широко пользуются понятием луча, т.е. узкого пучка света, распространяющегося прямолинейно. Прямолинейность распространения света в однородной среде настолько привычна, что кажется очевидной. Убедительным подтверждением этого закона может служить образование тени позади непрозрачного препятствия, находящегося на пути света, излучаемого точечным источником. Границы тени определяются лучами света, которые проходят мимо препятствия, касаясь его поверхности.

В то же время прямолинейность распространения света не столь очевидна с позиций волновой теории. Согласно принципу Гюйгенса каждую точку поля волны можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся вперед по всем направлениям, в том числе и в область геометрической тени препятствия. Иначе говоря, волны должны огибать препятствие. Таким образом, неясно, как вообще может возникать сколько-нибудь четкая тень, если свет имеет волновую природу. Опыты показали, что закон прямолинейного распространения света не является универсальным. Он особенно заметно нарушается при прохождении света сквозь достаточно узкие щели и отверстия, а также при освещении небольших непрозрачных препятствий. В этих случаях на экране, установленном за отверстием или препятствием, вместо четко разграниченных областей света и тени наблюдается система интерференционных максимумов и минимумов освещенности. Например, если на небольшой непрозрачный диск падает свет от точечного источника, расположенного напротив центра диска, то на экране, установленном за диском, наблюдается система концентрических темных и светлых колец. Кроме того, в центре колец на экране, находящемся на прямой, проходящей через источник света и центр диска, наблюдается светлое пятно. По мере увеличения радиуса диска интенсивности этого пятна и других светлых колец уменьшаются и за диском образуется область геометрической тени. Однако даже для препятствий и отверстий больших размеров, строго говоря, нет резкого перехода от тени к свету. Всегда существует некоторая переходная область, в которой можно обнаружить слабые интерференционные максимумы и минимумы.

Совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (например, при прохождении света через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел и т. д.), называется дифракцией света. Под дифракцией понимают

явление огибания светом встречных препятствий, т.е. отклонение от законов геометрической оптики.

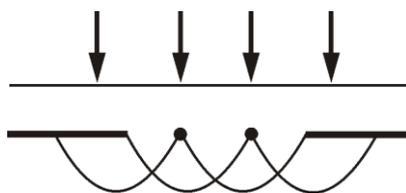
Примеры различных физических явлений, обусловленных дифракцией: дифракцией звуковых волн объясняется возможность слышать голос человека, находящегося за углом дома. Дифракцией радиоволн вокруг поверхности Земли объясняется возможность приема радиосигналов в диапазоне длинных и средних радиоволн далеко за пределами прямой видимости излучающей антенны.

Явление дифракции волн не зависит от их природы. Дифракция волн существенно зависит от соотношения между длиной волны и размером объекта, вызывающего дифракцию. Наиболее отчетливо она наблюдается, когда размер огибаемого препятствия соизмерим с длиной волны. Для световых волн, длина волны которых $\lambda = 400 - 750 \text{ нм}$ необходимо создание специальных условий. Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются для световых волн в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн. Перераспределение интенсивности, возникшее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть дифракцией волн.

1.2. Принцип Гюйгенса-Френеля

Явление дифракции объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому *каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.*

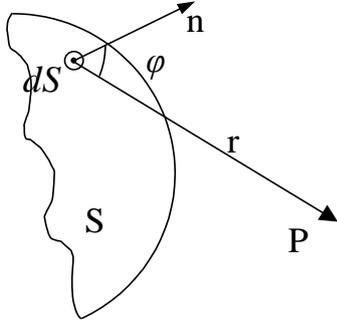
Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в непрозрачном экране.



Каждая точка участка волнового фронта, выделенного отверстием, служит источником вторичных волн (в однородной изотопной среде они сферические). Построив огибающую вторичных волн, для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т.е. волна огибает края отверстия.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде и ин-

тенсивности волн распространяющихся по разным направлениям. Принцип Гюйгенса не позволяет выполнить количественный расчет дифракционной картины, т.е. рассчитать амплитуду (а значит и интенсивность) волн, распространяющихся в разных направлениях. для решения этой задачи Френель дополнил принцип Гюйгенса интерференционной идеей,



согласно которой амплитуда волны за препятствием определяется как результат интерференции вторичных волн. Согласно этому принципу каждый элемент dS волнового фронта S является источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна элементу dS . Поскольку амплитуда A сферической волны уменьшается с расстоянием ($A \sim \frac{1}{r}$), в точку наблюдения P от элемента dS доходят колебания светового вектора $d\vec{E}$,

модуль которого определяется по формуле: $dE = K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha) dS$,

где $(\omega t + \alpha)$ - фаза колебания в месте расположения элемента поверхности dS , r - расстояние от этого элемента до точки наблюдения. Значение A_0 зависит от амплитуды световой волны в точке расположения элемента dS . Коэффициент $K(\varphi)$ уменьшается с увеличением угла φ между нормалью n к площадке dS и направлением от dS к точке P , причем при $\varphi = \pi/2$ коэффициент $K(\varphi) = 0$. Согласно принципу Гюйгенса - Френеля результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний, распространяющихся от всех элементарных участков поверхности, т.е.

$E = \int K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha) dS$ - аналитическая форма записи принципа

Гюйгенса - Френеля. В общем случае расчет результирующего колебания в точке P является достаточно сложной задачей, поскольку необходимо выполнить интегрирование аналитической зависимости по поверхности. Во многих случаях удается задачу решить приближенно не прибегая к интегрированию с помощью *метода зон Френеля*.

1.3. Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса-Френеля позволят проанализировать дифракционные явления. ***Дифракцией волн называется отклонение (огибание) волн от прямолинейного распространения.***

Согласно принципу Гюйгенса - Френеля:

- Все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, *когерентны* между собой.

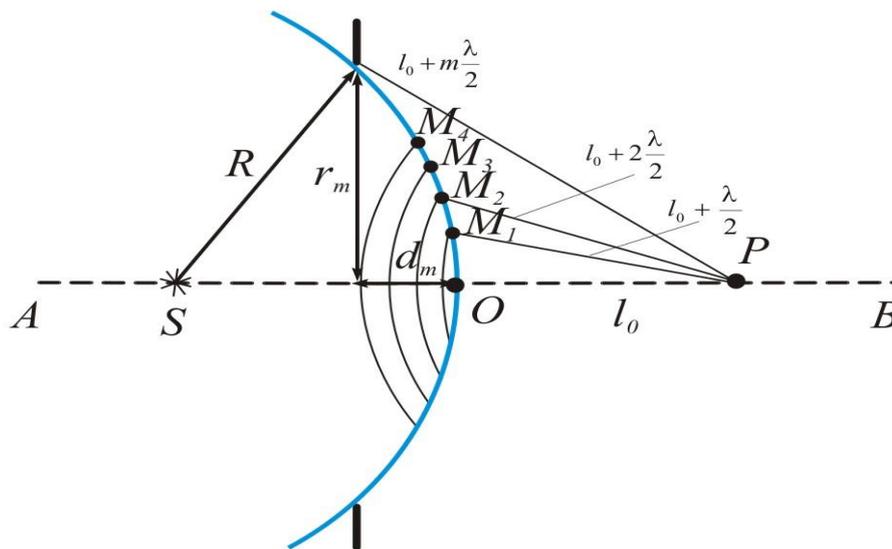
- Равные по площади участки волновой поверхности излучают равные интенсивности (мощности).

- Каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке. Амплитуда вторичных волн в направлении, составляющем угол φ с нормалью, тем меньше, чем больше угол φ , и равна нулю при $\varphi \geq \pi/2$.

- Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции: *излучение одних участков волновой поверхности не влияет на излучение других* (если часть волновой поверхности прикрыть непрозрачным экраном, вторичные волны будут излучаться открытыми участками так, как если бы экрана не было).

Используя эти положения, Френель предложил метод деления фронта волны на кольцевые зоны.

Волна падает на непрозрачный экран с отверстием. Для определения интенсивности света в точке P разобьем волновую поверхность на зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до P отличались на $\lambda/2$, т. е. волны от соседних зон приходят в противоположных фазах и ослабляют друг друга.



На рисунке: r_1, r_2, \dots, r_m – радиусы зон, R – радиус кривизны фронта сферической волны, O – точка пересечения фронта с прямой AB , d_1, d_2, \dots, d_m – расстояния от O до проекции границы зоны на AB . **Центральная зона называется нулевой.**

Из рисунка видно, что

$$r_m^2 = R^2 - (R - d_m)^2 = \left(l_0 + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (l_0 + d_m)^2$$

Раскрывая скобки и пренебрегая малыми значениями λ^2 и d_m^2 , получим

$$d_m = \frac{l_0 m}{R + l_0} \frac{\lambda}{2}$$

$$r_m^2 = \frac{R l_0 m \lambda}{R + l_0}$$

Следовательно, площадь нулевой зоны ($m = 1$)

$$S_0 = \pi r_1^2 = \pi \frac{R l_0 \lambda}{R + l_0}$$

Площадь первой кольцевой зоны ($m = 2$)

$$S_1 = S_{(0+1)} - S_0 = 2\pi \frac{R l_0 \lambda}{R + l_0} - \pi \frac{R l_0 \lambda}{R + l_0} = \pi \frac{R l_0 \lambda}{R + l_0}$$

Площади всех зон равны. Равенство площадей не означает равенства амплитуд, с увеличением номера зоны амплитуды колебаний монотонно убывают:

$$A_0 > A_1 > A_2 > \dots > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Так как колебания соседних зон приходят в противофазе, амплитуда результирующего колебания

$$A_{рез} = A_0 - A_1 + A_2 - A_3 + \dots \pm A_m$$

Можно считать, что разности соседних амплитуд не изменяются

$$A_0 - A_1 = A_1 - A_2, \text{ т. е. } A_1 = \frac{A_0 + A_2}{2} \text{ и}$$

$$A_{рез} = \frac{A_0}{2} + \left(\frac{A_0}{2} - A_1 + \frac{A_2}{2} \right) + \left(\frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2} \right) + \left(\frac{A_4}{2} - A_5 + \dots \right)$$

Все выражения в скобках равны нулю, поэтому получаем

$$A_{рез} = \frac{A_0}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

(в формуле: знак (+) - если m – нечетное число; знак (-) – если m – четное число).

Таким образом, чтобы определить результирующую амплитуду колебаний в произвольной точке пространства по методу зон Френеля, необходимо определить порядковый номер последней открытой зоны Френеля.

1. С помощью метода зон Френеля можно обосновать с волновой точки зрения закон прямолинейного распространения света в однородной среде.

Если фронт волны неограничен, то

$$A_{рез} = \frac{A_0}{2}, \text{ при } m \rightarrow \infty$$

Интенсивность излучения пропорциональна квадрату амплитуды:
 $J \sim A^2$.

Таким образом, *результатирующая амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной, а интенсивность $J = J_0 / 4$.*

Так как радиус центральной зоны мал ($r_0 \approx 0,16 \text{ мм}$), следовательно, можно считать, что свет от точки P до точки P *распространяется прямолинейно*.

2. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, то амплитуда в точке P будет равна A_0 . Соответственно, интенсивность в точке P будет в 4 раза больше, чем при отсутствии экрана (т.к. $J = 4J_1$).

Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

3. *Интенсивность света увеличивается, если закрыть все четные (или нечетные) зоны.*

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Для этого используются зонные пластинки – система чередующихся прозрачных и непрозрачных колец.

Опыт подтверждает, что с помощью зонных пластинок, можно увеличить освещенность в точке P , подобно собирающей линзе.

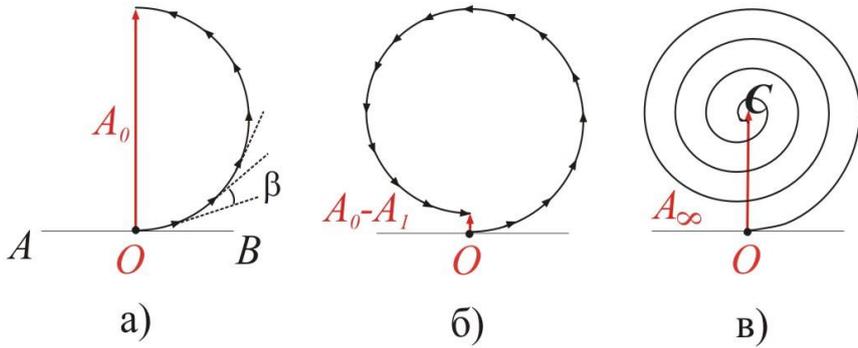
Различают два случая дифракции света: дифракцию Френеля, или дифракцию в сходящихся лучах, и дифракцию Фраунгофера, или дифракцию в параллельных лучах. В первом случае на препятствие падает сферическая волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него. Во втором случае на препятствие падает плоская волна, а дифракция наблюдается на экране, который расположен в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

Вид дифракционной картины можно рассчитать двумя методами: методом векторных диаграмм и метод зон Френеля.

1.4. Графическое вычисление амплитуды результирующего колебания (метод векторных диаграмм)

При решении задач удобно пользоваться графическим методом сложения колебаний. Воспользуемся понятием **вектора амплитуды**: это вектор A , длина которого равна амплитуде, а угол β – угол, который этот вектор составляет с осью AB , соответствующей начальной фазе колебания.

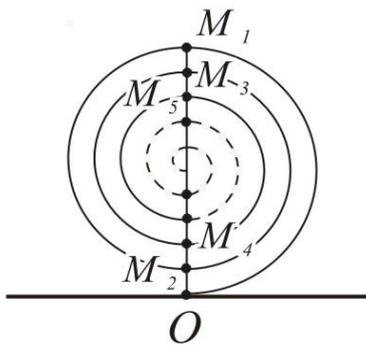
а) Разделим центральную зону на n кольцевых подзон. Между началом и концом фазы колебания изменить π , поэтому при переходе от одной зоны к другой



фаза изменяется на $\beta = \frac{\pi}{n}$. Результирующая амплитуда в точке P при открытой центральной зоне равна A_0 .

б) Результирующая амплитуда при двух открытых зонах равна $A_0 - A_1$.

в) Полностью открытому волновому фронту соответствует бесконечное число зон и подзон, ломаная кривая превращается в плавную спираль с центром в точке C . Амплитуда A_∞ равна $A_0/2$, в полном соответствии с ранее показанному.



зональная пластинка

Подтверждением правильности метода зон Френеля служит опыт с зонной пластинкой. Пластинка за-

крывает или четные, или нечетные зоны фронта волны.

Амплитуда прошедшей через пластинку световой волны в точке P составит сумму векторов. Если, например, закрыты четные зоны, то

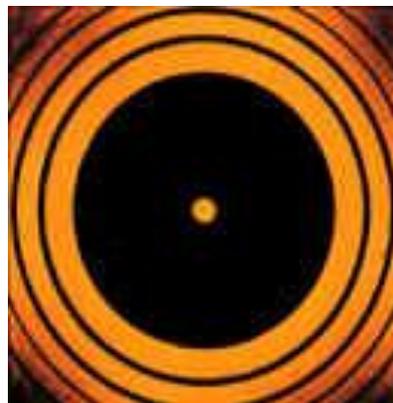
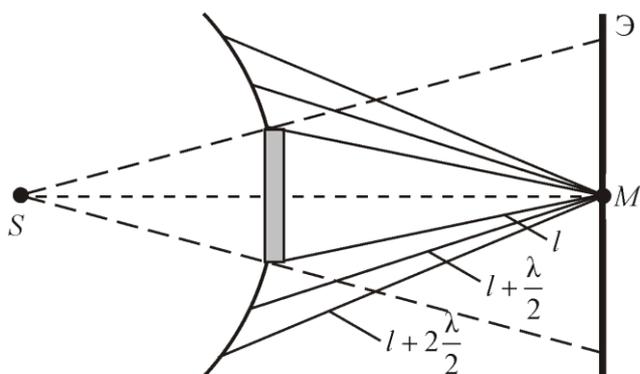
$$\bar{A}_{рез} = \bar{OM}_1 + \bar{M}_2\bar{M}_3 + \bar{M}_4\bar{M}_5 + \dots ,$$

т. к. все векторы имеют одинаковое направление. Усиление интенсивности света означает, что в точке P свет фокусируется, таким образом, зонная пластинка действует подобно собирающей линзе.

1.5. Дифракция Френеля от простейших преград

а) Дифракция на круглом диске

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника S , встречает на своем пути диск.



Точка M лежит на перпендикуляре к центру диска. Первая зона Френеля строится от края диска и т. д. Используем метод зон Френеля.

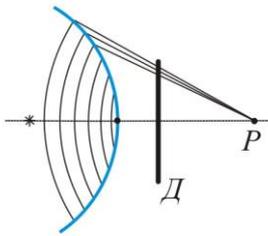
Амплитуда световых колебаний в точке M равна половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной. Если размер диска невелик (охватывает небольшое число зон), то действие первой зоны немногим отличается от действия центральной зоны волнового фронта. Таким образом, освещенность в точке M будет такой же, как и в отсутствие экрана. Вследствие симметрии центральная светлая точка будет окружена кольцами света и тени (вне границ геометрической тени).

Парадоксальное на первый взгляд заключение, в силу которого в самом центре геометрической тени может находиться светлая точка, было выдвинуто Пуассоном в 1818 г. и, впоследствии, было названо его именем. «Пятно Пуассона» подтверждает правильность теории Френеля.

Например.

При полностью открытом фронте волны амплитуда результирующего колебания в точке P

$$A_{рез} = \frac{A_0}{2} + \left(\frac{A_0}{2} - A_1 + \frac{A_2}{2} \right) + \left(\frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2} \right) + \left(\frac{A_4}{2} - \dots \right)$$

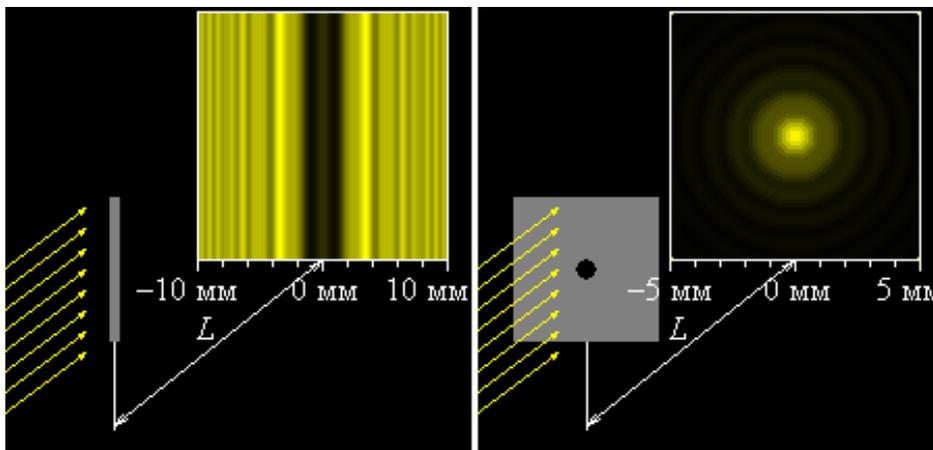


Если закрыто круглым диском D несколько зон, начиная с нулевой, то следующие зоны, после последней из закрытых, создают в точке P освещенность. В нашем примере (диск закрывает две зоны) амплитуда

$$A_{рез} = \frac{A_2}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

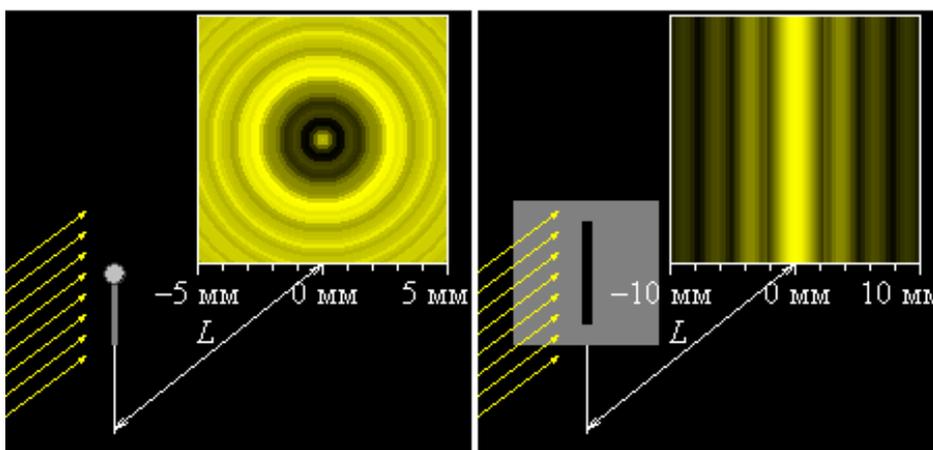
Интенсивность пятна Пуассона слабеет с увеличением размера диска. Так как $A_m \rightarrow 0$, то в точке P результирующая амплитуда равна $A_{рез} = \frac{A_2}{2}$ - светлое пятно - пятно Пуассона.

на.



Игла

Круглое отверстие

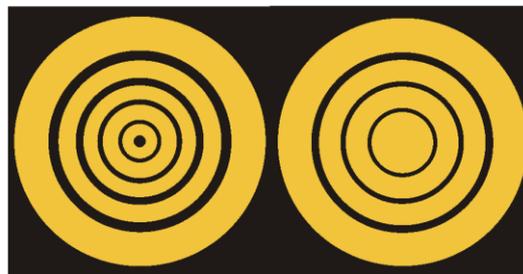
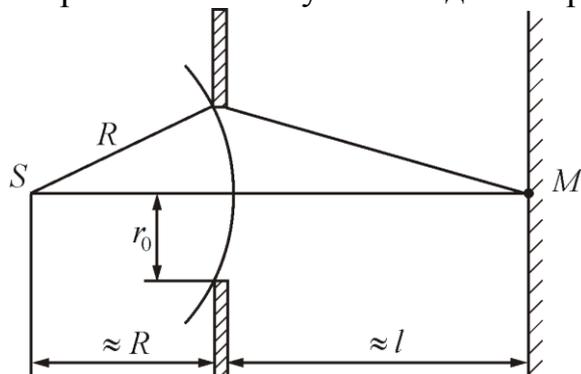


Шарик

Щель

б) Дифракция Френеля на круглом отверстии

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 . Экран расположен так, что перпендикуляр, опущенный из S на непрозрачный экран, попадает точно в центр отверстия. Используем метод зон Френеля.

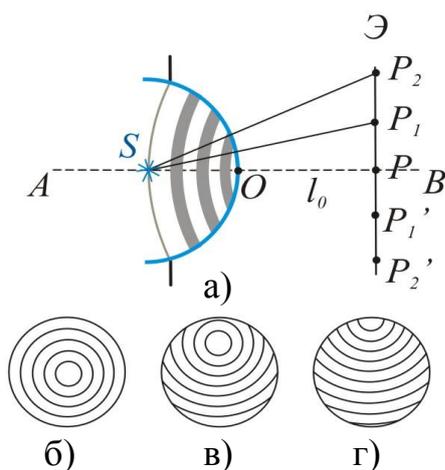


На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку M , и рассмотрим, что мы будем наблюдать на экране.

Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке M всеми зонами

$$A = \begin{cases} 1/2(A_1 + A_m) & (m - \text{нечетное}), \\ 1/2(A_1 - A_m) & (m - \text{четное}). \end{cases}$$

Таким образом, когда отверстие открывает **нечетное число** зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке M будет больше, чем при свободном распространении волны; если **четное**, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю, как показано на рисунке.



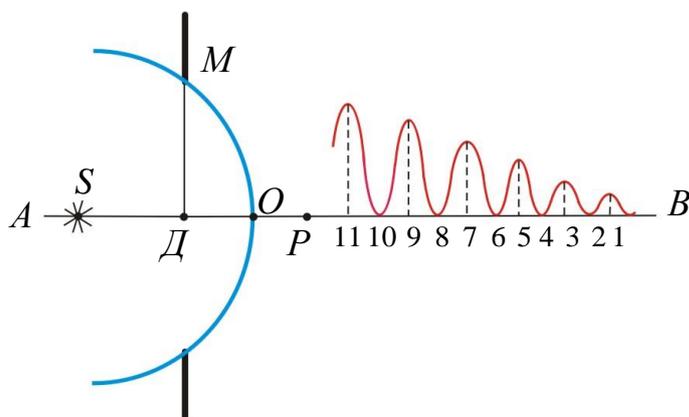
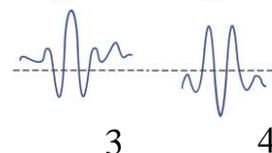
Естественно, что если $r_0 \gg \lambda$, то никакой дифракционной картины не будет.

Рассмотрим дифракцию сферических волн на круглом отверстии в случае малого числа зон. Пусть экран находится на расстоянии l_0 от фронта волны, в точке P наблюдается максимум интенсивности, т. к. для выбранного l_0 открыто нечетное число зон (б).

Из точки P_1 наблюдается одно число открытых зон (в), из точки P_2 – другое (г). аналогичны картины для точек P_1' и P_2' .

Вся картина на экране обладает круговой симметрией, поэтому вокруг точки P чередуются темные и светлые кольца.

На рисунке показана картина дифракции для разных размеров отверстий. При трех открытых зонах – в центре дифракционной картины максимальная интенсивность, затем чередующиеся темные и светлые кольца. Внизу дана кривая распределения интенсивности. Кривая имеет сложный характер, так как действие зон в точках P_1 и P_2 определяется не только числом зон, но и тем, какая часть какой зоны открыта.



Если удалять точку P от фронта волны, видимое из точки P число зон в отверстии экрана уменьшается, т. е. число зон на фронте волны уменьшится до одной (в этом легко убедиться из чисто геометрических со-

ображений: при $\lambda = const$ и $MD = const$ на большом расстоянии $DP \approx MP$). Перемещая точку P , изменяем интенсивность в ней, если открыто четное число зон – наблюдаем минимум, нечетное – максимум. Распределение интенсивности приведено на рисунке.

1.6. Дифракция Фраунгофера. Дифракция в параллельных лучах

До сих пор мы рассматривали *дифракцию сферических волн*, изучая дифракционную картину в точке наблюдения, лежащей на конечном расстоянии от препятствия (*дифракция Френеля*).

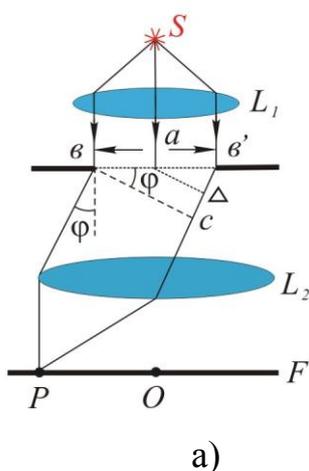
Тип дифракции, при котором дифракционная картина образуется *параллельными пучками*, называется *дифракцией Фраунгофера*. Параллельные лучи будут, если источник и экран находятся в бесконечности. Практически используется две линзы: в фокусе одной – источник света, а в фокусе другой – экран.

Хотя принципиально дифракция Фраунгофера не отличается от дифракции Френеля, но практически этот случай важен, так как именно этот

тип дифракции используется во многих дифракционных приборах (дифракционная решетка, например). Кроме того, здесь математический расчет проще и позволяет решать количественную задачу до конца (дифракцию Френеля мы рассматривали качественно).

1) Дифракция от одной щели.

Параллельный пучок можно получить, если точечный источник S поместить в фокусе собирающей линзы. Точка наблюдения P должна лежать в фокальной плоскости F второй линзы, собирающей плоские световые волны. Для расчета картины дифракции используем метод зон Френеля.



Пусть на щель шириной a падает пучок параллельных лучей. Щель считаем узкой и бесконечно протяженной в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка. Все точки открытого фронта волны vv' являются источниками вторичных волн, направление которых варьируется от угла дифракции $\varphi=0$ до $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Параллельные лучи соберутся линзой L_2 в точке P . Получим распределение интенсивности дифракционной картины на экране. Для решения этой задачи воспользуемся методом зон Френеля.

1. Разобьем волновую поверхность vv' на зоны в виде узких полосок одинаковой ширины, параллельных краям щели. Для малых углов φ можно считать амплитуды колебаний отдельных зон ΔA_i одинаковыми, зависящими только от площади зоны.

2. Определим фазовое соотношение между колебаниями вторичных волн в точке P . Оптические пути vP и cP одинаковы. Разность фаз между колебаниями в т. v и v' образуется из-за разности хода $\Delta = a \cdot \sin \varphi$. Разделив Δ на отрезки, равные $\lambda/2$, найдем число зон в отверстии.

Фазы колебаний, возбужденных соседними зонами, противоположны, поэтому вторичные волны от соседних зон полностью гасят друг друга. Направления, в которых интенсивность света равна нулю определяются соотношением

$$\Delta = a \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ или}$$

$$a \sin \varphi = m \lambda,$$

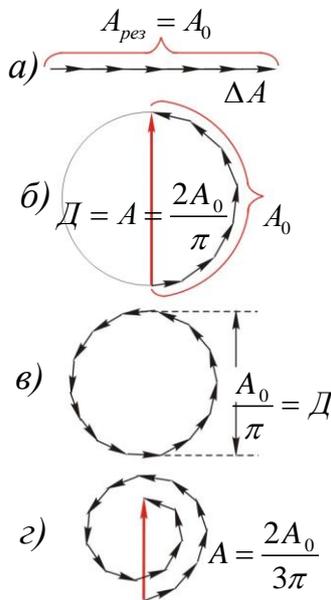
где m – целое число, $m=1, 2, 3, \dots$

Максимумы в точках P экрана соответствуют нечетному числу зон Френеля в щели

$$a \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$m = 0$ соответствует направлению лучей, не изменяющих свое первоначальное направление, т. е. $\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0 \\ \Delta = 0 \end{array} \right.$.



φ

Проанализируем распределение интенсивности света за щелью в зависимости от угла дифракции. На рисунке изображено распределение интенсивности по углу.

Центральный максимум соответствует положению точки P в центре фокальной плоскости, т. е. в т. O . В этом случае щель ab действует как одна зона Френеля. При удалении точки наблюдения P от фокуса увеличивается Δ , это означает, что в т. P последовательно действуют две, затем три и т.д. зоны. На экране за центральным максимумом расположен минимум, затем максимум и т.д. Таким образом, дифракционная картина представляет собой чередующиеся светлые и темные полосы, параллельные щели. Опыты показывают резкое ослабление интенсивности у последующих максимумов.

Численное соотношение интенсивностей максимумов очевидно из графического метода сложения амплитуд.

(а) – значению угла $\varphi = 0$ соответствует $\Delta = 0$, все векторы ΔA направлены в одну сторону, результирующая амплитуда равна алгебраической сумме амплитуд складывающихся колебаний, т. е. A_0 . Наблюдается центральный максимум.

(а) – значению угла $\varphi = 0$ соответствует $\Delta = 0$, все векторы ΔA направлены в одну сторону, результирующая амплитуда равна алгебраической сумме амплитуд складывающихся колебаний, т. е. A_0 . Наблюдается центральный максимум.

б) – разность хода лучей $\Delta = \frac{\lambda}{2}$, колебания от краев щели находятся в противофазе, векторы ΔA располагаются вдоль полуокружности длиной A_0 , результирующая амплитуда $A = \frac{2A_0}{\pi}$ ($2A_0 = 2\pi R$, $2A_0 = \pi D$, $2A_0 = \pi A$, R и D – радиус и диаметр).

в) – при $\Delta = 2\frac{\lambda}{2}$, колебания от краев щели отличаются по фазе на 2π , векторы ΔA располагаются вдоль окружности диаметром ($A_0 = \pi D$) $D = \frac{A_0}{\pi}$, результирующая амплитуда равна нулю, получается первый минимум.

г) – при $\Delta = 3\frac{\lambda}{2}$, колебания от краев щели отличаются по фазе на 3π , результирующая амплитуда $A = \frac{2A_0}{3\pi}$ ($A_0 = \frac{3}{2}\pi A$ - векторы ΔA располагаются вдоль 1,5 окружностей). Получается первый максимум.

Интенсивность J пропорциональна квадрату амплитуды, в итоге отношение интенсивностей максимумов

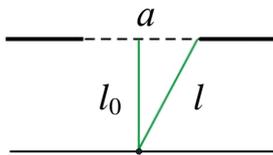
$$J_0 : J_1 : J_2 : J_3 : \dots = A_0^2 : \left(\frac{2A_0}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2A_0}{5\pi}\right)^2 : \left(\frac{2A_0}{7\pi}\right)^2 : \dots =$$

$$= 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

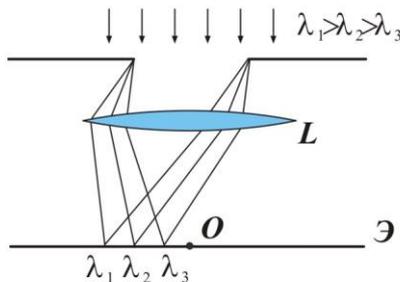
Таким образом, подтвержден экспериментальный факт: интенсивность центрального максимума значительно превосходит интенсивность остальных максимумов.

Ответим на вопрос – как будет видоизменяться дифракционная картина на экране при удалении экрана от щели?

1. При небольших расстояниях $l \gg l_0$, число открытых зон для точки P велико, изображение щели соответствует законам геометрической оптики.

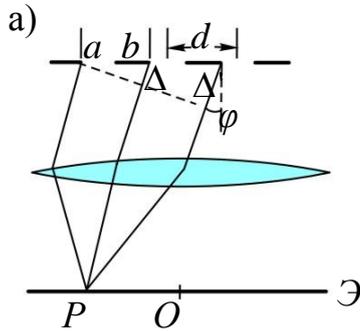


2. С увеличением l_0 наблюдается дифракция Френеля, затем, при $l \rightarrow l_0$ она перейдет в дифракцию Фраунгофера.



Если пучок лучей до щели состоит из набора монохроматических волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, то максимумы одного порядка k наблюдаются под разными углами. Большею длине волны соответствует больший угол дифракции φ . Происходит разложение в спектр, поэтому щель является спектральным прибором.

2) Дифракционная решетка.

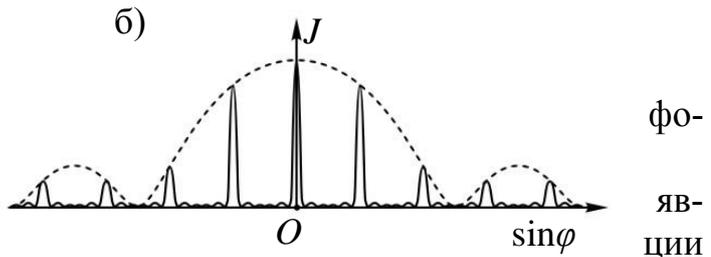


Наибольшее практическое значение имеет дифракция от дифракционной решетки. Дифракционная решетка – это совокупность периодически повторяющихся щелей. Расстояние d между серединами соседних щелей называется периодом или постоянной дифракционной решетки.

$$d = a + b$$

Проведем анализ дифракционной картины на экране, который находится в кальной плоскости линзы L .

Дифракционная картина является результатом дифракции волн на каждой щели и интерференции волн от различных щелей. Рассмотрим подробно формирование дифракционной картины.



1. Для простоты считаем, что монохроматическая световая волна падает на решетку нормально. На каждой щели происходит дифракция, описанная в предыдущем примере. Если перемещать щель параллельно самой себе, никаких изменений дифракционной картины не должно наблюдаться, так как положение дифракционных максимумов и минимумов определяется только направлением вторичных волн.

$$a \sin \varphi = \kappa \lambda$$

и означает направление минимальной интенсивности для любой щели.

2. При интерференции волн от разных щелей при том же угле дифракции φ безусловно будет наблюдаться минимум, поскольку в этом направлении происходит наложение пучков нулевой интенсивности.

Условие $a \sin \varphi = \kappa \lambda$ называется **условием главных минимумов**.

3. Определим направления, по которым образуются главные максимумы. Разность хода волн от двух соседних щелей и разность фаз между ними равны.

$$\Delta = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \varphi$$

Волны от соседних щелей усиливают друг друга при условии

$$\Delta = \kappa \lambda \quad \text{или}$$

$$d \sin \varphi = \kappa \lambda, \quad (\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

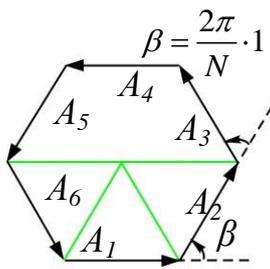
Эта формула называется **условием главных максимумов дифракционной решетки**.



Графически сложение амплитуд от отдельных щелей, приводящее к образованию главных максимумов, показано на рисунке (N – число щелей).

4. Если одновременно выполняются условия минимума отдельных щелей и максимума дифракционной решетки, в этом направлении минимум «гасит» максимум. Графическим методом найдем условие дополнительных минимумов в дифракционной картине решетки. Минимум интенсивности образуется при результирующей нулевой амплитуде. В свою очередь, нулевая амплитуда соответствует замкнутой ломаной кривой при сложении отдельных амплитуд. Это возможно, если разность фаз волн от крайних щелей решетки равна $2\pi, 4\pi, \dots, n \cdot 2\pi$.

Выполним построение для частного случая, а затем обобщим результат. Пусть решетка имеет 6 щелей ($N = 6$).



Из рисунка видно, что разность фаз от соседних щелей равна

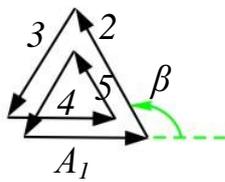
$$N\beta = n \cdot 2\pi$$

$$\beta = \frac{2\pi}{N} n,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots$

а) $n \neq 0, N, 2N, \dots$, иначе реализуется условие максимума.

Для $N = 6$ щелей $n = 1, 2, 3, 4, 5$



б)

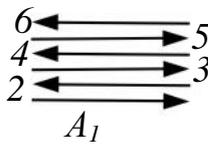
г)

$$N = 6$$

$$n = 2$$

$$\beta = \frac{2\pi}{N} \cdot 2 = 120^\circ$$

в)



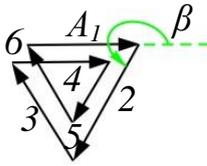
д)

$$n = 3$$

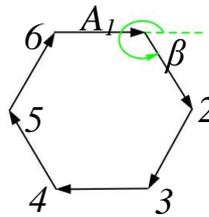
$$\beta = \frac{2\pi}{N} \cdot 3 = 180^\circ$$

$$n = 4$$

$$n = 5$$



$$\beta = \frac{2\pi}{N} \cdot 4 = 240^\circ$$

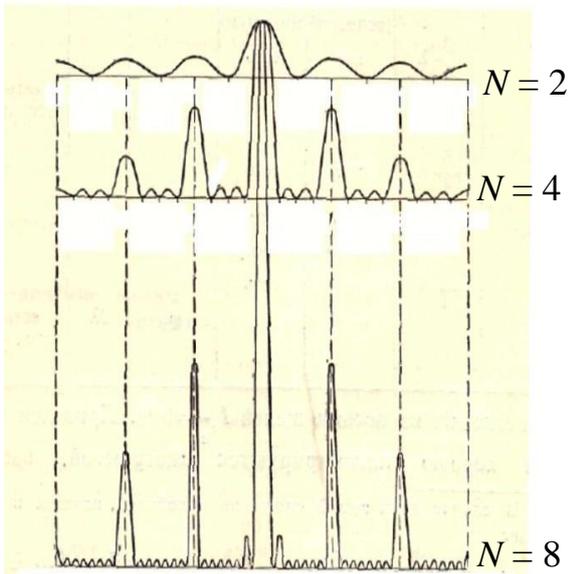


$$\beta = \frac{2\pi}{N} \cdot 5 = 300^\circ$$

Таким образом, между каждыми двумя максимумами решетки из 6 щелей располагаются 5 минимумов. Для решетки с числом щелей N – соответственно $(N - 1)$ минимум.

Условие дополнительных минимумов для дифракционной решетки записывается в виде

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{N} n,$$



Сопоставление дифракционной картины от решеток с двумя, четырьмя и восемью щелями.

что следует из совместного решения уравнений

$$\Delta = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \varphi \text{ и } \beta = \frac{2\pi}{N} n.$$

5. Следует обратить внимание на тот факт, что в решетке, состоящей из N щелей, появились новые минимумы и дополнительные максимумы, так как $(N - 1)$ минимум отделены друг от друга $(N - 2)$ максимумами много меньшей интенсивности. Таким образом, по мере увеличения числа щелей, увеличивается число дополнительных максимумов и главные максимумы становятся все более и более узкими.

ми.

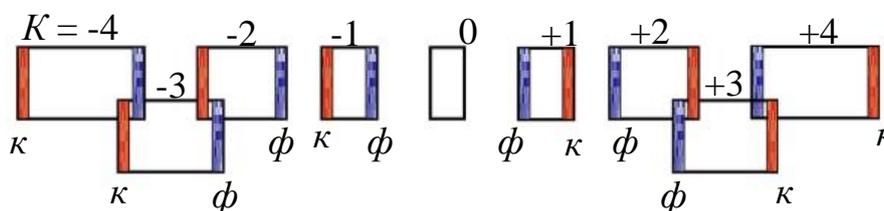
Если бы волны от разных щелей решетки были некогерентны между собой, то интенсивность возросла бы в N раз, произошло бы простое сложение интенсивностей. В действительности вторичные волны когерентны, амплитуда в главных максимумах возрастет в N раз, а интенсивность в N^2 , максимумы возрастают по высоте.

По мере увеличения числа щелей увеличивается число минимумов между соседними максимумами. Максимумы становятся уже и возрастают по высоте, происходит перераспределение энергии.

6. При пропускании через решетку белого света каждая из волн различной длины дает свою дифракционную картину. Из условия максимума $d \sin \varphi = k\lambda$ видно, что для фиксированного k с увеличением λ увеличивается угол φ . Центральный максимум, т. е. максимум нулевого порядка, $k = 0$, совпадает для всех длин волн, поэтому в центре наблюдается белая полоса. Максимумы больших порядков разложатся в спектр, фиолетовый конец каждого обращен к центру дифракционной картины. Таким образом, дифракционная решетка раскладывает сложную волну на составляющие и является спектральным прибором.

Интервал длин волн белого света ограничен, $\lambda_k = 760\text{нм}$, $\lambda_\phi = 400\text{нм}$.

ная со
тров
3-го
ков,
тры
стич-
рекры
ваются при условии



Начи-
спек-
2-го и
поряд-
спек-
частич
но пе-
кры-

$$760 k > 400 (k + 1)$$

7. Дифракционная решетка, как спектральный аппарат, характеризуется двумя величинами: **разрешающей силой и дисперсией**.

Разрешающей силой называют величину

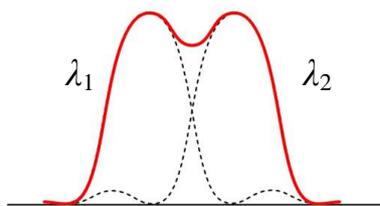
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность $\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ в длинах волн, при которой две спектральные линии воспринимаются отдельно.

Для дифракционной решетки

$$R = k \cdot N,$$

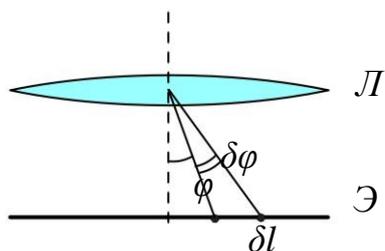
размещающая сила пропорциональна порядку спектра k и числу щелей N , в спектрах высших порядков разрешение больше.



Согласно критерию Рэлея принято считать линии разрешенными, если максимум интенсивности одной попадает на минимум интенсивности другой (рис.19). Если две линии имеют одинаковую интенсивность и форму, результирующая интенсивность имеет вид двугорбой кривой, в которой высота седлови-

ны составляет 80% от высоты горба.

Линейной дисперсией называется величина



$$\mathcal{D}_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda},$$

где δl – линейное расстояние между спектральными линиями на экране при их разности $\delta \lambda$ в длинах волн (рис.20).

Угловой дисперсией называется величина

$$\mathcal{D}_\varphi = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda},$$

где $\delta \varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися на $\delta \lambda$ по длине волн.

8. Первые дифракционные решетки состояли из тонких проволочек, натянутых параллельно друг другу, более 130 на 1см. Фраунгофер применил их в 1821 году.

Позже появились прозрачные решетки и непрозрачные. При изготовлении прозрачных делительная машина алмазным резцом наносит параллельные штрихи на стеклянные пластинки, после обработки кислотой штрихи не пропускают свет. Если штрихи нанести на поверхность металлического зеркала, оно служит как отражательная решетка. Лучшие решетки имеют 1200 штрихов на 1мм.

1.7. Голография

Информационная емкость голограммы значительно больше информационной емкости фотографии.

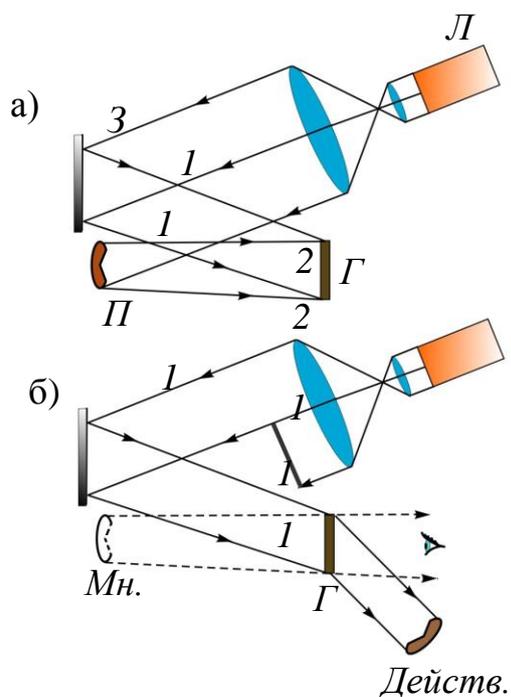
Фотография – это метод сохранения информации о пространственном распределении интенсивности света в объекте: с помощью линз фотоаппарата оно воспроизводится в сфокусированном изображении и записывается в фотослое, поскольку количество образовавшегося серебра зависит от интенсивности. Однако интенсивность представляет собой величину, усредненную по всем фазам световой волны, и поэтому не содержит информации о фазе волны, идущей от объекта, т. е. отсутствует информация о расстоянии различных частей объекта от фотопластинки.

Голография. Голография (от греч. *holos grapho* – полная запись) – особый способ записи информации. В 1948г. английский физик (венгр по национальности) Денис Габор высказал идею принципиально нового метода получения объемных изображений объектов. Он предложил регистрировать с помощью фотопластинки не только амплитуды и интенсивности, как с помощью обычной фотографии, но и фазы рассеянных объ-

ектом волн, воспользовавшись для этого явлением интерференции волн. Это позволит избавиться от потери информации при фиксировании оптических изображений. Однако, практическое применение этого способа нашло только после изобретения лазеров – источников света высокой степени когерентности (временной и пространственной). В 1963 г. были получены первые лазерные голограммы.

Советский ученый Ю.Н. Денисюк в 1962 г. предложил оригинальный способ фиксирования голограмм на толстослойной эмульсии. Этот метод дает цветное изображение, и восстанавливается обычным белым светом.

Сохранение воспроизводимой информации о фазе является уникальной особенностью голографического процесса. Голография – это метод полной записи волны (от графического: голос – весь, графо – пишу).



Для того, чтобы осуществить этот метод, используется схема установки, данная на рис.21(а). Световой пучок от лазера (Л) делится на две части. Одна часть отражается зеркалом (З) и называется **опорным пучком** (1), другая отражается предметом (П) и называется **предметным пучком** (2). Оба пучка когерентны, в результате фотопластинка (Г) фиксирует интерференционную картину. Фотографическая запись этой картины – **голограмма** – содержит информацию и о фазе, и об амплитуде волн, дифрагированных на объекте, благодаря чему возможно их восстановление. Проявленная пластинка и есть голограмма.

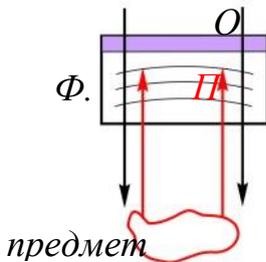
Рассмотрим процесс восстановления изображения, или иначе, процесс восстановления волнового фронта, рисунке. Серебряные линии на плоской голограмме расположены очень близко друг к другу и могут сильно дифрагировать свет. Голограмму помещают на то самое место, в котором она находилась при фотографировании. Опорный пучок дифрагирует на голограмме и воссоздает волновой фронт, который при регистрации голограммы шел от объекта. Восстановленная волна исходит из

голограммы точно так же, как первоначальная предметная волна. Наблюдатель, видящий волну, идентичную исходной предметной волне, совершенно естественно воспринимать ее как бы исходящей от **мнимого** изображения предмета. Значит, голографическая запись позволяет полностью восстановить волновой фронт.

Мнимое изображение является объемным и поэтому можно рассмотреть боковые части предмета. Предмет можно сфотографировать.

Наряду с мнимым изображением возникает и действительное изображение. **Действительное изображение объекта представляет собой объемное воспроизведение объекта с точностью до зеркального отражения.**

Мы видим, что голография иллюстрирует путь научного прогресса: прежде всего, требуется активное понимание всего, что было сделано предшественниками, а затем начинается этап творчества. Идею голографии обосновал английский физик Д. Габор в 1948г, Нобелевской премии он удостоен в 1971г.

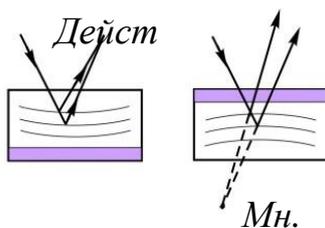


В 1962г. советский ученый Ю.Н. Денисюк предложил метод толстослойных голограмм, в которых интерференционная картина дифрагированных лучей является не двухмерной, а трехмерной и захватывает всю толщину фотоэмульсии (15-20μ).

Эмульсия прозрачная, опорная волна *O* достигает предмета и, промодулированная по амплитуде и фазе, возвращается в эмульсию. Отраженная волна является предметной *П*. Интерференция этих волн образует голограмму.

Чтобы восстановить изображение, голограмму освещают исходной опорной волной. Волна дифрагирует на голограмме и восстанавливает исходную предметную волну, формируются действительное и мнимое изображения предмета (рис.23).

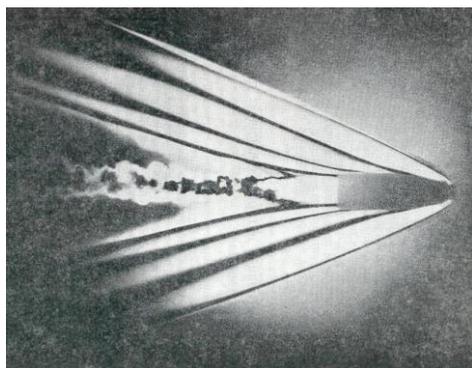
Мнимое изображение предмета наблюдается как его объемная фотография и поэтому, изменяя угол зрения, можно посмотреть на предмет сбоку. Предмет можно также сфотографировать. Действительное изображение это объемное воспроизведение предмета с точностью до зеркального отражения. Предмет представляется висющим в воздухе, его тоже можно сфотографировать.



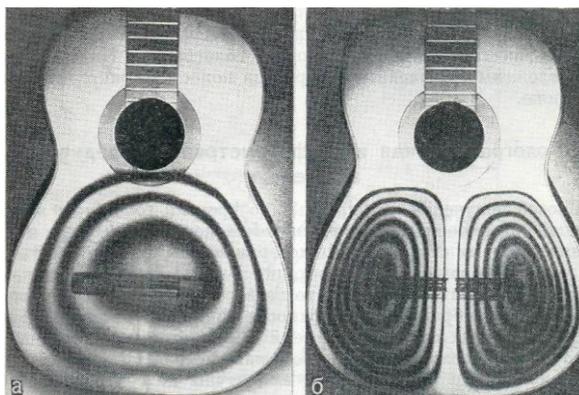
Этот метод дает цветное изображение предмета в результате совмещения изображений в трех независимых цветах, например, в красном, зеленом и синем. На голограмме записываются три дифракционные структуры, соответствующие трем волнам. Восстановление изображения осуществляется белым светом.

Особенности голограмм: 1. На любой участок голограммы попадает излучение от всех точек предмета, т. е. вся голограмма и часть ее содержат всю информацию о предмете. Если голограмму разбить, то каждая часть дает полное изображение предмета. 2. В голографии возможна множественная запись. Изменяя угол направления опорной волны, на фотопластинке фиксируется световая волна от разных предметов. Затем, по схеме восстановления поворачивая единственную голограмму, увидим все предметы по очереди. На 1см^2 можно записать несколько тысяч изображений. Шахматную партию в 40 ходов можно разместить на площадке в $S = 0,01\text{мм}^2$.

Голография применяется в научных и технологических целях: в области микроскопии, при передаче изображений через земную атмосферу, для шифровки, в устройствах оптической памяти, для реализации голографического кино и телевидения, и т. д. В качестве примеров возьмем голографическую регистрацию вибрирующих поверхностей, интерферометрию быстропротекающих процессов.



Фотография изображения летящей пули, полученная с помощью дважды экспонированной голограммы.



Фотографии изображений вибрирующей гитары, восстановленных с помощью усредненных во времени голограмм (а - частота 185 Гц; б – частота 285 Гц).

Голограммы обладают следующими особенностями, отличающими их от фотографий.

- Голограмма дает объемное изображение.
 - Голограмму можно разбить и каждый осколок даст изображение.
- Объясняется это тем, что каждая точка пластинки при экспонировании подвергается действию волн, отраженных от всех точек предмета. При отделении части голограммы, уменьшается число «штрихов» своеобразной дифракционной решетки. Поэтому, уменьшается разрешающая спо-

собность и интенсивность изображения при восстановлении, но картинка сохраняется.

- При воспроизведении изображения, возможно, его увеличение или уменьшение. Для увеличения необходимо при воспроизведении использовать излучение с большей частотой, чем при экспозиции. В этом случае масштаб увеличения можно определить по формуле.

- Цветные голограммы получают на толстослойных эмульсиях. При этом экспозиция проводится несколько раз с монохроматическим излучением. На голограмме фиксируется не плоская, а пространственная интерференционная картина и формируется пространственная решетка. Для воспроизведения голограмму освещают белым светом, и максимумы волн различной длины располагаются в различных точках пространства, формируя объемное цветное изображение.

Хотя голографию изобрели в 1949 г., она получила широкое распространение лишь с начала шестидесятых годов, после изобретения лазера. В настоящее время голография представляет собой одно из главных направлений в оптических исследованиях. Ведутся исследования и разработки по применению голографии в медицине. Например, по получению оптических голограмм глаза, обеспечивающих единое трехмерное изображение хрусталика и сетчатки, или акустических голограмм тела, которые могут иметь важное преимущество по сравнению с двумерными рентгенограммами. К другим применениям голограммы относятся исследования и разработки по созданию кассетной видеозаписи, запоминающих электронно-вычислительных устройств, а также способов неразрушающих испытаний материалов.

1.8. Дифракция на пространственных решетках. Дифракция рентгеновских лучей

Пространственной или трехмерной дифракционной решеткой называется такая оптически неоднородная среда, в которой неоднородности периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат.

Условия прохождения света через обычную дифракционную решетку периодически изменяются только в одном направлении, перпендикулярном к оси щели. Поэтому такую решетку называют *одномерной*.

Простейшую двухмерную решетку можно получить, сложив две одномерные решетки так, чтобы их щели были взаимно перпендикулярны.

Главные максимумы двумерной решетки должны одновременно удовлетворять условию **максимума** для каждой из решеток

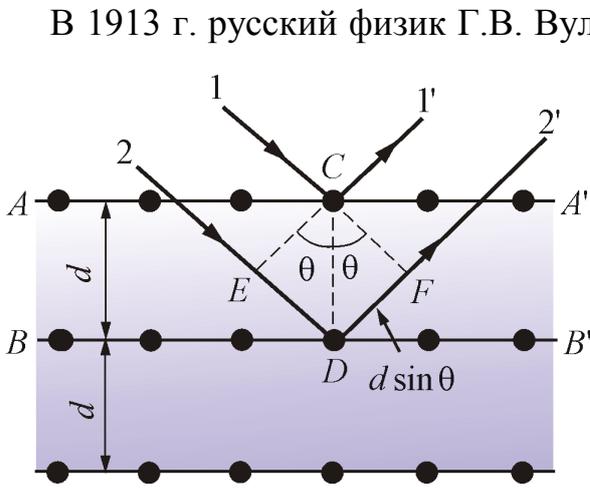
$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm m_1 \lambda, \quad \text{и} \quad d_2 \sin \varphi_2 = \pm m_2 \lambda.$$

где φ – угол между направлением на главный максимум (направление луча) и нормалью к решетке; m – порядок дифракционного максимума.

Дифракционная картина представляет собой систему светлых пятен, расположенных в определенном порядке на плоскости экрана. Размеры этих пятен уменьшаются при увеличении числа щелей, а яркость возрастает. Такая же картина получается, если на одно стекло нанести ряд взаимно перпендикулярных полос.

Дифракция наблюдается также и на трехмерных структурах. Всякий монокристалл состоит из упорядоченно расположенных атомов (ионов), образующих пространственную трехмерную решетку (естественная пространственная решетка).

Период атомной решетки порядка 10^{-10} м; длина волны света 10^{-7} м. При таких условиях, никаких дифракционных явлений на атомных дифракционных решетках с видимым светом не будет. Нужно излучение с меньшей длиной волны, например, рентгеновское. Для рентгеновских лучей кристаллы твердых тел являются идеальными дифракционными решетками.



В 1913 г. русский физик Г.В. Вульф и английские ученые отец и сын Генри и Лоуренс Брэгги, независимо друг от друга, предложили простой метод расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Они полагали, что дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат отражения рентгеновских лучей от плоскостей кристалла. Это отражение, в отличие от обычного, происходит лишь при таких усло-

виях падения лучей на кристалл, которые соответствуют максимуму интерференции для лучей, отраженных от разных плоскостей.

Направим пучок рентгеновских лучей 1 и 2 на две соседние плоскости кристалла AA' и BB'.

Абсолютный показатель преломления всех веществ для рентгеновских лучей равен 1. Поэтому оптическая разность хода между лучами 1' и 2'

$$\Delta = ED + DF = 2d \sin \theta,$$

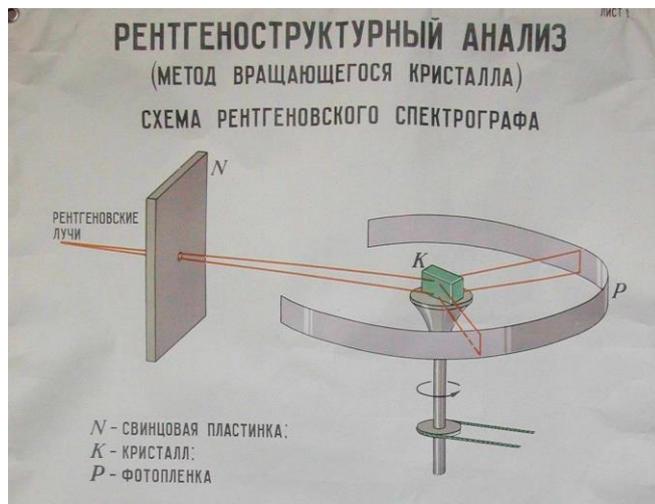
где θ – угол между падающими и отраженными лучами и плоскостью кристалла (угол скольжения).

Интерференционные максимумы должны удовлетворять *условию Вульфа-Брэггов*:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Из формулы видно, что дифракция будет наблюдаться лишь при $d > \lambda/2$. Т. е. при условии $\lambda \geq 2d$, будут отсутствовать дифракционные максимумы. Поэтому условие $\lambda \geq 2d$ называют *условие оптической однородности кристалла*.

Из формулы $2d \sin \theta = m\lambda$ следует, что наблюдение дифракционных максимумов возможно только при определенных соотношениях между λ и θ . Этот результат лежит в основе *спектрального анализа* рентгеновского излучения, так как длину волны определяют по известным d , m и измеренному на опыте углу.



Исследуя дифракцию рентгеновских лучей можно решить и обратную задачу: если известна длина волны λ рентгеновских лучей, можно определить период кристаллической решетки d и ориентацию атомных плоскостей в пространстве. Эта идея была высказана немецким физиком М. Лауэ в 1912 г и явилась существенным вкладом в развитие физики твердого тела.