

Тема 4. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

4.1. Классификация диэлектриков. Полярные и неполярные молекулы

4.2. Поляризация диэлектриков

4.3. Вектор электрического смещения \vec{D}

4.4. Поток вектора электрического смещения. Теорема Остроградского-Гаусса для вектора \vec{D}

4.5. Изменение \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков

4.1. Классификация диэлектриков. Полярные и неполярные молекулы

Вещество независимо от его природы и агрегатного состояния (газ, жидкость, твердое тело), помещенное во внешнее электрическое или магнитное поле, претерпевает определенные изменения. Это приводит к возникновению ряда явлений, которые в свою очередь изменяют поле внутри этого вещества и за его пределами.

По отношению к действию электростатического поля все вещества можно разделить на проводники, полупроводники и диэлектрики. Характерным признаком проводников является наличие в них так называемых *свободных* носителей заряда, которыми являются электроны в металлах (проводники первого рода), ионы в электролитах (проводники второго рода), электроны и ионы в ионизованных газах и плазме. Под действием электростатического поля эти заряды способны перемещаться по проводникам и тем самым создавать электрический ток, т.е. поток зарядов того или иного знака.

Диэлектрики, состоящие из нейтральных атомов или молекул, практически не содержат свободных носителей заряда и потому плохо проводят электрический ток, т.е. являются в обычных условиях изоляторами. В зависимости от химического состава и строения различают *полярные* и *неполярные диэлектрики*, а также *ионные кристаллические диэлектрики* и *сегнетоэлектрики*.

Неполярные диэлектрики (к ним относятся H_2 , O_2 , N_2 и др.) - это такие диэлектрики, молекулы которых имеют симметричное строение, т.е. центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают. Молекулы таких диэлектриков называются *неполярными*. Под действием внешнего электростатического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, отрицательные против поля) и молекулы превращаются в диполь, следовательно, приобретают дипольный момент, величина которого пропорциональна напряженности поля

$$\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E}, \quad (1)$$

где β – поляризуемость молекулы (молекула ведет себя как упругий диполь), ϵ_0 – электрическая постоянная. Так как каждая молекула превращается в диполь, ориентированный по полю, то векторная сумма всех дипольных моментов молекул диэлектрика уже не равна нулю и диэлектрик приобретает электрический дипольный момент.

Полярные диэлектрики (к ним относятся H_2O , CO , NH , HCl и т.п.) – это такие диэлектрики, молекулы которых имеют асимметричное строение, т.е. центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля представляют собой диполь. Молекулы таких диэлектриков называют *полярными*. Каждая молекула имеет определенный дипольный момент \vec{p}_i . При отсутствии внешнего поля, дипольные моменты полярных молекул \vec{p}_i из-за хаотичного движения молекул ориентированы в пространстве хаотично и поэтому векторная сумма всех дипольных моментов диполей в среднем равна нулю. Следовательно, результирующий дипольный момент диэлектрика равен нулю.

Если такой диэлектрик поместить во внешнее электростатическое поле, то силы поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля. Поэтому возникает частичное упорядочение в расположении диполей (тем большее, чем сильнее внешнее поле и чем ниже температура). В этом случае векторная сумма всех дипольных моментов молекул диэлектрика уже не равна нулю и диэлектрик приобретает электрический дипольный момент. На значение электрического момента полярной молекулы \vec{p}_i внешнее поле практически не влияет (жесткий диполь).

Ионные диэлектрики (к ним относятся вещества, имеющие кристаллическую структуру, такие как $NaCl$, KCl , KBr , ...) – это диэлектрики, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разного знака. В этих кристаллах выделить отдельные молекулы нельзя, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую, ионных подрешеток. При отсутствии поля подрешетки расположены симметрично и суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю. Если диэлектрик поместить во внешнее электростатическое поле происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток. Это приводит к возникновению дипольного момента диэлектрика.

Таким образом, внесение всех трех групп диэлектриков во внешнее электростатическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического дипольного момента диэлектрика или *поляризации диэлектрика*.

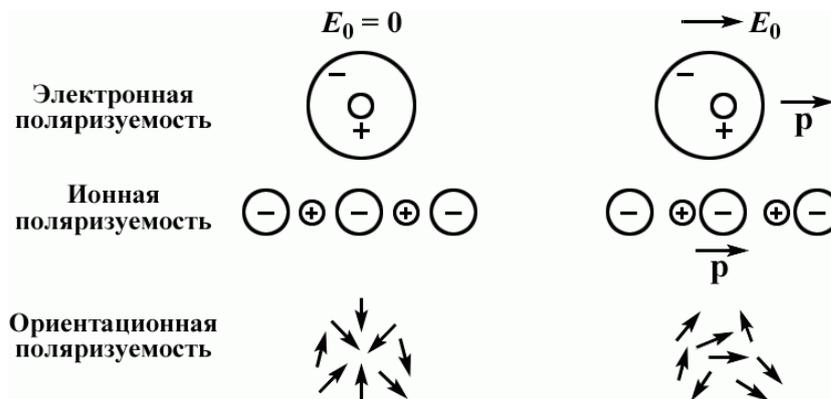
Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появление под действием внешнего поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:

1. электронная – поляризация неполярных молекул диэлектрика;
2. ориентационная (дипольная) – поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации дипольных молекул по полю;

3. ионная – поляризация ионных диэлектриков, приводящая к деформации кристаллической решетки и образованию диполей.

На рисунке схематично представлены различные виды поляризации.



Таким образом, механизм поляризации связан с конкретным строением диэлектрика. Однако для дальнейшего существенно лишь то, что в процессе поляризации происходит ориентация диполей диэлектрика под действием внешнего поля.

4.3. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации. Связь вектора поляризации с напряженностью поля

В отсутствие внешнего электростатического поля дипольные моменты молекул диэлектриков или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены хаотически по направлениям в пространстве (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный электрический момент диэлектрика равен нулю. Если диэлектрик поместить во внешнее электростатическое поле, то в нем происходят процессы, приводящие к образованию диполей, ориентированных по внешнему полю (неполярные или ионные диэлектрики), либо ориентации имеющихся в диэлектрике диполей (полярные диэлектрики). Все процессы, происходящие в различных диэлектриках, находящихся в электростатическом поле, объединяют общим термином *поляризация*. Диэлектрик во внешнем электростатическом поле поляризуется, т.е. приобретает результирующий электрический момент.

При изменении напряженности внешнего электростатического поля, в котором находится диэлектрик, меняется состояние диполей диэлектрика, и следовательно, меняется степень поляризации.

Степень поляризации диэлектрика характеризуется величиной, называемую *вектором поляризации* (или *поляризованностью*). Вектор поляризации определяется как суммарный дипольный момент единицы объема диэлектрика и равен

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} \quad (2),$$

где ΔV - бесконечно малый объем диэлектрика, а $\sum \vec{p}_i$ - сумма дипольных моментов, заключенных в этом объеме молекул.

Вектор поляризации для любого диэлектрика (кроме сегнетоэлектриков) зависит от свойств самого диэлектрика и от напряженности электростатического поля.

Найдем вектор поляризации неполярного диэлектрика объемом ΔV , помещенного во внешнее электростатическое поле. Пусть концентрация молекул в единице объема n . В объеме ΔV количество молекул равно $n\Delta V$. Дипольный момент каждой из молекул \vec{p}_i определяется в этом случае формулой $\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$ и, таким образом, суммарный дипольный момент всех молекул равен $\sum \vec{p}_i = n\Delta V \beta \epsilon_0 \vec{E}$, или вектор поляризации

$$\vec{P} = n\beta \epsilon_0 \vec{E} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (3)$$

где $\chi = n\beta$ – диэлектрическая восприимчивость, β – поляризуемость молекулы диэлектрика.

В случае диэлектриков, построенных из полярных молекул, ориентирующему действию внешнего поля препятствует тепловое движение молекул, стремящееся разбросать их дипольные моменты по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация дипольных моментов молекул в направлении поля. Статистический расчет показывает в согласии с опытом, что при неизменной температуре T вектор поляризации пропорционален напряженности поля, т.е. приводит к формуле (3):

$$\vec{P} = \frac{np_i^2}{3kT} \vec{E} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

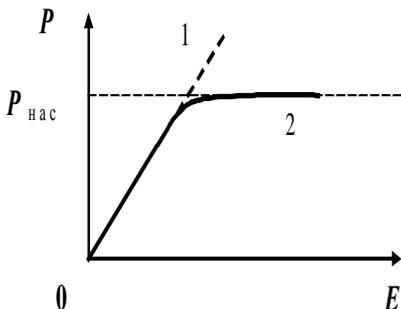
где $\chi = \frac{np_i^2}{3kT\epsilon_0}$ – диэлектрическая восприимчивость, зависящая от природы диэлектрика и температуры.

Экспериментально доказано, что у диэлектриков любого типа (кроме сегнетоэлектриков) вектор поляризации связан с напряженностью поля в той же точке соотношением:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (3)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость (зависит от природы диэлектрика), \vec{E} – напряженность поля внутри диэлектрика.

Следовательно, для неполярного диэлектрика: $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$. Все диполи (молекулы) направлены вдоль вектора \vec{E} . Эта зависимость изображена прямой 1 на графике $P(E)$.



В случае полярного диэлектрика зависимость $P(E)$ имеет вид: кривая 2.

При больших полях ($E \gg 0$) в случае полярного диэлектрика линейная зависимость $P(E)$ нарушается и выходит на насыщение. Этот факт обусловлен тем, что при определенной величине E достигается такое состояние, когда дипольные моменты всех молекул направлены по полю, то есть наступает насыщение и модуль

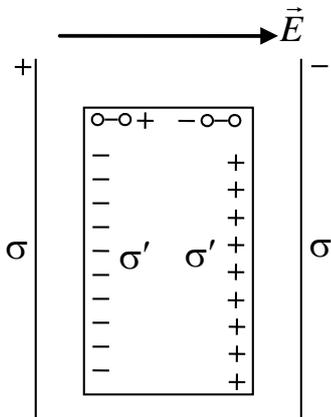


Рис. 4.1

вектора поляризации не меняется (достигает $P_{\text{нас.}}$).

Если однородный диэлектрик находится в однородном электрическом поле, то любой элемент его объема ΔV , содержащий достаточно большое число молекул поляризуется. Благодаря повороту диполей на двух противоположных поверхностях диэлектрика создается заряд (на одной грани диэлектрика создается положительный заряд, на противоположной грани – отрицательный) (рис.). Эти заряды называются *связанными*, так как они принадлежат молекулам диэлектрика (или кристаллической решетке при ионной поляризации) и не могут перемещаться по диэлектрику. Эти заряды не могут быть удалены с поверхности диэлектрика. На поверхности поляризованного диэлектрика связанные заряды распределены поверхностной плотностью σ' . (рис. 4.1).

При возрастании напряженности поля \vec{E}_0 упорядочивается ориентация молекул (ориентационная поляризация), увеличиваются дипольные моменты молекул (электронная поляризация) или увеличивается смещение подрешеток (ионная поляризация). Все это приводит к тому, что увеличивается поверхностная плотность связанных зарядов σ' на поверхности диэлектрика. Таким образом, σ' так же как и вектор поляризации, характеризует степень поляризации диэлектрика. Очевидно существует связь между σ' и \vec{P} .

Найдем связь между σ' и \vec{P} на примере поляризованного диэлектрика, изготовленного в виде параллелепипеда (рис. 4.1), ребро которого l , а сечение S . Если такой диэлектрик поляризован, то совокупность диполей диэлектрика можно рассматривать как цепочку, одна из которых показана на рисунке. Дипольные моменты диполей \vec{p}_i имеют одинаковое направление. Во внутренней части цепочки диполей суммарный заряд равен нулю. Такая цепочка диполей подобна длинному диполю, в котором расстояние между зарядами равно ребру параллелепипеда l , а заряд равен $q' = \sigma'S$. Следовательно, если на грани параллелепипеда, площадь которой S возник связанный заряд q' , то суммарный дипольный момент диэлектрика равен

$\left| \sum_i \vec{p}_i \right| = q'l = \sigma'Sl$. Объем параллелепипеда $\Delta V = Sl \cos \alpha$, тогда вектор поляризации

диэлектрика $P = \frac{\left| \sum_i \vec{p}_i \right|}{\Delta V} = \frac{\sigma'Sl}{Sl \cos \alpha} = \frac{\sigma'}{\cos \alpha}$, откуда $\sigma' = P \cos \alpha = P_n$.

Итак, поверхностная плотность связанных зарядов σ' равна нормальной к грани диэлектрика составляющей вектора поляризации P_n .

$$P \cos \alpha = P_n, \quad (4)$$

где P_n – проекция вектора поляризации на нормаль к поверхности, на которой выступают заряды. Отсюда:

$$\sigma' = P_n \quad (5)$$

т.е. плотность поверхностных связанных зарядов σ' , численно равна нормальной составляющей вектора поляризации.

Так как

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \text{то } \sigma' = \chi \varepsilon_0 E_n, \quad (6)$$

где E_n – нормальная составляющая напряженности поля внутри диэлектрика.

Электрическое поле в диэлектриках. Поток вектора поляризации

Рассматривая электростатические явления в вакууме, мы считали, что заряды на теле, обусловлены избытком или недостатком электронов в каждом элементе объема заряженного тела, содержащем достаточно большое число молекул. Такие заряды можно передать другому телу путем соприкосновения. Заряды такого рода называются свободными.

При поляризации диэлектрика появляются заряды, вызванные либо поворотом дипольных молекул, либо образованием дипольных моментов молекул, при этом каждая молекула остается нейтральной. Эти заряды называются связанными. Связанные заряды появляются только при наличии в диэлектриках электрического поля. Таким образом, первичным источником поля всегда являются свободные заряды.

Рассмотрим электрическое поле внутри плоской пластины диэлектрика.

Внесем в однородное электрическое поле, создаваемое двумя бесконечными заряженными плоскостями пластину из однородного диэлектрика. Под действием поля диэлектрик поляризуется, и на его поверхностях появятся связанные заряды плотности σ' . Эти заряды создают внутри пластины однородное электрическое поле, напряженность которого равна $E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$. Напряженность поля, образованного за-

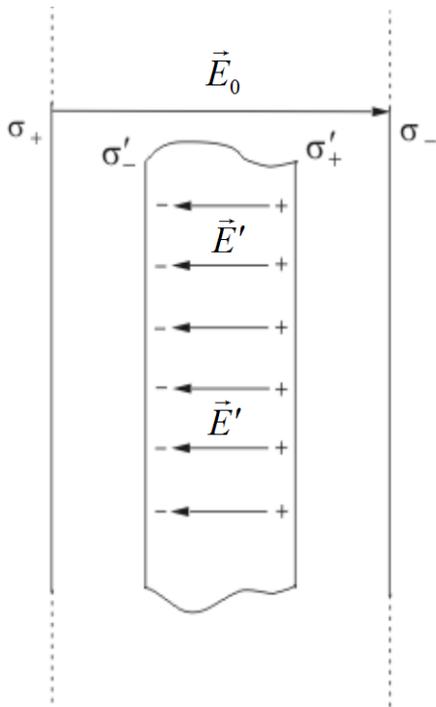


Рис. 4.2

ряженными пластинами $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. Оба поля направлены навстречу друг другу. Следовательно, внутри диэлектрика:

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sigma - \sigma'). \quad (7)$$

Так как поле \vec{E} перпендикулярно к поверхности пластины, то $E = E_n$, и $\sigma' = \chi \varepsilon_0 E$. Тогда:

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E,$$

откуда

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}; \quad 1 + \chi = \varepsilon \quad (8)$$

и

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Таким образом, физический смысл диэлектрической проницаемости заключается в том, что она показывает во сколько раз ослабляется поле внутри диэлектрика.

Чтобы найти σ' , можно воспользоваться тем, что $E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}$ (7) и (64),

откуда $\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma') = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$ или

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma \quad (9)$$

Так как, $\sigma' = P_n$, то $P_n = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$. Таким образом, вектор поляризации пропорционален напряженности электрического поля в диэлектрике. Величина $\chi = \varepsilon - 1$ - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, она характеризует способность диэлектрика поляризоваться и зависит от молекулярного строения и температуры.

Найдем поток вектора поляризации и сформулируем теорему Гаусса для поля вектора \vec{P} .

Пусть произвольная замкнутая поверхность охватывает часть диэлектрика. Внутри диэлектрика возникает поле, напряженность которого равна $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$,

где \vec{E}_0 - напряженность поля, созданная свободными зарядами, объемная плотность которых ρ ;

\vec{E}' - напряженность поля, созданного связанными зарядами, объемная плотность которых ρ' .

Найдем поток вектора напряженности из бесконечно малого объема диэлектрика, охватывающего некоторую точку диэлектрика:

$$\text{div} \vec{E} = \text{div} \vec{E}_0 + \text{div} \vec{E}' \quad (10)$$

$$\text{По теореме Гаусса } \text{div} \vec{E}_0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (11).$$

Так как $\varepsilon = \frac{E_0}{E}$, то $\text{div} \varepsilon \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (12). Решая совместно (10-12), получим:

$\text{div}(\varepsilon - 1)\vec{E} = -\text{div} \vec{E}'$, так как $\text{div} \vec{E}' = \frac{\rho'}{\varepsilon_0}$, то $\text{div} \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E} = -\rho'$. Зная, что

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E}, \text{ получим}$$

$$\text{div} \vec{P} = -\rho' \quad (13)$$

дивергенция поля вектора \vec{P} равна с обратным знаком объемной плотности связанного заряда в той же точке.

Перейдя от дифференциальной записи к интегральной можно записать, $\oint_S (\vec{P} d\vec{S}) = -q'$ (71) - поток вектора поляризации \vec{P} через произвольную замкнутую поверхность S равен взятому с обратным знаком связанному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом этой поверхностью S .

Однако, в диэлектриках на первичное поле, вызванное свободными зарядами, налагается еще добавочное поле связанных зарядов. Для того, чтобы найти напряженность \vec{E} внутри диэлектрика, надо сложить напряженности поля свободных зарядов \vec{E}_0 и связанных зарядов \vec{E}' , т.е.,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (14)$$

Поляризация диэлектрика обусловлена действием суммарного поля. Поэтому это \vec{E} нужно подставить в формулы: $\vec{P} = \chi\epsilon_0\vec{E}$ и $\sigma' = \chi\epsilon_0 E_n$.

На связанных зарядах начинаются, либо заканчиваются линии вектора \vec{E}' . Поэтому теорему Гаусса нужно записывать следующим образом:

$$\Phi_E = \oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum q + \sum q'). \quad (15)$$

Т.е., при вычислении потока вектора \vec{E} через замкнутую поверхность учитывается алгебраическая сумма не только свободных, но также и связанных зарядов, заключенных внутри поверхности. Эта формула оказывается малоприменимой для нахождения вектора \vec{E} в диэлектрике, так как она выражает свойства неизвестной величины \vec{E}' через связанные заряды q' , которые в свою очередь определяются неизвестной \vec{E} . Поэтому вводится вспомогательная величина, связанная простым соотношением с вектором \vec{E} и определяемая лишь распределением в пространстве свободных зарядов. Поток вектора \vec{P} через поверхность S определяется суммой связанных зарядов, т.е.

$$\Phi_P = \oint P_n dS = -\sum q'. \quad (16)$$

Знак минус возникает за счет того, что поле связанных зарядов противоположно полю свободных зарядов. Тогда из (55) и (56) получим:

$$\epsilon_0 \Phi_E - \sum q' = \epsilon_0 \Phi_E + \Phi_P = \oint (\epsilon_0 E + P)_n dS = \sum q \quad (17)$$

Выражение, стоящее в скобках под знаком интеграла, и есть та вспомогательная величина, о которой шла речь. Ее обозначают буквой D и называют электрическим смещением.

Итак, электрическим смещением называется величина, определяемая соотношением:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (18)$$

С использованием этой величины формула (57) может быть записана в виде:

$$\oint D_n dS = \sum q. \quad (19)$$

Если свободные заряды распределены внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ , формула (59) видоизменяется:

$$\oint D_n dS = \int \rho dV. \quad (20)$$

Формулы (59), (60) выражают теорему Гаусса для вектора электрического смещения: поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.

Так как в вакууме $\vec{D}=0$, то определяемая величина из формулы (18) $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$, и формулы теоремы Гаусса (19), (20) для \vec{D} переходят в формулы теорема Гаусса для вектора \vec{E} .

Единицей потока вектора электрического смещения является кулон, т.е. заряд в 1 кулон создает через охватывающую его поверхность поток вектора электрического смещения в 1 кулон. Подставив в (59) формулу (49), получим:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}, \quad (21)$$

где $1 + \chi = \epsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды.

Таким образом, получаем важное соотношение между векторами \vec{D} и \vec{E} :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (22)$$

Электрическое смещение внутри диэлектрика:

$$D = \epsilon_0 \epsilon E = \epsilon_0 E_0, \quad (23)$$

так как $\epsilon = \frac{E_0}{E}$. Таким образом, внутри пластины

из диэлектрика электрическое смещение равно напряженности поля свободных зарядов, умноженной на ϵ_0 , т.е., совпадает с электрическим смещением внешнего поля $D_0 = \epsilon_0 E_0$ ($\epsilon=1$). Смысл введения вектора электрического смещения состоит в том, что поток вектора \vec{D} через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объема подобно потоку вектора \vec{E} . Это позволяет не рассматривать связанные заряды и упрощает решение многих задач. Чтобы найти σ' , можно воспользоваться тем, что $E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}$, от-

куда $\frac{1}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma') = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$ и

$$\sigma' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \sigma \quad (24)$$

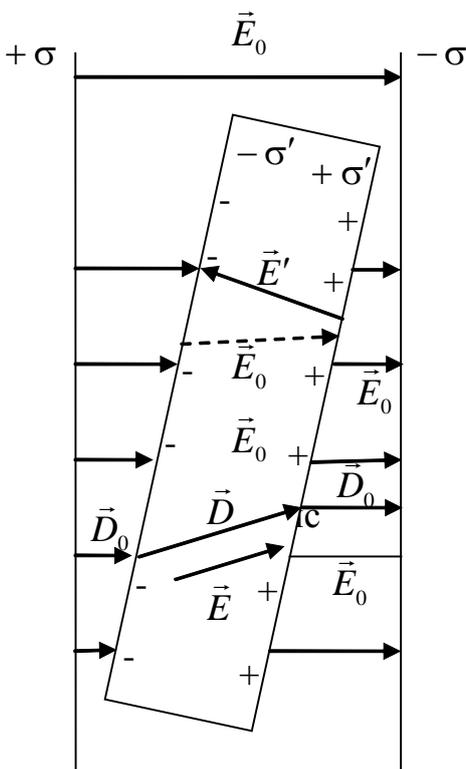


Рис. 4.3

Из (23) следует, что $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$, если грани пластины диэлектрика параллельны заряженным пластинам, создающим электрическое поле напряженностью \vec{E}_0 .

Если диэлектрик расположен под углом к силовым линиям \vec{E}_0 внешнего поля (рис. 4.3), то вектор \vec{D} на границе диэлектрика изменяется. Вектора \vec{E}' и \vec{E}_0 не совпадают по направлению. На рис. 4.3 (в увеличенном масштабе) показано направление векторов \vec{D} , \vec{E}_0 и \vec{E}' для такого случая. Вектор \vec{D} совпадает по направлению с

вектором \vec{E} , следовательно, не совпадает с \vec{E}_0 , т.е. вектор \vec{D} преломляется на границе диэлектрика.

2) Преломление вектора смещения на границе раздела двух сред.

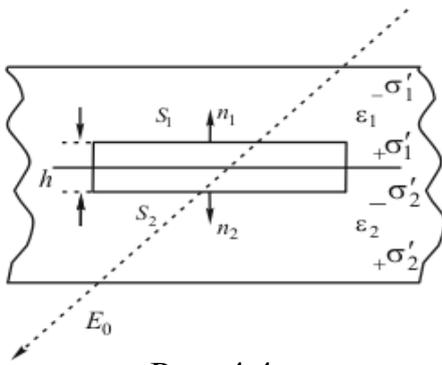


Рис. 4.4

Поле вектора \vec{D} можно изобразить с помощью линий электрического смещения (линии смещения), направление и густота которых определяются также как и для линий вектора \vec{E} .

Поместим в однородное поле E_0 две сложенные вместе однородные параллельные пластины из разных диэлектриков (рис. 4.4). При разных ϵ_1 и ϵ_2 , плотности зарядов σ'_1 и σ'_2 также будут различными.

Следовательно, на поверхности, по которой соприкасаются пластины, возникает избыточный связанный заряд $q'_{изб.}$. Однако, линии вектора \vec{D} могут начинаться и заканчиваться только на свободных зарядах. Поэтому линии смещения пройдут через поверхность раздела двух диэлектриков не прерываясь. Они лишь претерпевают на этой поверхности излом. Рассмотрим воображаемый цилиндр высоты h (рис. 4.4), основания которого S_1 и S_2 расположены по разным сторонам поверхности раздела. Применим к этому цилиндру теорему Гаусса. Внутри цилиндра имеются лишь связанные заряды, свободных зарядов нет. Поэтому правая часть формулы (19) $\oint D_n dS = \sum q = 0$. Поток \vec{D} через боковую поверхность цилиндра можно пренебречь, так как h мало ($h \rightarrow 0$). Поток через верхнее основание равен $D_{1n} S$, где D_{1n} нормальная составляющая вектора \vec{D} в первом диэлектрике в непосредственной близости к поверхности раздела. Аналогично поток через нижнее основание, $-D_{2n} S$, где D_{2n} нормальная составляющая вектора \vec{D} во втором диэлектрике также в непосредственной близости к поверхности раздела диэлектриков. Сложив эти два потока, получим полный поток, который по условию (19) должен быть равен нулю (свободный заряд внутри цилиндра равен нулю)

$$D_{1n} S_1 + D_{2n} S_2 = (D_{1n} + D_{2n}) S = 0,$$

так как $S_1 = S_2 = S$, отсюда $D_{1n} = -D_{2n}$. Знаки составляющих различны потому, что нормали n_1 и n_2 к основаниям цилиндра имеют противоположные направления. Если проектировать \vec{D}_1 и \vec{D}_2 на одну и ту же нормаль, то получится, что

$$D_{1n} = D_{2n}. \tag{27}$$

Отсюда $\epsilon_0 \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{2n}$ и

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \tag{28}$$

Таким образом, при переходе электрического поля через границу раздела двух диэлектриков нормальная составляющая вектора \vec{D} изменяется непрерывно, а нормальная составляющая вектора \vec{E} при переходе через границу раздела претерпевает разрыв.

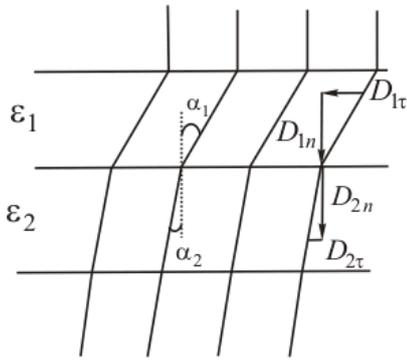


Рис. 4.5

Тангенциальные составляющие вектора \vec{E} в обоих диэлектриках должны быть одинаковы, так как вектор \vec{E}_0 в обоих диэлектриках одинаков, а векторы \vec{E}' направлены по нормали к поверхностям раздела и поэтому оказывают влияние только на нормальные составляющие вектора \vec{E} , т.е.:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \quad (29)$$

или $\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}$, откуда

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (30)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектриков тангенциальная составляющая вектора \vec{E} изменяется непрерывно, а тангенциальная составляющая вектора \vec{D} терпит разрыв.

Соотношения (27–30) справедливы и для границы диэлектрика с вакуумом. В этом случае для вакуума нужно положить $\varepsilon = 1$.

На рис. 4.5 показаны линии смещения для тех же пластин, что и на рис. 25 при условии, что $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. На границах диэлектриков линии терпят излом (преломляются), вследствие чего угол α между нормалью к поверхности раздела и линией \vec{D} изменяется. Из рисунка следует, что $\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{1\tau}}{D_{2n}} : \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}} = \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}}$. Откуда с учетом формул (27) и (30) получается закон преломления линий электрического смещения:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (31)$$

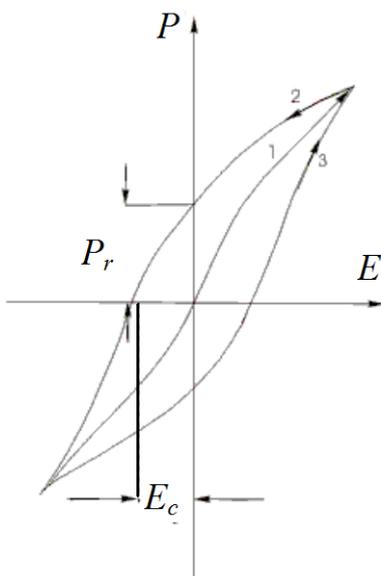


Рис. 4.6

При переходе в диэлектрик с меньшей ε угол, образуемый линиями смещения с нормалью, уменьшается, следовательно, линии смещения располагаются реже; при переходе в диэлектрик с большей ε линии смещения, напротив, сгущаются.

Сегнетоэлектрики

Существует группа веществ, которые обладают спонтанной (самопроизвольной) поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля. Это явление было открыто первоначально для сегнетовой соли $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$, в связи с чем все подобные вещества получили название сегнетоэлектриков. К сегнетоэлектрикам относятся, например, дигидрофосфат калия KH_2PO_4 молибдат гадолиния, титанат висмута, метати-

танат бария $BaTiO_3$ и другие. Первое детальное исследование электрических свойств сегнетовой соли было осуществлено советскими физиками И.В. Курчатовым¹ и П.П. Кобенко².

Сегнетоэлектрики от остальных диэлектриков отличаются рядом характерных особенностей.

1. В то время как у обычных диэлектриков ϵ составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков (например, для воды $\epsilon=81$), диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков бывает порядка нескольких тысяч (например, для сегнетовой соли $\epsilon=10000$).
2. Зависимость $D=f(E)$ не является линейной, следовательно, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от напряженности поля.
3. При изменении поля значения вектора поляризации \vec{P} (а следовательно и \vec{D}) отстают от напряженности поля \vec{E} , в результате чего \vec{P} и \vec{D} определяются не только величиной \vec{E} в данный момент, но и предшествующими значениями \vec{E} , т.е., зависят от предыстории диэлектрика. Это явление называется гистерезисом (гр. – запаздывание).

При циклических изменениях поля зависимость $P=f(E)$ следует изображенной (рис. 4.6) кривой, называемой петлей гистерезиса. При первоначальном включении поля поляризация растет с увеличением E в соответствии с ветвью кривой 1. Уменьшение поляризации, в связи с уменьшением E , происходит по ветви 2. При $E=0$ сегнетоэлектрик сохраняет значение поляризации P_r , называемое остаточной поляризацией. Только под действием противоположно направленного поля напряженности E_C поляризация становится равной нулю. Это значение напряженности поля (E_C) называется коэрцитивной силой. При дальнейшем изменении E возникает ветвь 3 петли гистерезиса. Поведение поляризации сегнетоэлектриков аналогично поведению намагничивания ферромагнетиков.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические вещества, причем такие, у которых отсутствует центр симметрии. Так, например, кристаллы сегнетовой соли принадлежат к ромбической системе. Взаимодействие частиц в кристалле сегнетоэлектрика приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу. В исключительных случаях одинаковая ориентация дипольных моментов распространяется на весь кристалл. Обычно же кристалл можно представить в виде ряда областей, в пределах каждой из которых дипольные моменты атомов параллельны друг другу, однако, направления вектора поляризации в разных областях бывают различны, так что результирующий дипольный момент всего кристалла может быть равен нулю. Области самопроизвольной поляризации называются доменами. Под действием внешнего электрического поля моменты доменов поворачиваются как целое, устанавливаясь в направлении поля.

¹ Курчатов Игорь Васильевич (1903–1960) в 1930–31 гг. вместе с П.П.Кобенко заложил основы учения о сегнетоэлектриках. В 1934 г. начинает исследования по нейтронной физике. В 1945 г. осуществил запуск первого советского уран – графитового реактора, под его руководством создавались атомная (1949) и водородная (1953) бомбы, введена первая в мире атомная электростанция (1954), проводились исследования по управляемому термоядерному синтезу.

² Кобенко Павел Павлович (1897–1954) проводил работу в области физики диэлектриков и сегнетоэлектриков. Заложил основы физики аморфного состояния в СССР.

Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, выше которой вещество утрачивает необычные свойства и становится нормальным диэлектриком. Эта температура называется *точкой Кюри* по имени французского физика Пьера Кюри (1859–1906), который занимался исследованиями диэлектрических и магнитных свойств тел в зависимости от температуры (П. Кюри один из основателей учения о радиоактивности). Сегнетова соль имеет две точки Кюри: -15°C и $+22,5^{\circ}\text{C}$, т.е., в этом интервале температур она ведет себя как сегнетоэлектрик. Очень важное практическое значение имеет открытый советским физиком Б.М. Вулом и его сотрудниками сегнетоэлектрик метатитанат бария BaTiO_3 ($\epsilon=6000$) точка Кюри которого равна 125°C . (Вул Бенцион Моисеевич (1903–1972) занимался исследованиями по физике диэлектриков и полупроводников, а также фотоэлектрических явлений, вентильным фотоэффектом, полупроводниковыми лазерами).

Прямой и обратный пьезоэлектрические эффекты.

Некоторые кристаллы, не имеющие центра симметрии (в том числе все сегнетоэлектрики), при деформации поляризуются. Это явление называется прямым пьезоэлектрическим эффектом или просто пьезоэлектрическим эффектом (Пьезоэлектрический эффект был открыт в 1880г. французским физиком П. Кюри).

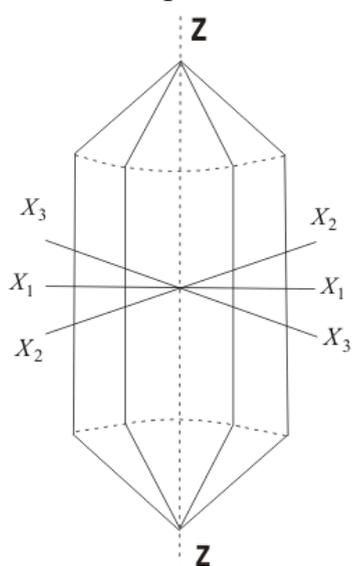


Рис. 4.7

Величина поляризации пропорциональна деформации. Важнейшими пьезоэлектриками (т.е. пьезоэлектрическими кристаллами) являются кварц, сегнетова соль, метатитанат бария и сульфат лития.

Рассмотрим возникновение пьезоэлектрического эффекта на кристаллах кварца. Кристаллы кварца SiO_2 существуют в различных кристаллографических модификациях. Интересующие нас кристаллы (α -кварц) принадлежат к так называемой тригональной кристаллографической системе, имеющей форму, показанную на рис. 4.7. Они напоминают шестигранную призму, ограниченную двумя пирамидами, и имеют ряд дополнительных граней. Такие кристаллы характеризуются четырьмя кристаллическими осями, определяющими важные направления внутри кристалла. Ось Z соединяет вершины пирамид. Три другие оси перпендикулярны к оси Z и соединяют противоположные ребра шестигранной призмы.

Направление, определяемое осью Z пьезоэлектрически неактивно, т.е., при сжатии или растяжении по оси Z никакой поляризации не происходит. При сжатии или растяжении в любом направлении перпендикулярном оси Z, возникает электрическая поляризация. Ось z называется оптической осью кристалла, а оси X_1, X_2, X_3 – электрическими или пьезоэлектрическими осями.

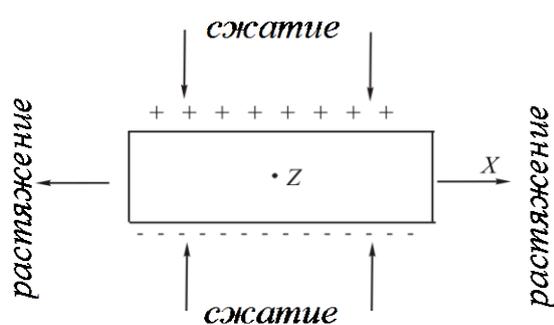


Рис. 4.8

Таким образом, если вырезать из кристалла кварца пластинку, перпендикулярную оптической оси Z, и подвергнуть ее сжатию, то на гранях этой

пластинки появятся связанные заряды. То же самое происходит, если пластинку подвергнуть растяжению вдоль оси X перпендикулярной оси Z (рис. 4.8).

При изменении знака деформации, т.е., при растяжении в направлении перпендикулярном оси Z , или сжатии на гранях пластинки появятся связанные заряды другого знака.

Качественные объяснения пьезоэлектрического эффекта на кристалле кварца представлено на рис. 30. Для практического использования пьезоэлектрического эффекта на грани пластинки накладываются металлические обкладки. Если эти обкладки включить в замкнутую цепь, то при изменениях деформации кристалла в цепи будут возникать импульсы тока. Такие процессы протекают, например, в пьезоэлектрическом микрофоне, где знакопеременная деформация пластинки под действием звуковой волны преобразуется в переменный ток той же частоты.

Наряду с прямым пьезоэффектом у пьезокристаллов наблюдается эффект³, заключающийся в том, что поляризация под действием электрического поля сопровождается механическими деформациями кристалла. Если на металлические обкладки пьезоэлектрической пластинки подать переменное электрическое напряжение, то пластинка будет попеременно растягиваться и сжиматься вдоль оси X , в ней возбуждятся механические колебания. Эти колебания станут особенно интенсивными, если частота переменного тока, совпадает с собственной (резонансной) частотой

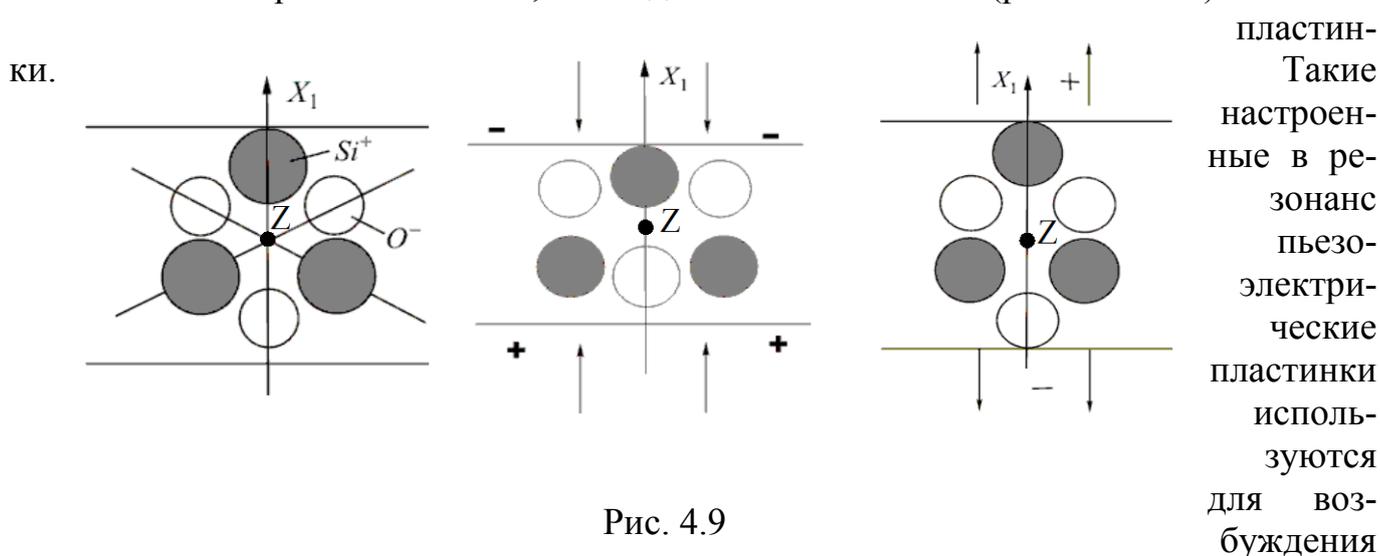


Рис. 4.9

ультразвуковых волн, для стабилизации частоты генераторов электрических колебаний в радиотехнике и т.п.

Обратный пьезоэлектрический эффект следует отличать от электрострикции, которая имеет место во всех диэлектриках – твердых, жидких и газообразных. Пьезоэлектрический эффект возникает только в некоторых кристаллах. Деформация при электрострикции зависит от поля квадратично и при изменении направления поля знак не меняет. Пьезоэлектрический эффект зависит от поля линейно и при изменении его направления меняет знак.

Контрольные вопросы

1. Что такое поляризованность? Что характеризует вектор поляризации?

³ Открыт в 1980г. французским физиком П.Кюри

2. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости вещества? Выведите связь между диэлектрической проницаемостью и восприимчивостью вещества.
3. В чем различие поляризации диэлектрика с полярными и неполярными молекулами?
4. Что такое вектор электростатического смещения? Что он характеризует?
5. Сформулируйте теорему Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.

Как меняется поле на границе диэлектриков?