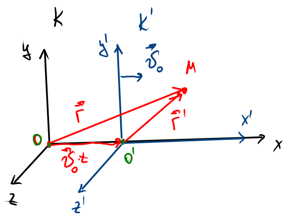
§ Инерциальные Сист. Отсчёта. Принцип Относит-ти Галилея.

Рассм. 2 сист. отсчёта K и K':



K' движется с $\vec{v}_0 = \overrightarrow{const}$ относит-но K (равномерно и прямолинейно)

оси x и x' совпадают

Пусть в нач. момент времени совпадали начала координат

$M \in x', y', z'$ $\quad M \in x, y, z$

Найдём связь м/у координ-ми т. M в K и K'

Из векторн. рав-ва имею:

$$\underline{\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 t}$$ ← преобраз-я Галилея

или в координ-й форме:

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + v_0 t \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}\right\}$$

+ Считаем, что время течёт одинаково в K и K', т.е. $\underline{t = t'}$

Возьму $\frac{d}{dt}$: $\quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0$ $\qquad$ т.к. $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ – ск-ть точки относит-но K

$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{v}'$ – скорость точки относит-но K'

$$\Downarrow$$

$\Rightarrow$ $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$

$\vec{v}$ – ск-ть тела относит-но неподвиж. сист. K

$\vec{v}'$ – ск-ть тела относит. подвижн. сист. K'

$\vec{v}_0$ – ск-ть подвижн. сист. K' относит-но неподвиж-й K'

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0}$ – зак. сложения скоростей

[ск-ть тела, относит. ...

$\frac{d}{dt}$ $\Rightarrow$ $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0$ $\qquad$ т.к. $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ – ускор.-е тела в K

$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \vec{a}'$ – ускор.-е тела в K'

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

инерц.-е С.О. движутся др. относит-но друга с $\vec{v}_0 = \overrightarrow{const}$

Домножу на m:

$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{a}'$ $\Rightarrow$ $\vec{F} = \vec{F}'$

$\Rightarrow$ если в K была сила $\vec{F}$, то и в K' будет такая же сила

$\Rightarrow$ вид II з.Н. б. неизменен при переходе в K'

$\Rightarrow$ если K б. инерциальная $\Rightarrow$ K' б. инерциальная

$\Rightarrow$ Пр. Относит. Галилея:

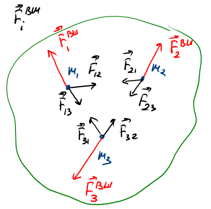
[

---

§ Импульс Системы Матер. Точек. Закон Сохранения Импульса.

Рассм-м систему из N матер-х точек

Пусть на $\forall$ матер. точку с массой m_i и движущейся с $\vec{v}_i$, дейст-т внутренние силы $\vec{F}_{ik}$ и внешняя сила $\vec{F}_i^{вш}$



система

По III з.Н. : $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$

Запишу II з.Н. для каждой мат. точки в виде: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$:

$$\begin{cases} \frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} = \cancel{\vec{F}_{12}} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_1^{вш} \\ \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = \cancel{\vec{F}_{21}} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_2^{вш} \\ \ldots \\ \frac{d(m_i\vec{v}_i)}{dt} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{iN} + \vec{F}_i^{вш} = \sum\limits_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{N} \vec{F}_{ik} + \vec{F}_i^{вш} \\ \ldots \\ \frac{d(m_N\vec{v}_N)}{dt} = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \ldots + \vec{F}_N^{вш} \end{cases}$$

Сложим эти ур-я!

левая часть: $\frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} + \ldots + \frac{d(m_N\vec{v}_N)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_N\vec{v}_N\right) = \frac{d}{dt}\left(\sum\limits_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i\right)$

правая часть: т.к. $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, то сумма по всем внутр. силам $= 0$

т.е. $\sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{N} \vec{F}_{ik} = 0$

В итоге: $\sum\limits_{i=1}^{N}\left(\underbrace{\cancel{\sum\limits_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{N} \vec{F}_{ik}}}_{0} + \vec{F}_i^{вш}\right) = \sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{вш}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i\right) = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{вш}} \quad !$$

Введём: $\sum\limits_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = \sum\limits_{i=1}^{N} \vec{p}_i \equiv \vec{p}$ – импульс системы мат. точек
– „суммарный импульс системы"
– „импульс системы"

$\sum\limits_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{вш} \equiv \vec{F}_R^{вш}$ – равнодействующая всех внешних сил

$\Rightarrow$ [Произв-я по времени…

т.е. $\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_R^{вш}}$ – Закон изменения импульса системы мат. точек

элемент-е приращение имп-са системы:

$d\vec{p} = \vec{F}_R^{вш} \cdot dt$

$\Rightarrow$ если силы дейст-т в течение $\Delta t = t_к - t_н$ $\Rightarrow$

$$\int\limits_{\vec{p}_н}^{\vec{p}_к} d\vec{p} = \int\limits_{t_н}^{t_к} \vec{F}_R^{вш}\, dt \Rightarrow \boxed{\Delta\vec{p} \equiv \vec{p}_к - \vec{p}_н = \int\limits_{t_н}^{t_к} \vec{F}_R^{вш}\, dt}$$

где: $\vec{p}_к$, $\vec{p}_н$ – импульс сист. мат. точек в конечном ($\vec{p}_к$) и начальном ($\vec{p}_н$) сост-и.

Пусть внешние силы отсут-т (или их дейст-е компенс-но)

$\vec{F}_R^{вш} \equiv \sum\limits_i \vec{F}_i^{вш} = 0$

$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{p} = \overrightarrow{const}}$ – зак. сохр-я имп-са системы мат. точек

[Система на кот. не дейст-т внешн. силы наз. замкнутой
$\Rightarrow$ Импульс замкнутой системы сохраняется !

§ Движение центра масс.

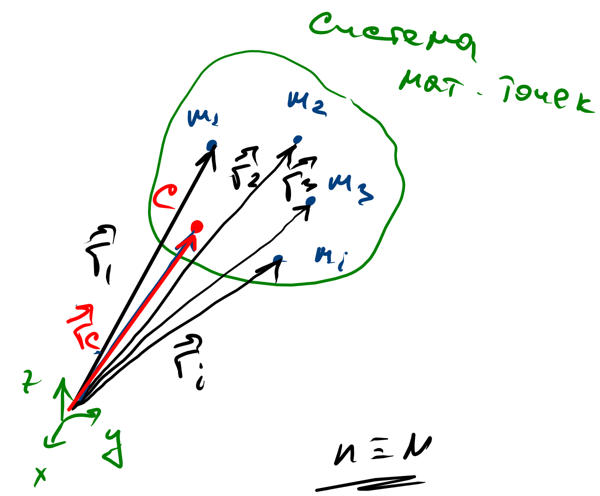
В ∀ системе мат. точек ∃ т. С – точка центра масс – кот.-я заменяет поведение всего тела.

Предположу, что рад.-вектор точки С

$$m\cdot\vec{r}_c = \sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{r}_i$$

где: $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$

$\vec{r}_i$ – радиус вектор i-ой мат. точки



$n \equiv N$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}}$$

– рад.-вектор, определ.-й положе-е т. С

Найду скорость т. С:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m}\cdot\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{r}_i\right) = \frac{1}{m}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{d}{dt}(m_i\cdot\vec{r}_i) = \frac{1}{m}\cdot\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\underbrace{\frac{d\vec{r}_i}{dt}}_{\vec{v}_i} =$$

$$= \frac{1}{m}\cdot\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{v}_i$$

т.к. $\sum_{i=1}^{n} m_i\cdot\vec{v}_i = \vec{P}$ – импульс системы

$$\Rightarrow \vec{v}_c = \frac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \vec{P} = m\cdot\vec{v}_c$$

– т.е. импульс всей системы м. найти как произв-е массы всей системы на скорость т. С