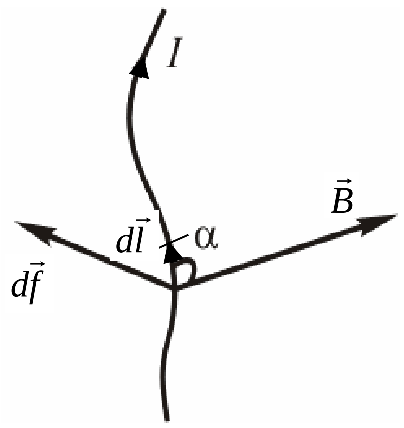
ТЕМА 11. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ДВИЖУЩИЕСЯ ЗАРЯДЫ И ТОКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

11.1. Закон Ампера
11.2. Взаимодействие двух параллельных проводников с током
11.3. Воздействие магнитного поля на рамку с током
11.4. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле
11.5. Сила Лоренца
11.6. Эффект Холла

11.1. Сила Ампера. Взаимодействие параллельных токов



Согласно закону, установленному Ампером, на элемент тока $d\vec{l}$ действует в магнитном поле сила:

$$d\vec{f} = kI\left[d\vec{l}\,\vec{B}\right], \qquad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности,

I – сила тока,

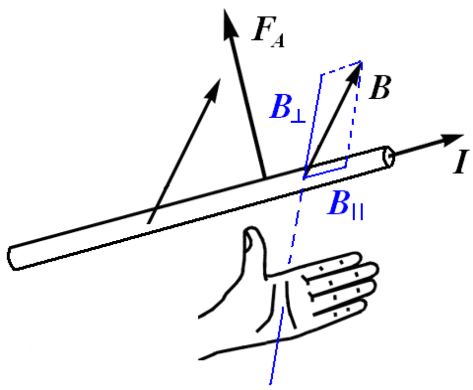
$\vec{B}$ – магнитная индукция в том месте, где помещается элемент $d\vec{l}$.

В системе единиц СИ $k = 1$ и закон Ампера имеет вид:

$$d\vec{f} = I\left[d\vec{l}\,\vec{B}\right], \qquad (2)$$

Соответственно, величина силы:

$$df = IBdl\sin\alpha, \qquad (3)$$



где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$. В соответствии с (3) сила направлена перпендикулярно к плоскости, в которой лежат вектора $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки

11.2. Взаимодействие параллельных токов

Применим закон Ампера для вычисления силы взаимодействия двух находящихся в вакууме параллельных бесконечно длинных прямых токов. Если расстояние между токами b, то каждый элемент тока I_2 будет находиться в магнитном поле, индукция которого $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$. Угол α между элементом тока I_2 и вектором $\vec{B}_1$ прямой. Следовательно, на единицу длины тока I_2 действует сила:

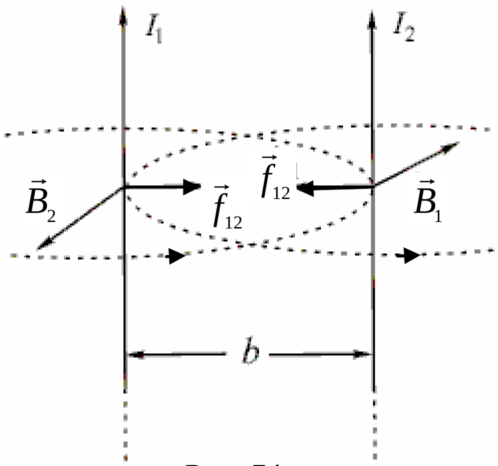
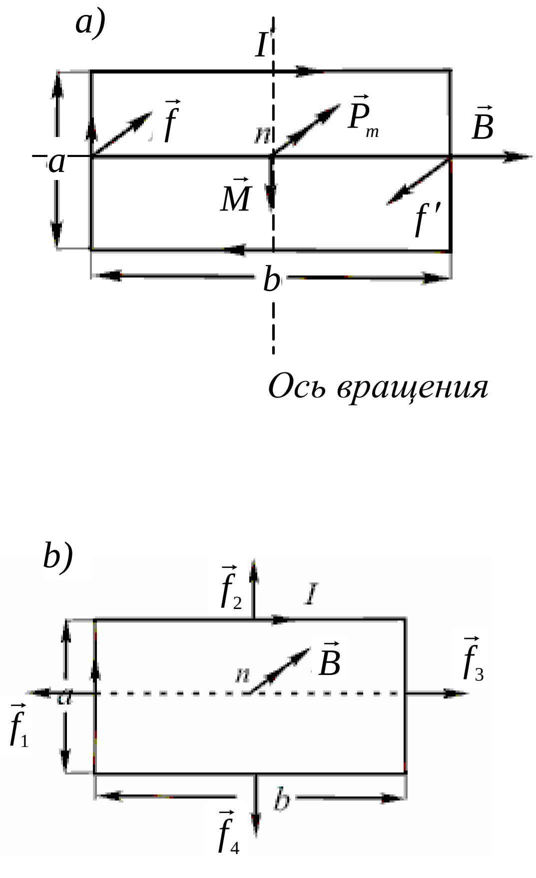


Рис. 74

$$f_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}. \qquad (4)$$

Для силы f_{12}, действующей на единицу длины тока I_1, получается аналогичное выражение. Можно видеть, что при одинаковом направлении токов они притягивают друг друга, а при различном – отталкивают.

11.3. Воздействие магнитного поля на контур с током



Пусть прямоугольный плоский контур с током помещается в однородное магнитное поле. Если контур ориентирован так, что вектор $\vec{B}$ параллелен его плоскости, то стороны, имеющие длину b, не будут испытывать действия сил со стороны магнитного поля, так как для них в формуле (3) $\sin\alpha = 0$. На левый участок по закону Ампера будет действовать сила $f = IBa$, направленная за чертеж, на правый участок – такая же по величине, но противоположно направленная сила f'. Эти силы образуют пару, момент которой равен:

$$M = fb = IBab.$$

Учитывая, что ab равно площади контура S, а IS – это величина магнитного момента P_m, можно написать:

$$M = P_m B. \qquad (5)$$

Момент $\vec{M}$ стремится повернуть контур так, чтобы его магнитный момент $\vec{P}_m$ установился по направлению поля $\vec{B}$. Если контур расположен в магнитном поле так, что $\vec{P}_m$ контура и $\vec{B}$ совпадает, то такой контур не вращается в поле. Такая ориентация контура показана на рисунке. В этом случае:

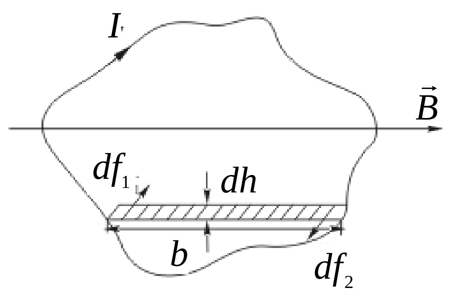
$$f_1 = f_3 = IBa\,,\ \ f_2 = f_4 = IBb.$$

Направления всех сил лежат в плоскости контура. Легко видеть, что вращательный момент в этом случае не возникает. Если поле однородно, равнодействующая сил равна нулю. Силы лишь растягивают контур, но сместить его не могут.

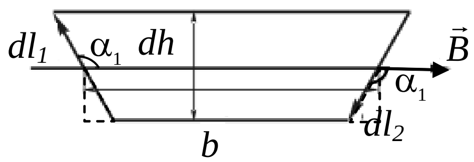
Если повернуть контур на 180^0 (или изменить направление поля на обратное), то направления всех сил изменятся на противоположные, они будут не растягивать, а сжимать контур.

При тех же условиях, заменяя прямоугольный контур контуром произвольной формы, разобьем площадь контура на узкие параллельные направлению вектора $\vec{B}$ полоски шириной dh (рис. 78а). На элемент контура dl_1 действует сила $df_1 = IBdl_1 \sin\alpha_1$, направленная за чертеж. На элемент dl_2 действует сила $df_2 = IBdl_2 \sin\alpha_2$, имеющая противоположное направление. Из рисунка видно, что $dl_1 \sin\alpha_1 = dl_2 \sin\alpha_2 = dh$ – ширина полоски. Следовательно, силы df_1 и df_2 одинаковы по величине и образуют пару, момент которой равен:

a)



b)

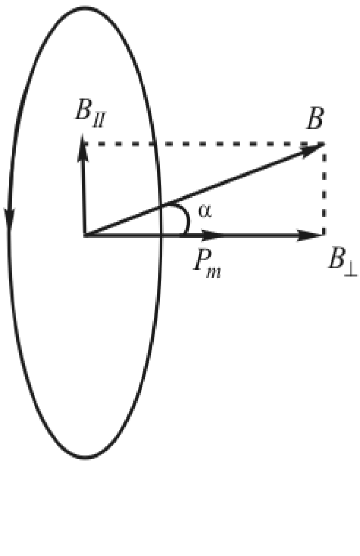


$$dM = IBdhb = IBdS,$$

где b – длина полоски ($bdh = dS$).

Суммируя моменты всех сил, приложенных к противолежащим элементам контура, получим результирующий момент, действующий на контур:

$$M = \int dM = IB\int dS = ISB = P_m B$$



Итак, мы снова пришли к формуле (193). Учитывая то, что все величины, входящие в нее являются векторными ($\vec{M}, \vec{P}_m, \vec{B}$) ее можно записать в виде:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \vec{B}] \tag{6}$$

При произвольной ориентации контура магнитную индукцию $\vec{B}$ можно разложить на составляющие:

$\vec{B}_\perp$ – перпендикулярную и $\vec{B}_\perp$ – параллельную плоскости контура, и рассматривать действие каждой составляющей отдельно. Составляющая $\vec{B}_\perp$ будет обусловливать силы, растягивающие или сжимающие контур. Составляющая $\vec{B}_{\perp}$, величина которой равна $B\sin\alpha$ (α – угол между $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$) приведет к возникновению вращательного момента, который можно вычислить по формуле (193).

$$M = P_m B_{II} = P_m B\sin\alpha \tag{7}$$

Итак, на плоский контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, всегда будет действовать вращательный момент, если магнитный момент контура не будет совпадать по направлению с вектором $\vec{B}$ магнитного поля.

10.4.1. Работа по повороту контура с током в магнитном поле

Для того, чтобы угол α между векторами $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ увеличить на $d\alpha$, нужно совершить против сил, действующих на контур в поле, работу:

$$dA = P_m B\sin\alpha d\alpha \tag{8}$$

(так как $dA = Md\alpha$).

Поворачиваясь в первоначальное положение, контур может возвратить затраченную на его поворот работу, совершив ее над какими – либо телами. Следовательно, работа идет на увеличение потенциальной энергии W, которой обладает контур с током в магнитном поле, т.е. $dA = dW$ и тогда:

$$dW = P_m B\sin\alpha d\alpha.$$

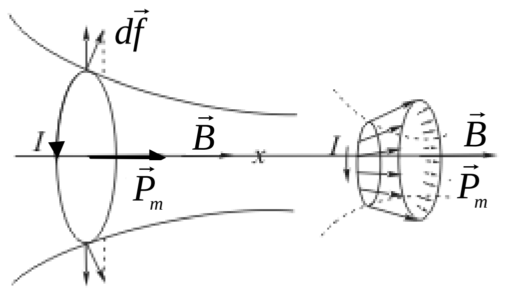
Интегрируя, находим, что:

$$W = -P_m B\cos\alpha + const.$$

Если положить $const = 0$, то формула приобретает вид:

$$W = -P_m B\cos\alpha = -(\vec{P}_m \vec{B}). \tag{9}$$

Рассмотрим плоский контур с током в неоднородном магнитном поле. Для простоты будем считать контур круговым. Предположим, что поле изменяется быстрее всего в направлении x, совпадающим с направлением $\vec{B}$ в том месте, где расположен центр контура, и что магнитный момент внутри контура ориентирован вдоль поля. Сила $d\vec{f}$, действующая на элемент контура, перпендикулярна к $\vec{B}$, т.е. к линии магнитной индукции в месте пересечения ее с $d\vec{l}$. Поэтому силы, приложенные к различным элементам контура, образуют симметричный конический “веер”. Их результирующая $\vec{f}$ направлена в сторону возрастания $\vec{B}$ и, следовательно, втягивает контур в область более сильного поля. Очевидно, что чем сильнее изменяется поле (чем больше гради-



а) б)

ент поля $\frac{\partial B}{\partial x}$), тем меньше угол раствора “веера” и тем больше, при прочих равных условиях, результирующая сила $\vec{f}$. Если изменить направление тока в контуре на обратное (при этом $\vec{P}_m$ станет противоположным $\vec{B}$), направления всех сил $d\vec{f}$ и их результирующей $\vec{f}$ изменятся на обратные. Следовательно, при такой взаимной ориентации векторов $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ контур будет выталкиваться из поля.

С помощью выражения (198) найдем количественное выражение для $\vec{f}$. Если ориентация магнитного момента по отношению к полю остается неизменной ($\alpha = const$), то W будет зависеть только от x (через B). Тогда:

$$f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = P_m \frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha.$$

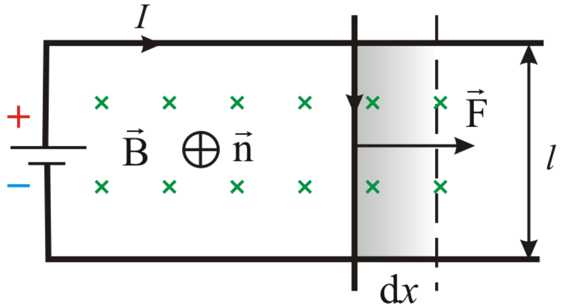
По предположению в других направлениях поле изменяется слабо, поэтому проекциями силы на другие направления можно пренебречь и считать, что $f = f_x$. Итак,

$$f = P_m \frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha. \tag{10}$$

Согласно полученной формуле сила, действующая на контур с током в неоднородном магнитном поле, зависит от ориентации магнитного момента контура относительно направления поля. Если векторы $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению ($\alpha = 0$), сила положительна, т.е. направлена в сторону возрастания $\vec{B}$. Если $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ $\vec{B}$ антипараллельны ($\alpha = \pi$), сила отрицательна, т.е. направлена в сторону убывания $\vec{B}$. При этом на контур с током в неоднородном магнитном поле будет действовать также вращательный момент.

10.4.2. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной *l*. Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле $\vec{\mathrm{B}}$, перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока *I*, вектор $\vec{\mathrm{B}}$ сонаправлен с $\vec{\mathrm{n}}$.



На элемент тока I (подвижный провод) длиной l действует сила Ампера, направленная вправо:

$$F = IlB.$$

Пусть проводник l переместится параллельно самому себе на расстояние dx. При этом совершится работа:

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x = IBl\mathrm{d}x = IB\mathrm{d}S = I\mathrm{d}\Phi.$$

Итак,

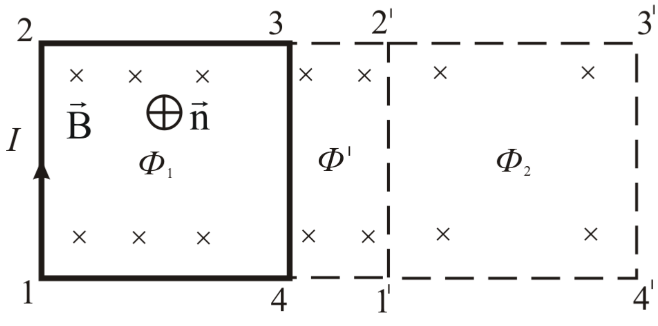
$$\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi. \qquad (11)$$

Работа*, совершаемая проводником с током при перемещении, численно* ***равна произведению тока на магнитный поток****, пересечённый этим проводником.*

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

Выведем выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

Рассмотрим прямоугольный контур с током 1-2-3-4-1. Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток Φ_1, пронизывающий контур, направлен по нормали $\vec{n}$ к контуру, поэтому $\Phi_1 > 0$.



Переместим этот контур параллельно самому себе в новое положение 1'-2'-3'-4'-1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и новый контур будет пронизан магнитным потоком Φ_2.

Площадка 4-3-2'-1'-4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком Φ'.

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41},$$

где A_{23}, A_{41} равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещение (очерчивают нулевую площадку).

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2).$$

Провод 1–2 перерезает поток $(\Phi_1 + \Phi')$, но движется против сил действия магнитного поля.

$$A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi').$$

Тогда общая работа по перемещению контура

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1), \text{ или}$$

$$A = I\Delta\Phi, \qquad (12)$$

здесь $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ – *это изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.*

Работа*, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле,* ***равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного*** *с этим контуром.*

Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi. \qquad (12)$$

Выражения (11) и (12) внешне тождественны, но *физический смысл* величины $\mathrm{d}\Phi$ различен.

Соотношение (12), выведенное нами для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле. Более того, если контур неподвижен, а меняется $\vec{B}$, то при изменении магнитного потока в контуре на величину dΦ, магнитное поле совершает ту же работу $\mathrm{d}A = I\mathrm{d}\Phi$.

10.5. Сила Лоренца

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, обусловлена действием сил на отдельные движущиеся заряды (носители тока – электроны), а уже от них действие передается проводнику, по которому они перемещаются. Этот вывод подтверждается целым рядом опытных фактов и в частности тем, что пучок свободно летящих электронов, отклоняется магнитным полем.

Согласно закону Ампера на элемент тока $d\vec{l}$ действует в магнитном поле сила:

$$d\vec{f} = I[d\vec{l}\vec{B}].$$

Заменив $Id\vec{l}$ через $S\vec{j}dl$, выражению закона Ампера можно придать вид:

$$d\vec{f} = Sdl\left[\vec{j}\vec{B}\right] = \left[\vec{j}\vec{B}\right]dV,$$

где dV – объем проводника, к которому приложена сила $d\vec{f}$,

$\vec{j}$ – плотность тока.

Разделив $d\vec{f}$ на dV, получим “плотность силы”, т.е. силу, действующую на единицу объема проводника:

$$\vec{f}_{ед.об.} = \left[\vec{j}\vec{B}\right]$$

Подставив в эту формулу выражение для $\vec{j}$, т.е. $\vec{j} = ne\vec{\upsilon},$ найдем, что:

$$\vec{f}_{ед.об.} = ne[\vec{\upsilon}\vec{B}].$$

Эта сила равна сумме сил, приложенных к носителям тока, заключенным в единице объема. Таких носителей n, следовательно, на один носитель действует сила, равная $\frac{f_{ед.об.}}{n} = e\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right]$. Таким образом, можно утверждать, что на заряд e, движущийся со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле $\vec{B}$, действует сила:

$$\vec{f} = e\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right] \qquad (13)$$

Эта сила называется силой Лоренца (<u>магнитной</u>). Модуль магнитной силы равен:

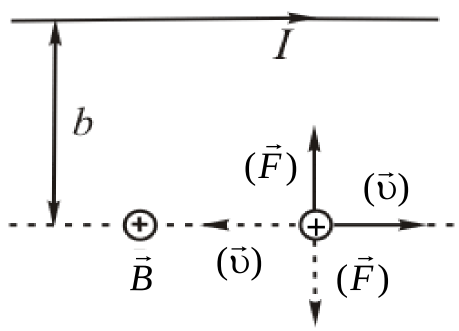
$$f = e\upsilon B \sin\alpha, \qquad (14)$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

В соответствии с (14) магнитная сила всегда направлена перпендикулярно к плоскости, в которой лежат вектора $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Поскольку магнитная сила перпендикулярна к скорости заряженной частицы, она не совершает работы над частицей, т.е. действие постоянного магнитного поля не приводит к изменению энергии частицы.

Если имеются одновременно электрическое и магнитное поля, то сила, действующая на заряженную частицу равна:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right] \qquad (15)$$

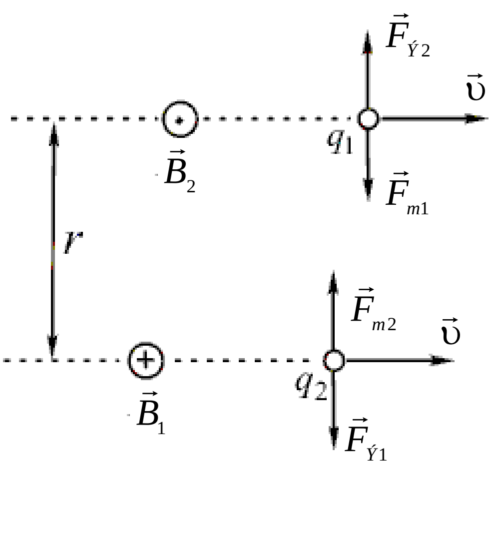


Это выражение было получено нидерландским физиком – теоретиком Х.А. Лоренцем (1853–1928), одним из создателей специальной теории относительности и носит название <u>силы Лоренца.</u>

Пусть заряд q движется со скоростью $\vec{\upsilon}$ параллельно прямому бесконечно длинному проводу, по которому течет ток силы I. Согласно формулам (14) на заряд в этом случае действует магнитная сила, равная по модулю:

$$F = q\upsilon B = q\upsilon\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}, \qquad (16)$$

где b–расстояние от заряда до провода.



В случае положительного заряда сила направлена к проводу, если направление тока и направление заряда совпадают и от провода, если направление тока и скорости движения заряда направлены противоположно (направление силы и скорости показано на рисунке пунктиром).

В случае отрицательного заряда, направление силы при прочих равных условиях изменяется на обратное.

Рассмотрим два одноименных положительных точечных заряда q_1 и q_2, движущихся вдоль параллельных прямых с одинаковой скоростью $\vec{\upsilon}$, много меньшей скорости света. При $\upsilon << C$ электрическое поле практически не отличается от поля неподвижных зарядов. Поэтому, величину электрической силы $F_{Ý1}$, действующей на заряды, можно считать равной:

$$F_{Ý1} = F_{Ý2} = F_{Ý} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{17}$$

Согласно формулам (169) и (190) для магнитной силы F_m, действующей на заряды, получается выражение:

$$F_{m1} = F_{m2} = F_m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 q_2 \upsilon^2}{r^2}, \tag{18}$$

где радиус – вектор $\vec{r}$ перпендикулярен $\vec{\upsilon}$.

Найдем отношение магнитной силы к электрической. Из (190) и (191) следует, что:

$$\frac{F_m}{F_{Ý}} = \varepsilon_0\mu_0\upsilon^2 = \frac{\upsilon^2}{C^2}, \tag{19}$$

так как $\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{C^2}$.

Мы получили соотношение (19) в предположении, что $\upsilon << C$. Однако, это соотношение оказывается справедливым при любых $\vec{\upsilon}$. Направления $F_{Ý}$ и F_m противоположны. На рисунке представлены одноименные и при том положительные заряды. Для отрицательных одноименных зарядов направления сил останутся теми же, а направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ изменяются на противоположные. Для разноименных зарядов направления электрических и магнитных сил будут противоположны показанным на рисунке.

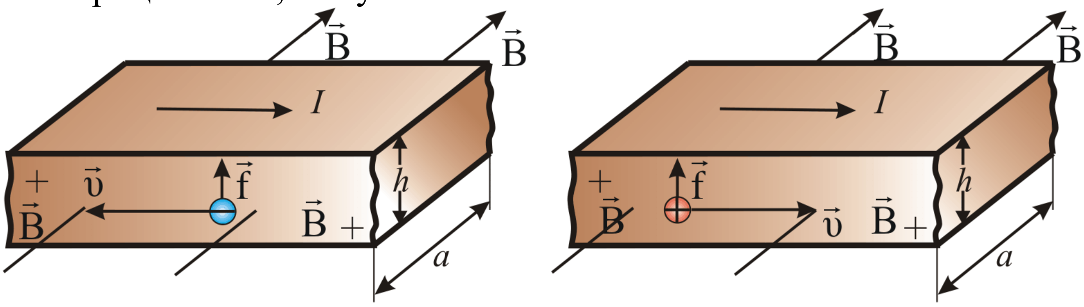
Из (19) следует, что магнитная сила слабее кулоновской на множитель, равный квадрату отношения скорости заряда к скорости света. Это объясняется тем, что магнитное взаимодействие между движущимися зарядами является релятивистским эффектом.

2.10. Эффект Холла

Одним из проявлений магнитной составляющей силы Лоренца в веществе служит эффект, обнаруженный в 1879 г. американским физиком Э.Г. Холлом (1855–1938). Эффект состоит в возникновении на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока *I* и индукции магнитного поля *B*.

Рассмотрим эффект, обусловленный действием лоренцевой силы $\vec{f}$ на свободные заряды в проводнике. Представим себе проводник с током *I* в виде плоской ленты, расположенной в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленной от нас.

В случае *а* изображенном на рисунке, верхняя часть проводника будет заряжаться отрицательно, в случае *б* – положительно.



а *б*

Это позволяет экспериментально определить знак носителя заряда в проводнике.

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков возникает ***холловская разность потенциалов***, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда.

Подсчитаем величину холловской разности потенциалов (U_x).

Обозначим: E_x – напряженность электрического поля, обусловленного ЭДС Холла, h – толщина ленты проводника.

$$U_x = E_x h. \tag{20}$$

Перераспределение зарядов прекратится, когда сила qE_x уравновесит лоренцеву силу, т.е.

$$qE_x = q\upsilon B \quad \text{или} \quad E_x = B\upsilon.$$

Плотность тока $j = n\upsilon q$, отсюда $\upsilon = \dfrac{j}{nq}$. Тогда $E_x = B\dfrac{j}{nq}$.

Подставим E_x в (2.10.1) и найдем U_x:

$$U_x = \frac{jBh}{nq} \text{ или } U_x = \frac{BhI}{nqS} = \frac{BI}{qna} = \frac{RBI}{a}, \tag{21}$$

где $R = 1/qn$ – коэффициент Холла.

Исследования ЭДС Холла привели к удивительным выводам. Металлы могут обладать проводимостью *p*-типа (Zn, Cd – у них дырки более подвижные, чем электроны). Это металлы с чуть перекрывающимися знаками, т.е. полуметаллы.

Из формулы (21) можно найти число носителей заряда:

$$n = \frac{IB}{qaU_x} \tag{22}$$

Итак, измерение холловской разности потенциалов позволяет определить:

- знак заряда;
- количество носителей.