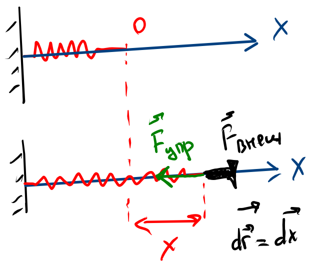
Работа Упругой Силы



$|\vec F_{упр}| = k\cdot x$ $\quad$ $\vec F_{упр} \uparrow\downarrow d\vec r \Rightarrow \alpha = 180°$

$\Rightarrow dA = \vec F_{упр}\cdot d\vec r = kx\cdot dx\cos 180 = -kx\cdot dx$

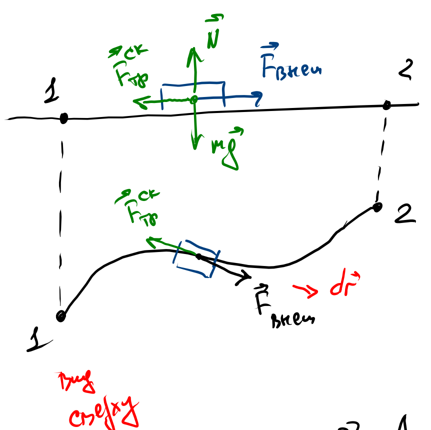
$\Rightarrow A = \int\limits_1^2 dA = -\int\limits_1^2 kx\,dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$

где: x_1, x_2 начальн. и конечн. коорд-та свободного конца пружины

$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$

– не зависит от вида траект-и, а определ. нач. и конечн. полож. свободн. конца пружины (т.е. нач. и кон. полож-я точки к кот-й прилож. сила)

Работа Силы Трения Скольжения



$F_{тр}^{ск} = \mu\cdot N$ $\quad$ μ – коэф. трения

$dA = \vec F_{тр}^{ск}\cdot d\vec r = F_{тр}^{ск}\, dr\cdot\cos 180° = -F_{тр}^{ск}\, dr$

$\Rightarrow dA = -\mu\cdot N\cdot dr = -\mu\cdot mg\cdot dr$

$\Rightarrow A = \int\limits_1^2 dA = -\int\limits_1^2 \mu\cdot mg\cdot dr = \left[\int dr = dS \text{ элемент. путь}\right] = -\mu\cdot mg\cdot S$

где: S – пройденный телом путь

$\Rightarrow A = -\mu\cdot mg\cdot S$

$\Rightarrow$ A зависит от пути S м/у т. 1 и т. 2 (зависит от вида/формы траект-и)

$\Rightarrow$ Силы, работа кот-х не зависит от вида траект-и ... – консервативные.

$\Rightarrow m\vec g$, $\vec F_{упр}$ – консерват. силы $\qquad$ $\vec F_{тр}^{ск}$ – неконсерв. сила

§ Кинет. эн-я мат. точки.
Теорема об измен-и кин. эн.

Энергия – физ. вел., характер-я спос-ть тела совершать работу.

↓ Кинет. эн. ↘ Потенц. эн.

Кин. эн.

Пусть на мат. точку с m действ-т $\vec F$

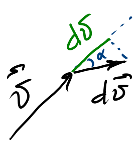
II з. Н. ⇒ $\vec a = \frac{\vec F}{m}$ ⇒ тело придет в движение

с др. стороны $\vec F$ совершит работу ⇒ эта работа идет на измен. некот. вида эн-и

$$dA = \vec F \cdot d\vec r = m \cdot \vec a \cdot d\vec r = m \frac{d\vec v}{dt} d\vec r = m\, d\vec v \cdot \underbrace{\frac{d\vec r}{dt}}_{\vec v} = m \cdot d\vec v \cdot \vec v$$

$$\vec v \cdot d\vec v = |\vec v|\,|d\vec v| \cos\alpha = v \cdot dv$$

– произв-е модуля v на приращение модуля dv



dv – приращение модуля (длины) вектора ск-ти $\vec v$

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{m\,2v}{2} \cdot dv$$

$$\Rightarrow dA = m \cdot v \cdot dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ – кин. эн-я частицы

$$\Rightarrow \boxed{dA = dE_k} \quad !$$

Полная работа, соверш-ая $\vec F$:

$$A = \int dA = \int_{v_1}^{v_2} m \cdot v \cdot dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

или $$\boxed{A_{1-2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_k} \quad !!$$

⇒ Теор. об измен-и кин. эн-и:
Работа внешней силы идёт на ...

в интегральной форме $\boxed{A_{1-2} = \Delta E_k}$

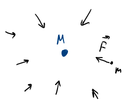
в диффер. форме $\boxed{dA = dE_k}$

§ Потенциальная Энергия

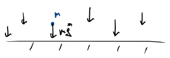
— эн., связан-я с взаимн. распол-м тел и хар-м сил вз-я

неконт. вз-я осуществ-ся ч/з силовое поле

Гравитацион. поле



Поле Сил Тяжести



однородное силовое поле

в стацион. и консерват. поле $\forall$ точке м. сопоставить ф-ю $E_п$, кот. зависит только от координат точек поля

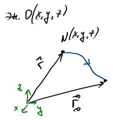
$\Rightarrow E_п(x, y, z)$

Потенц. эн. -

Пусть N – точка силов. поля $N(x,y,z)$

O – точка поля, принят. за нач. отсчета эн. $O(x_0,y_0,z_0)$

$$E_п \equiv \int_{N(x,y,z)}^{O(x_0,y_0,z_0)} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



В общем виде: $E_п = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} + C$

где: C - произв. постоян-я

$\Rightarrow E_п$ опред. с точностью до Const

Начало отсчета П.Э. выбирают там, где силы $\to 0$

$\vec{F} \to 0 \Rightarrow E_п(\infty) = 0$

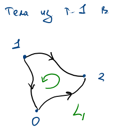
Для таких полей

$$\begin{cases} E_п = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}\cdot d\vec{r} \\ E_п(\infty) = 0 \end{cases}$$

$\to$ Пот. Эн. –

Найдём A_{12}, совер-ю конс. силами при перемещ. тела из т. 1 в т. 2

Рассм-м 2е траект-и: 1–2 и 1–0–2



Поле консерват-но: $\Leftrightarrow$ работа зависит только от нач. 1 и конеч. положе-я 2

$\Rightarrow$ Для замкнут. траект:

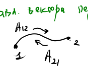
$$\boxed{\oint_L \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0} \quad (*)$$

– признак консерват. поля

$\Rightarrow$ из $(*)$ для L_1 $\Rightarrow$ $0 = A_{10} + A_{02} + A_{21}$

$\Rightarrow -A_{21} = A_{10} + A_{02}$

заметим, что: $A_{21} = -A_{12}$ т.к. меняется направл. вектора перемещ-я



$\Downarrow$

$A_{12} = A_{10} + A_{02}$

аналогично: $A_{02} = -A_{20}$

$\Rightarrow A_{12} = A_{10} - A_{20}$

Но! $A_{10} \equiv E_{п_1}$ $\quad A_{20} \equiv E_{п_2}$

$\Rightarrow A_{12} = E_{п_1} - E_{п_2} = -(E_{п_2} - E_{п_1}) = \underbrace{-\Delta E_п}_{\text{убыль энергии}}$

$\Rightarrow \boxed{A_{12} = -\Delta E_п}$ $\Leftrightarrow$ работа в поле конс. сил связана с убылью потенц. эн.

– интегральн. форма

Для элемент. перемещ-я

$$\boxed{dA = -dE_п}$$

– дифф. форма

Теорема об измен. потенц. эн: