

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\vec{\nabla} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \hat{k}\right)$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \dots$$

Εάν поле существует в некоторой области, заданной отрезком $\hat{i}$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow E_x dx = -d\varphi$$

$$\text{εάν поле существует в области оси } y: E_y dy = -d\varphi$$

Εάν в некоторой области, заданной $d\vec{r} = (dx, dy, dz)$
поле $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ существует $\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\varphi$

$$\text{или: } E_r dr = -d\varphi \quad \text{где: } E_r - \text{проекция } \vec{E} \text{ на направление } d\vec{r}$$

$$\Rightarrow \left| E_r = -\frac{d\varphi}{dr} \right| ?$$

$d\varphi$ - приращение скалярной функции φ на длине dr

$\Rightarrow$ Проекция $\vec{E}$ на направление $d\vec{r}$ равна, согласно с
определением, приращению φ по l .

Точечный заряд

$$\varphi = k \frac{q}{r} \Rightarrow |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

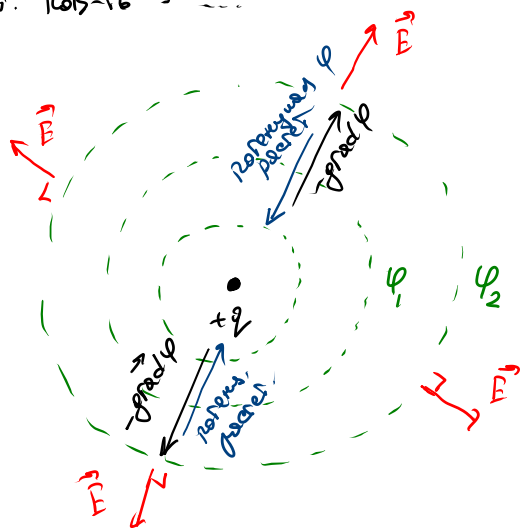
- эквипотенциалы, уровни

Def: Эквипотенциалы, уровни ...

} $\Rightarrow$

эквипотенциалы, уровни
точечного заряда - это
поверхности сферы r

$$\varphi_1 > \varphi_2$$



$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

линии напряжённости $\vec{E}$
направлены в сторону
наибольшего убывания φ
" перпендикулярно
эквипотенциалам!

Общая задача электростатики

по известному распределению $\rho(x, y, z)$ отыскать вектор $\vec{E}$ и φ .

Решение состоит из:

- применение суперпозиции
- теорема Гаусса
- сведение задачи к решению диф. урав.

Найдем это диф.

Теор. Гаусса в диф. форме: $\text{div } \vec{E} = 4\pi k \rho$

или: $(\vec{\nabla}, \vec{E}) = 4\pi k \rho$

с учетом соотношения: $\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\vec{\nabla} \varphi$

$\Rightarrow (\vec{\nabla}, -\vec{\nabla} \varphi) = -(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \varphi) \equiv -\text{div grad } \varphi$

$\text{div grad } \varphi \equiv (\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \varphi) = (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) \varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi \equiv \Delta \varphi$

т.е.: $\Delta \equiv (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа

$\Rightarrow -\Delta \varphi = 4\pi k \rho$

$\Delta \varphi = -4\pi k \rho$ — диф. уравнения!

или в координатном виде:

$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -4\pi k \cdot \rho(x, y, z)$!

если $\rho = 0 \Rightarrow \Delta \varphi = 0$ — диф. уравнения

или $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$

зная $\rho \rightarrow \varphi \rightarrow \vec{E}$
диф. урав. $\vec{E} = -\text{grad } \varphi$

Гл. Эл. поле в веществе

§ Введение

истинное поле в вещ-ве $\rightarrow$ микрполе (оч. сильно меняется в $1/r$ -ве и во времени)

$\Rightarrow$ пол. поле в вещ-ве — макрполе — почитают пространств. усреднен. микрполе

$\vec{E}$ — макрполе = усредненное микрполе

$$\vec{E} \equiv \vec{E}_{\text{макро}} \equiv \langle \vec{E}_{\text{микро}} \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \vec{E}_{\text{микро}} dV$$

где! ΔV — физически ∞ -малый объект
(т.е. ...)

При внесении вещ-ва в эл. поле $\Rightarrow$ пересогласов. зарядов
— процесс электр. индукции

$\vec{E}_0$ — внешнее поле

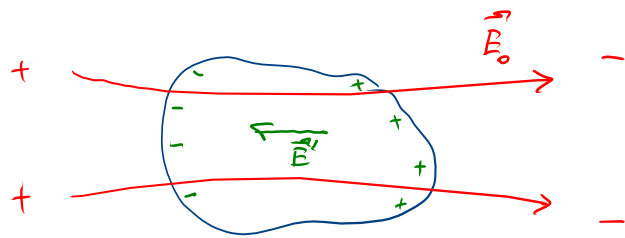
$\vec{E}'$ — поле, возникающее за счет индукции зарядов

$\Rightarrow$ Результир. поле:
в вещ-ве $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

Видеет: проводники, полупроводники, диэл-ки.

§ Проводники в эл.-статическом поле

Проводник → металл → много свободных элект-в



Рассмотрим заряды
с. до тех пор, пока $\vec{E}'$ не компенсирует $\vec{E}_0$

$$\Rightarrow |\vec{E}'| = |\vec{E}_0|$$

⇒ внутри проводника поля НВТ ! $(\vec{E} = 0)$

т.к. $-\Delta\varphi = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \Delta\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \text{const}$
 ⇒ проводник — это эквипотенциал ров-во !

т.к. $E=0 \Rightarrow$ объемная плотность зарядов $\rho=0 \Rightarrow$ заряд скапливается в узком поверхност. слое (→ нехотонное расст-е) с поверхностной плотностью σ

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

Итак: Эл.-во поле в проводнике:

1. $\vec{E}=0$ (внутри)
2. Индуцир. заряд скапливается в узком поверх. слое с поверх. плот-тью σ
3. вся пов.-н проводка — эквипотенциал
4. Поле $\vec{E} = E_n \vec{n}$ (направлена $\perp$ к пов.-ти)
 где: $\vec{n}$ — нормаль к пов.-ти

За потенциал заданн. проводника принимается:

$$\varphi = \int_{\text{точка на пов.-ти проводника}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

где: $\vec{E}$ — напря-е эл. поле снаружи проводка

§ 21. Поле внутри плоск. провод-ка.

т. Голоса $\frac{1}{2}$ уединенн. провод-ка S :

$$\oint_S \vec{E} d\vec{s} = 4\pi k \sum_i q_i$$

$$E_n \cdot \Delta S = 4\pi k \cdot \sigma \cdot \Delta S$$

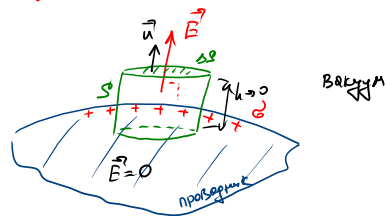
$$\boxed{E_n = 4\pi k \cdot \sigma} \quad ? \quad \text{или} \quad \boxed{E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}} \quad ?$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = 4\pi k \sigma \vec{n}} \quad ?$$

где $\vec{n}$ - вектор нормали к плоск. провод-ке

если: $\sigma > 0 \Rightarrow \vec{E} \uparrow \vec{n} \Rightarrow$ поле выходит из провод-ки

$\sigma < 0 \Rightarrow \vec{E} \downarrow \vec{n} \Rightarrow$ поле входит в провод-ку



E_n - проекция $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к плоск. провод-ке

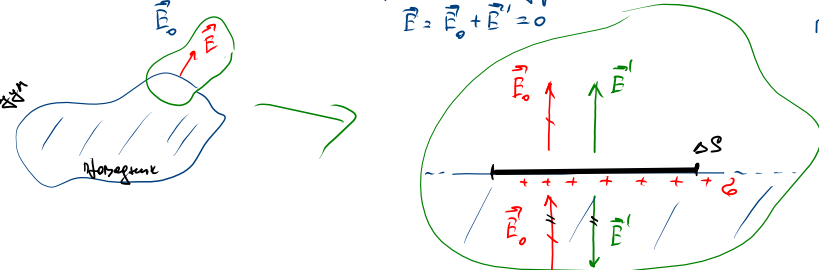
Механизм образования поля внутри провод-ка

Пусть провод-ка имеет σ на поле $\vec{E}_0$

образованное зарядом σ также $\vec{E}_0$ внутри $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$

Заряд провод-ки $\approx$ равномерно распределен по ее поверхности:

$$E' = E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (C)$$



Результат. поле снаружи и внутри как однородн-е $\vec{E}_0$ и $\vec{E}'$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

внутри: $0 = E_0 - E' \Rightarrow E' = E_0$

снаружи: $E = E_0 + E' = 2 \cdot E_0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = 2 \vec{E}_0}$$

поле снаружи в 2 раза сильнее внешнего поля

На заряжен-й плоск. провод-ке действует сила.

$$\Delta F = \Delta q \cdot E_0 = \sigma \cdot \Delta S \cdot \frac{E}{2} = \int \left(\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n} \right) = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \Delta S \vec{n}$$

"поверхностная плотность сил"

$$\vec{F}_{\sigma} = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \vec{n}$$

$\Rightarrow$ на поле действует сила или давление провод-ки!