

# ФОТОМЕТРИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

## Основные фотометрические характеристики

Фотометрия – совокупность методов измерения световых и энергетических характеристик электромагнитного излучения в зависимости от степени почернения светочувствительных слоев.

### *Плотность потока энергии.*

Плотность потока энергии  $J$ , которая для монохроматических волн равна среднему значению вектора Умова – Пойнтинга  $J = \langle S \rangle$ . Тогда поток энергии, переносимый сквозь произвольную площадку  $\Delta S$  в единицу времени можно определить  $\Phi_{\vartheta}(\lambda) = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \langle S \rangle \cdot \Delta S_{\perp}$ , где  $\Delta S_{\perp}$  - проекция площадки  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную вектору скорости распространения волны.

### *Энергетический поток и функция распределения энергии света по длинам волн.*

Любая электромагнитная волна, в том числе и световая, при распространении переносит определенную энергию. Реальная волна представляет собой суперпозицию многих волн различных длин  $\lambda$ , заключенных в определенном интервале их значений. Распределение энергии по длинам волн  $\lambda$  оказывается неравномерным, поэтому его можно характеризовать соответствующей спектральной функцией распределения  $\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_{\vartheta}(\lambda)}{d\lambda}$ . Здесь  $d\Phi_{\vartheta}(\lambda)$  - поток энергии, которую переносят волны с длиной в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Полный поток энергии  $\Phi_{\vartheta}$ , которую переносят волны, длины волн которых заключены в интервале от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ , определяется путем интегрирования функции  $\varphi(\lambda)$  по  $\lambda$  и по выбранной поверхности  $S$ :

$$\Phi_{\vartheta}(\lambda_1, \lambda_2) = \int_S \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda dS_{\perp}. \text{ Величину } \Phi_{\vartheta} \text{ называют } \textit{потоком излучения или}$$

*лучистым потоком.*

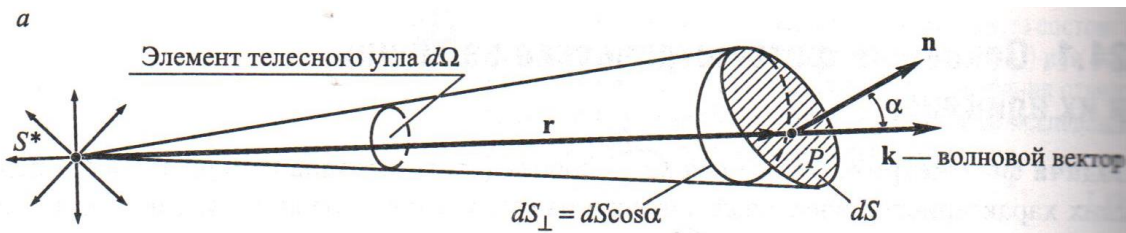
### *Сила света – энергетическая характеристика источника света.*

Понятие силы света как физической величины наиболее доступно воспринимается на примере точечного источника света. Под точечным источником света понимают источник  $S^*$ , размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до точки наблюдения (приемника света  $P$ ). В однородной изотропной среде волна, излучаемая точечным источником света, будет сферической. Тогда энергетическая сила света  $I_{\vartheta}$  численно равна энергетическому потоку, который испускается источни-

ком в единицу телесного угла  $\Omega$  и определяется по формуле:  $I_{\Omega} = \frac{d\Phi_{\Omega}}{d\Omega}$ .

Сила света  $I_{\Omega}$  в общем случае зависит от направления излучения. Если сила света  $I_{\Omega}$  не зависит от направления излучения, то такой источник называется изотропным. Для изотропного источника сила света равна полному потоку энергии  $\Phi_{\Omega}$  источника, деленному на  $4\pi$  ( $\Omega=4\pi$  – полный телесный угол):  $I_{\Omega} = \frac{\Phi_{\Omega}}{4\pi}$ . Для не изотропного источника выражение

$I_{\Omega} = \frac{\Phi_{\Omega}}{4\pi}$  определяет его среднюю силу света.



Полный поток энергии характеризует излучающий источник, его нельзя изменить никакими оптическими системами. Действие оптических систем сводится лишь к перераспределению потока.

**Освещенность – характеристика степени освещения поверхности.**

Освещенность или облученность  $E_{\Omega}$  некоторой поверхности определяется как отношение падающего потока энергии  $\Phi_{\Omega}^{пад}$  к величине этой поверхности  $dS$ , т.е.  $E_{\Omega} = \frac{d\Phi_{\Omega}^{пад}}{dS}$ . В случае точечного изотропного источника  $d\Phi_{\Omega}^{пад} = I_{\Omega} d\Omega$ , а  $d\Omega = \frac{dS_{\perp}}{r^2} = \frac{dS \cdot \cos \alpha}{r^2}$ , тогда  $E_{\Omega} = \frac{I_{\Omega} \cos \alpha}{r^2}$ .

Это выражение называется законом обратных квадратов для освещенности: освещенность, создаваемая точечным источником прямо пропорциональна силе света  $I_{\Omega}$ , косинусу угла, который образуется направлением распространения потока световой энергии и нормалью к освещен-

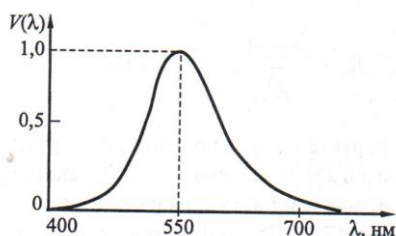
ной поверхности  $dS$ , и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r^2$  от источника до этой поверхности.

**Светимость и яркость – характеристики протяженных источников света.** Протяженный, т.е. неточечный, источник характеризуется светимостью  $R_{\text{э}}$  (излучательностью) различных его участков. Под светимостью понимают отношение потока энергии, испускаемой площадкой поверхности  $dS$  по всем направлениям в телесном угле, равном  $2\pi$  (полусфера), к величине этой поверхности:  $R_{\text{э}} = \frac{d\Phi_{\text{э}}^{\text{исп}}}{dS}$ .

Если светимость  $R_{\text{э}}$  характеризует излучение или отражение света поверхностью  $dS$  по всем направлениям в телесном угле  $\Omega = 2\pi$ , то яркость  $B_{\text{э}}$ , определяется потоком энергии, который посылает в заданном направлении единица видимой из точки  $P$  поверхности  $dS_{\perp} = dS \cos \theta$  внутри единичного телесного угла, т.е. она равна отношению силы света  $dI_{\text{э}}$  для этого направления к проекции площадки  $dS$  на плоскость, перпендикулярную выбранному направлению:  $B_{\text{э}}(\theta) = \frac{d\Phi_{\text{э}}^{\text{исп}}}{dS \cos \theta d\Omega} = \frac{dI_{\text{э}}}{dS_{\perp}}$ . Яркость за-

висит от направления, которое определяется полярным углом  $\theta$  и азимутальным углом  $\varphi$ , т.е. от положения точки  $P(x,y,z)$  по отношению к площадке  $dS$  источника. Однако существуют такие источники, яркость которых от направления не зависит, такие источники называются ламбертовскими. К ним относится, например, абсолютно черное тело. Для таких источников светимость  $R_{\text{э}}$  и яркость  $B_{\text{э}}$  связаны соотношением  $R_{\text{э}} = \pi B_{\text{э}}$ .

**Световые характеристики источников света и их излучения.** Одной из важных особенностей света является его воздействие на человеческий глаз, который является единственным «естественным» прибором среди технических приспособлений, используемых в оптике. Глаз человека обладает избирательной чувствительностью к энергии световых волн различной длины волны  $\lambda$ . Поэтому, помимо энергетических, используют и световые характеристики. Чувствительность глаза к свету различных длин волн можно охарактеризовать с помощью кривой, которая определяет относительную спектральную чувствительность  $V(\lambda)$  среднего нор-



мального человеческого глаза. Из рисунка видно, что максимальной чувствительностью глаз человека обладает для длин волн  $\lambda_{\text{зел}} = 555 \text{ нм}$  ( $V(\lambda_{\text{зел}}) = 1$ ).

Для характеристики интенсивности света с учетом избирательной (селективной) чувствительности глаза вводится понятие световой поток  $\Phi_{\text{с}}$ . Элементарный световой поток можно опреде-

лить как произведение потока энергии  $d\Phi_{\text{э}}$  на соответствующее значение функции  $V(\lambda)$ :  $d\Phi_c = d\Phi_{\text{э}}V(\lambda)$ . Полный поток  $\Phi_c$  через поверхность  $S$  можно выразить через функцию распределения энергии по длинам волн:

$$\Phi_c = \int_S \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda d\varphi. \text{ Поскольку чувствительность } V(\lambda) \text{ – величина без-}$$

размерная, размерность светового потока совпадает с размерностью потока энергии. Различие состоит только в том, что световой поток  $\Phi_c$  воспринимается глазом как поток энергии, скорректированный по зрительному ощущению.

Все другие световые характеристики света и его источников определяются так же, как и энергетические. они связаны аналогичными соотношениями, но для них используются специальные единицы измерения.

К качестве основной в системе СИ принята *кандела*. *Кандела* (кд) равна силе света источника, испускающего в заданном направлении монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении равна  $1/683$  Вт/ср.

Единицей светового потока  $\Phi_c$  является люмен (лм). Он равен световому потоку, который излучает изотропный источник с силой света 1 кд в пределах телесного угла 1 стерадиан:  $d\Phi_c = I_c d\Omega$ ;  $1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср}$ .

Известно, что при длине волны зеленого света  $\lambda = 555$  нм световой поток 1 лм равен энергетическому потоку 0,00146 Вт.

$$\text{Единицей освещенности } E_c \text{ является люкс (лк): } E_c = \frac{d\Phi_c}{dS}.$$

Светимость  $R_c$  и яркость  $B_c$  измеряются соответственно в люменах и канделах на квадратный метр:  $R_c = \frac{d\Phi_c^{ucn}}{dS} \Rightarrow 1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} \cdot \text{м}^{-2}$ ;

$$B_c \frac{d\Phi_c^{ucn}}{dS \cos \theta \cdot d\Omega} \Rightarrow [B_c] = \text{лк} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Для измерения световых величин используют специальные приборы – фотометры.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Простейшие оптические явления, например возникновение теней и получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках геометрической оптики. В основу формального построения последней положено четыре известных закона, установленных опытным путем:

- закон прямолинейного распространения света;
- закон независимости световых лучей;

- закон отражения;
- закон преломления света.

## Законы геометрической оптики

### Основные понятия.

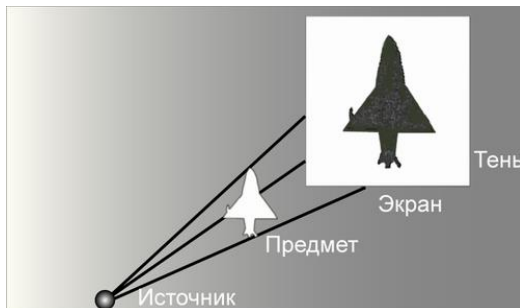
1. Важнейшим в геометрической оптике является понятие *луча*, т.е. линия, вдоль которой распространяется световая энергия. Среднее по времени значение вектора Умова-Пойтинга определяет вектор плотности потока энергии, который направлен в каждой точке по касательной к лучу. В изотропных средах направление вектора Умова-Пойтинга совпадает с нормалью к волновой поверхности, т.е. с направлением волнового вектора  $\vec{k}$ . В анизотропных средах нормаль к волновой поверхности в общем случае не совпадает с направлением луча. Понятием луча можно пользоваться в тех случаях, когда явлениями, связанными с дифракцией можно пренебречь. Для характеристики однородной и изотропной среды, в которой распространяется свет, вводится понятие показатель преломления.

Абсолютный показатель преломления  $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме,  $v$  – фазовая скорость света в данной среде,  $\epsilon$  и  $\mu$  - относительные диэлектрические и магнитные проницаемости среды. Для среды, не обладающей ферромагнитными свойствами,  $\mu \approx 1$  и практически можно записать  $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon}$ .

Относительный показатель преломления двух сред (второй среды по отношению к первой) называется величина  $n_{21}$ , равная отношению показателей преломления этих сред:  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ , для неферромагнитных сред

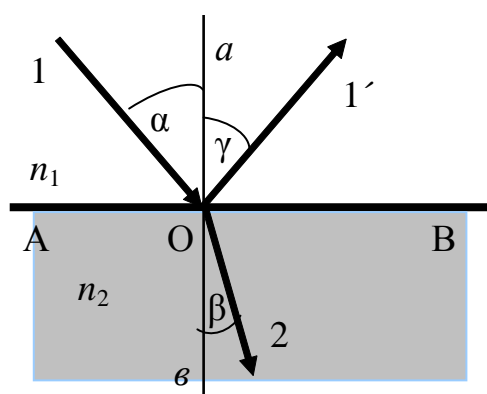
$n_{21} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$ . В однородной среде луч распространяется прямолинейно - закон прямолинейного распространения света.

### 2. Закон прямолинейного распространения света.



Прямолинейность световых лучей означает, что форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической центральной проекции контура предмета. Тень, отбрасываемая предметом, обусловлена прямолинейностью распространения световых лучей в однородной среде.

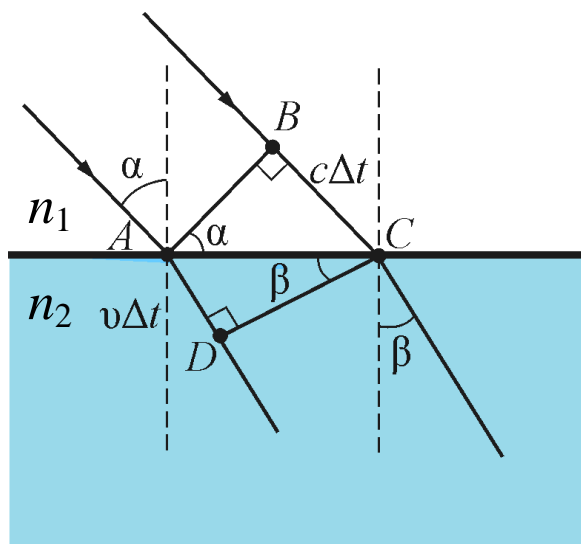
**3. Закон независимого действия световых лучей.** Опять показывает, что световые лучи (пучки) при пересечении, как правило, не действуют друг на друга. Световой поток можно разбить на отдельные световые пучки, выделяя их при помощи диафрагм. Действие этих выделенных пучков света оказываются независимыми, т.е. эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно другие пучки. Закон независимого действия следует из уравнений Максвелла. Он строго выполняется для вакуума и сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света. Для сред, оптические свойства которых зависят от интенсивности света, закон не выполняется.



**падающим лучом, отраженным лучом и преломленным лучом**, а углы между ними и перпендикуляром  $av$  к поверхности раздела сред, проведенным в точке падения  $O$ , называются:  $\alpha$  – угол падения,  $\gamma$  – угол отражения,  $\beta$  – угол преломления. Плоскостью падения называется плоскость, проходящая через падающий луч и перпендикуляр к поверхности раздела сред в точке падения.

**4. Закон отражения света.** Электромагнитная волна, падая на границу раздела двух сред, частично отражается от поверхности раздела, а частично преломляется, переходя во вторую среду. На рисунке линия  $AB$  – плоская граница раздела сред. Лучи 1, 1', 2 характеризуют направления распространения падающей, отраженной и преломленной плоских волн. Они называются соответственно

В результате экспериментов установлен закон отражения света: падающий и отраженный лучи находятся в одной плоскости с перпендикуляром, опущенным на поверхность раздела сред в точку падения, причем; угол отражения  $\gamma$  равен углу падения  $\alpha$ .



**5. Закон преломления света -** преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим и перпендикуляром, опущенным в на поверхность раздела в точку падения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления является величиной постоянной для этих сред и равной отношению показателя пре-

ломления второй среды к показателю преломления первой.

Для вывода закона преломления света предположим, что плоская волна с фронтом  $AB$  распространяющаяся в вакууме  $n_1=1$  со скоростью света  $c$ , падет на границу раздела со средой, в которой скорость ее распространения равна  $v$ .

Пусть время прохождения волной пути  $BC$  в вакууме равно  $\Delta t$ , тогда  $BC = c\Delta t$ , а в среде  $AD = v\Delta t$ . Т.к.  $AC$  – общая гипотенуза двух треугольников  $ABC$  и  $CAD$ , то имеем:

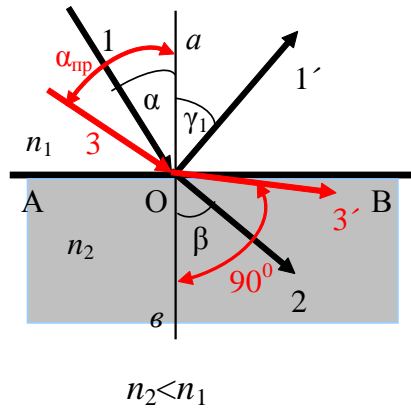
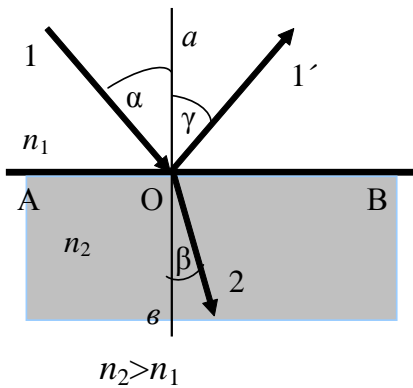
$$AC = \frac{c\Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v\Delta t}{\sin \beta}, \text{ или } \frac{c}{\sin \alpha} = \frac{v}{\sin \beta}, \text{ отсюда}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} = n.$$

Если падающая волна распространялась в среде с показателем преломления  $n_1$ , то фазовая скорость волны  $v_1$ , а в среде с показателем преломления  $n_2$  скорость  $v_2$ , то  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ .

Следует отметить, что при переходе света из оптически менее плотной среды ( $n_1 < n_2$ ) в более плотную получается, что  $\sin \alpha > \sin \beta$ , т.е. угол преломления  $\beta$  меньше угла падения  $\alpha$ . Если луч переходит из среды оптически более плотной ( $n_1 > n_2$ ) в менее плотную, то  $\beta > \alpha$ , а преломленный луч удаляется от перпендикуляра к границе раздела сред в точке падения.

**6. Полное внутреннее отражение.** Если свет переходит из среды оптически более



оптически более плотной ( $n_1 > n_2$ ) в менее плотную, то  $\beta > \alpha$ . В этом случае при увеличении угла  $\alpha$  угол  $\beta$  также увеличивается. При некотором предельном угле падения  $\alpha_{np}$  угол

преломления становится равным  $\pi/2$ . По закону преломления света можно

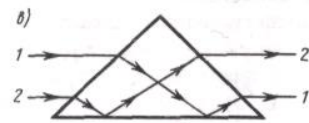
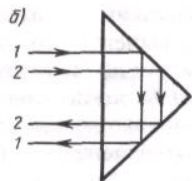
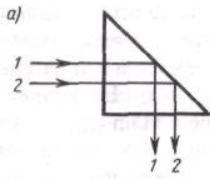
рассчитать значение предельного угла падения:  $\frac{\sin \alpha_{np}}{\sin \pi/2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$

$\Rightarrow \alpha_{np} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ . В этом предельном случае преломленный луч скользит

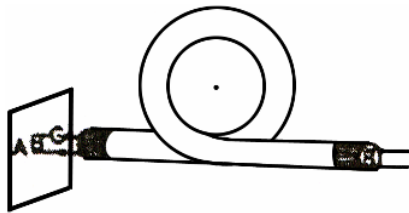
по границе раздела сред. При углах падения  $\alpha > \alpha_{np}$  свет не проникает в



глубь оптически менее плотной среды. Данное явление носит название явления полного внутреннего отражения. Угол  $\alpha_{пр}$  называется предельным углом полного внутреннего отражения.



в) обернуть лучи.



Явление полного внутреннего отражения используется в призмах полного отражения для изменения направления распространения света. Показатель преломления стекла равен  $n \approx 1,5$ , поэтому предельный угол для границы стекло – воздух

$$\alpha_{пр} = \arcsin (1/1,5) = 42^\circ.$$

При падении света на границу стекло — воздух при  $\alpha > 42^\circ$  всегда будет иметь место полное отражение.

На рис. а — в показаны призмы полного отражения, позволяющие:

- а) повернуть луч на  $90^\circ$ ;
- б) повернуть изображение:

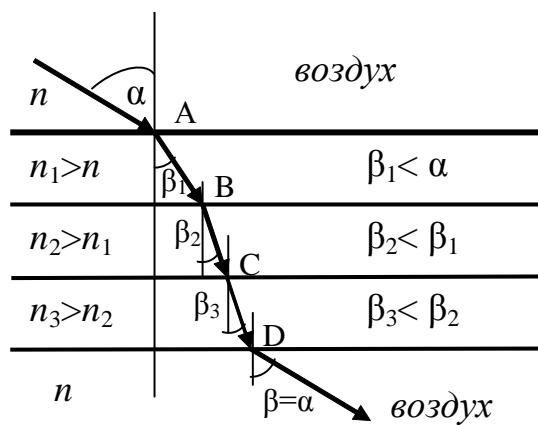
Полное внутреннее отражение также используется для передачи света и изображения по пучкам гибких волокон – световодам. Основным элементом световода – остекленное волокно цилиндрической формы, покрытое оболочкой из материала с меньшим показателем преломления, чем у волокна.

## 6. Оптическая длина пути и принцип Ферма.

Свет распространяется прямолинейно лишь в случае однородных сред. Согласно закону преломления при переходе света из одной среды в другую лучи преломляются. При распространении света в неоднородной среде, где показатель преломления меняется непрерывно, лучи света, постепенно изгибаясь, образуют кривые линии. Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть прохождение света в среде с дискретным изменением показателя преломления.

Предположим, что луч последовательно проходит ряд плоскопараллельных пластин с возрастающим показателем преломления ( $n_1 < n_2 < n_3$ ). На каждой границе свет будет испытывать преломление, причем  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ . В результате путь луча представляет собой ломаную линию, которая в случае неоднородной среды будет иметь вид некоторой непрерывной кривой. Для объяснения закона преломления света и искривления лучей введем понятие *оптической длины пути*  $L$  луча. Для однородной среды оптическая длина пути  $L$  равна произведению показателя прелом-





ления  $n$  на длину геометрического пути  $l$ :  $L = nl$  (на рисунке  $l = AB, BC, CD$ ). Если среда неоднородная, то оптическая длина пути равна пределу суммы оптических длин путей  $\Delta L = n \cdot \Delta l$ , т.е. интегралу  $L = \int n \cdot dl$ , вычисленному вдоль искривленного участка луча между некоторыми двумя его точками:  $L = n \cdot l$  или  $L = \int n \cdot dl$  - оптическая длина пути

луча соответственно для однородной и неоднородной сред.

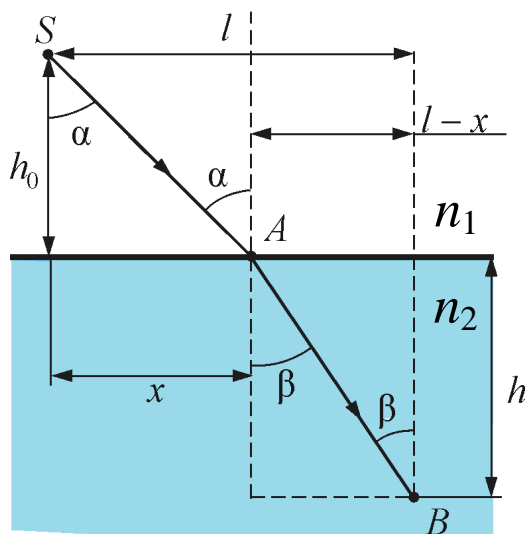
В 1660 г. Французский математик и физик П. Ферма установил *принцип экстремальности* для оптической длины пути луча, распространяющегося в неоднородных прозрачных средах. Согласно этому принципу, оптическая длина пути луча в среде между двумя заданными точками минимальна, или максимальна, или стационарна.



**Ферма Пьер** (1601 – 1665) – французский математик и физик. Родился в Бомон-де-Ломань. Получил юридическое образование. С 1631 г. был советником парламента в Тулузе.

Физические исследования относятся в большинстве к оптике, где он установил в 1662 г. основной принцип геометрической оптики (принцип Ферма). Аналогия между принципом Ферма и вариационными принципами механики сыграла значительную роль в развитии современной динамики и теории оптических инструментов.

Поскольку  $dL = n \cdot dl = \frac{c}{v} v dt = c dt$ , то условие экстремума для оптической длины пути эквивалентно экстремальности промежутка времени, который необходим для прохождения света вдоль луча от одной точки до другой, т.е. длина  $L$  и время  $t \Rightarrow$  экстремальны  $\rightarrow$  принцип Ферма



Согласно **принципу Ферма**, свет распространяется между двумя точками по пути, для прохождения которого необходимо **наименьшее время**.

Покажем, что при преломлении света на границе двух однородных сред оптическая длина пути удовлетворяет условию экстремальности.

Луч от источника света  $S$ , расположенного в среде с показателем пре-

ломления  $n_1$  идет до точки  $B$ , расположенной в среде с показателем преломления  $n_2$  за границей раздела.

В каждой среде кратчайшим путем будут прямые  $SA$  и  $AB$ . Точку  $A$  охарактеризуем расстоянием  $x$  от перпендикуляра опущенного из источника на границу раздела до точки  $A$ , а точку  $B$  – расстоянием  $(l-x)$  от перпендикуляра, опущенного из этой точки до точки  $A$ . Определим оптическую длину пути луча из точки  $S$  в точку  $B$ :  $L = n_1 SA + n_2 AB$ . Из рисунка  $SA = \sqrt{h_0^2 + x^2}$ ;  $AB = \sqrt{h^2 + (l-x)^2}$ . Тогда  $L = n_1 \sqrt{h_0^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h^2 + (l-x)^2}$ . Усло-

вие экстремума  $\frac{dL}{dx} = 0$  позволяют получить уравнение:

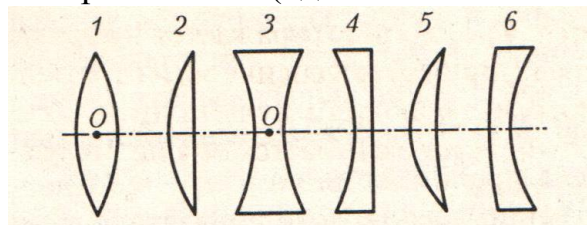
$$\frac{dL}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{h_0^2 + x^2}} - n_2 \frac{l-x}{\sqrt{h^2 + (l-x)^2}} = 0.$$

Поскольку из рисунка видно, что  $\frac{x}{\sqrt{h_0^2 + x^2}} = \sin \alpha$ , а  $\frac{l-x}{\sqrt{h^2 + (l-x)^2}} = \sin \beta$ , то получим  $n_1 \sin \alpha - n_2 \sin \beta = 0$  или

$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ , т.е. путь луча, удовлетворяющий условию экстремальности, удовлетворяет и закону преломления света. По знаку второй производной от  $L$  по  $x$ , легко убедиться, что этот путь минимален.

## ЛИНЗЫ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая – сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов.



Материалом для линз служат стекло, кварц, кристаллы, пластмассы и т.д. По внешнему виду линзы делятся на: двояковыпуклые (1), плосковыпуклые (2), двояковогнутые (3), плосковогнутые (4), выпукло-вогнутые (5), вогнуто-выпуклые (6).

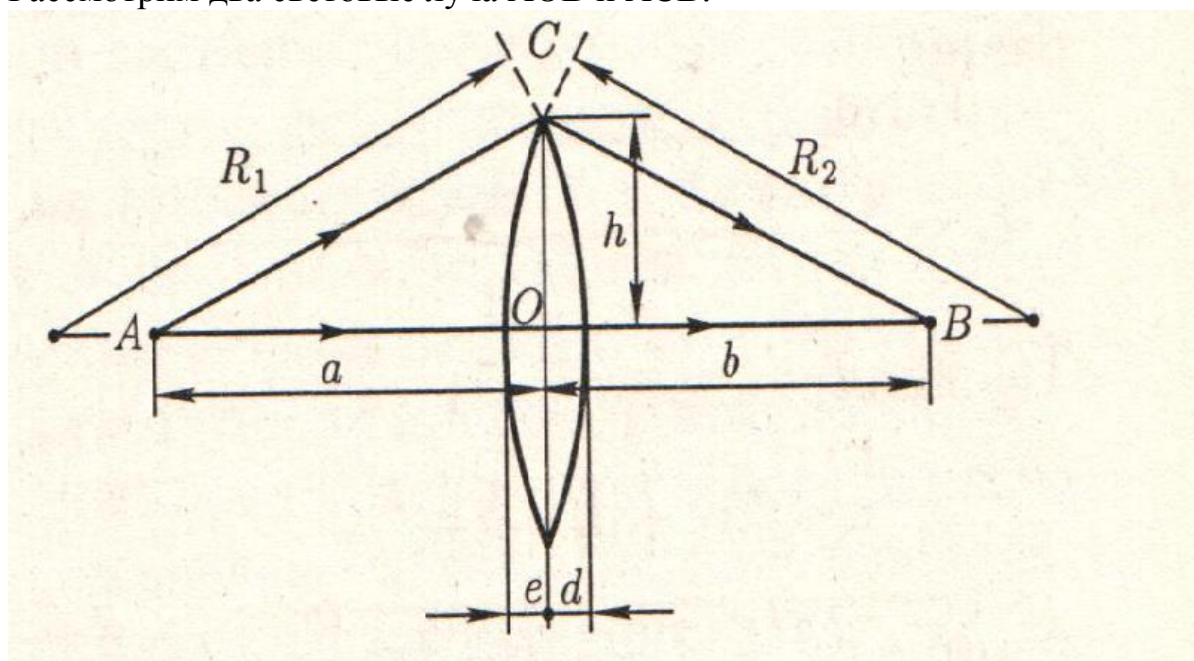
По оптическим свойствам линзы делятся на **собирающие** и **рассеивающие**.

Линза **называется тонкой**, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется **главной оптической осью линзы**. Для всякой линзы существует точка, называемая **оптическим центром линзы**. Оптический центр линзы – это точка, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи, проходя сквозь нее не преломляются. Оптический центр совпадает с гео-

метрическим центром средней части двояковыпуклой и двояковогнутой линз (точка  $O$ ). Для плосковыпуклых и плосковогнутых линз оптический центр лежит на пересечении главной оптической оси со сферической поверхностью.

**Формула тонкой линзы.** Для вывода формулы тонкой линзы - соотношения, связывающего радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  поверхностей линзы с расстояниями  $a$  и  $b$  от линзы до предмета и его изображения, - воспользуемся принципом Ферма, или принципом наименьшего времени. Действительный путь распространения света (траектория светового луча) есть путь, для прохождения которого свету требуется минимальное время по сравнению с любым другим путем между этими двумя точками.

Рассмотрим два световые луча  $AOB$  и  $ACB$ .



Время прохождения света вдоль  $AOB$ :  $t_1 = \frac{a + N(e+d) + b}{c}$ , где  $N = \frac{n}{n_1}$

- относительный показатель преломления ( $n$  и  $n_1$  - соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды).

Время прохождения света вдоль  $ACB$ :  
 $t_2 = \frac{\sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}}{c}$ . Так как  $t_1 = t_2$  то

$a + N(e+d) + b = \sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}$  (1). Рассмотрим параксиальные (приосевые) лучи, т.е. лучи, образующие малые углы с осью. Только при использовании параксиальных лучей получается стигматическое изображение, т.е. лучи параксиального пучка, исходящего из точки  $A$ , пересекают оптическую ось в одной и той же точке  $B$ .

Учтем, что  $h \ll (a+e)$  и  $h \ll (b+d)$ . Воспользуемся несложными математическими преобразованиями:

$$\sqrt{(a+e)^2 + h^2} = (a+e) \sqrt{1 + \frac{h^2}{(a+e)^2}} = (a+e) \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a+e} \right)^2 \right] = a+e + \frac{h^2}{2(a+e)};$$

Аналогично,

$$\sqrt{(b+d)^2 + h^2} = (b+d) \sqrt{1 + \frac{h^2}{(b+d)^2}} = (b+d) \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{h}{b+d} \right)^2 \right] = b+d + \frac{h^2}{2(b+d)}.$$

Подставим полученные выражения в (1), получим

$$(N-1)(e+d) = \frac{h^2}{2} \left( \frac{1}{a+e} + \frac{1}{b+d} \right). \quad \text{Учитывая, что}$$

$$e = R_2 - \sqrt{R_2^2 - h^2} = R_2 - R_2 \sqrt{1 - \frac{h^2}{R_2^2}} = R_2 - \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{R_2} \right)^2 \right] R_2 = \frac{h^2}{2R_2}, \quad \text{а} \quad d = \frac{h^2}{2R_1}, \quad \text{получим}$$

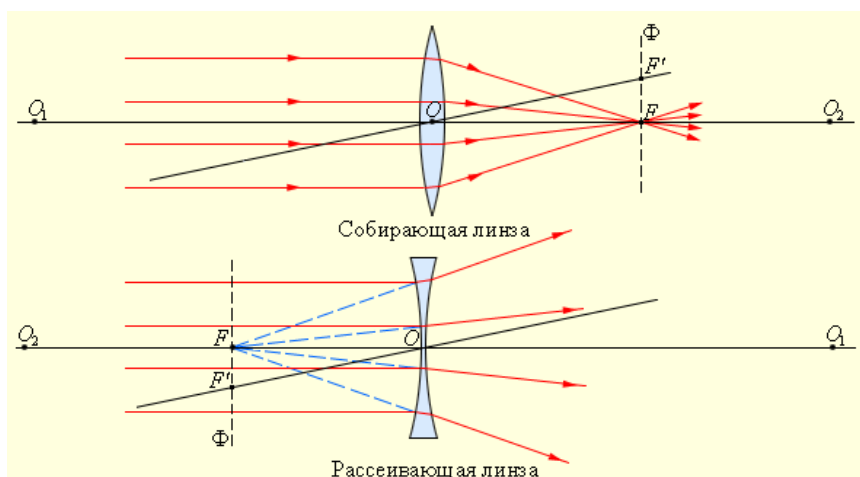
$$\boxed{(N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}. \quad \text{Данное выражение представляет собой формулу}$$

тонкой линзы.

Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой – отрицательным.

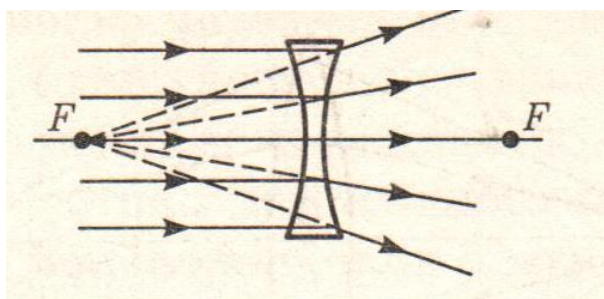
Если лучи падают на линзу параллельным пучком, то  $a = \infty$ , то  $\frac{1}{b} = (N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ , соответствующее этому случаю  $b = OF = f$  называется

фокусным расстоянием линзы, которое определяется  $f = \frac{1}{(N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$ .



Если  $b = \infty$ , т. е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком, то  $a = OF = f$ .

Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Точки  $F$ , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются фокусами линзы.



Фокус линзы – это точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси.

Величина  $\frac{1}{f} = D$  называется оптической силой линзы (измеряется в диоптриях). Линзы с положительной оптической силой называются собирающими, с отрицательной – рассеивающие.

Плоскости, проходящие через фокусы перпендикулярно главной оптической оси, называются фокальными плоскостями.

В отличие от собирающей линзы рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления в линзе) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси.

Учитывая, что  $f = \frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$ , формулу тонкой линзы можно

записать  $\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}}$

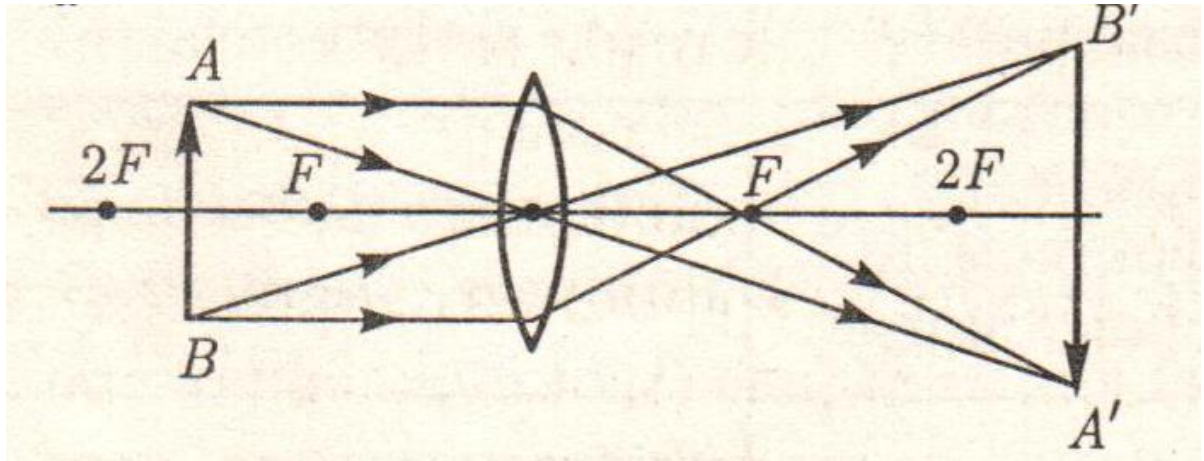
**Построение изображений в линзах.** Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

1. луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
2. луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через фокус;
3. луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в линзе он выходит из нее параллельно главной оптической оси.

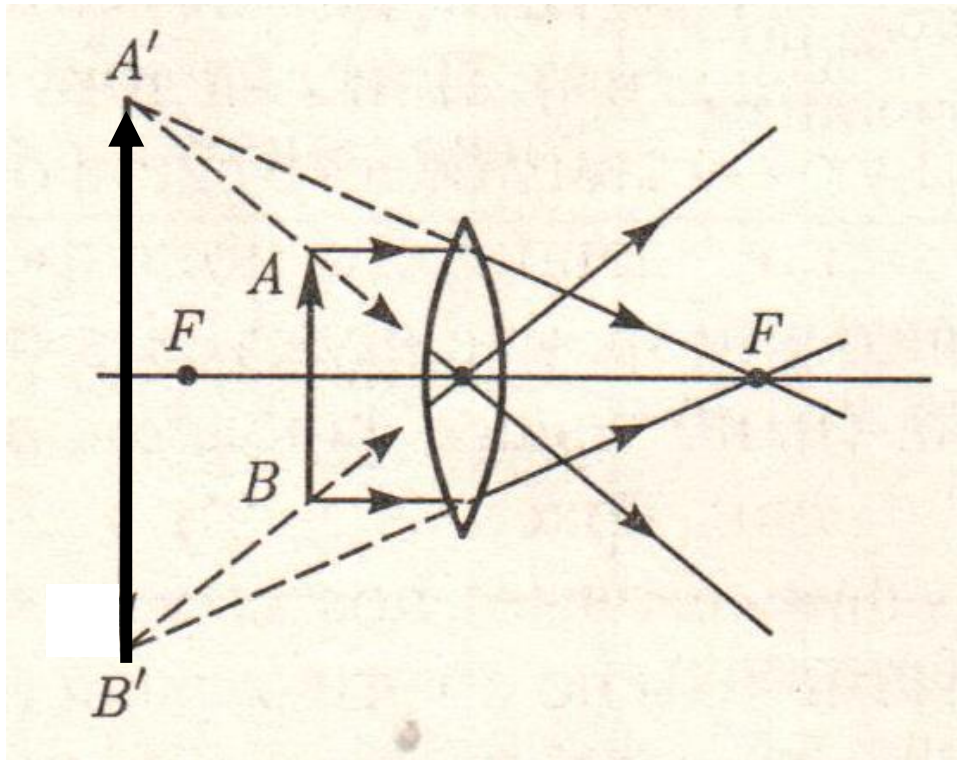
Примеры построения изображений предметов в линзах.

1. Изображение предмета в собирающей линзе. Предмет находится между фокусом и двойным фокусом. Изображение увеличенное, перевернутое.





2. Изображение предмета в собирающей линзе. Предмет находится между фокусом и линзой. Изображение прямое, увеличенное, мнимое. Линза в таком случае называется лупой.



3.  
Изобра-

жение в рассеивающей линзе. Независимо от расположения предмета относительно линзы, изображение всегда мнимое, уменьшенное.

