Лекция 11

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

Термины и понятия

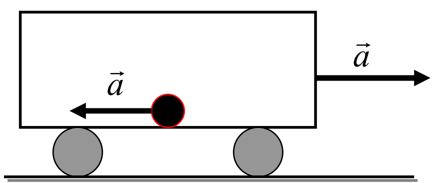
Неинерциальная система отсчета
Принцип эквивалентности сил инерции и сил тяготения (принцип эквивалентности Эйнштейна)

Силы инерции
Фиктивные силы
Центробежная сила инерции
Центростремительные силы

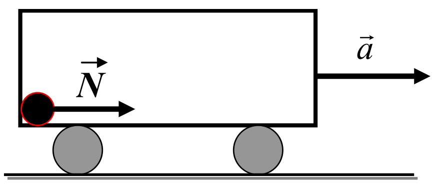
11.1. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

До сих пор мы имели дело с инерциальными системами отсчета, то есть системами, в которых выполняются законы Ньютона. **Системы отсчета, которые движутся относительно инерциальных систем с ускорением, называются неинерциальными.**

Примером неинерциальной системы отсчета является геоцентрическая система отсчета (жёстко связанная с Землёй) вследствие суточного вращения Земли. Однако максимальное ускорение точек поверхности Земли не превышает 0,5 %g, поэтому в большинстве практических задач геоцентрическую систему отсчета считают инерциальной.
В неинерциальных системах отсчета законы Ньютона не выполняются. Рассмотрим несколько примеров движения тел относительно неинерциальных систем отсчета.



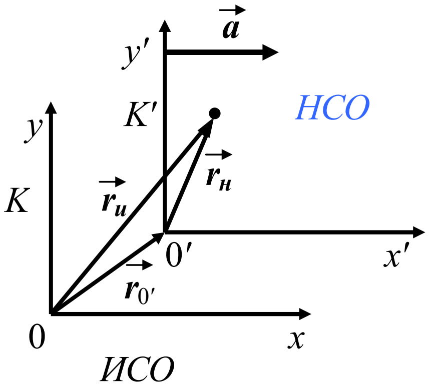
Поезд начал движение с ускорением $\vec{a}$, шарик приобрёл ускорение $\vec{a}$.
В данной неинерциальной системе отсчета *первый закон Ньютона* нарушается: тело получает ускорение без взаимодействия с другими телами.



Поезд движется с ускорением $\vec{a}$, шарик у стенки, на него действует сила реакции опоры $\vec{N}$, но шарик находится в покое.
В данной неинерциальной системе отсчета *второй закон Ньютона* нарушается: при

наличии взаимодействия тело не получает ускорение.

Принцип Даламбера



Имеем две системы отсчета: инерциальную – систему K и неинерциальную – систему K'.

В момент $t = 0$ начала координат систем K и K' совпадают.

Система K' начинает двигаться относительно K с ускорением $\vec{a}$.

В момент t скорость движения системы K' относительно системы K: $\vec{\upsilon}_{0'} = \vec{a}t$.

Если $\vec{r}_u$ – радиус-вектор материальной точки в системе K,

$\vec{r}_н$ – радиус-вектор материальной точки в системе K',

$\vec{r}_0$ – радиус-вектор начала координат системы K' в системе K,

то $\vec{r}_u = \vec{r}_0 + \vec{r}_н$.

Продифференцируем это уравнение по времени:

$$\frac{d\vec{r}_u}{dt} = \frac{d\vec{r}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_н}{dt}, \qquad \text{или} \qquad \vec{\upsilon}_u = \vec{\upsilon}_{0'} + \vec{\upsilon}_н.$$

Продифференцируем ещё раз по времени:

$$\frac{d\vec{\upsilon}_u}{dt} = \frac{d\vec{\upsilon}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{\upsilon}_н}{dt}, \text{ так как } \vec{\upsilon}_{0'} = \vec{a}t, \text{ то}$$

$$\vec{a}_u = \vec{a} + \vec{a}_н, \qquad \Rightarrow \vec{a}_н = \vec{a}_u - \vec{a},$$

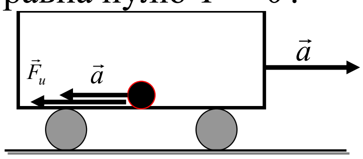
где $\vec{a}_н$ – ускорение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета, $\vec{a}_u$ – ускорение материальной точки относительно инерциальной системы отсчета, $\vec{a}$ – ускорение неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной системы отсчета.

Умножим полученное выражение $\vec{a}_н = \vec{a}_u - \vec{a}$ на массу материальной точки: $m\vec{a}_н = m\vec{a}_u - m\vec{a}$. Так как относительно инерциальной системы отсчета законы Ньютона выполняются, то $m\vec{a}_и = \vec{F}$ – векторная сумма сил взаимодействия материальной точки с другими телами (реальные силы), величина $(-m\vec{a})$ имеет размерность силы, поэтому эта величина носит название **сила инерции.** Таким образом $\vec{F}_и = -m\vec{a}$**,** отсюда $m\vec{a}_н = \vec{F} + \vec{F}_и$ – это уравнение движения (второй закон Ньютона) относительно неинерциальной системы отсчета. Таким образом, **произведение массы тела на его ускорение относительно неинерциальной системы отсчета равно векторной сумме сил взаимодействия сложенной с силой инерции.** Данное определение называется **принцип Даламбера (д′ Аламбера).**

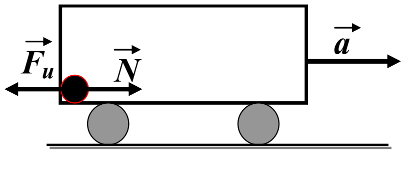
Сила инерции – фиктивная сила в том смысле, что она не обусловлена взаимодействием с другими телами, а вызвана ускоренным движением неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной системы отсчета, однако ей приписываются свойства сил сообщать ускорение.

Так как сила инерции обусловлена ускоренным движением системы отсчёта относительно другой системы отсчета, то она не подчиняется *третьему закону Ньютона*.

Покажем это на примере. Шарик находится на полу вагона. Если вагон не движется, то шарик находится в состоянии покоя. Это означает, что результирующая сила, действующая со стороны других тел на шарик равна нулю $\vec{F} = 0$.



Если вагон начинает двигаться с ускорением $\vec{a}$, то шарик начнет двигаться с ускорением $\vec{a}$ относительно вагона. Если не учитывать силы трения, то уравнение движения шарика можно записать: $m\vec{a}_и = m\vec{a}_н + m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\vec{a}_н = \vec{F} + \vec{F}_и$, так как $\vec{F} = 0$, то $m\vec{a}_н = \vec{F}_и$ или $\vec{a}_н = \dfrac{\vec{F}_и}{m}$, так как $\vec{F}_и = -m\vec{a}$, то $\vec{a}_н = -\vec{a}$.



Если шарик покоится в неинерциальной системе отсчета, как показано на рисунке, то на него со стороны стенки действует (реальная) сила реакции опоры, тогда уравнение движения имеет вид:

$m\vec{a}_и = m\vec{a}_н + m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\vec{a}_н = \vec{N} + \vec{F}_и$, так как $\vec{a}_н = 0$ (шарик покоится), то $\vec{N} = -\vec{F}_и$, а $\left|\vec{F}_и\right| = \left|\vec{N}\right|$.

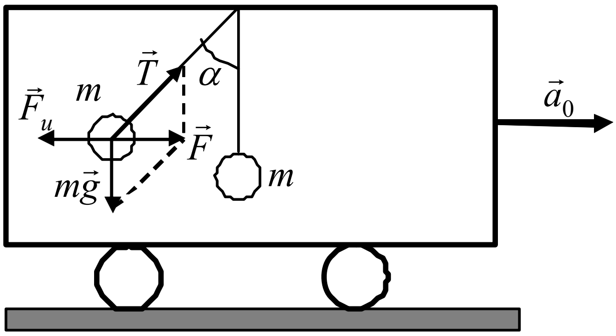
Итак: в неинерциальных системах отсчета законы Ньютона не выполняются. Однако если уравнения движения записать в виде:

$$m\vec{a}_н = \vec{F} + \vec{F}_{ин},$$

где $\vec{a}_н$ – ускорение тела в неинерциальной системе отсчета, $\vec{F}$ – равнодействующая сил, обусловленных воздействием тел друг на друга, $\vec{F}_{ин}$ – сила инерции, то законы Ньютона будут формально выполняться. При этом в уравнение движения кроме реальных сил взаимодействия входят фиктивные силы, которые называются силами инерции. Силы инерции – это силы, действующие в неинерциальной системе отсчета и обусловленные ускоренным движением этой системы.

Рассмотрим три случая проявления сил инерции.

11.1.1. Силы инерции в системах отсчета, движущихся поступательно



Пусть к потолку вагона на нити подвешен шарик массы m. Пока вагон движется равномерно и прямолинейно (или покоится), сила тяжести и сила реакции нити $\vec{T}$ уравновешивают друг друга, и нить занимает вертикальное положение.

Вагон начал двигаться с ускорением $\vec{a}_0$. Нить отклонится от вертикали на угол α. С точки зрения наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчета (например, на Земле) результирующая сила

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}$$

обеспечит ускорение шарика $\vec{a}_0$:

$$\vec{F} = m\vec{a}_0.$$

С точки зрения наблюдателя, находящегося в неинерциальной системе (в ускоренно движущемся вагоне) шарик покоится, т.е. сила $\vec{F}$ уравновешивается равной и противоположно направленной ей силой $\vec{F}_{ин}$, которая является силой инерции.

Таким образом,

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_0$$

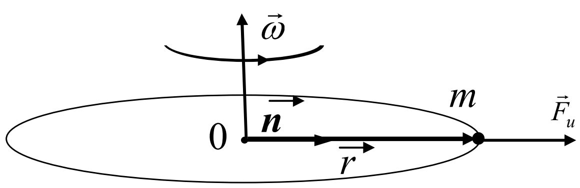
– сила инерции, действующая на тело, равна массе этого тела, умноженной, на ускорение системы отсчета и направлена противоположно ускорению.

Действию сил инерции подвергается, например, пассажир: при резком торможении вагона сила инерции бросает его вперед, при ускорении вагона – назад.

11.2. СИЛЫ ИНЕРЦИИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ТЕЛО, ПОКОЯЩЕЕСЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Система отсчета, вращающаяся относительно инерциальной системы отсчета с угловой скоростью $\vec{\omega}$ является неинерциальной системой отсчета.

Рассмотрим пример такой неинерциальной системы отсчета. На рисунке изображен вращающийся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ диск, на котором находится тело массой m. Тело относительно диска покоится.



Относительно инерциальной системы отсчета (относительно точки O, относительно Земли) тело движется по окружности и его ускорение равно $\vec{a}_n = \vec{a}_и$, которое направлено к центру окружности.

$\vec{n}$ – единичный орт.

Уравнение движения тела можно записать в виде: $m\vec{a}_и = m\vec{a}_н + m\vec{a}$ или $m\vec{a}_н = m\vec{a}_и + \vec{F}_и$. Тогда $\vec{F}_и = -m(\vec{a}_и - \vec{a}_н)$.

Так как тело m покоится относительно диска (неинерциальной системы отсчета), оно вращается вместе с диском, то

$$\left.\begin{aligned}\vec{a}_н &= 0\\ \vec{a}_и &= -\omega^2 r\cdot\vec{n}\end{aligned}\right\}\quad \text{тогда } \vec{F}_и = m\omega^2 r\cdot\vec{n},\quad \vec{r} = r\cdot\vec{n} \Rightarrow \vec{F}_и = m\omega^2\vec{r}.$$

$\vec{F}_и = m\omega^2\vec{r}$ – сила инерции, действующая на неподвижное относительно вращающейся системы отсчета тело, называется *центробежной силой инерции*. Центробежная сила инерции сообщает телу центробежное ускорение $\vec{a}_{ц.б} = \dfrac{\vec{F}_и}{m} = \omega^2\vec{r}$.

Свойства центробежной силы инерции:

1) величина центробежной силы инерции ($\vec{F}_и$) зависит от положения тела во вращающейся системе отсчета,

2) центробежная сила инерции направлена по радиусу от центра,

3) величина $\vec{F}_и$ не зависит от скорости тела относительно вращающейся системы отсчета,

4) силы инерции оказывают на тело такое же действие, что и реальные силы, действующие со стороны других тел. Силы инерции - фиктивные силы. Они могут сообщать телу ускорение или совершать работу по изменению положения относительно неинерциальной системы отсчета.

Покажем, что центробежная сила инерции может совершать работу по перемещению тела. Найдем работу центробежной силы при изменении положения тела относительно точки O от r_1 до r_2:

$dA = (\vec{F}_и d\vec{r})$ или $dA = (m\omega^2\vec{r}\cdot d\vec{r})$. Так как $(\vec{r}\cdot d\vec{r}) = r\cdot dr$, то

$dA = m\omega^2 r\cdot dr$, а при изменении положения от r_1 до r_2

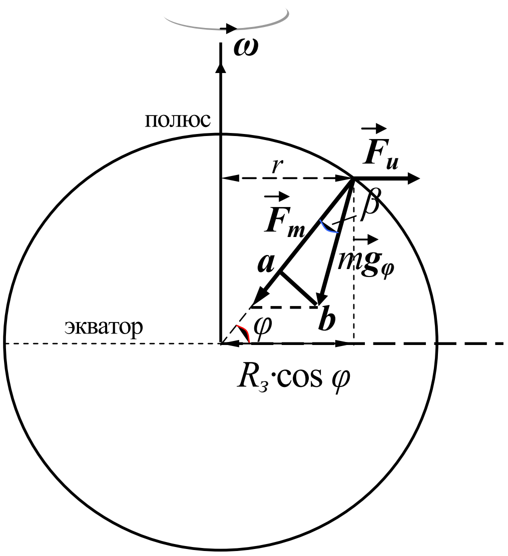
$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} m\omega^2 r\cdot dr = \left.\frac{m\omega^2 r^2}{2}\right|_{r_1}^{r_2} = \frac{m\omega^2\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{2}.$$

Обратите внимание на то, что работа силы инерции не зависит от формы траектории движения тела относительно неинерциальной системы отсчета.

Рассмотрим примеры действия центробежных сил инерции.

Пример 1.

На тело, находящееся на поверхности Земли действует центробежная сила инерции, так как Земля вращается вокруг своей оси.



Тело находится на поверхности Земли в точке, определяющейся географической широтой φ.

Весом тела $\vec{P}$ называется сила, с которой неподвижное тело действует на горизонтальную подставку, на которой лежит, или растягивает вертикальную нить (подвес).

Если тело лежит на подставке, то тело действует на неё с силой $\vec{P}$, а подставка действует на тело с силой $\vec{F}$, направленной противоположно. Силы $\vec{P}$ и $\vec{F}$ – это силы взаимодействия тела и подставки. Они удовлетворяют третьему закону Ньютона $\vec{F} = -\vec{P}$.

Сила $\vec{F}$ – это сила тяжести тела. Тело находится во вращающейся системе отсчета. Земля вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Сила тяжести $\vec{F}$ равна геометрической сумме силы гравитационного взаимодействия тела $\vec{F}_{гр}$ массой m с Землей и центробежной силы инерции $\vec{F}_и$, обусловленной суточным вращением Земли: $\vec{F} = \vec{F}_{гр} + \vec{F}_и$. Из-за действия центробежной силы инерции $\vec{F}_и$, направления силы тяжести $\vec{F}$ и силы гравитационного взаимодействия $\vec{F}_{гр}$ не совпадают. Сила тяжести сообщает свободному телу на поверхности Земли ускорение $\vec{g}_\varphi$, величина которого зависит от положения тела на поверхности Земли (от широты местности φ). Поэтому сила тяжести равна: $\vec{F} = m\vec{g}_\varphi$. Гравитационная сила, равная $\vec{F}_{гр} = -\gamma \dfrac{mM_З}{R_З^3}\vec{R}$, эта сила сообщает телу ускорение, направленное по радиусу к центру Земли: $\vec{g}_0 = -\gamma \dfrac{M_З}{R_З^3}\vec{R}$. Центробежная сила инерции $\vec{F}_и = m\omega^2\vec{r}$ сообщает телу ускорение относительно неинерциальной системы отсчета, связанной с поверхностью Земли $\vec{a}_н = \omega^2\vec{r}$. Тогда $\vec{g}_\varphi = \vec{g}_0 + \vec{a}_н = \vec{g}_0 + \omega^2\vec{r}$. Везде, кроме экватора и полюса Земли, вектор $\vec{g}_\varphi$ не совпадает по направлению с вектором $\vec{g}_0$.

На экваторе векторы $\vec{F}_{гр}$ и $\vec{F}_{и}$ направлены противоположно друг другу, поэтому ускорение свободного падения на экваторе $g_{\varphi} = g_0 - \omega^2 R_З$ и численно равно $g_{экв}$=9,780 *м/с*^{2} ($g_{экв}$ на 0,3% меньше g_0). На полюсе Земли центробежная сила инерции равна нулю. Поэтому на полюсе должно быть $g_{\varphi} = g_{П} = g_0$= 9,810 *м/с*^{2}. Однако, экспериментально измеренное ускорение свободного падения на полюсе равно $g_{П}$ = 9,832 *м/с*^{2}. Разница между теоретическими и экспериментальными результатами обусловлена тем, что Земля сплюснута у полюсов, вследствие этого уменьшается расстояние до центра Земли и g_0 увеличивается.

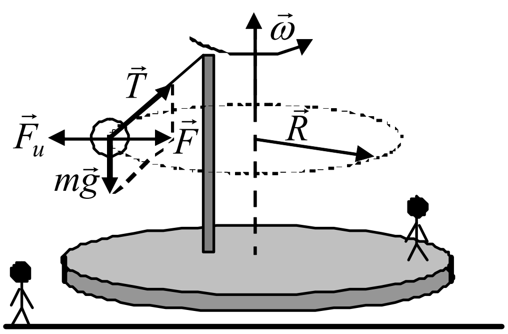
Так как угловая скорость суточного вращения Земли небольшая, то угол β между направлениями силы тяжести $\vec{F}$ и силы гравитационного взаимодействия $\vec{F}_{гр}$ мал. Величину угла β можно оценить, учитывая, что $\omega^2 R_З$= 0,034 *м/с*^{2} и $g_{\varphi} \approx g_0$= 9,81 *м/с*^{2}. Из рисунка видно:

$$|ab| = mg \sin \beta, \qquad |ab| = F_и \sin \varphi = m\omega^2 R_З \cos\varphi \sin\varphi, \text{ тогда}$$

$\sin\beta = \dfrac{\omega^2 R_З \cos\varphi \sin\varphi}{g} = \dfrac{\omega^2 R_З \sin 2\varphi}{2g}$, так как $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, а T =24 *часа*, то $\sin\beta = 0{,}0018 \sin 2\varphi.$

Угол β на полюсе и на экваторе обращается в ноль, а на любой широте φ – $\sin\beta$ малая величина.

Пример 2.



Пусть диск равномерно вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На диске установлен маятник, представляющий собой шарик, массой m, подвешенный на нити.

При вращении диска шарик отклоняется от вертикали на некоторый угол. С точки зрения наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчета, например, в комнате, где установлен диск, шарик вращается по окружности радиуса R. Следовательно, на него действует центростремительная сила $\vec{F}$, направленная перпендикулярно оси вращения. Эта сила $\vec{F}$ является равнодействующей сил $m\vec{g}$ и $\vec{T}$ и равна:

$$F = m\omega^2 R\,.$$

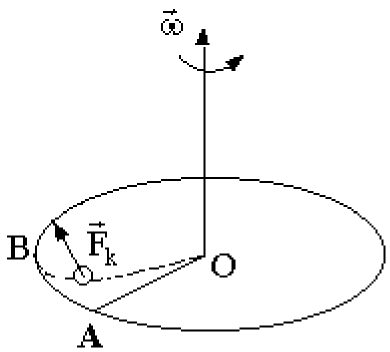
С точки зрения наблюдателя, находящегося на диске, то есть в неинерциальной системе отсчета, шарик покоится, так как сила $\vec{F}$ уравновешивается равной и противоположно направленной ей силой $\vec{F}_и$, которая является <u>центробежной силой инерции</u>:

$$F_и = m\omega^2 R\,.$$

Центробежная сила инерции действует на тело в направлении радиуса от оси вращения. Действию центробежных сил инерции подвергаются, например, пассажиры в движущемся транспорте на поворотах; центробежные силы инерции используются во всех центробежных механизмах: насосах, сепараторах, и т.д.

11.3. СИЛЫ ИНЕРЦИИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ТЕЛО, ДВИЖУЩЕЕСЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

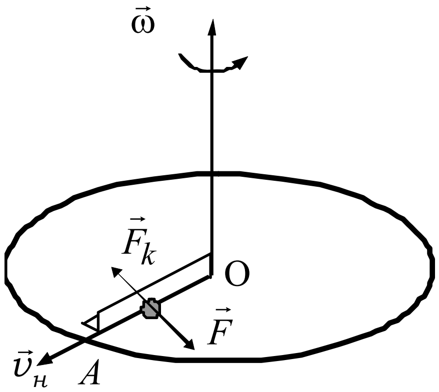
Если тело движется в неинерциальной системе отсчета, то кроме центробежной силы инерции действует еще одна сила инерции – сила Кориолиса $\vec{F}_к$. Появление силы Кориолиса можно обнаружить на следующем примере.



Пусть шарик массы m движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль радиуса диска. Если при этом диск покоится, то шарик попадает в точку А. Если же диск привести во вращение в направлении, указанном стрелкой, то шарик покатится по кривой OB. Т.е. скорость шарика относительно диска изменит свое направление. Это значит, что во вращающейся системе отсчета на шарик действует сила $\vec{F}_к$, перпендикулярная скорости $\vec{v}$.

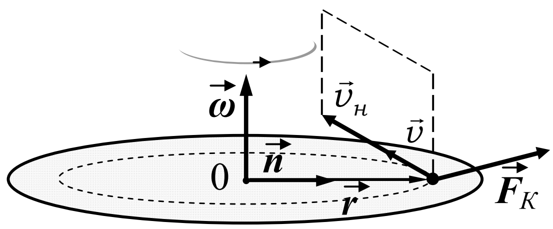
Чтобы заставить шарик катится по вращающемуся диску вдоль радиуса, нужно сделать направляющую, например, в виде ребра OA.

При качении шарика ребро действует на него с некоторой силой $\vec{F}$. Относительно диска (вращающейся системы отсчета) шарик движется равномерно и прямолинейно. Это можно объяснить тем, что сила $\vec{F}$



уравновешивается приложенной к шарику силой инерции. Эта сила инерции называется силой Кориолиса $\vec{F}_к$. Сила Кориолиса возникает, если тело движется относительно вращающейся системы отсчета.

Рассмотрим пример. На рисунке изображен вращающийся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ диск, по которому движется тело массой m со скоростью $\vec{\upsilon}_н$ относительно диска.



$\vec{\upsilon}_н$ – скорость движения материальной точки относительно вращающейся (неинерциальной) системы отсчета. Направление $\vec{\upsilon}_н$ произвольное.

Рассмотрим движение точки относительно инерциальной системы отсчета.

Скорость тела относительно инерциальной системы отсчета: $\vec{\upsilon}_и = \vec{\upsilon}_н + \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_н + [\vec{\omega}\cdot\vec{r}]$, так как $\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}\cdot\vec{r}]$ – это скорость, которую имеет тело, так как оно находится на расстоянии r от оси вращающегося с угловой скоростью ω диска. Тело при движении описывает окружность, поэтому согласно второму закону Ньютона можно записать:

$$-\frac{m\upsilon_и^2}{r}\vec{n} = -\frac{m\ \ (\vec{\upsilon}_н + [\vec{\omega}\cdot\vec{r}])^2}{r}\vec{n} = -\frac{m\upsilon_н^2}{r}\vec{n} - \frac{2m\ \ (\vec{\upsilon}_н\cdot[\vec{\omega}\cdot\vec{r}])}{r}\vec{n} - \frac{m[\vec{\omega}\cdot\vec{r}]^2}{r}\vec{n}.$$

Учтем, что $\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}\cdot\vec{r}]$, тогда

$$\frac{m[\vec{\omega}\cdot\vec{r}]}{r} = \frac{m\upsilon^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r;$$

$$\frac{2m(\vec{\upsilon}_н\cdot[\vec{\omega}\cdot\vec{r}])}{r} = \frac{2m([\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}]\cdot\vec{r})}{r} = 2m([\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}]\cdot\vec{n}),$$ так как $\frac{\vec{r}}{r} = \vec{n}$ – единичный вектор (орт) радиус-вектора.

Тогда движение тела относительно инерциальной системы отсчета можно записать: $-\frac{m\upsilon_и^2}{r}\cdot\vec{n} = -\frac{m\upsilon_н^2}{r}\cdot\vec{n} - 2m([\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}]\cdot\vec{n}\cdot\vec{n}) - m\omega^2 r\cdot\vec{n}$.

А уравнение движения тела относительно неинерциальной системы отсчета:

$$-\frac{m\upsilon_н^2}{r}\cdot\vec{n} = -\frac{m\upsilon_и^2}{r}\cdot\vec{n} + 2m[\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}] + m\omega^2 r\cdot\vec{n}.$$

Так как относительно инерциальной системы отсчета можно записать второй закон Ньютона в виде: $\vec{F} = m\vec{a}_и = -\frac{m\upsilon_и^2}{r}\cdot\vec{n}$, где $\vec{F}$ – реальные силы, действующие на тело относительно инерциальной системы отсчета. В неинерциальной вращающейся системе отсчета на тело действует центробежная сила инерции $\vec{F}_и = m\omega^2 r\cdot\vec{n}$, $\vec{r} = r\cdot\vec{n}$ $\Rightarrow \vec{F}_и = m\omega^2\vec{r}$, которая обусловлена вращением неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной. Тогда $2m[\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}] = \vec{F}_к$ – сила инерции (сила Кориолиса), обусловленная скоростью движения тела относительно неинерциальной вращающейся системы отсчета.

Уравнение движения тогда можно записать: $m\vec{a}_н = m\vec{a}_и + \vec{F}_к + \vec{F}_и$.

Таким образом, если тело (материальная точка) движется относительно вращающейся (неинерциальной) системы отсчета со скоростью $\vec{\upsilon}_н$, тело кроме центробежной силы инерции действует ещё сила Кориолиса, равная $\vec{F}_к = 2m[\vec{\upsilon}_н\cdot\vec{\omega}]$.

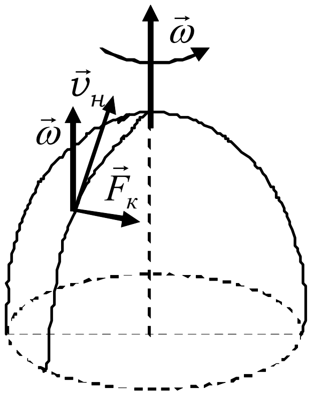
Свойства силы Кориолиса:

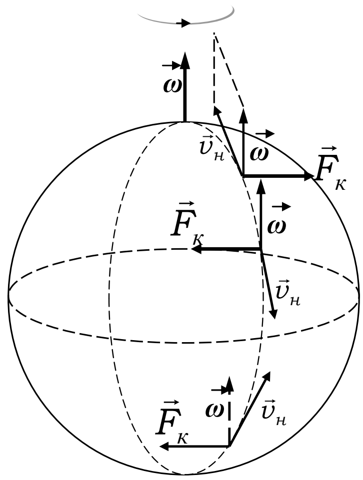
1) величина силы Кориолиса $F_К$ не зависит от положения материальной точки во вращающейся системе отсчета,

2) сила Кориолиса $\vec{F}_к$ зависит от скорости $\vec{\upsilon}_н$ относительно вращающейся системы отсчета и угловой скорости вращения системы относительно инерциальной системы отсчета,

3) сила Кориолиса всегда направлена перпендикулярно $\vec{\upsilon}_н$ скорости движения тела относительно вращающейся системы отсчета, то есть $\vec{F}_К \perp \vec{\upsilon}_н$, поэтому сила Кориолиса работы не совершает. Эта сила называется *гироскопической.*

Вектор $\vec{F}_к$ перпендикулярен вектору скорости $\vec{\upsilon}_н$ тела и угловой скорости вращения $\vec{\omega}$ системы отсчета в соответствии с правилом правого винта.





Действием сил Кориолиса объясняется ряд наблюдаемых на Земле явлений. Например, если тело движется в северном полушарии на север, то действующая на него сила Кориолиса будет направлена вправо по отношению к направлению движения. Поэтому в северном полушарии наблюдается более сильное подмывание правых берегов рек. За счет действия силы Кориолиса, возникает дополнительная сила бокового давления, с которой поезд действует на рельсы, поэтому правые рельсы железнодорожных путей по движению изнашиваются быстрей, чем левые. Свободно падающее тело отклоняется к востоку и т.д.

Аналогично можно показать, что в южном полушарии сила Кориолиса будет направлена влево по отношению к направлению движения.

11.4. ОСОБЕННОСТИ СИЛ ИНЕРЦИИ

Силы инерции нельзя ставить в один ряд с такими механическими силами, как упругие, гравитационные и силы трения, то есть силами, обусловленными воздействием на тело со стороны других тел. В отличие от «обычных» сил, силы инерции вызваны не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчета. **Нельзя указать тело, со стороны которого действует сила инерции.** Поэтому к этим силам неприменим третий закон Ньютона. В этом смысле силы инерции можно рассматривать, как фиктивные силы.

Силы инерции вводятся для того, чтобы иметь возможность описывать поведение тела в неинерциальной системе отсчета, пользуясь законами Ньютона.

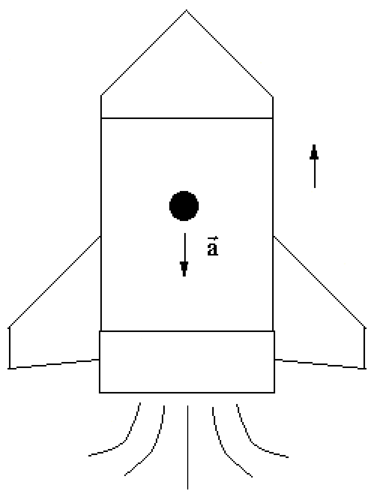
Силы инерции действует только в неинерциальных системах отсчета.

Для тела, находящегося в неинерциальной системе отсчета, силы инерции являются **внешними**, следовательно, здесь нет замкнутых систем. Это означает, что в неинерциальных системах **не выполняются законы сохранения**.

11.5. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ СИЛ ИНЕРЦИИ И СИЛ ТЯГОТЕНИЯ

Силы инерции также как и силы тяготения пропорциональны массе тела, на которое они действуют. Значит, обе эти силы сообщают одной и той же массе одинаковые ускорения. Поэтому, наблюдая в данной системе отсчета за движением тел и не зная, как эта система движется, нельзя отличить силу инерции от силы тяготения.

Рассмотрим следующий пример. Если в лаборатории, находящейся на Земле, выпустить из рук предмет, то он будет падать вниз под действием земного притяжения с ускорением $\vec{g}$. А теперь вынесем лабораторию в космос, подальше от гравитационного притяжения Земли и поместим ее в ускоренно движущейся ракете. Если ускорение ракеты по модулю равно $\vec{g}$, то есть $|\vec{a}| = |\vec{g}|$, то пол будет ускоряться в направлении предмета. Наблюдатель в ракете увидит движение предмета относительно пола с ускорением $\vec{g}$. Если лаборатория лишена окон, то наблюдатель никогда не сможет отличить ускорения, созданного силой тяжести от ускорения, созданного движением ракеты.



Итак, все физические явления в инерциальной системе отсчета, находящейся в однородном поле тяжести, и в неинерциальной системе, движущейся с постоянным ускорением, происходят совершенно одинаково.

Это положение называется принципом эквивалентности сил инерции и сил тяготения (принципом эквивалентности Эйнштейна).

Этот принцип является основой общей теории относительности.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое неинерциальная система отсчета?
2. Запишите и поясните основной закон динамики для неинерциальной системы отсчета.

3. Когда проявляются центробежная сила инерции и сила Кориолиса? Приведите примеры.

4. Сформулируйте и поясните на примере принцип эквивалентности Эйнштейна.

Слова и выражения

Аналогично
Бросать
Вертикальный
Кроме *чего?*
Маятник
Насос
Особенность
Пассажир
Поведение
Повешен, -а, -о, -ы
Подвергаться *чему?*
Полушарие
Пусть
Разместить
Резкий
Сепаратор
Сохранение
Ставить в один ряд
Торможение
Уравновешиваться

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛУ «МЕХАНИКА»

Механическим движением называется изменение положения тела в пространстве с течением времени.

Кинематика

Кинематика – раздел механики, в котором изучаются способы описания движения тел, без выяснения причин, вызвавших это движение.

Модель – абстрактное представление тела, физического явления, которое является упрощенной копией реального тела, системы.

Простейшей моделью является <u>материальная точка.</u> **Это тело, размерами которого при данных условиях можно пренебречь (то есть можно не учитывать).**

Тело, по отношению к которому рассматривается движение других тел, называется <u>телом отсчета.</u> *Тело отсчета* – условно неподвижное тело, относительно которого определяется положение движущегося тела.

Совокупность тела отсчета и часов называется <u>системой отсчета.</u> С системой отсчета связывают систему координат.

Движение материальной точки определяется скалярными уравнениями

$$x = x(t); \qquad y = y(t); \qquad z = z(t),$$

или векторным уравнением $\vec{r} = \vec{r}(t)$ – кинематические уравнения движения. **Линия, описываемая точкой при движении в пространстве, называется <u>траекторией</u> точки.**

Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, проведенный из начального положения точки в конечное положение, называется <u>вектором перемещения</u> или <u>перемещением</u>.

1. **<u>Средней скоростью перемещения</u>** $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ называется отношение приращения $\Delta\vec{r}$ радиус-вектора точки к промежутку времени Δt: $\langle\vec{\upsilon}\rangle = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.
2. **Мгновенная скорость – это скорость точки в данный момент времени в данной точке траектории:** $\vec{\upsilon} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$. Мгновенная скорость – это вектор, поэтому

$$\vec{\upsilon}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

$\dfrac{dx}{dt}=\upsilon_x;\quad \dfrac{dy}{dt}=\upsilon_y;\quad \dfrac{dz}{dt}=\upsilon_z$ – проекции вектора скорости на оси координат.

$$|\upsilon|=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2}.$$

3. **Средняя скорость пути (средняя путевая скорость):** $\langle\upsilon\rangle=\dfrac{\Delta S}{\Delta t}$. **Ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и направлению.**

1. **<u>Средним ускорением</u> в интервале от t до $t+\Delta t$ называется векторная величина, равная отношению вектора изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к интервалу времени Δt:**

$$\langle\vec{a}\rangle=\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

2. **<u>Мгновенным ускорением</u> называется величина**

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Ускорение материальной точки – это первая производная от вектора скорости по времени или вторая производная от радиус-вектора по времени.

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k},$$

где a_x, a_y, a_z – проекции вектора ускорения на координатные оси.

$$a_x=\frac{d\upsilon_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2};\quad a_y=\frac{d\upsilon_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2};\quad a_z=\frac{d\upsilon_z}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2}.$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}.$$

Полное ускорение

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n,$$

$$\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n.$$

Составляющая ускорение $\vec{a}_\tau$ называется **<u>тангенциальным ускорением</u>. Оно характеризует быстроту изменения скорости по величине.** Его численное значение равно первой производной по времени от модуля скорости:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

Составляющая ускорения $\vec{a}_n$ называется нормальным ускорением. **Оно характеризует быстроту изменения скорости по направлению.** Нормальное ускорение направлено по радиусу к центру кривизны траектории: $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$.

Абсолютно твердым телом называется тело, деформациями которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

$\varphi = \varphi\ (t)$ – кинематическое уравнение вращательного движения.

1. Вектор углового перемещения: $\Delta\vec{\varphi}$ **– это вектор, определяющий, как вращается твердое тело.**

2. Средняя угловая скорость – это физическая величина равная отношению вектора углового перемещения к промежутку времени, за который это перемещение произошло: $\vec{\omega}_{cp} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$.

3. Мгновенная угловая скорость – это угловая скорость в данный момент времени. $\vec{\omega} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$,

$$\vec{\omega} \uparrow\uparrow d\vec{\varphi}, \qquad [\omega] = \frac{рад}{сек}.$$

Векторная величина, равная первой производной от угла поворота тела по времени, называется мгновенной угловой скоростью.

4. Среднее угловое ускорение – это физическая величина, равная отношению вектора изменения угловой скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло: $\vec{\varepsilon}_{cp} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$.

Мгновенное угловое ускорение – это физическая величина, равная отношению вектора элементарного изменения угловой скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

5. Связь между линейными и угловыми характеристиками: $\vec{v} = \left[\vec{\omega}\vec{R}\right]$, $\quad \vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\vec{R}\right]$, $\quad \vec{a}_n = -\omega^2\vec{R}$.

Динамика

Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Влияние тел (или частиц) на движение друг друга называют взаимодействием.

Мера механического воздействия на тело со стороны других тел, в результате, которого данное тело получает ускорение или деформируется, называется <u>силой</u> $\vec{F}$.

Закон инерции: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её изменить это состояние.

Характер движения зависит от выбора системы отсчета. Одно и то же движение в разных системах отсчета выглядит по-разному.

Существуют такие системы отсчета, в которых свободная материальная точка движется равномерно и прямолинейно из любого начального положения в любом направлении.

Способность тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного называется инертностью. Мерой инертности тела является физическая величина, называемая **массой тела.**

<u>Первый закон Ньютона</u> формулируется следующим образом: всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

<u>Второй закон Ньютона</u> устанавливает количественную связь между силой, действующей на тело, и его ускорением: **ускорение, которое приобретает тело, прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе этого тела:** $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Принцип независимого действия сил: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил нет.

Третий закон Ньютона утверждает: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, всегда равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Закон всемирного тяготения: два тела (материальные точки) притягиваются с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними: $F_{гр} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$.

Закон Гука: $\vec{F}_{упр} = -k\Delta\vec{\ell}$.

Сила трения скольжения равна: $F_{тр.ск} = \mu F_n = \mu \cdot N$.

Механический принцип относительности (принцип относительности Галилея): уравнения динамики не изменяются при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Элементарной работой силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$ называется скалярная величина: $dA = \left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right) = F\cos\alpha \cdot dS = F_S dS$.

Работа A, совершаемая силой $\vec{F}$ на конечном перемещении материальной точки из положения 1 в положение 2, равна: $A = \int\limits_1^2 \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = \int\limits_1^2 F_S dS$.

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела, а определяется только ее координатой z в начальном и конечном положении: $A = \int\limits_1^2 \delta A = \int\limits_1^2 (m\vec{g} \cdot d\vec{r}) = -\int\limits_{z_1}^{z_2} mg \cdot dz = mg(z_1 - z_2)$.

Работа гравитационной силы не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением тела относительно другого тела:

$$A = \int\limits_1^2 \delta A = \int\limits_1^2 (\vec{F}_{гр} d\vec{r}) = -\int\limits_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{Mm}{r^2} dr = \gamma Mm \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Работа упругой силы на конечно пути зависит только от начальной x_1 и конечной x_2 координат точки приложения силы:

$$A = \int\limits_1^2 (-k\vec{r}d\vec{r}) = -\int\limits_{x_1}^{x_2} kxdx = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2).$$

Работа силы трения зависит от длины пройденного телом пути S, и, следовательно, зависит от формы траектории:

$$A = \int\limits_1^1 \delta A = \int (\vec{F}_{тр.ск} d\vec{r}) = -\int\limits_1^2 kmg \cdot ds = -kmgS.$$

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением относительно других тел, называются консервативными.

Уравнения $A_{1-2} = \Delta E_к$ **и** $\delta A = dE_к$ **называются теоремами об изменении кинетической энергии** (в интегральной и дифференциальной формах соответственно).

Потенциальной энергией материальной точки в точке *N* консервативного поля называется работа сил поля, совершаемая при перемещении материальной точки из точки *N* в точку *O*, принятую за начало отсчета потенциальной энергии: $E_П = \int_N^O (\vec{F}d\vec{r})$.

Уравнения $A = -\Delta E_П$ **и** $\delta A = -dE_П$ **определяют связь работы консервативных сил с изменением потенциальной энергии поля (в интегральной и дифференциальной формах соответственно).**

Тело, находящееся в поле консервативных сил, обладает потенциальной энергией $E_П$ относительно нулевого уровня потенциальной энергии.

Градиентом скалярной функции $E_П(x,y,z)$ называется векторная функция, которая по определению равна: $\overrightarrow{grad} E_П = \frac{\partial E_П}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_П}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_П}{\partial z}\vec{k}$. Градиент представляет собой оператор, то есть правило, по которому всякой скалярной функции $E_П(x,y,z)$ ставится в соответствие векторная функция тех же переменных.

Градиент скалярной функции указывает направление наиболее быстрого возрастания функции.

$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_П}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_П}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_П}{\partial z}\vec{k}\right)$ – связь между силой и потенциальной энергией.

Полной механической энергией *E* материальной точки называется сумма ее кинетической и потенциальной $E_П$ энергии: $E = E_K + E_П = \frac{m\upsilon^2}{2} + E_П$.

Если на материальную точку (тело) действуют только консервативные силы, ее полная механическая энергия с течением времени не изменяется (сохраняется):

$$E = E_K + E_П = \frac{m\upsilon^2}{2} + E_П = const.$$

Если материальная точка находится в силовом поле, в котором действуют только консервативные силы, то полная механическая энергия материальной точки не изменяется со временем $E = const$**. Консервативные силы не могут изменить полную механическую энергию материальной точки в процессе движения.**

Работа диссипативных сил $A_{1\text{-}2дис}$ при перемещении материальной точки из произвольного начального положения в произвольное конечное положение равна приращению полной механической энергии материальной точки: $A_{1-2дис} = E_2 - E_1$.

Величина, равная произведению массы материальной точки на квадрат кратчайшего расстояния ее до данной оси, называется моментом инерции материальной точки относительно оси: $I_i = m_i r_i^2$.

Теорема Гюйгенса-Штейнера: **момент инерции тела I относительно произвольной оси равен моменту его инерции I_c относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы тела m на квадрат расстояния a между осями:** $I = I_c + ma^2$.

$E_K = \dfrac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения.

$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]$ – момент силы.

$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$ – основное уравнение динамики вращательного движения.

Момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно этой же оси на угловую скорость: $L = \sum_i m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_i m_i r_i^2 = I\omega$.

Импульс замкнутой системы сохраняется, то есть не изменяется с течением времени: $\vec{P} = const$.

$\vec{r}_c = \dfrac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$ – положение центра масс системы материальных точек.

Уравнение движения центра масс системы: **центр масс системы частиц движется так, как двигалась бы материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы под действием всех приложенных к системе внешних сил:** $\vec{F} = m\vec{a}_c$.

$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_P$ – уравнение движения тела с переменной массой (уравнение Мещерского).

$\upsilon = u \ln\left({m_0}/{m} \right)$ – формулы Циолковского.

Полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, сохраняется, то есть не изменяется со временем: $E_k + E_П = const$.

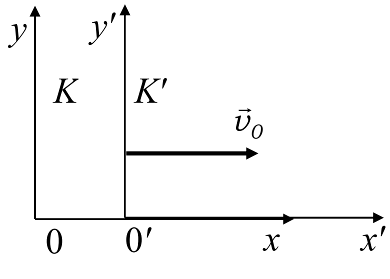
Закон изменения полной механической энергии системы материальных точек: работа сторонних сил $A_{1-2стор}$ **при переходе системы материальных точек (тел) из произвольного начального положения в произвольное конечное положение равна приращению полной механической энергии системы:** $A_{1-2стор} = E_2 - E_1$.

Закон сохранения момента импульса: **момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени**: $\vec{L} = const$.

Напряженность поля численно равна отношению силы тяготения, действующей на тело, к массе этого тела: $\vec{G} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.

Потенциалом поля тяготения называется скалярная величина $\varphi = \dfrac{E_П}{m}$,

равная потенциальной энергии, которой обладает тело единичной массы в данной точке поля.



$$\left.\begin{aligned} x &= \upsilon_{0x} t + x', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t'. \end{aligned}\right\}$$ – преобразования Галилея.

Специальная теория относительности

Постулаты Эйнштейна:

1. **Первый постулат.** Принцип относительности: никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведённые внутри данной инерциальной системы отсчёта, не дают возможности обнаружить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно. Все

законы природы инвариантны, то есть не меняются при переходе от одной системы отсчёта к другой.

2. **Второй постулат.** <u>Независимость скорости света от скорости источника</u>: скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Преобразования Лоренца:

Прямые преобразования $K \to K'$:

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - x\dfrac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Обратные преобразования $K' \to K$:

$$x = \frac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = \frac{t' + x'\dfrac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}\right)$$ – основное уравнение релятивистской динамики.

Приращение кинетической энергии частицы пропорционально приращению её релятивистской массы:

$$dE_k = c^2 dm = c^2 \cdot d\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right).$$

$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 \quad \Rightarrow E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$ – связь полной энергии и импульса.

$p = \dfrac{1}{c}\sqrt{E_k\left(2E_0 + E_k\right)}$ – связь импульса и кинетической энергии релятивистской частицы.

Неинерциальные системы отсчета

Системы отсчета, которые движутся относительно инерциальных систем с ускорением, называются неинерциальными.

Произведение массы тела на его ускорение относительно неинерциальной системы отсчета равно векторной сумме сил взаимодействия сложенной с силой инерции – уравнение движения тел в неинерциальных системах отсчета: $m\vec{a}_н = \vec{F} + \vec{F}_и$.

$\vec{F}_и = m\omega^2\vec{r}$ – сила инерции, действующая на неподвижное относительно вращающейся системы отсчета тело, называется *центробежной силой инерции*.

Если тело (материальная точка) движется относительно вращающейся (неинерциальной) системы отсчета со скоростью $\vec{\upsilon}_н$, тело кроме центробежной силы инерции действует ещё сила Кориолиса, равная $\vec{F}_к = 2m[\vec{\upsilon}_н \cdot \vec{\omega}]$.