Лекция 9

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Термины и понятия

Предельная скорость	Электромагнитная волна
Принцип относительности	Эфир

КИНЕМАТИКА СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

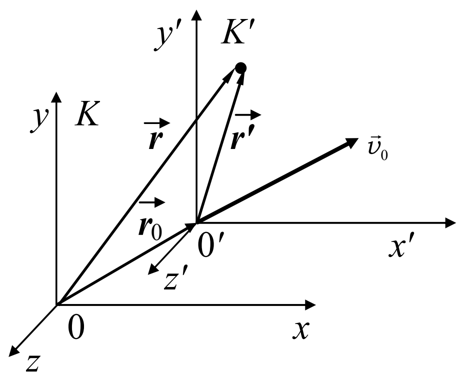
9.1. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ

Согласно принципу относительности, сформулированному Галилеем в 1636 г., **все инерциальные системы отсчета по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу.** Во всех инерциальных системах отсчета свойства пространства и времени одинаковы, а законы механики имеют одинаковую математическую форму выражения. В соответствии с этим принципом, никакими механическими опытами, проводимыми в какой-либо инерциальной системе отсчета, нельзя установить, покоится данная система или движется равномерно и прямолинейно.

Классический принцип относительности справедлив для классической механики, при скоростях движения тел малых по сравнению со скоростью света, то есть при $\upsilon \ll c$.

Преобразования координат Галилея – это формулы преобразования координат материальной точки и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Пусть инерциальная система отсчета *K′ движется с постоянной скоростью* $\vec{\upsilon}_0$ относительно инерциальной системы отсчета K. Преобразования Галилея – это формулы, связывающие между собой координаты x,y,z и x',y',z' материальной точки и время t и t' в двух системах отсчета имеют вид:



$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$.(1)

$\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки в системе K.

$\vec{r}'$ – радиус -вектор материальной точки в системе K'.

$\vec{r}_0$ – радиус -вектор начала координат системы K' в системе K.

В начальный момент времени ($t = 0$) начала координат систем K и K' совпадают.

Система K' начинает двигаться относительно K в направлении, совпадающем с вектором $\vec{r}_0$ со скоростью $\vec{\upsilon}_0$.

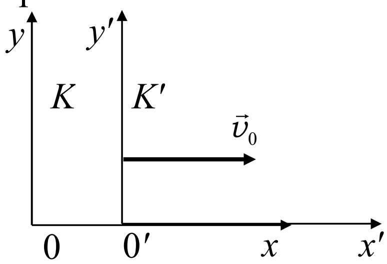
$$\vec{r}_0 = \vec{\upsilon}_0 t. \quad (2)$$

$$\vec{r} = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{r}'. \quad (3)$$

Уравнение (3) запишем в проекциях на оси координат:

$$x = \upsilon_{0x} t + x',$$
$$y = \upsilon_{0y} t + y', \quad (4)$$
$$z = \upsilon_{0z} t + z'.$$

В частном случае, когда K' движется с $\vec{\upsilon}_0$ вдоль положительного направления оси x системы K:



$$x = \upsilon_{0x} t + x',$$
$$y = y',$$
$$z = z',$$
$$t = t'.$$

(5) – преобразования Галилея.

В классической механике считается, что ход времени не зависит от относительного движения систем отсчёта, следовательно, $t = t'$.

Из преобразований Галилея можно получить правило сложения скоростей в классической механике.

Продифференцируем уравнение (3) по времени:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\left(\vec{\upsilon}_0 t + \vec{r}'\right)}{dt} = \vec{\upsilon}_0 + \frac{d\vec{r}'}{dt}, \ (6), \quad dt = dt'.$$

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}'$.(7) – теорема сложения скоростей Галилея.

$\vec{\upsilon}$ – скорость движения тела относительно K (абсолютная),

$\vec{\upsilon}'$ – скорость движения тела относительно K' (относительная),

$\vec{\upsilon}_0$ – скорость движения системы K' относительно K (переносная).

Если $\vec{\upsilon} = const$, $\vec{\upsilon}_0 = const \Rightarrow \vec{\upsilon}' = \vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon} = const \quad \Rightarrow F = 0,$ то есть, если в системе K на материальную точку силы не действуют, то и в системе K' на материальную точку силы не действуют. Если система отсчета движется с постоянной скоростью относительно инерциальной системы отсчёта, то она также является *инерциальной*.

Классический принцип относительности утверждает, что законы механики во всех инерциальных системах отсчета имеют одинаковую математическую форму выражения. Покажем, что второй закон Ньютона в системе K и в системе K' имеют одинаковую форму.

Продифференцируем уравнение (7) по времени:

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{\upsilon}_0}{dt}}_{\substack{=0 \\ \vec{\upsilon}_0 = const}} + \underbrace{\frac{d\vec{\upsilon}'}{dt}}_{\frac{d\vec{\upsilon}'}{dt'}}. \quad (8) \qquad \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}', \quad (9) \qquad m = const \quad \Rightarrow m\vec{a} = m\vec{a}'.$$

Ускорение движения материальной точки является инвариантным (не меняется) относительно инерциальной системы отсчёта. Следовательно, второй закон Ньютона (основное уравнение динамики) не меняет своего вида при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Таким образом, находясь в инерциальной системе отсчёта никакими механическими опытами нельзя обнаружить, движется система равномерно и прямолинейно или покоится.

9.2. ТРУДНОСТИ ДОРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ФИЗИКИ. ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА

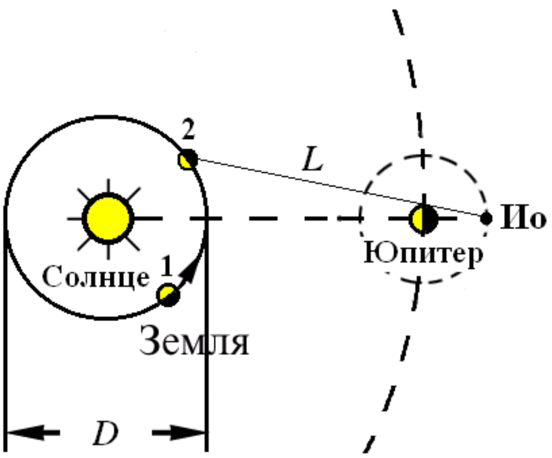
Представления классической механики Ньютона о свойствах пространства и времени подтвердились многочисленными экспериментами и долгое время ни у кого не вызывали сомнений. Заметим, впрочем, что эти эксперименты относились к изучению движения тел со скоростями значительно меньшими скорости света ($\upsilon \ll c$).

Первому испытанию подвергся принцип относительности Галилея, который, как известно, касался только механики – единственного раздела физики, достигшего к тому времени достаточного развития. По мере развития других разделов физики, в частности, оптики, возник естественный вопрос – распространяется ли принцип относительности Галилея и на немеханические явления? Можно ли с помощью немеханических явлений различать инерциальные системы отсчёта и выделить главную, абсолютную систему отсчёта?

Одно из таких явлений, с помощью которых пытались различить системы отсчёта – это распространение света. В конце XIX века уже было известно, что свет – это электромагнитная волна. Учёные полагали, что световые волны, подобно звуковым, должны распространяться в какой-то среде. Эта среда была названа эфиром. Считали, что эфир заполняет всё пространство и пронизывает все тела. Полагали, что эфир абсолютно неподвижен и не увлекается телами. Отсюда следовало, что эфир является абсолютной и неподвижной системой отсчёта.

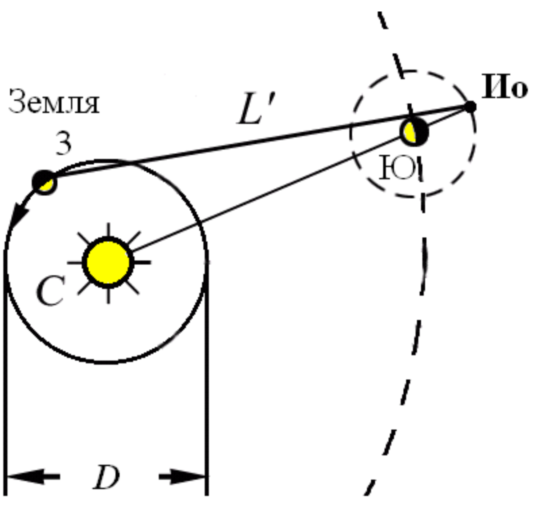
Фундаментальный интерес представляет вопрос о величине скорости света.

Впервые экспериментально определить скорость света удалось Рёмеру в 1676 г. Он обнаружил, что затмение Ио – крупнейшего спутника Юпитера совершается не совсем регулярно со временем (нарушается периодичность затмения).



При наблюдении затмения через 6 месяцев Земля находится в диаметрально расположенной точке своей орбиты вокруг Солнца, и свет должен пройти до Земли уже другой путь.

Затмение Юпитером своего спутника Ио происходит тогда, когда Юпитер находится между Солнцем и Ио. Земля в это время находится в точке 1. (Затмение происходит примерно через каждые 42 часа, в течение которых Ио совершает оборот вокруг Юпитера.)



На Земле затмение наблюдается через время $\Delta t = \dfrac{L}{c}$ после фактического затмения, когда Земля находится в точке 2.

Через 6 месяцев Земля в точке 3, путь, который должен пройти свет

$L' \approx L + D \Rightarrow$

$$\Delta t' = \frac{L'}{c} = \frac{L}{c} + \frac{D}{c} = \Delta t + \frac{D}{c} \Rightarrow \text{можно}$$

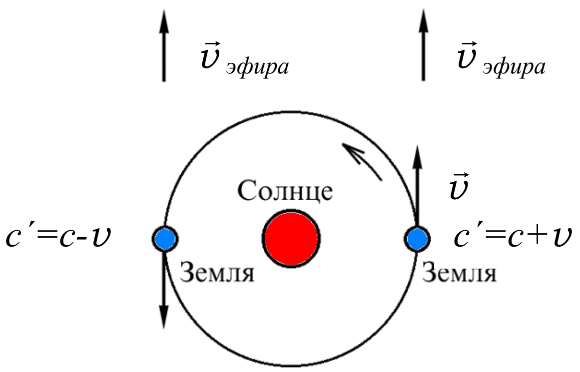
определить c.

Рёмер получил значение c = 214300 *км/с*.

Опыт Майкельсона–Морли (Майкельсон в 1881 г., Морли –1887 г.).

До опубликования в 1905 г. Эйнштейном теории относительности считалось, что световые волны распространяются в особой среде – эфире, подобно тому, как звук распространяется в воздухе. Считалось, что только по отношению к покоящемуся эфиру скорость света равна c, а эфир является абсолютной и неподвижной системой отсчета. Учеными предпринимались неоднократные попытки обнаружить абсолютную инерциальную систему отсчета (мировой эфир) и найти абсолютную скорость движения этой системы.

Одна из попыток обнаружения абсолютной неподвижной системы отсчета принадлежит Майкельсону. Идея опыта Майкельсона-Морли. Наблюдатель, находящийся на Земле движется вместе с ней вокруг Солнца со скоростью $\vec{v}$ относительно мирового эфира. Если эфир может двигаться со скоростью $\vec{v}_{эфира}$ – эфирный ветер.

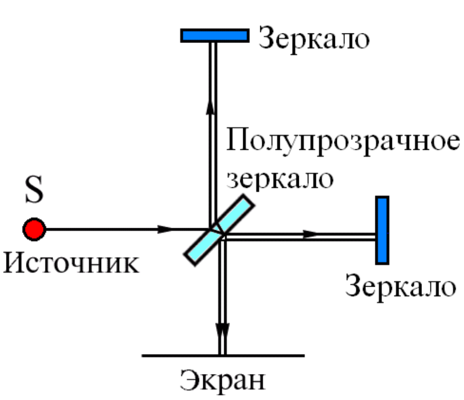


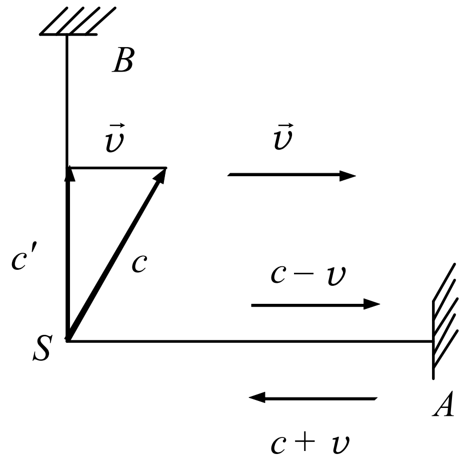
Скорость распространения света относительно неподвижного эфира

$$\vec{c}' = \vec{c} + \vec{v}.$$

Если исследовать явление распространения света от источника к приемнику, то время распространения света от источника до приёмника будет зависеть от ориентации векторов $\vec{c}$ и $\vec{v}$ относительно вектора $\vec{v}_{эфира}$.

Это предположение было проверено в 1881 году американским физиком А. Майкельсоном. Цель опыта Майкельсона – обнаружить движение Земли относительно эфира. Для измерения разности времён использовался интерферометр с двумя «плечами», расположенными под углом 90^0. Свет от источника S





посылался в двух взаимно перпендикулярных направлениях, отражался от зеркал A и B, находящихся на одинаковом расстоянии ℓ от источника S, и возвращался в точку S. На экране наблюдается интерференционная картина.

В этом опыте сравнивалось время прохождения светом обоих путей: SAS и SBS. Предположим, что установка вместе с Землёй движется так, что её скорость $\vec{v}$ относительно эфира направлена вдоль SA. Если скорость света подчиняется обычному закону сложения скоростей, то на пути SA скорость света относительно Земли равна $c-v$, а на обратном пути $c+v$. Тогда время прохождения пути SAS равно

$$t_{II}=\frac{\ell}{c-v}+\frac{\ell}{c+v}=\frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

На пути SBS скорость света относительно Земли равна $c'=\sqrt{c^2-v^2}$ и время прохождения этого пути

$$t_{\perp}=\frac{2\ell}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{2\ell}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Из сравнения выражений для t_{II} и $t_{\perp}$ видно, что свет должен проходить оба пути за разное время.

По мере движения Земли происходит изменение ориентации интерферометра относительно вектора $\vec{v}_{\text{эфира}}$. Следовательно, по мере изменения ориентации интерферометра должна меняться интерференционная картина.

Результат опыта оказался отрицательным: разность времён не была обнаружена. Следовательно, свет от источника в интерферометре всегда распространяется со скоростью c относительно источника света.

Вывод: скорость света *c* не зависит от движения источника или наблюдателя.

Отрицательный результат опыта Майкельсона показал, что

1. Эфира (особой среды, которая могла бы быть принята в качестве абсолютной системы отсчёта), не существует.
2. К скорости света нельзя применить классический закон сложения скоростей. Скорость света не зависит от движения источника света.

К концу XIX века в физике сложилась своеобразная ситуация. С одной стороны теоретически была предсказана возможность выделить из множества инерциальных систем главную, абсолютную систему, с другой стороны попытки обнаружить эту систему оканчивались неудачей. Решение этой проблемы было дано лишь в теории относительности Эйнштейна.

9.3. ПОСТУЛАТЫ ЭЙНШТЕЙНА

Специальная теория относительности, созданная Эйнштейном в 1905 году – это современная физическая теория пространства и времени. При этом, как и в классической механике, предполагается, что время однородно, а пространство однородно и изотропно. **Специальная теория относительности часто называется <u>релятивистской теорией.</u>** В основе специальной теории относительности лежат **<u>постулаты Эйнштейна</u>:**

1. **Первый постулат.** <u>Принцип относительности</u>: никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведённые внутри данной инерциальной системы отсчёта, не дают возможности обнаружить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно. Все законы природы инвариантны, то есть не меняются при переходе от одной системы отсчёта к другой.
2. **Второй постулат.** <u>Независимость скорости света от скорости источника</u>: скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Таким образом, первый постулат Эйнштейна является обобщением механического принципа Галилея на любые физические процессы: все инерциальные системы отсчёта совершенно равноправны, то есть **физические явления во всех инерциальных системах отсчёта протекают одинаково**.

Согласно второму постулату, **скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта**.

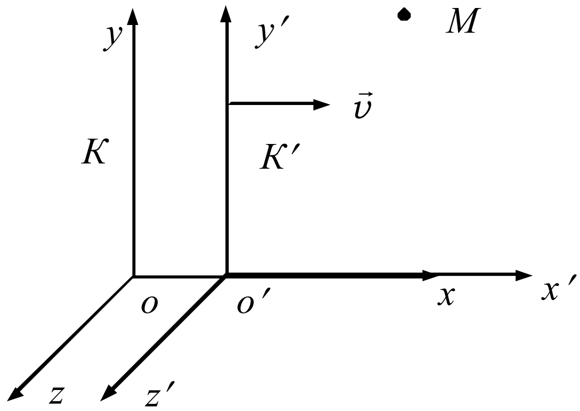
Таким образом, скорость света в вакууме занимает особое положение в природе. Наличие такой скорости существенно изменяет представление о пространстве и времени. Потеряло смысл не только абсолютное пространство, но и абсолютное время.

В настоящее время оба постулата и все следствия из них убедительно подтверждаются экспериментом.

9.4. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

Постулатам Эйнштейна удовлетворяют преобразования Лоренца, предложенные им в 1904 г.

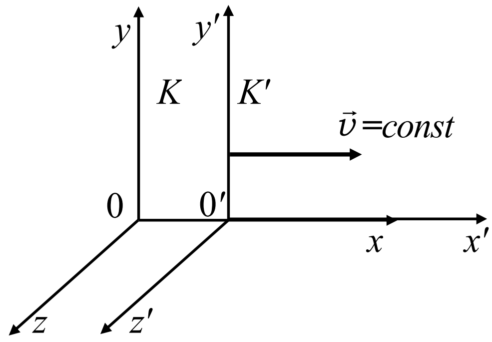
Рассмотрим две инерциальные системы отсчёта K и K'. Пусть K'– система движется относительно K – системы со скоростью $\vec{v}$. Направим координатные оси обеих систем так, как показано на рисунке.



Оси x и x' совпадают и направлены параллельно вектору $\vec{v}$. Возьмём за начало отсчёта времени момент, когда начала координат *0* и *0′* совпадали.

Пусть в момент времени t' в системе K' в точке M с координатами x', y', z' произошло некоторое событие, например, вспыхнула лампочка. Требуется найти координаты x, y, z и момент времени t этого события в системе K.

В соответствии с принципом относительности все инерциальные системы отсчета равноправны. В инерциальных системах отсчета физические законы должны иметь одинаковую форму выражения.



Рассмотрим две инерциальные системы отсчета : K и K'.
K' движется относительно K с $\vec{\upsilon} = const$ – равномерно и прямолинейно.
В начальный момент времени 0 и 0′ совпадают.
Пусть следим за точкой $x' = 0$ (начало отсчёта K') из системы $K \Rightarrow x = \upsilon t$.
Если следим за точкой $x = 0$ из системы $K' \Rightarrow x' = -\upsilon t'$.

Преобразования координат – это формулы преобразования координат материальной точки и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Эти преобразования должны переходить в преобразования Галилея при скоростях движения тел малых по сравнению со скоростью света, то есть при $\upsilon << c$ и удовлетворять постулатам Эйнштейна.

Этому требованию отвечают только линейные преобразования:

$$x = A(x' + \upsilon t'), \quad (1)$$

$$x' = A(x - \upsilon t). \quad (2)$$

Если предположить, что в этих системах распространяется световой сигнал, то в соответствии со II постулатом скорость света в вакууме – инвариант (постоянна).

$$x = ct; \quad x' = ct'. \quad (3)$$

С учётом уравнений (1), (2), перепишем (3):

$$\begin{aligned} ct &= A(ct' + \upsilon t') = At'(c + \upsilon); \\ ct' &= A(ct - \upsilon t) = At(c - \upsilon). \end{aligned} \quad (4)$$

Перемножим уравнения системы (4):

$$c^2 tt' = A^2 tt'(c^2 - \upsilon^2). \quad (5) \quad \Rightarrow A^2 = \frac{c^2}{c^2 - \upsilon^2} = \frac{1}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}. \quad (6)$$

$A = \pm \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$, (7) так как оси направлены в одну сторону, то остается $+A$:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad (8) \quad \frac{\upsilon}{c} = \beta \quad \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (9)$$

Уравнение (9) подставляем в (1), (2):

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (10) \qquad x = \frac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (10a)$$

В начальный момент времени: системы K и K' совпадают, движение происходит вдоль оси x: $\Rightarrow y = y', \; z = z'$.

Найдём преобразование для времени.
Из уравнения ($10a$) следует:

$$x\sqrt{1 - \beta^2} = x' + \upsilon t' = \text{подставляем}(10) = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \upsilon t' \Rightarrow$$

$$\frac{x\left(1 - \beta^2\right) - x + \upsilon t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \upsilon t' \quad \Rightarrow \quad t' = \frac{t - x\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Аналогично: $t = \dfrac{t' + x'\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$

Прямые преобразования $K \to K'$:

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - x\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \qquad (12)$$

Обратные преобразования $K' \to K$:

$$x = \frac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + x'\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \qquad (13)$$

Классические преобразования Галилея:

$x' = x - \upsilon t,$ $\quad$ $x = x' + \upsilon t,$

$y' = y,$ $\quad$ $y = y',$

$z' = z,$ $\quad$ $z = z',$

$t' = t.$ $\quad$ $t = t'.$

При $\upsilon << c$: $\left(\dfrac{\upsilon}{c}\right)^2 = \beta^2 << 1,$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

9.5. СЛЕДСТВИЯ ИЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

9.5.1. Относительность понятия одновременности

Пусть в системе K в точках с координатами x_1 и x_2 в моменты времени t_1 и t_2 могут происходить 2 события.
В системе K' им соответствуют координаты x'_1 и x'_2, время t'_1 и t'_2.

1. Если в системе K события происходят в одной точке $x_1 = x_2$ и являются одновременными $t_1 = t_2$, будут ли события одновременными в системе K', движущейся относительно системы K со скоростью υ?

Из преобразований Лоренца следует:
$x'_1 = x'_2$, $t'_1 = t'_2$, то есть эти события в системе

K' происходят в одной точке и являются одновременными. Следовательно, эти события для любых инерциальных систем отсчета являются *одновременными и пространственно совпадающими*.

2. Если в системе K события происходят в разных точках $x_1 \neq x_2$ – пространственно разобщены, но одновременно $t_1 = t_2$. Будут ли эти события одновременны в системе K', движущейся относительно K со скоростью υ?

В системе K':

$$x_1' = \frac{x_1 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad x_2' = \frac{x_2 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$t_1' = \frac{t - \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t_2' = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

т.е. $x'_1 \neq x'_2$, $t'_1 \neq t'_2$, события остаются пространственно разобщенными и оказываются неодновременными.

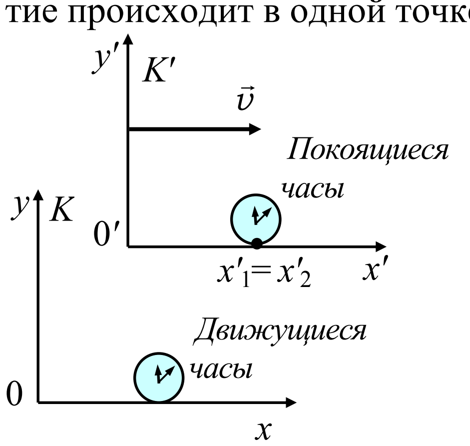
События одновременные в одной системе отсчёта *не одновременны* в другой системе отсчета.

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2} - t + \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\upsilon(x_1 - x_2)}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \neq 0.$$

Знак определяется знаком выражения $\upsilon(x_1 - x_2)$.

9.5.2. Длительность интервала между событиями в разных системах отсчёта

Пусть в системе K' в точке с координатой x'_1 произошли два события, интервал между событиями в этой системе $\tau'_0 = t'_2 - t'_1$, где t'_1 – показания часов, когда произошло первое событие и t'_2 – показания часов, когда произошло второе событие. Индекс «0» означает, что событие происходит в одной точке пространства в системе отсчета K'.



Собственное время показывают часы, которые покоятся относительно системы отсчёта в некоторой точке с координатой, в которой произошли 2 события. Эти часы называются *покоящимися*.

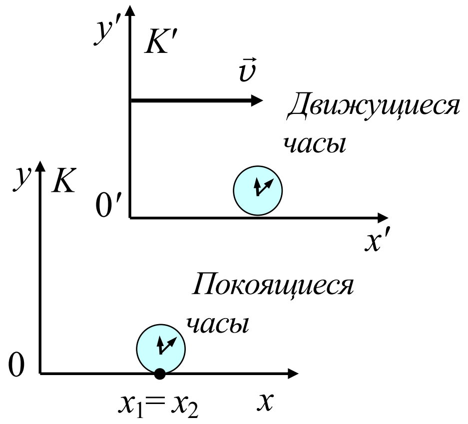
Часы, которые движутся относительно системы отсчёта, в некоторой точке которой произошли 2 события, называются *движущимися*.

В системе отсчета K': $x'_1 = x'_2$; $\tau'_0 = t'_2 - t'_1$ (1) – время между 2-мя событиями, которые показывают покоящиеся часы.

В системе отсчета K: $\tau = t_2 - t_1 = \dfrac{t'_2 + \frac{\upsilon x'_2}{c^2} - t'_1 - \frac{\upsilon x'_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{\tau'_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$. (2) $\Rightarrow$

$$\tau \cdot \sqrt{1-\beta^2} = \tau'_0. \quad (3) \qquad \tau > \tau'_0.$$

Движущиеся часы показывают большее время.



Часы покоятся в системе K.
2 события происходят в K в некоторой точке с координатой $x_1 = x_2$.
В системе K':
$\tau' \cdot \sqrt{1-\beta^2} = \tau_0$. (4) $\underbrace{\tau'}_{\text{движ.ч.}} > \underbrace{\tau_0}_{\text{покоящ.ч.}}$.

Время, измеряемое по часам, движущимся вместе с данным объектом, называется собственным временем этого объекта. Собственное время (жизни объекта) всегда имеет наименьшее значение.
Интервал времени между событиями зависит от выбора системы отсчёта, то есть время между событиями *относительно*.

В классической механике: $\upsilon << c \quad \Rightarrow \beta = \dfrac{\upsilon}{c} << 1 \quad \Rightarrow \tau' = \tau_0; \qquad \tau'_0 = \tau.$

Пример 1: опыт с мюонами.
Эти частицы (мюоны) рождаются на расстоянии 30 км от поверхности Земли и обнаруживаются вблизи поверхности Земли, то есть проходят путь $S = 30$ км. Мюоны относятся к нестабильным частицам. Их собственное время жизни (по часам в той инерциальной системы отсчета, относительно которой он покоится) $\tau'_0 = 2\cdot 10^{-6}$ с.

Если принять, что мюоны движутся со скоростью близкой к скорости света, то путь, пройденный мюоном в системе отсчета, связанной с самой частицей (в системе отсчета K')

$$S' = c\cdot\tau'_0 = 3\cdot 10^8 \cdot 2\cdot 10^{-6} = 600\text{м} << 30\text{км}.$$

В системе отсчёта, связанной с Землёй, время существования (жизни) мюона: $\tau = \dfrac{\tau'_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad \tau > \tau'_0.$

Поэтому за время жизни мюон с точки зрения земного наблюдателя пролетает расстояние $\quad c\tau > c\tau'_0 \quad \Rightarrow S > S'.$

Пример 2: «парадокс близнецов (часов)»
Релятивистский эффект замедления времени в космическом корабле, движущемся относительно Земли, открывает возможность осуществления сколь угодно дальних космических полетов и путешествий в «будущее». Согласно принципу относительности, все процессы на космическом корабле, включая и процесс старения космонавтов, идут по

тем же законам, что и на Земле. Однако при этом время на корабле необходимо измерять по часам, движущимся вместе с ним со скоростью υ относительно Земли.

Пусть осуществляется космический полёт со скоростью близкой к скорости света c ($\beta = 0{,}99999$).

Если покоящиеся часы связаны с космическим кораблём, удаляющемся с $\upsilon = \beta c$, то для наблюдателя, связанного с Землёй, ход часов в космическом аппарате замедляется в $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ раз или ход часов на корабле и на Земле отличается в $\frac{\tau}{\tau_0'} = 224$. Следовательно, на таком корабле за промежуток времени $\tau_0 = 10$ *лет* (по часам на корабле) можно постареть на 10 лет. Этот космический перелет по часам на Земле будет продолжаться $\tau = 2240$ *лет*. При этом корабль удалится от Земли на огромное расстояние $S = \upsilon\tau = \beta \cdot c\tau = 2239{,}98$ *световых лет*.

Если космонавт, совершивший космический перелет со скоростью υ, близкой к скорости света c, возвратится на Землю, то обнаружит, что люди на Земле (в частности, его брат-близнец, оставшийся на Земле) постарели за время полета больше, чем он.

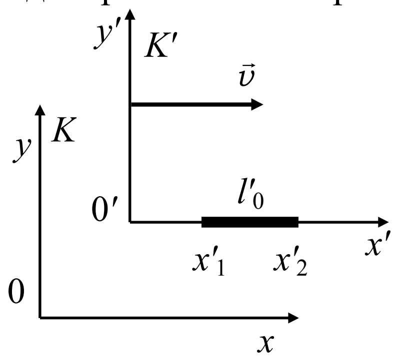
С другой стороны, основываясь на принципе относительности, можно прийти к прямо противоположному выводу: часы на Земле, движущейся со скоростью υ относительно космического корабля, должны отставать от часов на корабле. Поэтому длительность полета должна быть большей для космонавта, а не для жителей Земли. Соответственно, из двух близнецов за время полета больше должен постареть космонавт. Таким образом, получается, что разность показаний часов на Земле и корабле после приземления должна быть, с одной стороны, положительной, а с другой – отрицательной. Этот результат получил название парадокса часов или «парадокса близнецов».

В действительности никакого парадокса нет. Парадоксальный результат возник только вследствие неправильного применения принципа относительности. Принцип относительности справедлив только для инерциальных систем отсчета. Системы отсчета, связанные с близнецами, не эквивалентны. Система отсчета, связанная с Землей – это инерциальная система отсчета, система отсчета, связанная с кораблем – это неинерциальная система отсчета (корабль движется с ускорением на подъеме и спуске). Следовательно, принцип относительности к ним не применим.

9.5.3. Длина тел в разных системах отсчёта

Длина отрезка (стержня) в различных системах отсчёта.

Длина отрезка – разность координат его начала и конца, измеренных одновременно в выбранной системе отсчёта.



Отрезок (стержень) расположен вдоль оси x' и покоится относительно K'.

Его длина в K': $l'_0 = x'_2 - x'_1$; $t'_1 = t'_2$.(1)

K' движется относительно K со скоростью υ.

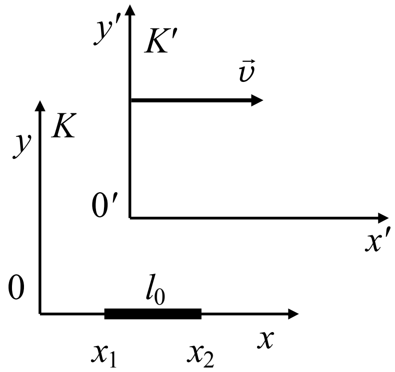
Длина отрезка в K:

$$l'_0 = \frac{x_2 - \upsilon t_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - \upsilon t_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - \upsilon t_2 - x_1 + \upsilon t_1}{\sqrt{1-\beta^2}};(2)$$

при $t_1 = t_2 \Rightarrow$

$$l'_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (3) \Rightarrow l = l'_0\sqrt{1-\beta^2}, \quad (4) \qquad l'_0 > l.$$

Длина стержня l'_0 в системе, относительно которой он покоится, больше длины стержня l в системе, относительно которой он движется.



Стержень покоится в системе K, система K' движется относительно K со скоростью υ.

В системе K:

$l_0 = x_2 - x_1$; $\quad t_1 = t_2. \Rightarrow$

$$l_0 = \frac{x'_2 - \upsilon t'_2 - x'_1 + \upsilon t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = (при \quad t'_1 = t'_2) = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

В системе K':

$l' = l_0\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow l_0 > l'.$

Длина стержня l_0 в системе, относительно которой он покоится, больше длины стержня l' в системе, относительно которой он движется.

Линейные размеры тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшаются в направлении движения в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз.

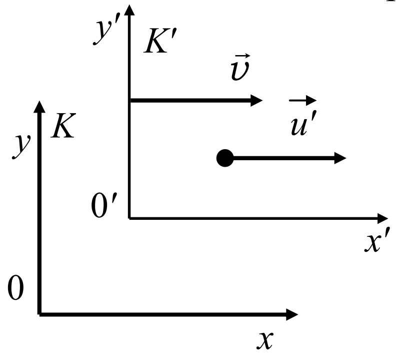
Длина отрезка, измеренная в системе отсчёта, в которой он покоится, называется его *собственной длиной*. **Собственная длина всегда имеет наибольшее значение**.

Длина отрезка зависит от выбора системы отсчёта, то есть длина *относительная величина*.

В классической механике: $\upsilon << c \quad \Rightarrow \beta = \dfrac{\upsilon}{c} << 1 \quad \Rightarrow l = l_0'; \qquad l' = l_0.$

9.5.4. Релятивистское правило сложения скоростей

Пусть точка *М* движется в системе K' со скоростью $\vec{u}'$ по направлению оси x'. Найдем скорость $\vec{u}$ этой точки в системе *К*.



• В механике Ньютона, если $\upsilon << c$, то по правилу сложения скоростей Галилея, скорость тела относительно системы *К:*

$\vec{u} = \vec{\upsilon} + \vec{u}'$.

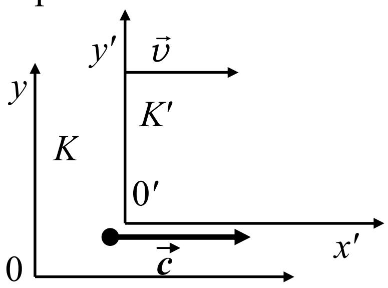
Так как движение происходит вдоль оси *х*, то

$u_x = \upsilon + u_x'$,

$u_y = u_y'$,

$u_z = u_z'$.

Рассмотрим с точки зрения классической механики явление распространения света.



Пусть в системе *К* есть источник света, в *К'* – приёмник света.

Применяя преобразования Галилея скорость света относительно *К'*: $\vec{c}' = \vec{c} - \vec{\upsilon} < \vec{c}$, что не подтверждается экспериментальными результатами. *c = const.*

Этот факт является одним из постулатов, лежащих в основе СТО.

Эйнштейн объяснил этот результат свойствами пространства и времени: с точки зрения движущегося наблюдателя (система *K'*) пространство «сокращается» в направлении движения в $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ раз, а интервал времени *dt* по измерениям того же наблюдателя уменьшается в $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ раз. Следовательно, $\frac{dx}{dt}=\frac{dx'}{dt'}=c=const.$

Таким образом, правило сложения скоростей Галилея нельзя применять в случае движения тел со скоростями близкими к скорости света.

Если система *K´* движется относительно системы *K* со скоростью близкой к скорости света *c*, то:
Проекции скорости материальной точки на координатные оси в системе *K*:

$$u_x=\frac{dx}{dt};\;\; u_y=\frac{dy}{dt};\;\; u_z=\frac{dz}{dt}. \quad (1)$$

Проекции скорости материальной точки на координатные оси в системе *K'*:

$$u'_x=\frac{dx'}{dt'};\;\; u'_y=\frac{dy'}{dt'};\;\; u'_z=\frac{dz'}{dt'}. \quad (2)$$

Согласно преобразованиям Лоренца:

$$\left.\begin{aligned} x'&=\frac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}},\\ y'&=y,\\ z'&=z,\\ t'&=\frac{t-x\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.\end{aligned}\right\}\; u'_x=\frac{dx'}{dt'}=\frac{dx-\upsilon dt}{dt-\frac{\upsilon dx}{c^2}}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{\frac{dx}{dt}-\upsilon}{1-\frac{\upsilon\frac{dx}{dt}}{c^2}}=\frac{u_x-\upsilon}{1-\frac{u_x\upsilon}{c^2}}. \quad (3)$$

$$u'_y=\frac{dy'}{dt'}=\frac{dy\sqrt{1-\beta^2}}{dt-\frac{\upsilon dx}{c^2}}=\frac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_x\upsilon}{c^2}}. \quad (4)$$

$$u'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz\sqrt{1-\beta^2}}{dt - \dfrac{\upsilon dx}{c^2}} = \frac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\dfrac{u_x\upsilon}{c^2}}. \quad (5)$$

$$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z}.$$

Если материальная точка движется в системе *K* вдоль оси *x* со скоростью *c*: $u_x = c$,

$$u'_x = \frac{c - v}{1 - \dfrac{cv}{c^2}} = c,$$

то её скорость в системе *K′* равна *c*. Следовательно, объект, движущийся со скоростью *c*, будет иметь эту же скорость относительно других систем независимо от того, сколь быстро они движутся (согласие с II постулатом Эйнштейна).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие причины возникновения специальной теории относительности?
2. В чем заключается постулаты специальной теории относительности?
3. Зависит ли от скорости движения системы отсчета скорость тела? Скорость света?
4. Запишите и поясните преобразования Лоренца.
5. При каких условиях преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея?
6. Какие следствия вытекают из специальной теории относительности для размеров тел и длительности событий в разных системах отсчета?

Слова и выражения

В качестве *чего?*
Вакуум
Возможность
Вспыхнуть
Длительность
Достигнуть
Достигший

Подставить (подставлять)
Подтвердить (подтвердиться)
Подчиниться (подчиняться)
Показание (часов и т.п.)
Полагать
Постулат
Превысить

Естественный
Заменить
Заполнять (заполнить)
Измеренный
Измерить
Инвариантный
Испытание
Лампочка
Направить (направлять)
Неудача
Очевидно
Подвергать испытанию
Предсказать
Преобразование
Проверить
Произойти
Пытаться
Распространение
Своеобразный
Событие
Специальный
Среда (окружающая)
Течь/протекать (о явлениях)