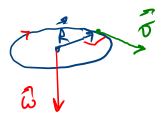


$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$

$v = \omega \cdot R \cdot \cancel{\sin 90} = \omega \cdot R$

1

Углов. ск-ть (ω) и взаим. м/д период (T) и частоту (ν) вращательн. движ.-я

T – время 1го полн. оборота

за один оборот $d\varphi = 2\pi$ $\Rightarrow$ $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T}$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

$\nu = \frac{1}{T}$ $\Rightarrow$ $\omega = 2\pi \cdot \nu$

Вектор $\vec{\omega}$ м. меняться за счет измен.-я ск-ти $v \neq const$ вокруг оси ($\vec{\omega}$ меняется по модулю) и за счет поворота самой оси вращ.-я ($\vec{\omega}$ меняется по направл.-ю)

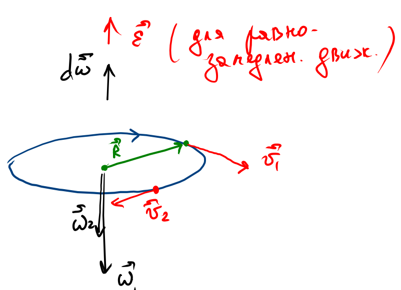
$\Rightarrow$ Вводят вектор углов. ускор.-я:

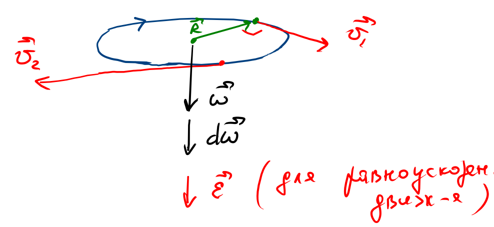
$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}}$$

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

– псевдовектор

$\Rightarrow$ $\vec{\varepsilon} = \begin{cases} \vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow d\vec{\omega} & \text{(сонаправлен)} \\ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$





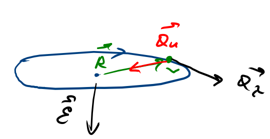
Связь м/у a_n и a_τ и угловыми ω и ε

$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}}$

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega \cdot R)}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} = R \cdot \varepsilon$

$$\boxed{\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{R}]}$$



$\vec{R}$ – вектор, провед.-й от оси вращ.-я в точку окружн.-ти, в которой нах.-ся мат. точка

Динамика

– раздел мех-ки, изуч-й движ-е под дейст-м сил.

⇒ изуч-ся причины движ-я

Основа Д. ⟺ I, II, III з. Ньютона (1687 г.)

возникшие как рез-т обобщения больш. кол-ва фактов

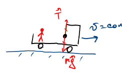
§ Законы Ньютона

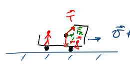
I з.Н.

„Если на тело не дейст-т силы или их дейст-е компенсир-ся, то тело движ-ся равномерно ($\vec{v} = \overrightarrow{const}$) или покоится ($\vec{v} = 0$)"

I з.Н. выполн-ся не во всех системах отсчёта

\#





силы $m\vec{g}$ и сила натяж-я $\vec{T}$ не компенсир-ся

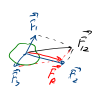
Системы отсчёта в кот-х выполн-ся I з.Н наз. инерциальными С.О.

II з.Н.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}$$

где:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \quad (*)$$



$\vec{F}_R$ – равнодействующая сил

$\vec{F}_i$ – это i-я сила, дейст-я на тело

(*) – принцип суперпозиции для сил

N – кол-во сил, дейст-х на тело

индекс R опускают (часто)

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}_R}{m}}$$

!

Ньютон: приложен-я „Сила – есть действие, производ. над телом чтоб изменить его сост-я

Тела обладают инерцией

⇒ масса m – есть количествен. хар-ка св-ва инертности

т.е. способ-ти тела „противиться" попыткам изменения их сост-й движ-я.

Ещё одно опр-е II з.Н.

Пусть на мат. точку массой m дейст-т сила $\vec{F}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m\cdot\vec{a} = m\cdot\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\cdot\vec{v})}{dt}$$

$\vec{p} = m\cdot\vec{v}$ – импульс частицы или имп-с мат. точки (= кол-во движения)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}} \text{ – II з.Н}$$

– „Изменение кол-ва движ-я пропорц-но приложен. силе и происходит по прямой, вдоль кот-й дейст-т эта сила" (Ньютон, 1687 г.)

⇒ $\vec{F}$ – есть физ. вел-на, характ-я ск-ть измен-я имп-са частицы

$\vec{F}$ – зависит от координат мат. точки и от ск-ти её движ-я.

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$$

если $\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \overrightarrow{const} \Rightarrow m\cdot\vec{v} = \overrightarrow{const} \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{const}$

⇒ I з.Н. содержится во II з.Н.

Но! I з.Н. подчёркивает ∃ инерц. Систем. Отсчёта

если $\vec{F} \neq 0 \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt \Rightarrow \boxed{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,dt}$

если $\vec{F} = \overrightarrow{const} \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}(t_2 - t_1)$

или $\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t$

где: Δt – промежуток времени, за который дейст-т $\vec{F}$

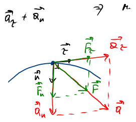
$\vec{F}\Delta t$ – „импульс силы"

если $\Delta t \to 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} \to 0$

\# фокусник, выдёргив-й скатерть

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

⇒ м. разложить $\vec{F} = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n$



⇒ II з.Н., записанный в проекциях на $\vec{\tau}$ и на $\vec{n}$

$$\boxed{\begin{cases} m\cdot\frac{dv}{dt} = F_\tau \\ m\cdot\frac{v^2}{R} = F_n \end{cases}}$$

!

где: F_τ – проекция силы $\vec{F}$ на направл-е, касательное к траект-и

F_n – проекц $\vec{F}$ на направл-е, нормальное к траектории

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i}{m} \qquad \vec{F}_i = \vec{F}_i(\vec{r}_i, \vec{v}_i) \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{m\cdot\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i(\vec{r}_i, \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i\left(\vec{r}_i, \frac{d\vec{r}_i}{dt}\right)}$$

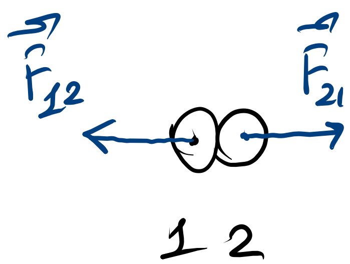
– Дифр. Ур-е 2го порядка

⇒ II з.Н. есть ДУ 2го порядка !

III з.Н: Действию есть равное противодействие..

(Ньютон)

„Сила действия равна силе противод-я"!



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

или

$$F_{12} = F_{21}$$

приложены к разным телам
⇒ нельзя склад-ть!

III з.Н. справедлив при
- контактном взаим-и
- взаим-и на расст-и