

## Введение

Ещё в глубокой древности было известно, что янтарь, потертый о шерсть притягивает легкие предметы. Английский врач Джильберт (конец 18 века) назвал тела, способные после натирания притягивать легкие предметы наэлектризованными. Все тела способны электризоваться, то есть приобретать заряд. Электризация тел может осуществляться разными способами: соприкосновением (трением), электростатической индукцией и др. Всякий процесс зарядки сводится к разделению зарядов, при котором на одном теле образуется положительный заряд, а на другом отрицательный. Между заряженными телами (зарядками) существует взаимодействие. Было установлено, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются. Взаимодействие электрических зарядов осуществляется с помощью электромагнитного поля (в случае неподвижных электрических зарядов электростатического поля).

Раздел физики, в котором изучаются взаимодействия неподвижных электрических зарядов посредством электростатического поля, называется электростатикой.

## Электростатика

### Тема 1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

#### 1.1. Электрический заряд. Свойства электрического заряда

#### 1.2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме. Закон Кулона

#### 1.3. Электростатическое поле. Напряженность поля

#### 1.4. Сложение электростатических полей. Принцип суперпозиции

#### 1.5. Применение принципа суперпозиции к расчету полей.

### 1. Электрический заряд. Свойства электрического заряда

Все тела в природе способны электризоваться, т.е., приобретать электрический заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженные тела взаимодействуют с другими заряженными телами.

Электрический заряд – источник электромагнитного поля, связанный с материальным носителем. Электрический заряд является фундаментальным свойством некоторых элементарных частиц. Заряд элементарных частиц (если он не равен нулю, как например, у нейтрона) одинаков по абсолютной величине. Это элементарный заряд. К числу элементарных частиц принадлежат электроны, протоны, нейтроны. Из этих частиц построены атомы и молекулы любого вещества. Поэтому электрические заряды входят в состав всех тел.

1. Фундаментальным свойством электрического заряда является его существование в двух видах, которые названы положительными (например, у протона, позитрона) и отрицательными зарядами (например, у электрона). Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков – притягиваются друг к другу. Впервые это

установлено в 1733 – 34 г.г. французским физиком Ш.Ф. Дюфе (1698–1739), им сконструирован первый электростатический прибор – прототип электроскопа.

2. *Закон квантования заряда.* Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др. Опытным путем в 1914 г. американский физик Р. Милликен показал, что *электрический заряд дискретен*. Заряд любого тела составляет целое кратное от *элементарного электрического заряда*  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

$$q = \pm ne, \quad (1)$$

где  $n$  – целое число. *Электрон* и *протон* являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Если физическая величина может принимать только определенные дискретные значения, то говорят, что эта величина квантуется. Формула (1) выражает то, что электрический заряд квантуется.

3. *Инвариантность заряда.* Значение заряда, измеряемое в различных инерциальных системах отсчета, оказывается одинаковым. Следовательно, электрический заряд является релятивистски-инвариантным. Отсюда вытекает, что значение заряда не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

4. *Закон сохранения заряда.* Опыт показывает, что возникновение заряда на любом теле всегда сопровождается появлением другого заряда, равного ему по величине, но противоположного по знаку (например, электризация трением). Одновременное появление разноименных зарядов одинаковой величины при всяком процессе зарядки привело к заключению, что во всех телах всегда содержатся положительные и отрицательные заряды. При этом в обычных условиях количество положительного заряда в каждой единице объема тела равно количеству отрицательного заряда и поэтому тело представляется незаряженным. Всякий процесс зарядки есть процесс разделения электрических зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется положительный заряд, а на другом (или другой части тела) – отрицательный заряд.

Таким образом, суммарный заряд электрически изолированной системы (в которой через ограничивающую ее поверхность не могут проникать заряженные частицы) не может изменяться. Это утверждение носит название закона сохранения электрического заряда.

$$q = \sum_i^N q_i = Const$$

## 1.2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме. Закон Кулона

Закон, которому подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов был установлен в 1785 г. французским физиком Ш.О. Кулоном (1736 – 1806).

Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других тел, несущих электрический заряд.

С помощью крутильных весов, подобных тем, которые были использованы английским физиком и химиком Генри Кавендишем (1731 – 1810) для измерения гравитационной постоянной Кулон измерял силу взаимодействия двух заряженных

шариков в зависимости от значения зарядов и от расстояния между ними. При этом Кулон исходил из того, что при касании заряженного металлического шарика к точно такому же незаряженному шарiku, заряд распределяется между ними поровну.

В результате опытов Кулон установил, что сила взаимодействия двух точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Направление силы совпадает с прямой, проходящей через центры этих зарядов:

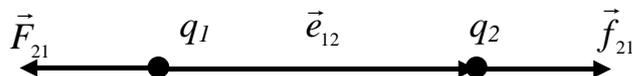
$$f = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2)$$

где  $q_1, q_2$  – точечные заряды,  
 $r$  – расстояние между зарядами,  
 $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\vec{f} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (3)$$

где  $\vec{e}_{12}$  – единичный вектор, направленный от заряда  $q_1$  к заряду  $q_2$ .



В системе «СИ» (в рационализированной форме записи) закон Кулона имеет вид:

$$\vec{f}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12}, \quad (4)$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$ ,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}$ ; за-

ряд  $q$  – выражается в кулонах. Элементарный заряд в СИ:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Отсюда следует, что  $1 \text{ Кл} = 6,25 \cdot 10^{18} e$ .

1 кулон – заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время, равное 1 с при силе тока 1 А.

Принципиальным отличием кулоновских сил от гравитационных сил, является то, что гравитационные силы всегда являются силами притяжения.

Взаимодействие зарядов подчиняется третьему закону Ньютона: *силы взаимодействия между зарядами равны по величине и направлены противоположно друг другу вдоль прямой, связывающей эти заряды* (рисунок 1.1).

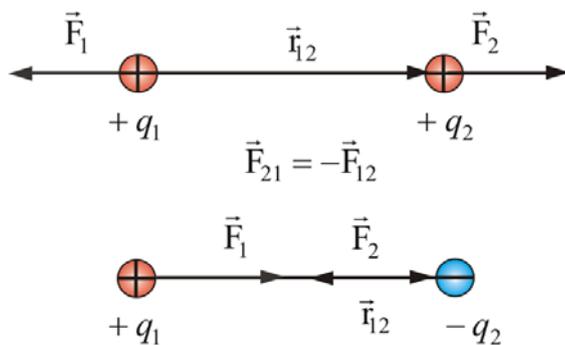


Рисунок 1.1

Если заряды не точечные, то в такой форме закон Кулона не годится – нужно интегрировать по объему.

Вся совокупность фактов говорит, что закон Кулона выполняется, если расстояние между зарядами  $10^{-15} \text{ м} < r < 10^7 \text{ м}$ .

### 1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

Для понимания происхождения и передачи сил, действующих между покоящимися зарядами, необходимо допустить наличие между зарядами какого-либо физического агента, осуществляющего это взаимодействие. Этим агентом является электрическое поле. Когда появляется электрический заряд, вокруг этого заряда возникает электрическое поле. Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила. Отсюда следует, что электрическое поле – особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрическими зарядами. Для того чтобы выяснить имеется ли в данном месте электрическое поле, нужно поместить туда заряженное тело. По величине силы, действующей на данный заряд, можно, очевидно, судить об «интенсивности» поля.

Электрическое поле (как и другие поля, например, гравитационное, магнитное) является объективной реальностью, видом материи. Оно обладает энергией, структурой, т.е. поле имеет материальную основу. Электрическое поле – особая форма материи, существующая наравне с частицами.

Электрическое поле проявляется в том, что электрический заряд, помещенный в какую либо точку поля, испытывает действие силы. Для того, чтобы сила, действующая на пробный заряд, характеризовала поле в данной точке, пробный заряд должен быть точечным. Отношение этой силы к значению пробного заряда не зависит от пробного заряда, и будет определяться только зарядом  $q$ , создающим поле (точечным), и радиусом – вектором  $\vec{r}$ . Из  $\vec{f} = q_{np} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \right)$ , получаем:

$$\vec{E} = \frac{\vec{f}}{q_{np}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r, \quad (5)$$

где  $q_{np}$  – пробный заряд,  
 $q$  – заряд создающий электрическое поле,  
 $\vec{E}$  – напряженность электрического поля.

Таким образом, напряженность электрического поля численно равна силе, с которой поле действует на единичный заряд в данной точке поля. Вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль прямой, проходящей через центр заряда и данную точку от заряда, если он положителен и к заряду, если он отрицателен:



За единицу напряженности электрического поля принимается напряженность в такой точке, в которой на заряд, равный 1 кулону, действует сила равная 1 Н. Эта единица имеет название «вольт на метр» ( $\text{В/М}$ ). На всякий точечный заряд  $q$  в точке поля с напряженностью  $\vec{E}$  действует сила:

$$\vec{f} = q\vec{E}. \quad (6)$$

### 1.4. Сложение электростатических полей. Принцип суперпозиции

Одной из основных задач электростатики является оценка параметров поля при заданном, стационарном, распределении зарядов в пространстве. Один из способов решения подобных задач основан на **принципе суперпозиции**. Суть его в следующем.

*Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд  $q$  действует со стороны заряда  $q_k$  такая сила, как если бы других зарядов не было.* Результирующая сила определится выражением:

$$\vec{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_k}{r_k^2} \frac{\vec{r}_k}{r_k} = \sum_k \vec{F}_k$$

– это принцип суперпозиции или независимости действия сил.

Т.к.  $\vec{F} = q\vec{E}$ , то  $\vec{E}$  – результирующая напряженность поля в точке, где расположен пробный заряд, так же **подчиняется принципу суперпозиции**:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots \sum_k \vec{E}_k.$$

Это соотношение выражает принцип наложения или **суперпозиции электрических полей** и представляет важное свойство электрического поля.

**Напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.**

### 1.5. Применение принципа суперпозиции к расчету полей

Рассмотрим примеры расчета полей, созданных различными зарядами.

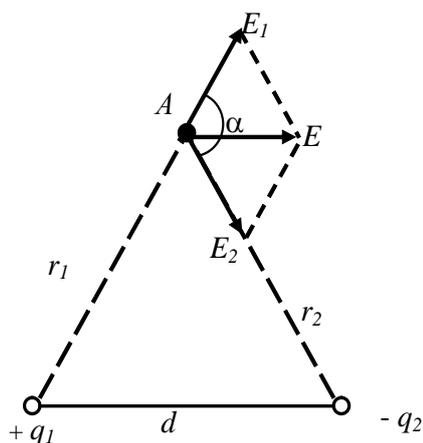


Рис.1.2

1. Пусть поле создано системой из двух точечных зарядов, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга.

Рассмотрим электрическое поле двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  в некоторой точке А (рис.1.2). Пусть  $\vec{E}_1$  – напряженность поля, создаваемая зарядом  $q_1$ , когда заряд  $q_2$  отсутствует,  $\vec{E}_2$  – напряженность поля, создаваемая зарядом  $q_2$ , когда заряд  $q_1$  отсут-

ствуется. Напряженность результирующего поля  $\vec{E}$  есть векторная сумма напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами: т.е.,  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Модуль вектора  $E$  есть

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}, \quad \text{где} \quad \cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}. \quad \text{Правило векторного}$$

сложения электрических полей справедливо не только для двух, но и для какого угодно количества зарядов. Если  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3 \dots \vec{E}_n$  – напряженности полей, создаваемых отдельными зарядами в какой-либо точке, то напряженность результирующего поля  $\vec{E}$  в той же точке равна векторной сумме полей, т.е.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (7)$$

## 2. Поле диполя.

**Электрическим диполем** называется система двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми  $l$  значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы ( $r \gg l$ ).

Здесь  $\vec{l}$  называют **плечо диполя** – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между зарядами.

Пример 1. Найдём  $E_{\perp}$  в точке  $A$  на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси (рисунок 1.3)

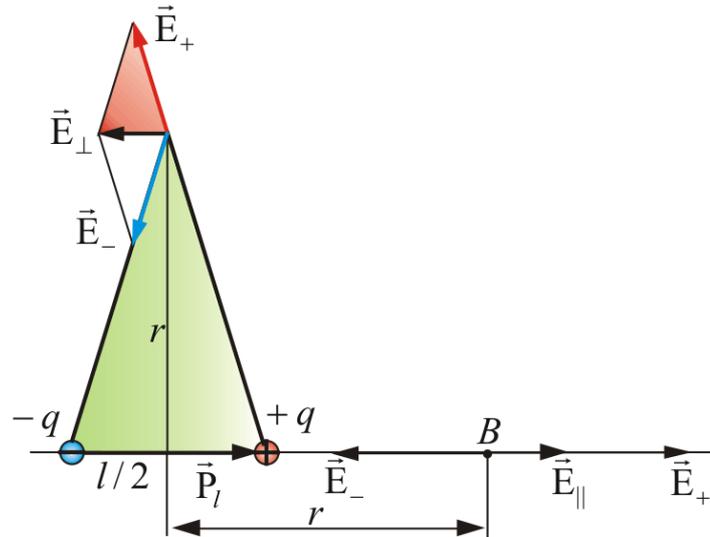


Рисунок 1.3

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\text{т.к. } l \ll r). \quad (8)$$

Из подобия заштрихованных треугольников можно записать:

$$\frac{E_{\perp}}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r} \quad \text{отсюда} \quad E_{\perp} = E_+ \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (9)$$

Обозначим вектор:  $\vec{P} = q\vec{l}$  – *электрический момент диполя* (или *дипольный момент*) – произведение положительного заряда диполя на плечо  $\vec{l}$ . Направление  $\vec{P}$  совпадает с направлением  $\vec{l}$ , т.е. от отрицательного заряда к положительному. Тогда, учитывая, что  $ql = P$  получим:

$$E_{\perp} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \text{ или } \vec{E}_{\perp} = \frac{-\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (10)$$

Пример 2. На оси диполя, в точке  $B$  (рисунок 1.3):

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \text{ или } \vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (11)$$

Пример 3. В произвольной точке  $C$  (рисунок 1.4).

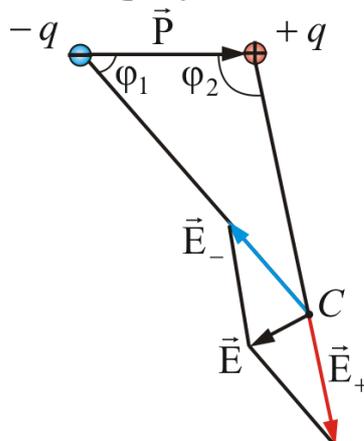


Рисунок 1.4

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3\cos^2 \varphi + 1}, \quad (12)$$

где  $\varphi \approx \varphi_1 \approx \varphi_2$ .

При  $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ ,  $E_1 = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ ;

при  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ ,  $E_2 = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ .

3. Если поле создается не точечными зарядами, то используют обычный в таких случаях прием. Тело разбивают на бесконечно малые элементы и определяют напряженность поля создаваемого каждым элементом, затем интегрируют по всему телу:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}, \quad (13)$$

где  $d\vec{E}$  – напряженность поля, обусловленная заряженным элементом. Интеграл может быть линейным, по площади или по объему в зависимости от формы тела. Для решения подобных задач пользуются соответствующими значениями плотности заряда:

$\lambda = dq/dl$  – линейная плотность заряда, измеряется в Кл/м;

$\sigma = dq/dS$  – поверхностная плотность заряда, измеряется в Кл/м<sup>2</sup>;

$\rho = dq/dV$  – объемная плотность заряда, измеряется в Кл/м<sup>3</sup>.

Если же поле создано сложными по форме заряженными телами и неравномерно заряженными, то используя принцип суперпозиции, трудно найти результирующее поле.

В формуле (13) мы видим, что  $d\vec{E}$  – векторная величина:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (14)$$

так что интегрирование может оказаться непростым. Поэтому для вычисления  $\vec{E}$  часто пользуются другими методами, которые мы обсудим в следующих темах. Однако в некоторых, относительно простых случаях эти формулы позволяют аналитически рассчитать  $\vec{E}$ .

В качестве примеров можно рассмотреть поле, созданное бесконечно длинным проводником, заряд на котором распределен по длине равномерно (*линейное распределение зарядов*).

Определим напряженность электрического поля в точке  $A$  (рисунок 1.5) на расстоянии  $x$  от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда. Пусть  $\lambda$  – заряд, приходящийся на единицу длины.

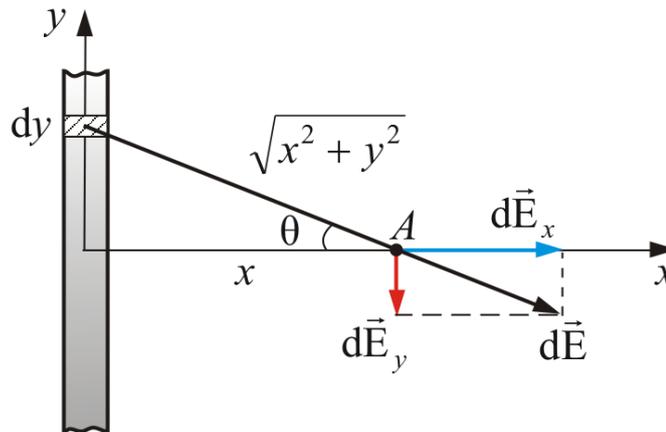


Рисунок 1.5

Считаем, что  $x$  – мало по сравнению с длиной проводника. Выберем систему координат так, чтобы ось  $y$  совпадала с проводником. Элемент длины  $dy$ , несет заряд  $dq = \lambda dy$ . Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке  $A$ :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)}. \quad (15)$$

Вектор  $d\vec{E}$  имеет проекции  $dE_x$  и  $dE_y$ , причем  $dE_x = dE \cos \theta$ ;  $dE_y = dE \sin \theta$ . Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то  $y$  – компонента вектора  $d\vec{E}$  обратится в ноль (компенсируется), т.е.  $E_y = \int dE \sin \theta = 0$ .

Тогда  $E = E_x = \int dE \cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos\theta dy}{x^2 + y^2}$ . Теперь выразим  $y$  через  $\theta$ . Т.к.  $y = x \operatorname{tg}\theta$ , то  $dy = x d\theta / \cos^2\theta$  и  $(x^2 + y^2) = x^2 / \cos^2\theta$ , тогда

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}. \quad (16)$$

Таким образом, напряженность электрического поля линейно распределенных зарядов изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

Этот результат, полученный для бесконечно длинного линейного заряда, с хорошей точностью справедлив и для линейного заряда конечной длины при условии, что  $x$  – мало по сравнению с расстоянием от точки  $A$  до концов проводника.

*Из приведенных примеров видно, что напряженность электрического поля системы зарядов равна геометрической сумме напряженностей полей каждого из зарядов в отдельности (принцип суперпозиции).*

### Контрольные вопросы

1. Что такое точечный заряд? Каковы свойства заряда?
2. Запишите и сформулируйте закон кулона.
3. Какие поля называются электростатическими?
4. Что такое напряженность поля? Как изображаются поля? Что такое силовая линия поля?
5. Что такое диполь? Что такое дипольный момент диполя?
6. В чем заключается принцип суперпозиции?
7. Как можно рассчитать напряженность поля распределенного заряда?