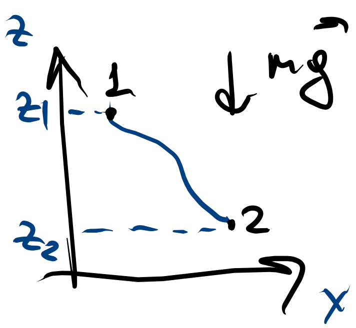
Теор. об измен. пот. эн:

$A = -\Delta E_п$ — интегральн. ф.

$dA = -dE_п$ — дифф. ф.

Потенц. эн. в поле силы тяжести



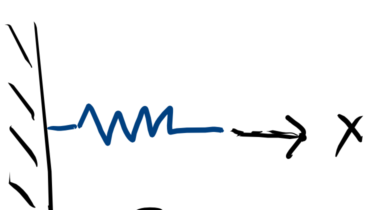
$A_{12} = mg(z_1 - z_2)$ <см. далее>

$A_{12} = E_{п_1} - E_{п_2}$

$\Rightarrow \boxed{E_п = mg \cdot z}$!

начало отсчёта $E_п$ на уровне Земли $(z = 0)$

Потенц. эн. упруго деформ. пружины



$F_{упр} = -kx$

$$A_{12} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = E_{п_1} - E_{п_2}$$

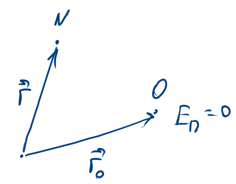
$$\Rightarrow \boxed{E_п = \frac{kx^2}{2}}$$!

x - удлинение пружины от недеформир. сост-я

§ Связь м/у Силой и Потенц. Эн-ей.

Согласно Опред-ю:

$$E_п(x,y,z) = \int_{\vec r}^{\vec r_0} \vec F \cdot d\vec r = -\int_{\vec r_0}^{\vec r(x,y,z)} \vec F \cdot d\vec r$$



Для элемент. перемещ-я $d\vec r$:

$$dA = -dE_п$$

или: $dA = \vec F \cdot d\vec r = \left[\begin{array}{l} \text{в ДСК:} \\ \vec F = F_x \cdot \hat i + F_y \cdot \hat j + F_z \cdot \hat k \\ d\vec r = dx \cdot \hat i + dy \cdot \hat j + dz \cdot \hat k \end{array} \right| = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz = -dE_п(x,y,z)$

Пусть перемещ-е частицы идёт вдоль оси x $\Rightarrow$ $d\vec r \parallel$ оси x

$\Rightarrow$ $y, z = const$ $\Rightarrow$ $dy = dz = 0$

$\Rightarrow$ $F_x \cdot dx = -dE_п(x,y,z) \Big|_{\substack{y = const \\ z = const}}$ $\Rightarrow$ $F_x = -\dfrac{dE_п}{dx}\Big|_{\substack{y = const \\ z = const}} = -\dfrac{\partial E_п(x,y,z)}{\partial x}$

где: $\dfrac{\partial E_п}{\partial x}$ – частная производ-я по x

По аналогии: $F_y = -\dfrac{\partial E_п(x,y,z)}{\partial y}$ $\qquad F_z = -\dfrac{\partial E_п(x,y,z)}{\partial z}$

$$\Rightarrow \vec F = F_x \cdot \hat i + F_y \cdot \hat j + F_z \cdot \hat k = -\underbrace{\left(\frac{\partial E_п}{\partial x} \cdot \hat i + \frac{\partial E_п}{\partial y} \cdot \hat j + \frac{\partial E_п}{\partial z} \cdot \hat k \right)}_{\text{„вектор градиента } E_п\text{"}} \equiv -\vec{grad}\, E_п$$

В матем-ке: градиент ($\vec{grad}$ ..) – вектор, указыв-й направл-е наискорейшего возраст-я ф-ии ...

$\Rightarrow$ $\vec{grad}\, E_п$ – ....

Вводят оператор: $\vec\nabla \equiv \dfrac{\partial}{\partial x} \cdot \hat i + \dfrac{\partial}{\partial y} \cdot \hat j + \dfrac{\partial}{\partial z} \cdot \hat k$ – „оператор набла"

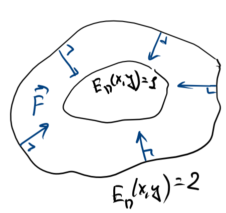
$$\Rightarrow \vec F \equiv -\vec{grad}\, E_п \equiv -\vec\nabla E_п$$

„–" $\Rightarrow$ сила $\vec F$ направлена в сторону наискорейш. убыв-я Пот. Эн.

Эквипотенц. Пов-ть – это пов-ть, для кот: $E_п(x,y,z) = const$ – ур-е эквипот. пов-ти

Вектор $\vec{grad}\, E_п$ всегда $\perp$ эквипот. Пов-тям

$\Rightarrow$ $\vec F$ направл. $\perp$ эквипот. пов-тям в сторону убыли $E_п$.



§ Влияние Неконсерват. Сил. Закон Сохр-я Полной Мех. Эн.

Пусть частица движ-ся в поле консерв. и неконсерв. сил

⇒ За счёт этих сил δ. расти Кин. Эн.

$$dA = dE_k \quad \text{или} \quad A_{12} = \Delta E_k$$

с др. стороны: $A_{12} = A_{12}^{конс} + A_{12}^{некон}$

Но! в соглас. с теор. об измен. потенц. эн.:

$$A_{12}^{конс} = -\Delta E_п$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = A_{12} = A_{12}^{конс} + A_{12}^{некон} = -\Delta E_п + A_{12}^{некон}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = E_{п_1} - E_{п_2} + A_{12}^{некон}$$

$$\Rightarrow A_{12}^{некон} = (E_{k_2} + E_{п_2}) - (E_{k_1} + E_{п_1})$$

$E = E_k + E_п$ – полная механ. эн.-я

$$\Rightarrow A_{12}^{некон} = E_2 - E_1 \quad \text{или} \quad A_{12}^{некон} = \Delta E$$

Теор. об измен.-е полной мех.-й эн.-и

– работа неконс. сил идёт на приращ-е полн. мех. эн. частицы

Следствие:

1°. Ранее, работа силы трения: $A_{тр} = -\mu m g S < 0$

⇒ $F_{трения}^{скольж.}$ – диссипативная сила ($A_{12}^{некон} < 0$)

⇒ Диссипат. силы уменьш-т полн. мех. эн. системы в виде тепла

2° Если на Сист-му не действ-т Неконс./Диссипат. силы

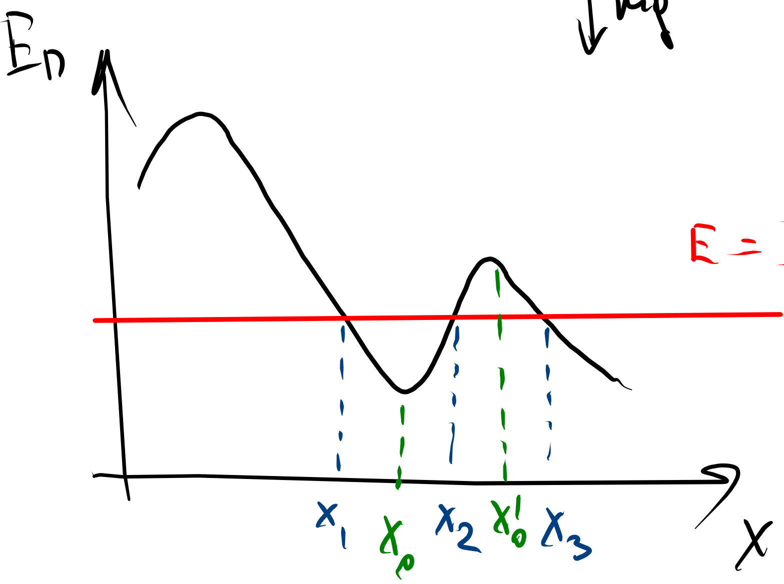
⇒ Полн. Мех. Эн. Сохр-ся

$$A_{12}^{некон} = 0 \Rightarrow E_2 = E_1 = const$$

§ Потенциальные кривые. Условия равновесия мех. системы

Потенц. кривая – завис-ть $E_п$ от 1-ой координаты

$\downarrow m\vec{g}$ # шарик скользит по проволоке в поле $m\vec{g}$



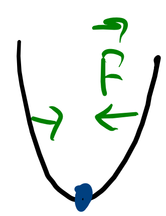
Движ. частицы возможно там, где $E_п < E$

$x_1 < x < x_2$ $x > x_3$

Область $x_2 \div x_3$ – область потенц. барьера

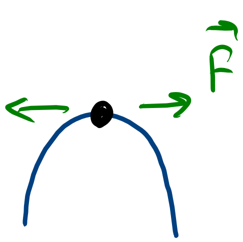
$x_1 \div x_2$ – область потенц. ямы

x_0 – точка устойчив. равновесия ⇒



⇒ $F_x = -\frac{dE_п}{dx}$ – стремится вернуть в полож. равн-е ⇒ $E_п$ – миним-на

x_0' – точка неустойчив. равнов-я ⇒



$F_x = -\frac{dE_п}{dx}$ – стремится вытолкнуть ⇒ $E_п$ – максимальна