Физика III ч.

„Колебания. Волн. Оптика и Квант. Физика"

Лит-ра:

1. И.В. Савельев „Курс Общ. Физики" т. 4 „Волн. Оптика"
т. 5 „Кв. Оптика. Атом. Физика" !
т. 1 „Механика. Колебания"

2. А.В. Сивухин „Курс Физики" т. 4. „Оптика"
т. 5 „Атомная и Ядерная Физика"

3. И.Е. Иродов „Общая Физика. Волновые процессы"
„Квантовая Физика"

4. Трофимова „Курс Физики" !

5. Матвеев А.Н. „Оптика" !

Глава Колебания и Волны.

§ Гармонические Колебания

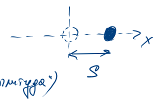
Колеб-я $\Leftrightarrow$ процессы или движ-я, повторяющ. во времени

Собственные колеб-я (свободные) – за счёт первонач. эн-и, без внешних возд-й

Периодическ. процесс – процесс, повтор-ся ч/з равные промежутки t

Простейш. гармонич. процесс $\to$ Гармонич. Колеб-я – колеб-я, изменяющ. по $\sin$ или $\cos$

Пусть S – отклон. от полож-я равнов-я мат. точки, соверш. гарм. кол-я



$$\Rightarrow \quad S(t) = A\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

где: A – максим. отклон. от полож. равн-я (= „амплитуда")

ω_0 – круговая (циклическ.) частота

φ_0 – нач. фаза

$\varphi(t) \equiv \omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колеб-й в произв. t

$$-1 \le \cos\varphi(t) \le 1 \quad \Rightarrow \quad -A \le S \le A$$

Колеб-я повтор-ся ч/з промеж-к времени T – период колеб-й – за кот-й фаза кол-й $\varphi(t)$ меняется на 2π

$$\omega_0(\cancel{t} + T) + \cancel{\varphi_0} = (\omega_0\cancel{t} + \cancel{\varphi_0}) + 2\pi$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Найдём ДУ, кот. подчин. Г.К.

$$S(t) = A\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (*)$$

$$\frac{dS}{dt} = -A\cdot\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (**)$$

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -A\,\omega_0^2\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (***)$$

Домнож: $(*)$ на ω_0^2 $\oplus$ $(***)$ $\Rightarrow$ $\frac{d^2S}{dt^2} + \omega_0^2 S =$

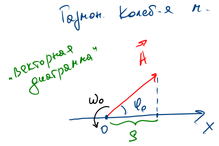
$$= -A\omega_0^2\cos(\ldots) + \omega_0^2 A\cdot\cos(\ldots) = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0} \quad !$$

– Диф. ур-е гармонич. кол-й

– всякий процесс, приводящий для некоторой физ. вел-ны, характер-й этот процесс, к (!) явл. гармонич-м !

Гармон. колеб-я м. предст-ть графич-ки:

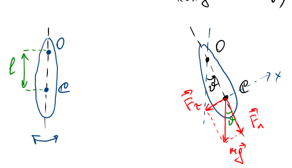


Проекция конца вектора $\vec{A}$, на x, опис-ся

$$S = A\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$\Rightarrow$ совершать Г.К.

Физический Маятник – Тв. Тело, соверш. колеб-я вокруг неподвиж. оси O, не проход-й ч/з точку центра масс C этого тела



ϑ – угол отклонения

ℓ – расст-е от точки подвеса до т. C

F_τ – проекция силы тяжести $m\vec{g}$ на направ-е касат-е к траект-и

$$F_\tau = -mg\cdot\sin\vartheta$$

$\Rightarrow$ F_τ б. создавать вращ. момент сил

$$M = F_\tau\cdot\ell$$

Основн. Зак. Вращ. движ-я Тв. Тела:

$$M = I\cdot\varepsilon$$

где: I – момент инерции Тв. Тела, относит. т. O

$\varepsilon = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$ – углов. ускор-е

$$\Rightarrow \quad -mg\ell\sin\vartheta = I\cdot\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{mg\ell}{I}\cdot\sin\vartheta = 0$$

для малых углов ϑ: $\sin\vartheta \approx \vartheta$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \underbrace{\frac{mg\ell}{I}}_{\omega_0^2}\cdot\vartheta = 0}$$ – ДУ. гармон. кол-й

$$\Rightarrow \quad \vartheta = \vartheta_0\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}$$

$\Rightarrow$ Физ. Маятн. б. совершать Г.К.

§ Сложение Г.К. одного направл-я и частоты

Пусть происх-т слож-е $2^х$ гар. кол-й одного напр-я и один. частоты ω_0

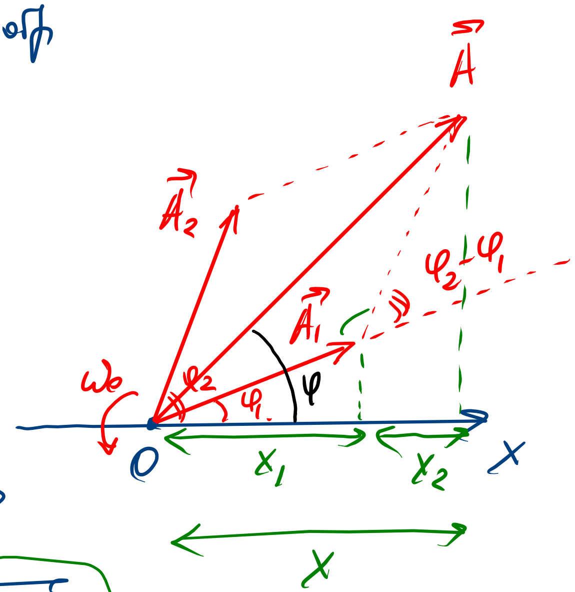
$$x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \qquad x_2 = A_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

$\varphi_1 \equiv \varphi_{01}$

$\varphi_2 \equiv \varphi_{02}$

Представим эти колеб-я с помощью векторн. диагр.:

+сложим $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ по прав. параллелогр.



Весь параллел-м б. вращ-ся с ω_0,

а его проекция на x:

$$x = x_1 + x_2 = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

По построению:

т. косин.: $$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cdot \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$?

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \cdot \sin\varphi_2}{A_1 \cdot \cos\varphi_1 + A_2 \cdot \cos\varphi_2}$$?

Видно, что если разность нач. фаз: $\delta \equiv \varphi_2 - \varphi_1 = 0 \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = (A_1 + A_2)^2$

$\Rightarrow A = A_1 + A_2$

если $\delta \equiv \varphi_2 - \varphi_1 = \pm\pi \Rightarrow A = |A_1 - A_2|$

$\Rightarrow$ амплит. результ. колеб-я A зависит от разности фаз складыв-х колеб-й.

§ Слож. Г.К. одного направл-я с близк. частотами. Биения.

Пусть тело сов-т 2а ГК одного направл-я с близк. час-ами $\omega_1 \approx \omega_2$ и одинак-ми амплитудами $A_1 = A_2 = A$

$\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = A\cdot\cos\omega_1 t + A\cdot\cos\omega_2 t =$$

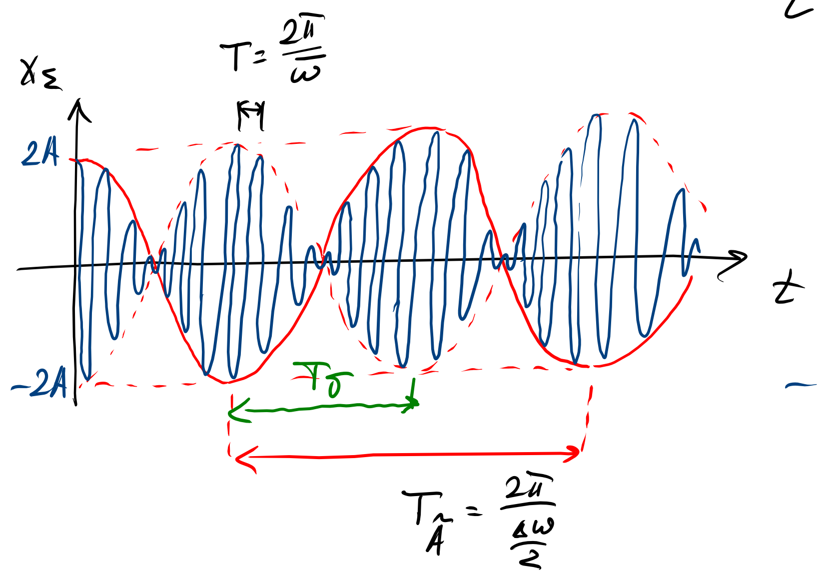
$$= A\cdot 2\cos\left[\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right]\cdot\cos\left[\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right] \equiv \tilde{A}(t)\cdot\cos\left[\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t\right] =$$

– медленно меняющ. ф-я

– быстро меняется

$$= \left[\begin{array}{l}\bar{\omega} = \frac{\omega_2+\omega_1}{2}\\ \Delta\omega = \omega_2-\omega_1\end{array}\right] = \tilde{A}(t)\cdot\cos\bar{\omega}t$$

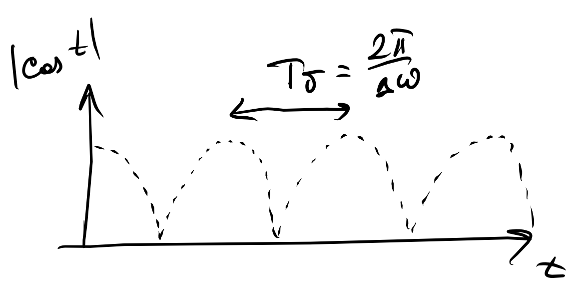
$$\tilde{A}(t) = 2A\cdot\cos\left[\frac{\Delta\omega}{2}\cdot t\right]$$



– биения

Амплитуда биений (амплитуда д.б. положит-на)

$$A(t) \equiv |\tilde{A}(t)| = \left|2A\cdot\cos\frac{\Delta\omega}{2}\cdot t\right|$$



где: Период биений:

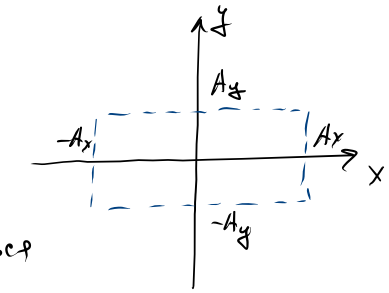
$$T_б = \frac{T_{\tilde{A}}}{2} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

$$\boxed{T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}}\ !$$

§ Сложение взаимно ⊥ колеб-й

Пусть „точка" участ-т в $2^х$ колеб. проц-х ⊥ др. другу

$$x(t) = A_x \cos(\omega_x t + \varphi_x)$$
$$y(t) = A_y \cdot \cos(\omega_y t + \varphi_y)$$



⇒ „точка" б. двиг-ся в прямоуг-ке, огранич-м ампл-ми

Выбором нач. отсчёта времени м. избавиться от одной из нач. фаз пусть, это $\varphi_x = 0$

⇒
$$\begin{cases} x(t) = A_x \cdot \cos \omega_x t \\ y(t) = A_y \cdot \cos(\omega_y t + \varphi_0) \end{cases}$$

1) Пусть $\omega_x = \omega_y = \omega$

$$\begin{cases} x(t) = A_x \cdot \cos \omega t \\ y(t) = A_y \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = A_y \cdot (\cos \omega t \cdot \cos \varphi_0 - \sin \omega t \cdot \sin \varphi_0) \end{cases}$$

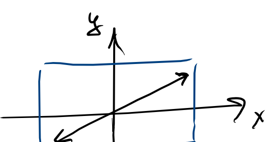
$$\frac{x}{A_x} = \cos \omega t \qquad \sin \omega t = \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_x}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{A_y} = \frac{x}{A_x} \cdot \cos \varphi_0 - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A_x}\right)^2} \cdot \sin \varphi_0$$

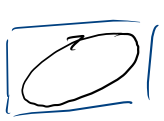
$$\Rightarrow \left(\frac{y}{A_y} - \frac{x}{A_x} \cdot \cos \varphi_0\right)^2 = \left(-\sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}} \cdot \sin \varphi_0\right)^2$$

$$\frac{x^2}{A_x^2} - 2\frac{x}{A_x} \cdot \frac{y}{A_y} \cdot \cos \varphi_0 + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2 \varphi_0$$

— общий вид ур-я эллипса, оси кот-го ориентир-но произвольно, относит-но x, y

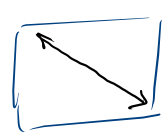


$\varphi_0 = 0$



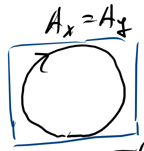
$\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$



$\varphi_0 = \pi$

$A_x = A_y$



$\varphi_0 = \pi/2$

— окруж-ть