МЕХАНИКА

Лекция 1
ВВЕДЕНИЕ. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Термины и понятия

Абстракция
Вакуум
Движение в механике
Движение по окружности
Декартова система координат
Динамика
Длина пути
Квантовая механика
Кинематика
Кинематическое уравнение движения
Координата
Криволинейное движение
Макроскопический
Материальная точка
Материя
Мгновенная скорость
Мгновенное ускорение
Мезон
Механика Ньютона
Механическое движение
Нейтрон
Нерелятивистская механика
Перемещение
Полная система
Предельное значение
Приращение
Протон
Прямолинейное движение
Равновесие
Равномерное движение
Равнопеременное движение
Радиус кривизны
Радиус-вектор
Релятивистская механика
Система координат
Система отсчета
Составляющая ускорения
Среднее ускорение
Средняя скорость
Статика
Тангенциальное ускорение
Тело отсчета
Теория относительности
Ускорение
Элементарные частицы

1.1. ВВЕДЕНИЕ

Механика – часть физики, которая изучает движение и равновесие тел. Под движением в механике понимается простейшая форма движения, то есть перемещение тела относительно других тел.

Механическое движение лежит в основе движения большинства механизмов и машин. Вместе с тем оно является составной частью более сложных, немеханических процессов. Так, тепловые явления связаны с беспорядочным движением молекул; излучение света – с движением электронов в атомах; ядерные реакции – с движением и взаимодействием элементарных частиц (протонов, нейтронов, мезонов). Число этих примеров можно было бы умножить.

Принципы механики были сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1643 – 1727). Ньютон имел, правда, много крупных предшественников: Архимеда (287 – 212 до н.э.), Кеплера (1564 – 1642), Галилея (1564 – 1642), Гюйгенса (1629 – 1695) и др. Однако, Ньютон был первым, кто сформулировал полную систему принципов механики и на их основе построил стройное здание этой науки. Громадные достижения механики Ньютона, а также его большой научный авторитет почти на 200 лет отвлекли внимание ученых от недостатков его системы механики. Серьезное критическое отношение к механике Ньютона появилось только во второй половине XIX века.

По современным представлениям механика подразделяется на классическую и квантовую, а каждая из них – на релятивистскую и нерелятивистскую.

Механика Ньютона – это классическая нерелятивистская механика. Она изучает движение макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света c в вакууме. Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света в вакууме, изучаются релятивистской механикой (механикой теории относительности), сформулированной А. Эйнштейном.

Движение в микромире (то есть движение атомов и элементарных частиц) является более сложной формой движения, чем механическое перемещение. Описание явлений микромира дает квантовая механика.

Квантовая и релятивистская механика – более общие теории, чем классическая и нерелятивистская. Законы нерелятивистской механики вытекают из релятивистских законов, когда скорости тел малы; законы классической механики вытекают из квантовых законов, когда массы тел большие.

Изучение механики начнем с механики Ньютона. Она значительно проще, чем квантовая релятивистская механика. В то же время механика Ньютона не есть нечто незаконченное, упрощенное; она применима в определенных условиях и в этих условиях ею необходимо пользоваться.

Механика делится на 3 раздела.

1. Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение вызывают.
2. Динамика изучает движение тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.
3. Статика изучает законы равновесия тел.

1.2. МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА. СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Классическая механика рассматривает пространство и время как объективные формы существования материи, при этом наряду с трехмерным пространством существует независимое от него время.

Для описания движения тел в механике используют разные физические модели. **Модель** – абстрактное представление тела, физического явления, которое является упрощенной копией реального тела, системы.

Простейшей моделью является <u>материальная точка.</u> **Это тело, размерами которого при данных условиях можно пренебречь (то есть можно не учитывать).**

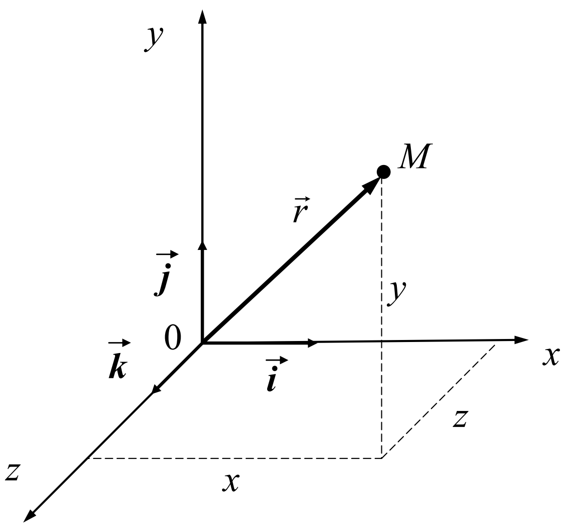
Одно и то же тело в одних условиях можно принять за материальную точку, а в других – нельзя. Например, рассматривая движение Земли вокруг Солнца, можно считать Землю материальной точкой. Но изучая вращение Земли вокруг своей оси, мы не можем считать ее материальной точкой.

Понятие материальной точки – <u>абстракция</u>. Мы абстрагируемся (отвлекаемся) от всех несущественных для данной задачи свойств тела. Это сильно упрощает исследование движения тел.

Для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Определить положение тела можно только по отношению к другим телам. Если тело находится в пространстве, где нет других тел, то мы ничего не можем сказать о движении тела. В этом случае нет ничего, по отношению к чему тело могло бы изменить свое положение. **Тело, по отношению к которому рассматривается движение других тел, называется <u>телом отсчета.</u>** *Тело отсчета* – условно неподвижное тело, относительно которого определяется положение движущегося тела.

Совокупность тела отсчета и часов называется <u>системой отсчета.</u> С системой отсчета связывают систему координат. Наиболее часто используется декартова система координат.



x – ось абсцисс (абсцисса),
y – ордината,
z – аппликата.

Положение материальной точки характеризуется тремя координатами (x,y,z) или радиус-вектором

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные вектора (орты).

$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1.$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$

При движении материальной точки ее координаты, а значит и $\vec{r}$ – вектор, изменяются со временем.

Движение материальной точки определяется скалярными уравнениями

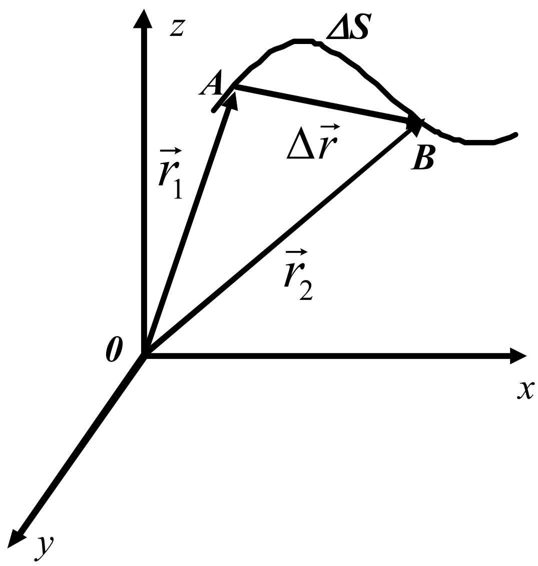
$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t), \qquad (1)$$

или векторным уравнением $\vec{r} = \vec{r}(t)$. (2)

Уравнения (1) и (2) называются **кинематическими уравнениями движения материальной точки.**

1.3. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ. ДЛИНА ПУТИ

Линия, описываемая точкой при движении в пространстве, называется траекторией точки. В зависимости от формы траектории движение бывает прямолинейным и криволинейным. Для того чтобы найти уравнение траектории точки, надо в уравнениях (1) и (2) исключить время.



Пусть материальная точка переместилась вдоль некоторой траектории из положения A в положение B. $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ – радиусы-вектора точек A и B. **Вектор** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, **проведенный из начального положения точки в конечное положение, называет-**

ся <u>вектором перемещения</u> или <u>перемещением</u>. Перемещение $\Delta\vec{r}$ является приращением радиус-вектора $\vec{r}$ точки за рассматриваемый промежуток времени.

Длина отрезка траектории AB, пройденного материальной точкой, называется <u>длиной пути</u> ΔS. Надо помнить, что перемещение $\Delta\vec{r}$ – вектор, а длина пути ΔS – скаляр.

При прямолинейном движении модуль перемещения равен пройденному пути:

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta S .$$

При криволинейном движении

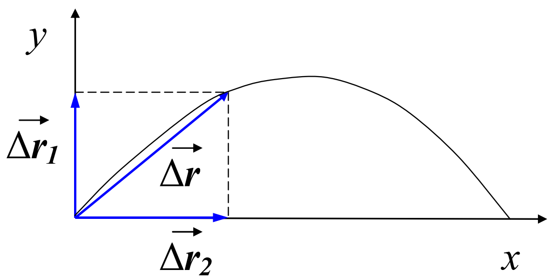
$$\left|\Delta\vec{r}\right| < \Delta S .$$

Но если перемещение происходит в течение бесконечно малого промежутка времени, т.е. когда $\Delta\vec{r}$ стремится к нулю, то в этом случае модуль бесконечно малого перемещения можно принять равным бесконечно малой длине пути для любого произвольного движения:

$$\left|d\vec{r}\right| = dS . \quad (3)$$

Если материальная точка участвует в нескольких перемещениях, то результирующее перемещение равно векторной сумме перемещений, совершаемых материальной точкой в каждом из движений в отдельности:

$$\Delta\vec{r} = \sum \Delta\vec{r}_i .$$



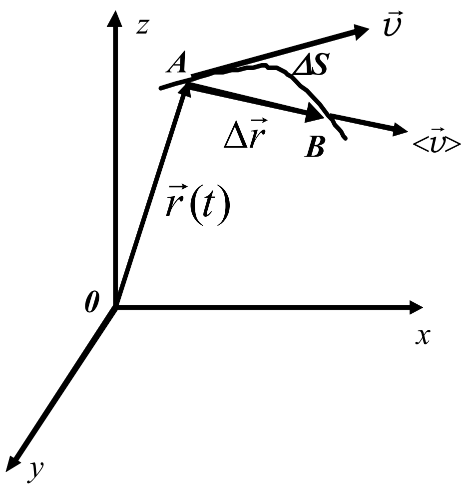
$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$$

1.4. СКОРОСТЬ

Для характеристики быстроты и направления движения вводится векторная величина – скорость.

Пусть материальная точка в момент времени t находилась в положении A, её положение определяется радиус-вектором $\vec{r}\,(t)$.

При движении в течение малого промежутка времени Δt точка пройдет по траектории путь ΔS и получит элементарное перемещение $\Delta\vec{r}$.



1. <u>**Средней скоростью перемещения**</u> $\langle\vec{\upsilon}\rangle$ называется отношение приращения $\Delta\vec{r}$ радиус-вектора точки к промежутку времени Δt:

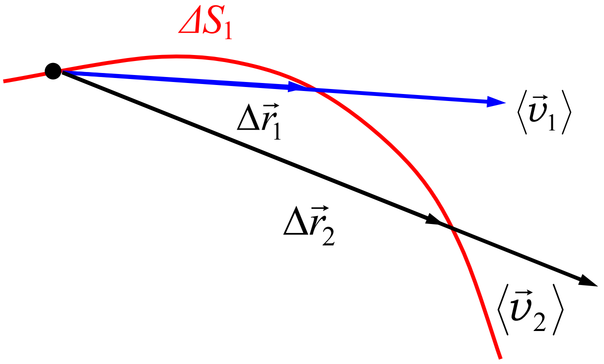
$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta\vec{r}$.

Вектор средней скорости – отношение перемещения к промежутку времени:

$$\langle\vec{\upsilon}_1\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1}; \quad \langle\vec{\upsilon}_2\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2}; \quad \langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}; \quad \langle\upsilon\rangle \uparrow\uparrow \Delta\vec{r}.$$

Вектор средней скорости характеризует изменение положения радиус-вектора.



Материальная точка движется по криволинейной траектории.

За время Δt_1 точка проходит путь ΔS_1 и получает приращение $\Delta\vec{r}_1$,

За время Δt_2 – приращение $\Delta\vec{r}_1$.

2. **Мгновенная скорость – это скорость точки в данный момент времени в данной точке траектории.** Для определения мгновенной скорости необходимо найти перемещение точки за бесконечно малый промежуток времени $\Delta t \to 0$. При $\Delta t \to 0$ средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (4)$$

Таким образом, <u>мгновенная скорость</u> $\vec{\upsilon}$ есть векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. **Вектор скорости $\vec{\upsilon}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения.**

В математике *производной функции* $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения изменения функции Δy в этой точке к вызвавшему его изменению аргумента Δx при произвольном стремлении Δx к нулю

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) = \dot{y}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Физический смысл производной:
это среднее значение изменения функции на таком интервале, на котором среднее значение функции не меняется.

Мгновенная скорость – это вектор, поэтому

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

$\frac{dx}{dt} = \upsilon_x$; $\frac{dy}{dt} = \upsilon_y$; $\frac{dz}{dt} = \upsilon_z$ – проекции вектора скорости на оси координат.

$$|\upsilon| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

Так как модуль бесконечно малого перемещения $|d\vec{r}|$ можно принять равным бесконечно малой длине пути (3), то модуль мгновенной скорости:

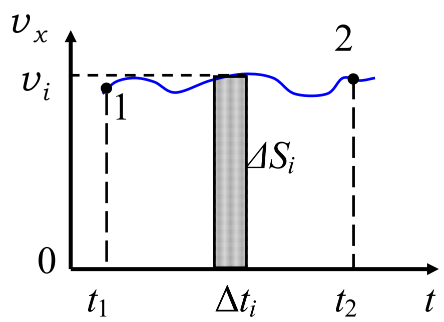
$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \frac{dS}{dt}.$$

Таким образом, модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени.

3. **Средняя скорость пути (средняя путевая скорость).** Средняя путевая скорость – это физическая величина, равная отношению пути к промежутку времени, за который этот путь пройден: $\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$. Средняя путевая скорость – величина скалярная, определяющая какое расстояние проходит точка в единицу времени по траектории.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО ПУТИ. ПОНЯТИЕ ОБ ИНТЕГРАЛЕ

Если известен график зависимости проекции скорости от времени, то можно найти путь, пройденный точкой за время движения. Выделим на графике бесконечно малый интервал времени Δt_i, такой, чтобы проекцию скорости υ_i на этом интервале можно было считать постоянной.



$\Delta t_i \to 0$.

υ_i – мгновенная скорость.

Тогда путь, пройденный точкой за время Δt_i, равен:

$\Delta S_i = \upsilon_i \Delta t_i$,

Путь, пройденный точкой за время движения $t_2 - t_1$ *равен сумме* ΔS_i

$$S \cong \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i = \sum_{i=1}^{n} \upsilon_i \cdot \Delta t_i \quad \textit{или}$$

путь равен интегралу от скорости по времени

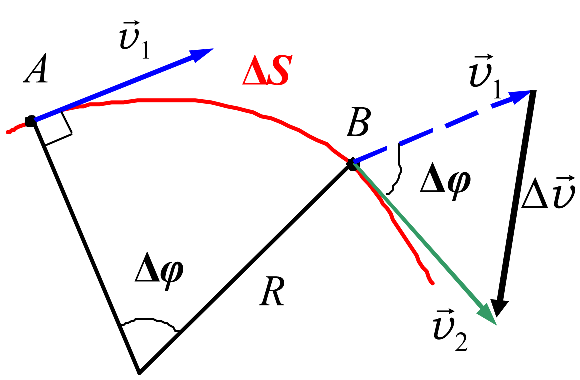
$$S = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{i=1}^{n} \upsilon(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\,dt.$$

Физический смысл интеграла – бесконечно большая сумма бесконечно малых слагаемых.

Геометрический смысл интеграла – площадь под кривой, ограниченная двумя перпендикулярами и осью абсцисс.

1.5. УСКОРЕНИЕ

В случае неравномерного движения для описания изменения скорости с течением времени вводят физическую величину – ускорение.



Ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и направлению.

Рассмотрим общий случай, когда скорость меняется по величине и направлению.

Пусть материальная точка в положении A имела скорость $\vec{\upsilon}_1$. Через промежуток времени Δt точка перешла в положение *B*, где ее скорость оказалась равной $\vec{\upsilon}_2$,

$$\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 + \Delta\vec{\upsilon} \quad \text{или} \quad \Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1.$$

1. <u>Средним ускорением</u> в интервале от t до $t + \Delta t$ называется векторная величина, равная отношению вектора изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к интервалу времени Δt:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

2. <u>Мгновенным ускорением</u> называется величина

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, ускорение $\vec{a}$ есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

Ускорение материальной точки – это первая производная от вектора скорости по времени или вторая производная от радиус-вектора по времени.

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

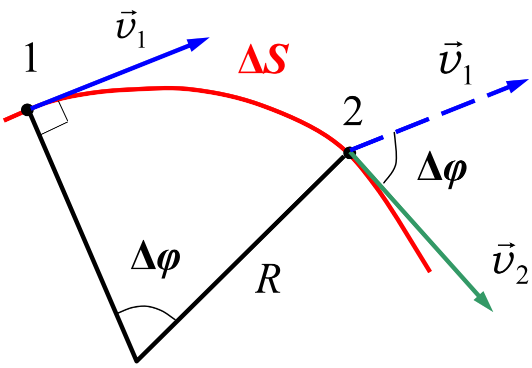
где a_x, a_y, a_z – проекции вектора ускорения на координатные оси.

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

1.6. ПОНЯТИЕ О КРИВИЗНЕ ТРАЕКТОРИИ

Если материальная точка движется по криволинейной траектории, то отличие этой траектории от прямолинейной траектории характеризуется радиусом кривизны или кривизной траектории.



$\Delta\varphi$ – угол между касательными в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии ΔS.

Кривизна траектории

$$C = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta S} = \frac{d\varphi}{dS}.$$

Кривизна траектории характеризует скорость поворота касательной при движении или степень искривленности кривой. Радиус кривизны траектории в данной точке есть величина обратная кривизне

$$R = \frac{1}{C}.$$

Радиус кривизны траектории в данной точке – это радиус окружности, которая сливается на бесконечно малом участке в данном месте с кривой.

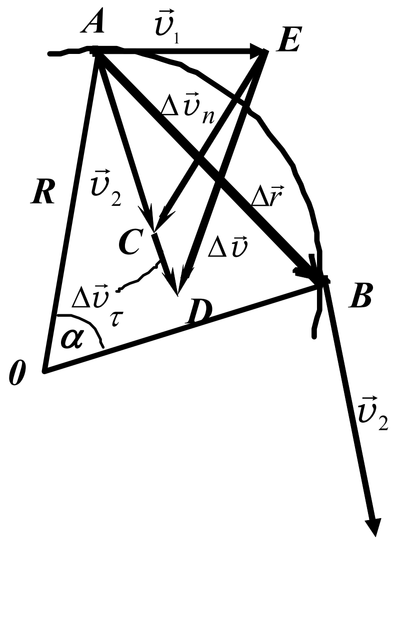
1.7. НОРМАЛЬНОЕ И ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Пусть материальная точка движется по криволинейной траектории. Рассмотрим общий случай, когда скорость движения меняется по величине и направлению.

Пусть материальная точка в положении A имела скорость $\vec{\upsilon}_1$. Через промежуток времени Δt точка перешла в положение B, где ее скорость оказалась равной $\vec{\upsilon}_2$.

Перенесем вектор $\vec{\upsilon}_2$ параллельно самому себе в точку A (вектор $\overrightarrow{AD}$) и найдем $\Delta\vec{\upsilon}$ равный $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$.

Так как в общем случае скорость может меняться по величине и направлению, то удобно разложить ускорение на две составляющие. Для этого разложим на две составляющие вектор $\Delta\vec{\upsilon}$.



Из точки A по направлению скорости $\vec{\upsilon}_2$ отложим вектор $\overrightarrow{AC}$, по модулю равный вектору $\vec{\upsilon}_1$. Очевидно, что вектор $\overrightarrow{CD}$, равный $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$, характеризует изменение скорости по величине. Вектор $\Delta\vec{\upsilon}_n$ характеризует изменение скорости по направлению

$$\Delta\vec{\upsilon} = \Delta\vec{\upsilon}_\tau + \Delta\vec{\upsilon}_n.$$

Полное ускорение

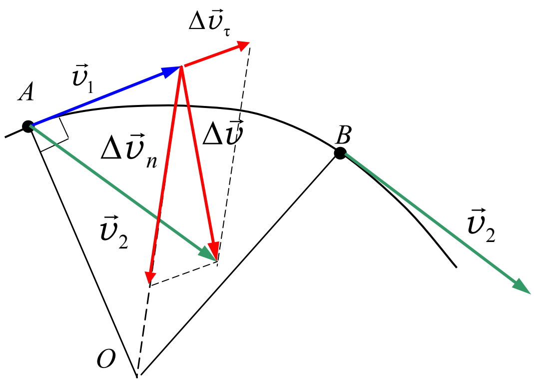
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n . \qquad (6)$$

Составляющая ускорение $\vec{a}_\tau$ называется **<u>тангенциальным ускорением</u>. Оно характеризует быстроту изменения скорости по величине.** Его численное значение равно первой производной по времени от модуля скорости:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} . \qquad (7)$$

Определим направление вектора $\vec{a}_\tau$. При $\Delta t \to 0$ направление вектора $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ стремится к направлению вектора $\vec{\upsilon}$ в точке *A* траектории. Значит, вектор $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к траектории.



$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$$
$$\Delta\vec{\upsilon} = \Delta\vec{\upsilon}_\tau + \Delta\vec{\upsilon}_n$$
$$\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \Delta\vec{\upsilon}_\tau ,$$
$$\vec{a}_n \uparrow\uparrow \Delta\vec{\upsilon}_n$$

Составляющая ускорения $\vec{a}_n$ называется <u>нормальным ускорением</u>. **Оно характеризует быстроту изменения скорости по направлению.** Нормальное ускорение направлено по радиусу к центру кривизны траектории.

Найдем выражение для $\vec{a}_n$. Восстановим в точках *A* и В перпендикуляры к касательным. Они пересекутся в точке *O*. При $\Delta t \to 0$ дугу *AB* можно рассматривать как дугу окружности радиуса *R*. Из подобия треугольников *CAE* и *AOB*

$$\frac{\Delta\upsilon_n}{\upsilon_1} = \frac{\Delta r}{R} .$$

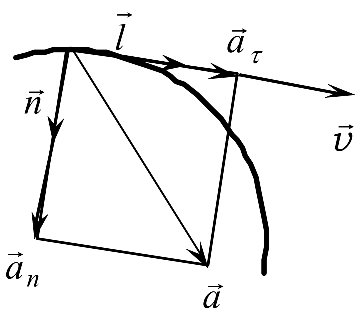
$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\upsilon_1 \cdot \Delta r}{\Delta t \cdot R} = \frac{\upsilon_1^2}{R} .$$

Итак, нормальное ускорение

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} , \qquad (8)$$

где *R* – радиус кривизны траектории. <u>Радиус кривизны</u> представляет собой радиус окружности, которая сливается в данном месте с кривой на бесконечно малом ее участке. Если траектория – окружность, то R – радиус этой окружности.

Определим направление вектора $\vec{a}_n$. При $\Delta t \to 0$, угол $\alpha \to 0$ и $\Delta\vec{\upsilon}_n$ в пределе перпендикулярен $\vec{\upsilon}_1$, следовательно, $\vec{a}_n \perp \vec{\upsilon}_1$. Полное ускорение равно по модулю:



$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}.$$

Пусть $\vec{l}$ и $\vec{n}$ – векторы единичной длины, один направлен вдоль скорости, а другой – перпендикулярно ему, при этом

$$\left|\vec{l}\right| = \left|\vec{n}\right| = 1.$$

Тогда в векторном виде

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{l}\,; \quad \vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R} \cdot \vec{n}\,; \quad \vec{a} = \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{l} + \frac{\upsilon^2}{R} \cdot \vec{n}.$$

1.8. НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

В зависимости от тангенциального и нормального ускорений движения можно квалифицировать следующим образом.

1. $a_\tau = 0,\ \ a_n = 0$ – прямолинейное равномерное движение.
2. $a_n = 0,\ \ a = a_\tau = const$ – прямолинейное равнопеременное движение.
3. $a_\tau = 0,\ \ a = a_n = const$ – равномерное движение по окружности.
4. $a_\tau = const,\ \ a_n \neq 0$ – криволинейное равнопеременное движение.

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ

1. Прямая задача. Определение параметров движения (скорости, ускорения, пути) по известному уравнению движения:
Уравнение движения – зависимость положения тела от времени в выбранной системе отсчета.
Дано:
$\vec{r} = \vec{r}(t)$ – *уравнение в векторной форме*;
$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t)$ – *уравнения движения в скалярной форме*

Найти: зависимость скорости и ускорения от времени.

2. Обратная задача. Определение кинематического уравнения движения по известным характеристикам движения.

Дано:

Зависимость скорости и ускорения от времени

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}(t)$ – *уравнение в векторной форме*;

$a = a(t)$, $\upsilon = \upsilon(t)$ – *уравнения движения в скалярной форме*

Найти: уравнение движения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется материальной точкой?
2. Что такое система отсчета?
3. Что такое радиус – вектор точки?
4. Что называется вектором перемещения?
5. Всегда ли модуль вектора перемещения равен пути, пройденному точкой?
6. Дайте определения векторов средней и мгновенной скорости, среднего и мгновенного ускорения. Как они направлены?
7. Что характеризует тангенциальное ускорение? Чему равен его модуль?
8. Что характеризует нормальное ускорение? Чему равен его модуль?
9. Возможны ли движения, при которых отсутствует нормальное ускорение? Тангенциальное ускорение? Приведите примеры.