

## Лекция 23

# ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ

### Термины и понятия

Внутреннее трение  
Диффузия  
Коэффициент вязкости  
Коэффициент диффузии  
Оболочка

Теплопроводность  
Явление переноса

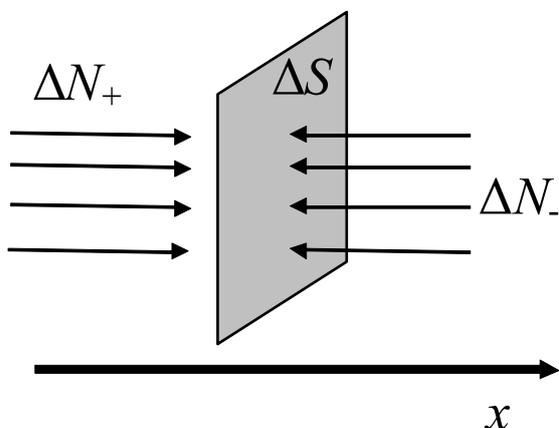
### 23.1. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ГАЗАХ

В кинетической теории газов в основном рассматривается равновесное термодинамическое состояние. Такое состояние термодинамической системы представляет собой непрерывную последовательность равновесных состояний. Процессы, благодаря которым в термодинамической системе устанавливается состояние равновесия, называют кинетическими процессами. Если термодинамическая система окружена адиабатической оболочкой, её переход в равновесное состояние – кинетический процесс. Этот переход сопровождается увеличением энтропии и является необратимым. Если в газе существует пространственная неоднородность плотности, температуры или скорости упорядоченного перемещения отдельных слоев газа, то происходит самопроизвольное выравнивание этих неоднородностей. В газе возникает поток молекул из области высокой концентрации в область низкой концентрации, или поток тепла из области высокой температуры в область низких температур. Переход термодинамической системы в равновесное состояние всегда сопровождается возникновением потоков физической величины, которая является неоднородной, то есть неодинаковой в разных частях системы.

В газе возникают потоки энергии, вещества, а также импульса упорядоченного движения частиц. Эти потоки, характерные для неравновесных состояний газа, являются основой кинетических явлений, объединенных общим названием – явления переноса. К явлениям переноса относятся диффузия, внутреннее трение и теплопроводность.

Для количественного описания процессов переноса физических величин из одной области термодинамической системы в другую вводится понятие потока физической величины.

Поток некоторой физической величины равен количеству этой величины, переносимому через заданную поверхность в единицу времени.



Обратим внимание, что форма поверхности может быть любой. Поток физической величины – величина скалярная. Знак потока (положительный или отрицательный) определяется направлением переноса физической величины. Например, поток через площадку  $\Delta S$  в направлении оси  $x$  будем считать положительным, а в противоположном направлении –

отрицательным.

Возникновение потоков связано с неоднородностью физической величины в пространстве. Для количественного описания неоднородности используется понятие **градиента физической величины**.

Пусть переносится некоторая физическая величина  $U$ . Если величина  $U = f(x, y, z)$ , то градиент функции  $U$  равен:  $\overrightarrow{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}$ . Градиент функции  $U$  – это вектор, направленный по нормали к поверхности уровня  $U = const$  в сторону возрастания  $U$ .

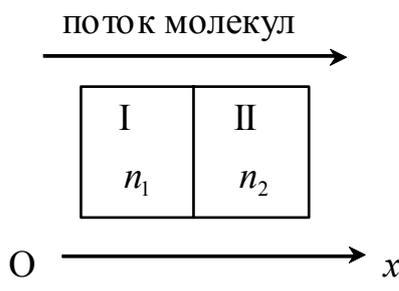
Модуль вектора градиента численно равен производной функции по  $x, y, z$  и показывает, как величина  $U$  меняется при переходе от одной точки пространства к другой.

Если величина  $U = f(x)$ , то градиент функции  $U$  равен:  $\overrightarrow{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i}$ .

Градиент функции  $U$  – это вектор, направленный по оси  $x$ .

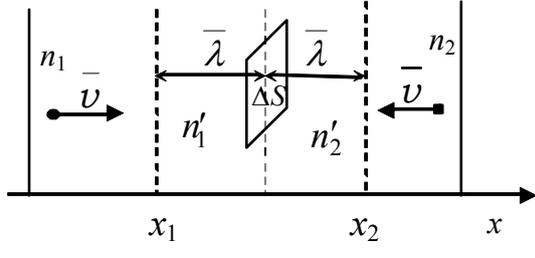
## 23.2. Уравнение диффузии

**Диффузией** называется явление самопроизвольного взаимного проникновения и перемешивания частиц двух соприкасающихся газов. Для смеси газов явление диффузии вызывается различием концентрации отдельных газов в разных частях сосуда. При постоянной температуре явление диффузии заключается в переносе массы газа из мест с большей концентрацией в места, где концентрация меньше.



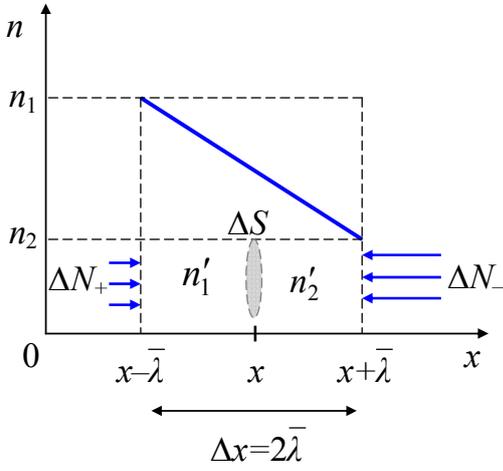
Возьмём сосуд, разделённый на две части перегородкой. В одной части сосуда находится газ с концентрацией молекул  $n_1$ , а в другой газ – с концентрацией молекул  $n_2$ . Пусть  $n_1 > n_2$ . Уберём перегородку. Молекулы газа немедленно начнут переходить из одной части сосуда в другую, причём из первой части во вторую будет переходить больше молекул, чем обратно. Произойдёт выравнивание концентраций молекул по всему объёму, или другими словами, выравнивание плотности газа во всём сосуде. Это явление называется диффузией. Переносимой величиной является масса газа. Рассмотрим процесс переноса вещества.

1. Рассмотрим площадку  $\Delta S$  в сосуде с газом, плотность которого неравномерная. Из-за теплового движения молекулы будут переходить через площадку  $\Delta S$  как слева направо, так и справа налево. Будем считать, что температура газа постоянная. Средняя скорость теплового движения молекул  $\bar{v}$ . Ввиду существующей разности концентраций



по обе стороны площадки, число частиц пересекающих площадку в единицу времени в противоположных направлениях будет разным. Вследствие этого возникнет диффузионный поток вдоль оси  $Ox$ . Число частиц, проходящих через площадку слева направо, обозначим  $\Delta N_+$ , а число частиц, проходящих через площадку справа налево, обозначим  $\Delta N_-$ , тогда

по обе стороны площадки, число частиц пересекающих площадку в единицу времени в противоположных направлениях будет разным. Вследствие этого возникнет диффузионный поток вдоль оси  $Ox$ . Число частиц, проходящих через площадку слева направо, обозначим  $\Delta N_+$ , а число частиц, проходящих через площадку справа налево, обозначим  $\Delta N_-$ , тогда



$\Delta S$  – площадка.

$\Delta N_+ = \frac{1}{6} n'_1 \bar{v} \Delta S \Delta t$  – число молекул, прошедших через площадку  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  в положительном направлении.

$$\Delta N_- = \frac{1}{6} n'_2 \bar{v} \Delta S \Delta t$$

$$\Delta N = \Delta N_+ - \Delta N_- = \frac{1}{6}(n'_1 - n'_2)\bar{v}\Delta S\Delta t$$

$$\Delta N = \frac{1}{6} \left( \underbrace{n'_1 - n'_2}_{-\Delta n'} \right) \bar{v} \frac{2\bar{\lambda}}{2\bar{\lambda}} \Delta S\Delta t \quad n'_2 > n'_1.$$

$n'_1$  и  $n'_2$  – концентрации молекул между точками, отделенными друг от друга расстоянием  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$ . Разность концентраций  $\Delta n' = n'_2 - n'_1$  можно легко найти, если известен градиент концентрации молекул в сосуде  $\frac{dn}{dx}$

или график изменения концентрации по оси  $Ox$  (как на рисунке).

На расстоянии  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$  концентрация меняется на  $\Delta n' = n'_2 - n'_1$ :

$$\frac{\Delta n'}{2\bar{\lambda}} = \frac{dn}{dx}.$$

Найдем массу, которую переносят молекулы:

$$\Delta M = m_0 \Delta N = \frac{1}{6} m_0 \left( \underbrace{n'_1 - n'_2}_{-\Delta n'} \right) \bar{v} \frac{2\bar{\lambda}}{2\bar{\lambda}} \Delta S\Delta t = -\frac{1}{6} \frac{d(m_0 n)}{dx} \bar{v} 2\bar{\lambda} \Delta S\Delta t = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{d\rho}{dx} \Delta S\Delta t$$

– это уравнение называется уравнением диффузии (закон Фика).

Коэффициент диффузии  $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$  зависит от средней скорости теплового движения молекул. Тогда уравнение диффузии можно записать

$$\Delta M = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S\Delta t.$$

Средняя длина свободного пробега  $\bar{\lambda}$  молекул газа обратно пропорциональна давлению  $P$  газа; следовательно, коэффициент диффузии  $D$  тоже обратно пропорционален давлению  $P$  газа:  $D \sim \frac{1}{P}$ . При малых давлениях диффузия происходит быстрее.

Скорость  $\bar{v}$  молекул газа пропорциональна  $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ , где  $T$  – температура

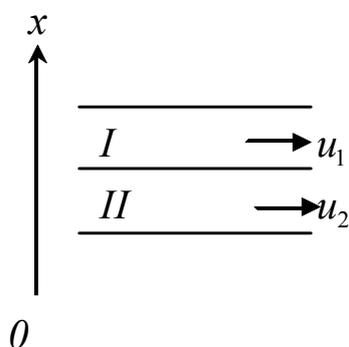
газа,  $\mu$  – масса моля газа. Следовательно,  $D \sim \sqrt{T}$  и  $D \sim \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ , т.е. при на-

гревании газа коэффициент диффузии увеличивается и для разных газов коэффициент диффузии тоже разный.

### 23.3. Уравнение внутреннего трения (вязкости)

Вязкость газов (это явление относится и к жидкостям) – это свойство, благодаря которому выравниваются скорости движения различных слоев газа. Выравнивание скоростей соседних слоев, если эти скорости различны, происходит благодаря тому, что из слоя газа с большой скоростью движения переносится импульс к слою, движущемуся с меньшей скоростью.

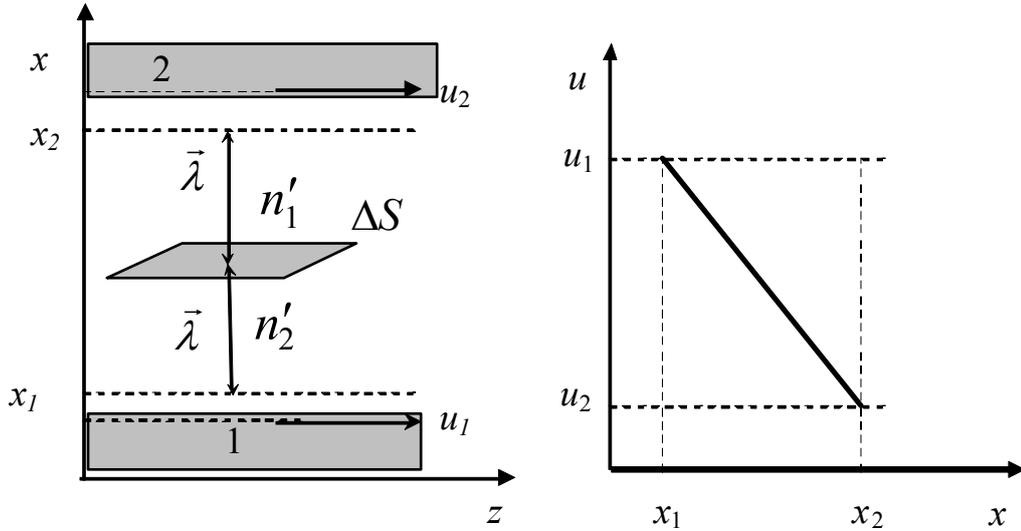
Если разность скоростей движения различных слоев газа поддерживается внешними силами постоянной, то и поток импульса будет постоянным, причем этот поток будет направлен вдоль падения скорости.



Имеем два слоя газа, движущихся с различными скоростями.  $u_1$  и  $u_2$  – скорости направленного движения слоёв газа. Но молекулы газа участвуют не только в направленном движении, они участвуют также в беспорядочном, хаотическом, т.е. в тепловом движении. Пусть  $u_1 > u_2$ . В результате теплового движения молекулы из слоя  $I$  попадают в слой  $II$ , и каждая молекула приносит с собой в слой  $II$  импульс  $m_0 u_1$ , где  $m_0$  – масса молекулы.

В результате в слое  $II$  становится больше быстрых молекул и слой  $II$  начинает двигаться быстрее. И наоборот, молекулы, попадающие из слоя  $II$  в слой  $I$  и приносящие с собой импульс  $m_0 u_2$ , замедляют движение слоя  $I$ , так как в нём становится больше медленных молекул. Скорости слоёв выравниваются друг относительно друга. Это явление вязкости. Переносимой величиной является импульс.

Выделим мысленно в газе площадку  $\Delta S$ , параллельную слоям, текущим с различными скоростями. Пусть слой 1 лежит под площадкой  $\Delta S$  на расстоянии  $\bar{\lambda}$ , а слой 2 на таком же расстоянии  $\bar{\lambda}$  над площадкой  $\Delta S$ .



Так как  $\bar{\lambda}$  – средняя длина свободного пробега молекул газа, то молекулы, летящие из слоев 1 и 2 по направлению к площадке  $\Delta S$ , будут достигать ее без столкновений друг с другом.

Из-за теплового движения молекулы будут переходить через площадку  $\Delta S$  как сверху вниз, так и снизу вверх. Будем считать, что температура газа и концентрация молекул в единице объёма постоянная. Средняя скорость теплового движения молекул  $\bar{v}$ . Ввиду существующей разности скоростей потоков по обе стороны площадки, импульс переносимый частицами пересекающих площадку в единицу времени в противоположных направлениях будет разным. Вследствие этого возникнет диффузионный поток вдоль оси  $Ox$ . Число частиц, проходящих через площадку снизу вверх, обозначим  $\Delta N_+$ , а число частиц, проходящих через площадку сверху вниз, обозначим  $\Delta N_-$ , тогда:

$$\Delta N_+ = \frac{1}{6} n'_1 \bar{v} \Delta S \Delta t - \text{поток частиц, движущийся снизу вверх,}$$

$\Delta N_- = \frac{1}{6} n'_2 \bar{v} \Delta S \Delta t - \text{поток частиц, движущихся сверху вниз, где } n'_1 \text{ и } n'_2$   
– концентрации молекул между точками, отделенными друг от друга расстоянием  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$ , но  $n'_1 = n'_2 = n'$ .

Импульс, перенесённый сверху вниз равен:

$$\Delta P_- = m_0 u_2 \Delta N_+ = \frac{1}{6} n' \bar{v} \Delta S \Delta t m_0 u_2,$$

а импульс, перенесённый снизу вверх равен:

$$\Delta P_+ = m_0 u_2 \Delta N_+ = \frac{1}{6} n' \bar{v} \Delta S \Delta t m_0 u_1.$$

Суммарный импульс, перенесенный через площадку  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  равен  $\Delta P = \frac{1}{6} n' \bar{v} \Delta S \Delta t m_0 (u_1 - u_2) = -\frac{1}{6} m_0 n' \bar{v} (u_2 - u_1) \frac{2\bar{\lambda}}{2\bar{\lambda}} \Delta S \Delta t$ . Так как разность скоростей потоков  $\Delta u = u_2 - u_1$  можно легко найти, если из-

вестен градиент скорости потоков в сосуде  $\frac{du}{dx}$  или график изменения скорости потоков по оси  $OX$  (как на рисунке), то на расстоянии  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$  скорость меняется на  $\Delta u = u_2 - u_1$ :  $\frac{\Delta u}{2\bar{\lambda}} = \frac{du}{dx}$ .

Тогда уравнение внутреннего трения имеет вид:

$$\Delta P = -\frac{1}{6} m_0 n' \bar{v} (u_2 - u_1) \frac{2\bar{\lambda}}{2\bar{\lambda}} \Delta S \Delta t = -\frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} \frac{du}{dx} \Delta S \Delta t.$$

Коэффициент внутреннего трения (коэффициент вязкости) равен  $\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho$ .

Коэффициент внутреннего трения (или коэффициент вязкости) зависит от средней скорости  $\bar{v}$  теплового движения молекул, от средней длины свободного пробега  $\bar{\lambda}$  молекул газа и от плотности  $\rho$  газа.

Теперь можно сделать некоторые выводы:

1)  $\bar{v} \sim \sqrt{T}$ , следовательно, коэффициент  $\eta$  тоже прямо пропорционален  $\sqrt{T}$ , т.е. с увеличением температуры вязкость газа возрастает.

2) Коэффициент  $\eta$  прямо пропорционален  $\bar{\lambda}$  и  $\rho$ . Но средняя длина свободного пробега  $\bar{\lambda}$  обратно пропорциональна давлению  $P$  газа, а плотность  $\rho$  прямо пропорциональна давлению  $P$  газа. Следовательно, произведение  $\bar{\lambda} \rho$  не зависит от давления газа; значит внутреннее трение (или вязкость) газа не зависит от давления газа. Этот вывод кажется странным, но опытные данные подтвердили этот факт.

3) Найдем силу  $F$  внутреннего трения.

Сила внутреннего трения  $F$  – это сила, с которой один слой газа действует на другой. Сила внутреннего трения  $F$  действует по касательной к слою.

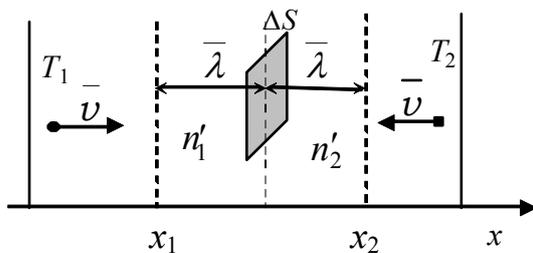
Согласно второму закону Ньютона:

$$\Delta P = F \Delta t \quad \text{или} \quad -\eta \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta S \Delta t = F \Delta t.$$

Итак, сила внутреннего трения равна:  $F = -\eta \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta S$  – закон Ньютона.

### 23.4. Уравнение теплопроводности

Если газ неравномерно нагрет, то температуры в различных частях газа различны и, если газ предоставить самому себе, то температуры обязательно выравниваются. Процесс выравнивания температур называется теплопроводностью. Очевидно, что это связано с потоком тепла от более нагретой части газа к более холодной. Это явление возникновения потока тепла в газе называется теплопроводностью. Выравнивание температуры происходит потому, что выравниваются энергии теплового движения молекул. Переносимой величиной в этом явлении является энергия. Энергия переносится в форме теплоты.

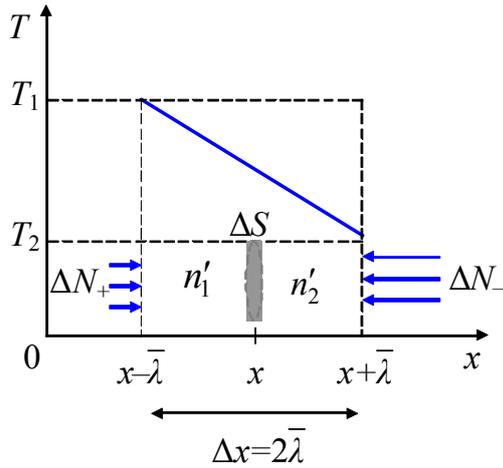


Пусть температура газа  $T$  меняется в направлении оси  $Ox$ ,  $T_1 > T_2$ . Из-за теплового движения молекулы будут переходить через площадку  $\Delta S$  как слева направо, так и справа налево. Будем считать, что концентрация молекул в

единице объёма постоянная. Средняя скорость теплового движения молекул  $\bar{v}$ . Ввиду существующей разности температур возникнет поток молекул. Энергия, переносимая частицами пересекающими площадку в единицу времени в противоположных направлениях будет разная. Вследствие этого возникнет диффузионный поток вдоль оси  $Ox$ . Число частиц, проходящих через площадку слева направо, обозначим  $\Delta N_+$ , а число частиц, проходящих через площадку справа налево, обозначим  $\Delta N_-$ , тогда:

$$\Delta N_+ = \frac{1}{6} n'_1 \bar{v} \Delta S \Delta t - \text{поток частиц, движущийся справа налево,}$$

$$\Delta N_- = \frac{1}{6} n'_2 \bar{v} \Delta S \Delta t - \text{поток частиц, движущихся слева направо, где } n'_1 \text{ и } n'_2 - \text{концентрации молекул между точками, отделенными друг от друга расстоянием } \Delta x = 2\bar{\lambda}, \text{ но } n'_1 = n'_2 = n'.$$



Средняя кинетическая энергия одной частицы определяется формулой:

$$\bar{E}_k = \frac{i}{2} kT, \text{ тогда энергия, переносимая}$$

частицами слева направо:

$$\bar{E}_{k1} \Delta N_+ = \frac{1}{6} \frac{i}{2} n' \bar{v} k T_1 \Delta S \Delta t, \text{ а энергия}$$

переносимая частицами справа налево:

$$\bar{E}_{k2} \Delta N_- = \frac{1}{6} \frac{i}{2} n' \bar{v} k T_2 \Delta S \Delta t.$$

Суммарная энергия, переносимая частицами слева направо равна:

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \frac{i}{2} n' \bar{v} k \Delta S \Delta t (T_1 - T_2) = -\frac{1}{6} \frac{i}{2} n' \bar{v} k (T_2 - T_1) \Delta S \Delta t.$$

Так как разность температур потоков  $\Delta T = T_2 - T_1$  можно легко найти,

если известен градиент температуры потоков в сосуде  $\frac{dT}{dx}$  или график

изменения скорости потоков по оси  $Ox$  (как на рисунке), то на расстоя-

нии  $\Delta x = 2\bar{\lambda}$  скорость меняется на  $\Delta T = T_2 - T_1$ :  $\frac{\Delta T}{2\bar{\lambda}} = \frac{dT}{dx}$ . Учтем, что

$$\frac{i}{2} k = \frac{C_V}{N_A} = \frac{c_V \mu}{N_A} = c_V m_0, \text{ где } c_V - \text{удельная теплоемкость.}$$

Количество теплоты  $\Delta Q$ , перенесённое через площадку  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  равно:

$$\Delta Q = -\frac{1}{6} \frac{i}{2} n' \bar{v} k (T_2 - T_1) \Delta S \Delta t = -\frac{1}{6} c_V m_0 n' \bar{v} 2\bar{\lambda} \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t = -\frac{1}{3} c_V \rho \bar{v} \bar{\lambda} \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t.$$

Закон  $\Delta Q = -\chi \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t$  – носит название закона Фурье.

$$\text{Коэффициент теплопроводности } \chi = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} c_V \bar{v}.$$

Перечисленные три явления переноса имеют много общего:

1. причина всех трёх явлений одинакова, а именно хаотическое движение молекул газа;

2. механизм всех трёх явлений одинаков и заключается в переносе той или иной величины;

3. все три процесса необратимы. Например, в результате теплового движения молекул не может восстановиться неравенство температур различных частей газа.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. В чем сущность явлений переноса? Чем характеризуются явления переноса?

2. Каков механизм явлений переноса?

3. Какие явления переноса в газах Вы знаете? Расскажите кратко об этих явлениях.

4. Что общего во всех явлениях переноса?