

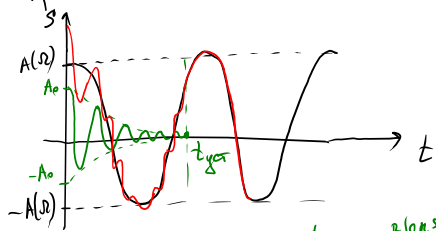
$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = f_0 \cdot \cos \Omega t$$

$$S = \{x, y, \dots\}$$

$$S(t) = S_{\text{опн}}(t) + S_{\text{неог}}(t) =$$

$$= A_0 e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + A(\Omega) \cdot \cos(\Omega t - \varphi_\Omega)$$

изобразить (сложно) графически



$t > t_{\text{уст}}$  → Вклад от затух. колеб-ий пренебр.; останется только установивш-ся колеб-е

$t_{\text{уст}}$  - время установивш-ся колеб-ий

и рассматривать только  $t > t_{\text{уст}}$ .

$$\Rightarrow S(t) = A(\Omega) \cdot \cos(\Omega t - \varphi_\Omega)$$

$$\text{где: } A(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

- амплитуда установивш-ся колеб-ий

$\Omega$  - частота внешнего сигнала

изобразим  $A(\Omega)$  графически

$$\Omega = 0 \Rightarrow A(0) = \frac{f_0}{\omega_0^2}$$

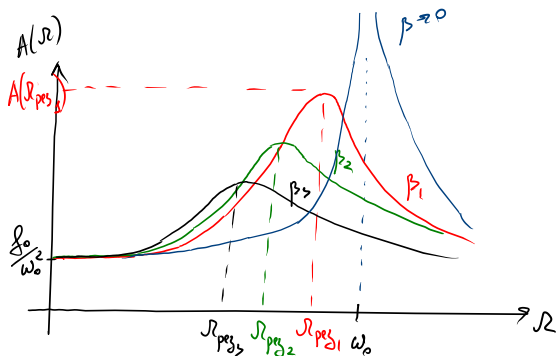
если знамен-ль  $A(\Omega)$  имеет мин →  $A(\Omega)$  - имеет макс

ищем экстремум:  $\frac{d((\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2)}{d\Omega^2} = -2(\omega_0^2 - \Omega^2) + 4\beta^2 \Big|_{\Omega_{\text{рез}}} = 0$

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad \text{- резонансная частота}$$

$$A(\Omega_{\text{рез}}) = \frac{f_0}{\sqrt{(2\beta^2)^2 + 4\beta^2(\omega_0^2 - 2\beta^2)}} = \dots = \frac{f_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

видно, что если  $\beta \rightarrow 0 \Rightarrow A(\Omega_{\text{рез}}) \rightarrow \infty$   
и  $\Omega_{\text{рез}} \rightarrow \omega_0$



$$\beta < \beta_1 < \beta_2 < \beta_3$$

⇒ Резонанс: резкое возрастание амплит. установ. колеб-ий при  $\Omega \rightarrow \omega_0$

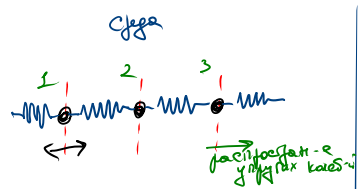
Физика:  
при узкой резонансной кривой F и при скорости колеб-ий близкой к резонансной  
⇒ сила F совершает ⊕ работу, которую на обратном этапе не совершает

§ Распространение колебаний в упругой среде. Упругие волны.

Упругая волна — возмущение...

Упругая среда  $\rightarrow$  распространение возмущения м/у соседними слоями

# Распространение возмущения. Точки среды

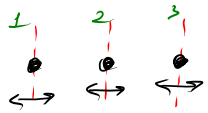


1-я точка колеблется  $\rightarrow$  2-я точка колеблется  $\rightarrow$  3-я точка колеблется  $\rightarrow$

$\rightarrow$  образуется упругая волна

$\rightarrow$  в среде образуется упругая волна

Вакуум

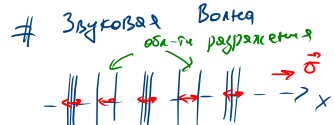
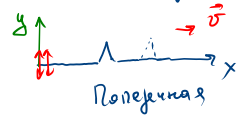


в ч. у. точки свободно колеблются в любом направлении

Различают: продольные (колебания вдоль направления распространения волны) и поперечные (колебания  $\perp$  направлению распространения)

Поперечные волны (колебания  $\perp$  направлению распространения)

# Волна в упругой среде



# Звуковая волна — область сжатия, область разрежения. Поперечная волна

Скорость распространения волны зависит от типа волны:

#  $v_p = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

где:  $G$  — модуль сдвига среды,  $\rho$  — объемная плотность среды

#  $v_{\perp} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

где:  $E$  — модуль Юнга среды

- Опд:
- Косинус -
  - Волновое поле -
  - Фронт волны -

Фронт волны сфера  $\Rightarrow$  сферическая волна  
 ... цилиндр  $\Rightarrow$  цилиндрическая волна  
 Плоск-сть  $\Rightarrow$  плоская волна

Волновое поле -

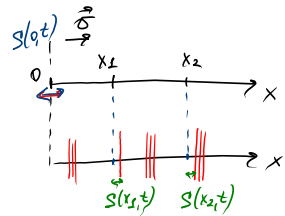
Скорость волны -

§ Уравнение Бернулли: Волны (~ Уг. & Луча)

Рассм. упр. плоск. волну, распрот-ся по оси x

S - отклонение точки среды от полож.-я равновесия

S(x,t) - отклонение частицы среды с первоначальн. координатой x от своего полож.-я равновесия (т.е. от x) в момент времени t



Рассм. отклон-е от полож.-я равнов.-я в начальный момент

$$S(0,t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Рассм. в среде осущ-т процесс дифф-ии, а колес-я распрот-ся вправо x со ск-тью v

Отклон-е, кол. было в начальный момент t, гдет ч/з время t = x/v, го перем-т на коорд-ю x

⇒ в точке x в момент времени t гдет также же колес-я, когд-е была в начальный момент времени t' = t - t

⇒ Отклонение перем-т в точке x в момент t есь:

$$S(x,t) = S(0,t') = A \cdot \cos(\omega(t - t) + \varphi_0) = A \cdot \cos(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0) \equiv A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\begin{cases} S(x,t) = A \cdot \cos(\omega(t - \frac{x}{v}) + \varphi_0) \\ S(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \end{cases} \begin{cases} \text{гдет распрот-е волна} \\ \text{или гдет луча} \end{cases}$$

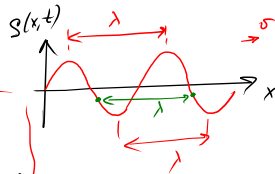
[ распрот-е в (+) направо по x ]

где:  $k \equiv \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{T \cdot v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновое число

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\lambda = T \cdot v$  - расстояние на кот-е смещается волна за период

- длина волны



Если волна распрот-ся в направо-м напр-ии

$$S(\vec{r},t) \equiv S(x,y,z,t) = A \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

где: S(\vec{r},t) - отклонение точек среды с координатой \vec{r} от своего полож.-я равнов.-я в момент t

$$\vec{k} = k \cdot \vec{n}$$

где: k - волн. число, \vec{n} - ед. вектор, направлен-й в сторону распрот-я волны

Вектор \vec{k} - "волнов. вектор"

$$\vec{k} = k \cdot \vec{n} = \begin{cases} |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \text{указ-т направо распрот-я волна} \end{cases}$$

в ДСК:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} \equiv k_x x + k_y y + k_z z$$

где: \vec{r} = (x, y, z) \quad \vec{k} = (k\_x, k\_y, k\_z)

k\_x - проекция \vec{k} на ось x

k\_y - проекция \vec{k} на ось y

k\_z - ... на z