Тема 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА

9.1. Магнитные взаимодействия

Магнитные свойства постоянных магнитов, их способность притягивать железные предметы были известны еще древним грекам. Земля также является магнитом и явления земного магнетизма были использованы ещё древними китайцами 3000 лет тому назад для создания подобия компаса, т.е. свободно вращающейся магнитной стрелки, указывающей ориентацию сторон света. Китайские мореплаватели использовали компас в XI веке, в Европе подобные устройства появились лишь в XII веке.

В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает *магнитное поле*. Помещенная в это поле маленькая магнитная стрелка устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля. Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает на север, называется *северным*, а противоположный – *южным*.

Хорошо известно, что, если поднести два магнита друг к другу, между ними действует сила. Магниты либо притягивают друг друга, либо отталкивают; их взаимодействие ощущается даже тогда, когда магниты не соприкасаются. Если к северному полюсу одного магнита поднести северный полюс другого, магниты будут отталкиваться; то же самое будет, если поднести магниты друг к другу южными полюсами. Но если к северному полюсу одного магнита поднести южный полюс другого, возникает притяжение. Это напоминает взаимодействие электрических зарядов: одноименные полюса отталкиваются, а разноименные притягиваются. Но не следует смешивать полюса магнитов и электрические заряды – это совсем разные вещи.

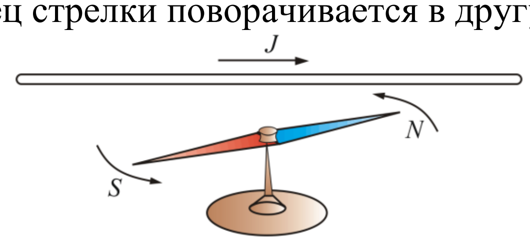
Вернемся к примеру с магнитной стрелкой, помещенной в магнитное поле. При отклонении стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует *механический крутящий момент* $M_{\text{кр}}$, пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления. Таким образом, при взаимодействии постоянных магнитов они испытывают *результирующий момент сил, но не силу*. Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

Существенное отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем. Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку. Эти заряды можно отделить друг от друга и расположить на отдельных телах, например, разрезав диполь пополам по плоскости, перпендикулярной оси диполя. Постоянный же магнит, будучи разрезан таким образом пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса. Никакое деление не дает возможности получить отдельно источники северного и южного магнетизма – *магнитные заряды*. Причина состоит в том, что «магнитных зарядов» (или, как иногда говорят, «магнитных масс») в природе не существует.

Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к 1600 г., английский ученый-физик Уильям Гильберт в труде «О магните, магнитных телах и большом магните – Земле» высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, природа электрических и магнитных явлений различна. Действительно, кроме вышеуказанного отличия, опыт показывает, что если расположить вблизи магнитной стрелки компаса легкий заряженный шарик, то мы не обнаружим никакого действия со стороны заряда шарика на магнитную стрелку. В свою очередь, магнитное поле стрелки никак не действует на заряженный шарик. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о наличии тесной связи между *электрическими и магнитными явлениями*. Однако природа этой тесной связи тогда установлена быть не могла из-за отсутствия достаточно мощных источников тока.

В 1820 году Эрстед открыл явление отклонения магнитной стрелки гальваническим током и тем самым сделал первый существенный шаг в выяснении характера связи электрических и магнитных явлений. Затем Гей-Люссак и Араго наблюдали намагничивание железа постоянным током, идущим в проводнике. Ампер обнаружил притяжение между проводами, по которым проходят параллельные токи, и отталкивание между противоположно направленными токами. Им же была выдвинута гипотеза о том, что свойства постоянных магнитов обусловлены циркулирующими в их толще постоянными круговыми токами (молекулярными токами).

Но вернемся к открытию Эрстеда. Он помещал магнитную стрелку в непосредственной близости от проводника с током и обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение. Из описанного опыта Эрстед делает вывод: *вокруг прямолинейного проводника с током есть магнитное поле*. Он обратил внимание также на то, что при изменении направления тока в проводнике северный конец стрелки поворачивается в другую сторону.



В дальнейшем исследовалось действие на магнитную стрелку проводников с током самой различной формы. Был сделан общий вывод: *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.*

Но ведь ток – это направленное движение зарядов. Возможно, вокруг всякого движущегося заряда существует магнитное поле? Опыты подтверждают: *да, магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.*

Итак, ***вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.*** *Магнитное поле – это поле движущихся зарядов*. Известно, что оно обнаруживает себя по действию на магнитные стрелки или на проводники с токами, т.е. на движущиеся заряды.

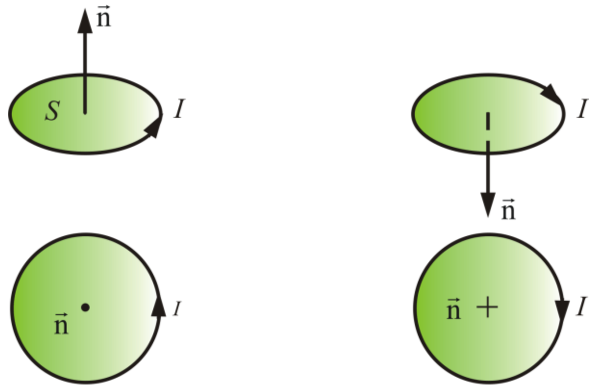
Дальше мы увидим, что, подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой. Магнитное поле материально. Теперь можно дать следующее определение магнитного поля: ***магнитное поле*** *– это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.*

Эрстед изложил результаты своих опытов Амперу, который тут же повторил эти опыты и продолжил их. Он взял катушку с током, намагниченный металлический стержень и обнаружил воздействие магнитного поля катушки на стержень. В этом опыте непосредственно была показана *связь электрического и естественного магнетизма*. Кроме того, Ампер изучил действие магнитного поля на проводники с током.

Подобно тому, как для исследования электрического поля используется пробный точечный заряд, для исследования магнитного поля используется точечное магнитное поле, созданное пробным током, циркулирующим в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Возьмем такой контур с током I и поместим его в магнитное поле.

Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой. В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом. Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали $\vec{n}$, связанной с движением тока *правилом правого винта или «правилом буравчика»*.



Итак, на контур с током в магнитном поле действует вращающий момент.

Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом. Примем положительное направление нормали $\vec{n}$ за направление магнитного поля $\vec{B}$ в данной точке. Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I, площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали $\vec{n}$.

$$M \sim IS\sin(\vec{n},\vec{B}),$$

здесь M – ***вращающий момент***, или ***момент силы***, $IS = P_m$ – ***магнитный момент*** контура (аналогично $ql = \vec{P}$ – электрический момент диполя).

Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали.

$$\vec{P}_m = P_m\vec{n}. \qquad (1)$$

Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$ *для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной* ***магнитной индукцией***:

$$B = \frac{M}{P_m\sin(\vec{n},\vec{B})} \qquad (2)$$

$$\text{или } \vec{B} = \frac{\vec{M}_{max}}{\vec{P}_m},$$

где $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью $\vec{n}$.
По аналогии с электрическим полем

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

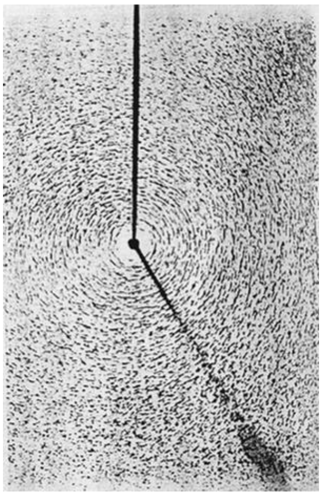
Магнитная индукция $\vec{B}$ *характеризует силовое действие магнитного поля на ток* (аналогично, $\vec{E}$ характеризует силовое действие электрического поля на заряд). $\vec{B}$ – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью *магнитных силовых линий*.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что магнитное поле – *вихревое*.

Условились, за направление $\vec{B}$ принимать направление северного конца магнитной стрелки. Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.

Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (*линиями магнитной индукции*). ***Линиями магнитной индукции*** *называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора* $\vec{B}$ *в этой точке.*

Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок, которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).



Так было установлено, что силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника с током – это концентрические окружности с центрами на проводнике, лежащие в плоскости, перпендикулярной проводнику.

Магнитные силовые линии всегда замкнуты (вихревое поле).

9.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист Био и Феликс Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что *магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма* (*суперпозиция*) *полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока*:

$$\vec{\mathrm{B}} = \sum \vec{\mathrm{B}}_i.$$

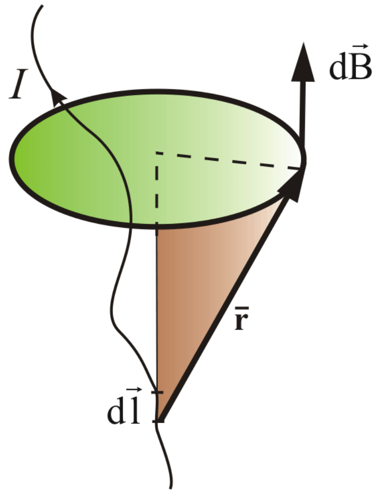
Элемент тока длины d*l* ***создает поле с магнитной индукцией***:

$$\mathrm{d}B = k\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}, \qquad (3)$$

или в векторной форме:

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{B}} = k\frac{I[\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}, \vec{\mathrm{r}}]}{r^3}. \qquad (4)$$

Это и есть ***закон Био–Савара–Лапласа***, полученный экспериментально.



Здесь I – ток; $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$; r – модуль радиус-вектора; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

Как видно из рисунка, *вектор магнитной индукции* $d\vec{B}$ *направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через* $d\vec{l}$ *и точку, в которой вычисляется поле*.

Направление $d\vec{B}$ связано с направлением $d\vec{l}$ ***«правилом буравчика»***: *направление вращения головки винта дает направление* $d\vec{B}$*, поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.*

Таким образом, *закон Био–Савара–Лапласа устанавливает величину и направление вектора* $d\vec{B}$ *в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником* $d\vec{l}$ *с током I.*

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется соотношением:

$$dB = k\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}, \tag{5}$$

где α – угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

В международной системе единиц СИ закон Био–Савара–Лапласа для вакуума можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}, \tag{6}$$

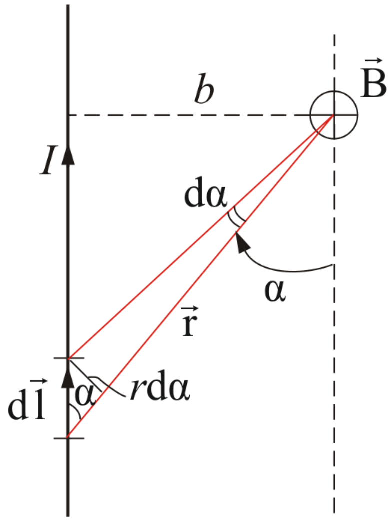
где $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Справедливость закона Био–Савара–Лапласа была подтверждена и для других форм движения заряда: в 1903 г. А. А. Эйхенвальд установил появление магнитного поля при движении наэлектризованных тел (например, пластин плоского конденсатора); в 1911 г. А. Ф. Иоффе исследовал магнитное поле пучка ускоренных электронов.

9.2.1. Магнитное поле прямого тока

Применим закон Био–Савара–Лапласа для расчета магнитных полей простейших токов.

Рассмотрим магнитное поле прямого тока.



Все векторы $d\vec{B}$ от произвольных элементарных участков $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление. Поэтому сложение векторов можно заменить сложением модулей.

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рисунка видно, что:

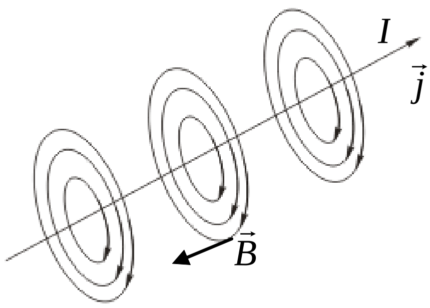
$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \qquad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставив найденные значения r и dl в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ib\,d\alpha\sin\alpha\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\sin\alpha\,d\alpha.$$

Для ***конечного проводника*** угол α изменяется от α_1, до α_2. Тогда

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \tag{7}$$



Для ***бесконечно длинного проводника*** $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$, тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

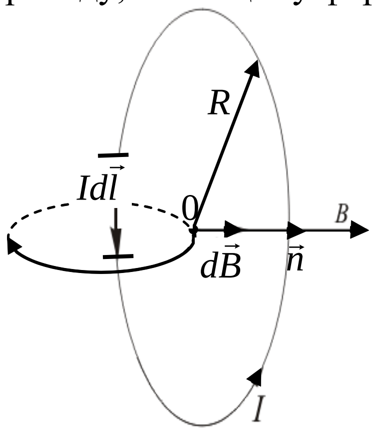
или, что удобнее для расчетов,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}.$$

Линии магнитной индукции прямого тока представляют собой систему концентрических окружностей, охватывающих ток.

9.2.2. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим магнитное поле, создаваемое током, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (круговой ток). Определим магнитную индукцию в центре кругового тока. Каждый элемент тока создает в центре индукцию dB, направленную вдоль положительной нормали к контуру. Поэтому, по закону Био–Савара–Лапласа



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}.$$

Тогда

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2},$$

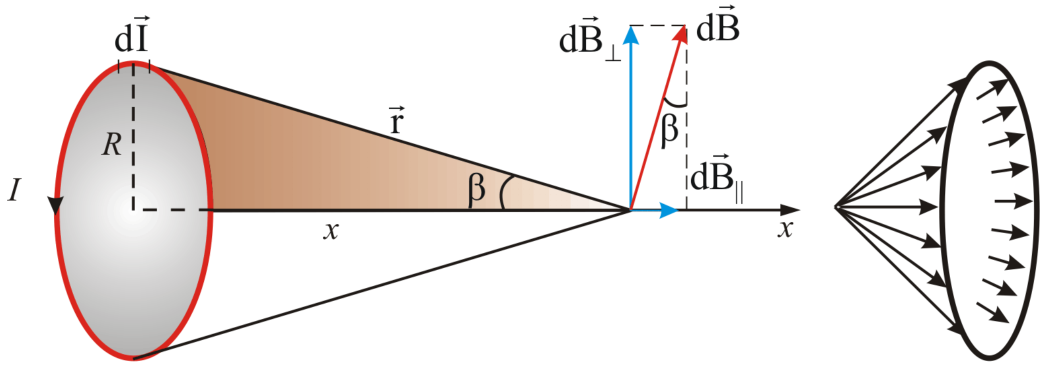
α -угол между $\vec{r}$ и $Id\vec{B}$ равен $\frac{\pi}{2}$, а r=R. Проинтегрируем это выражение по всему контуру:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{R^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{R^2}2R\pi = \mu_0\frac{I}{2R}.$$

Итак, магнитная индукция в центре кругового тока равна:

$$B = \mu_0\frac{I}{2R}. \qquad (9)$$

Определим магнитную индукцию на оси проводника с током на расстоянии x от плоскости кругового тока.



Векторы $d\vec{B}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через соответствующие $d\vec{l}$ и $\vec{r}$. Следовательно, они образуют симметричный конический веер. Из соображения симметрии видно, что результирующий вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси кругового тока. Каждый из векторов $d\vec{B}$ вносит вклад равный $d\vec{B}_{||}$, а $d\vec{B}_{\perp}$ взаимно уничтожаются. Но $dB_{||} = dB\sin\beta$, $\sin\beta = \frac{R}{r}$, а т.к. угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ α – прямой, то $\sin\alpha = 1$, тогда получим

$$\mathrm{d}B_{||} = \mathrm{d}B\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}\frac{R}{r}. \qquad (10)$$

Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и, проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$, получим выражение для нахождения ***магнитной индукции кругового тока***:

$$B = \int_0^{2\pi R} \mathrm{d}B_{||} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}. \qquad (11)$$

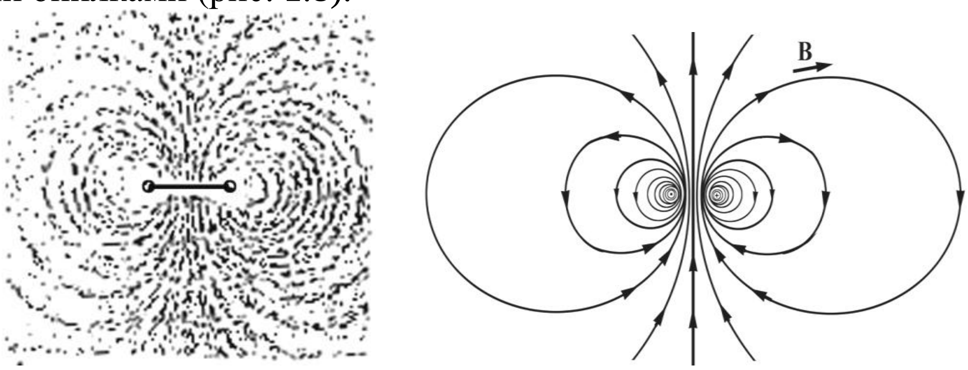
При $x = 0$, получим ***магнитную индукцию в центре кругового тока***:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Заметим, что в числителе (1.6.2) $I\pi R^2 = IS = P_m$ – магнитный момент контура. Тогда, на большом расстоянии от контура, при $R << x$, магнитную индукцию можно рассчитать по формуле:

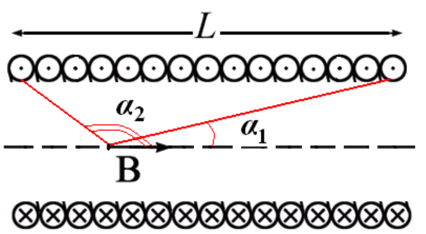
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2P_m}{x^3}. \qquad (12)$$

Силовые линии магнитного поля кругового тока хорошо видны в опыте с железными опилками (рис. 1.8).



9.2.3. Магнитное поле соленоида

● Поле соленоида.



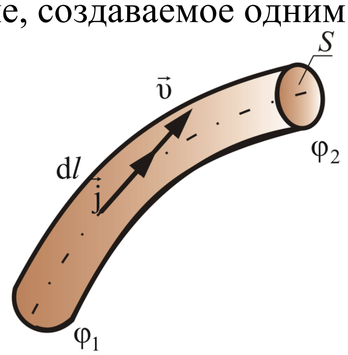
$$B = \frac{\mu\mu_0}{2}nI\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right),$$

где $n = N / L$ – число витков на единицу длины соленоида.

Если соленоид имеет бесконечную длину, то $B = \mu\mu_0 nI$

9.3. Магнитное поле движущегося заряда

Как известно, электрический ток – упорядоченное движение зарядов, а, как мы доказали только что, магнитное поле порождается движущимися зарядами. Найдем магнитное поле, создаваемое одним движущимся зарядом.



Так как ток $I = jS$, где j – плотность тока. Векторы $\vec{j}$ и $d\vec{l}$ имеют одинаковое направление, значит

$$I\mathrm{d}l = Sj\mathrm{d}l.$$

Если все заряды одинаковы и имеют заряд q, то

$$\vec{j} = qn\vec{\upsilon}, \qquad (13)$$

где n – число носителей заряда в единице объема; $\vec{\upsilon}$ – дрейфовая скорость зарядов.

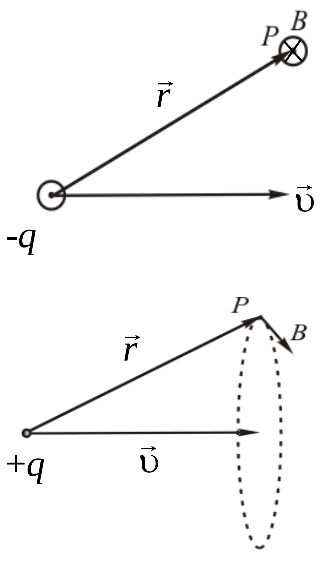
Если заряды положительные, то $\vec{j}$ и $\vec{\upsilon}$ имеют одно направление. Подставив в закон Био-Савара-Лапласа, получим:

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{S\mathrm{d}lnq[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (14)$$

Обозначим $\mathrm{d}N = S\mathrm{d}ln$ – число носителей заряда в отрезке $\mathrm{d}\vec{l}$. Разделив на это число, получим выражение для ***индукции магнитного поля, создаваемого одним зарядом***, движущимся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}N} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{r^3}. \qquad (15)$$

В скалярной форме ***индукция магнитного поля одного заряда*** в вакууме определяется по формуле:



$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\upsilon\sin(\vec{\upsilon},\vec{r})}{r^2}.$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $\upsilon << c$.

Выражение (16) определяет индукцию магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью $\vec{\upsilon}$ в точке, положение которой относительно заряда определяется радиусом – вектором $\vec{r}$. Из соотношения (16) вытекает, что вектор $\vec{B}$ в каждой точке P направлен перпендикулярно к плоскости, проходящей через направление вектора $\vec{\upsilon}$ и точку Р, причем так, что вращение в направлении $\vec{B}$ образует с направлением $\vec{\upsilon}$ правовинтовую систему.

Электромагнитные возмущения распространяются в пространстве с конечной скоростью, равной скорости света *C*. Поэтому поле в данной точке пространства будет соответствовать тому состоянию (т.е. положению и скорости) заряда, которое существовало на $\tau = \frac{r}{C}$ секунд раньше (*r*–расстояние от точки, где был на τ секунд раньше заряд, до точки, в которой определяется $\vec{B}$). Таким образом, имеет место запаздывание значений поля, тем больше, чем дальше отстоит данная точка поля от вызвавшего это поле заряда. Формула (169) дает правильный результат лишь в том случае, если перемещение заряда происходит со скоростью υ<<C. Тогда время запаздывания будет пренебрежимо мало и можно считать, что значение $\vec{B}$ в момент времени *t* определяется положением заряда в тот же момент времени *t*.

9.4. Напряженность магнитного поля

Итак, мы с вами выяснили, что *магнитное поле – это одна из форм проявления электромагнитного поля*, особенностью которого является то, что это *поле действует* только *на движущиеся частицы и тела*, *обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела*.

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции $\vec{B}$ поля созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\left[\vec{\upsilon}, \vec{r}\right]}{r^3}.$$

Еще одной характеристикой магнитного поля является *напряженность*.

Напряженностью магнитного поля *называют векторную величину* $\vec{H}$, *характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом*:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \qquad (17)$$

Напряженность магнитного поля заряда *q*, движущегося в вакууме равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q\left[\vec{\upsilon}, \vec{r}\right]}{r^3}. \qquad (18)$$

Это выражение показывает ***закон Био–Савара–Лапласа для*** $\vec{H}$.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ является, как бы, аналогом вектора электрического смещения $\vec{D}$ в электростатике.

9.5. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

Как было показано выше, линии вектора $\vec{B}$ не имеют ни начала, ни конца. Мы знаем, что поток любого вектора через поверхность равен разности числа линий, начинающихся у поверхности, и числа линий, оканчивающихся внутри поверхности:

$$\Phi = N_{\text{нач}} - N_{\text{оканч}}.$$

В соответствии с вышеизложенным, можно сделать заключение, *что поток вектора* $\vec{B}$ *через замкнутую поверхность должен быть равен нулю*.

Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S имеет место условие:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0. \qquad (19)$$

Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): ***поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю***.

Этот результат является математическим выражением того, что *в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля*, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

Заменив поверхностный интеграл в объемным, получим:

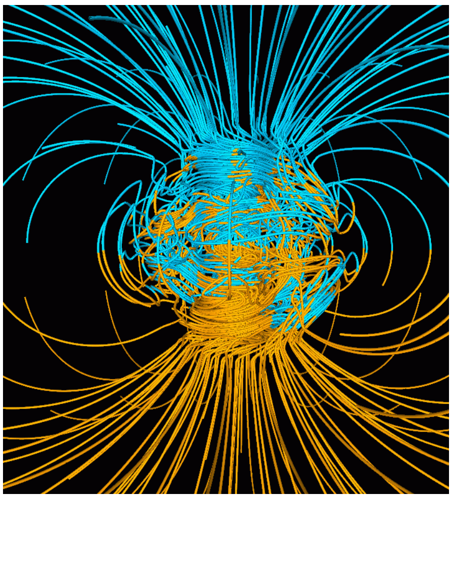
$$\int_V \nabla B dV = 0, \qquad (20)$$

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)$ – оператор Лапласа.

Это условие должно выполняться для любого произвольного объема V, а это, в свою очередь, возможно, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю. Таким образом, *магнитное поле обладает тем свойством, что его* ***дивергенция*** *всюду равна нулю*:

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \text{ или } \nabla\vec{B} = 0. \qquad (21)$$

В этом его отличие от электростатического поля, которое является потенциальным и может быть выражено скалярным потенциалом φ, магнитное поле – *вихревое*, или *соленоидальное*.



Компьютерная модель магнитного поля Земли, подтверждающая вихревой характер, изображена на рисунке.