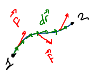
Глава Зак. сохр-я эн-и

§ Работа сил. Мощность

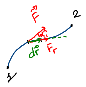
Пусть мат. точка движ-ся по траект. м/у 1 и 2 под дейст-м $\vec{F}$



$\vec{F}$ м. меняться по величине и по направл-ю

Разобьем всю траект-ю на небольш. участки
в пределах кот-х $\vec{F} = \overrightarrow{const}$

Под дейст-м $\vec{F}$ мат. точка переместилась на вектор-перемещ-я $d\vec{r}$



⇒ Скалярн. величина

$dA \equiv \vec{F} \cdot d\vec{r}$

наз. элементарной работой силы $\vec{F}$ на перемещ-и $d\vec{r}$

$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos\alpha = F_r \cdot dr$

где: α – угол м/у $\vec{F}$ и $d\vec{r}$

$F_r = F \cdot \cos\alpha$ – проекция $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$

$dr = |d\vec{r}|$

далее: $dr = dS$ – элемент-й путь

⇒ $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r \cdot dr = F_S \cdot dS$

где: F_S – проекция силы $\vec{F}$ на элемент-й путь dS

В ДСК: $\vec{F} = F_x \cdot \hat{i} + F_y \cdot \hat{j} + F_z \cdot \hat{k}$

$d\vec{r} = dx \cdot \hat{i} + dy \cdot \hat{j} + dz \cdot \hat{k}$

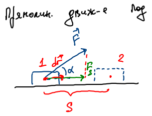
⇒ $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz$

где: $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ – орты декарт. осей

Работой, соверш. силой $\vec{F}$ на конечном перемещ-и м/у т. 1 и т. 2, наз. сумма элемент-х работ на малых участ-х траект-и

$$A \equiv \Delta A \equiv \sum_i dA_i = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_S \, dS$$

Прямолин. движ-е под дейст-м $\vec{F} = \overrightarrow{const}$



$$A = \int_1^2 F_S \cdot dS = F_S \cdot \int_1^2 dS = F_S \cdot S = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$

отмечу: $\cos\alpha > 0 \Rightarrow A > 0$

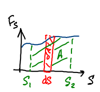
$\cos\alpha < 0 \Rightarrow A < 0$

$\alpha = 90° \Rightarrow A = 0$

(сила, действующая ⊥ перемещ-ю тела работы над телом не соверш-т)

$[A] = Дж$ – работа соверш. силой в 1 Н на пути в 1 м.
«Джоуль»

Графически:
A – есть площадь под кривой $F(S)$



Средняя мощность – работа, соверш. силой $\vec{F}$ за интервал Δt

$N_{cp} \equiv \dfrac{A}{\Delta t}$ где: A – работа силы $\vec{F}$ за время Δt

Мгновенная мощность:

$$N \equiv \frac{dA}{dt}$$

Пусть в момент t сила $\vec{F}$ совершила работу $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ за время dt

⇒ $N = \dfrac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

⇒ $\boxed{N = \vec{F} \cdot \vec{v}}$!

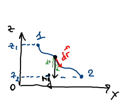
$[N] = Вт$ («Ватт»)

Если известна N ⇒ $N = \dfrac{dA}{dt}$ ⇒ $dA = N \cdot dt$

⇒ $A = \int_1^2 dA = \int_{t_1}^{t_2} N \cdot dt$ где: t_1 и t_2 моменты времени, в кот-е мат. точка находилась в т. 1 и т. 2 траектории

Работа силы тяжести

Пусть тело м перемещ. произв-но под дейст-м силы тяжести $m\vec{g}$



$dA = m\vec{g} \cdot d\vec{r} = mg \cdot dr \cdot \cos\alpha$

$dr \cdot \cos\alpha = -dz$

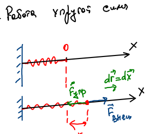
dz – приращение высоты

⇒ $A = \int_1^2 dA = -\int_{z_1}^{z_2} mg \cdot dz = -mg(z_2 - z_1) = mg(z_1 - z_2)$

$A = mg \cdot (z_1 - z_2)$

– не зависит от вида траект-и, а опред-ся только нач. и конечным пол-м точки

Работа упругой силы



$\vec{F}_{упр} \uparrow\downarrow d\vec{r}$ ⇒ $\alpha = 180°$

$|\vec{F}_{упр}| = k \cdot x$

$dA = \vec{F}_{упр} \cdot d\vec{r} = kx \cdot dx \cdot \cos 180 = -kx \cdot dx$

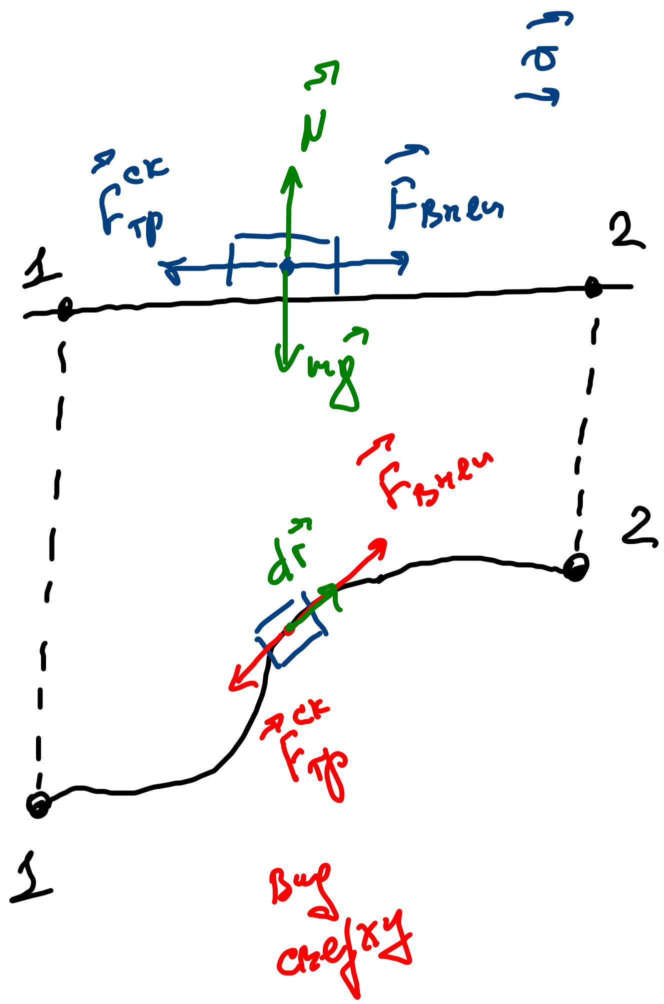
⇒ $A = \int_1^2 dA = -\int_{x_1}^{x_2} kx \, dx = \dfrac{kx_1^2}{2} - \dfrac{kx_2^2}{2}$ где: x_1, x_2 начальные и конечн. коорд. свободного конца пруж.

$A = \dfrac{kx_1^2}{2} - \dfrac{kx_2^2}{2}$

– не зависит от вида траект-и, а опред-ся нач. и кон. коорд. точки

Работа силы трения скольж-я

Работа силы трения скольжения



$$dA = \vec F_{тр}^{ск} \cdot d\vec r = F_{тр}^{ск} \cdot dr \cdot \cos 180^\circ = -F_{тр}^{ск} \cdot dr$$

$$F_{тр}^{ск} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$\Rightarrow dA = -\mu mg \cdot ds$ где: ds – элемент. пути

$$\Rightarrow A = \int_1^2 dA = -\int_1^2 \mu mg \cdot ds = -\mu mg \cdot S$$

S – пройденный телом путь

$$A = -\mu \cdot mg \cdot S$$

$\Rightarrow$ A зависит от пути S м/у т. 1 и т. 2 (зависит от вида/формы траект-и)

Силы, работа кот-х не зависит ... — наз. консервативными

$\Rightarrow$ $m\vec g$, $\vec F_{упр}$ – консерв. силы; $\vec F_{тр}^{ск}$ – неконс. сила

§ Кин. эн. матер. точки.
Теор. об измен-и кин. эн.

Энергия – физ. вел., характ. спос-ть тела совершать работу

↙ кинет. ↘ потенц.

<u>Кин. эн.</u>

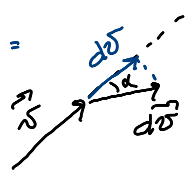
Пусть на мат. точку действ-т $\vec F$

II з. Н ⇒ $\vec a = \frac{\vec F}{m}$ у тела возн-т ускор-е, оно придёт в движ-е

С другой стор. $\vec F$ совершает работу

$$dA = \vec F\cdot d\vec r = m\vec a\cdot d\vec r = m\cdot \frac{d\vec v}{dt}\cdot d\vec r = m\cdot d\vec v\cdot \frac{d\vec r}{dt} = m\cdot d\vec v\cdot \vec v$$

$$\vec v\cdot d\vec v = v\cdot|d\vec v|\cdot\cos\alpha = v\cdot dv$$



– произв-е модуля v на приращение модуля dv

dv – приращение модуля вектора ск-ти

$$\Rightarrow dA = m\cdot v\cdot dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ – кинетич. эн-я частицы

$$\Rightarrow dA = dE_k$$

Полная работа, соверш. F:

$$A = \int dA = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow A_{1-2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_k$$

или $A_{1-2} = \Delta E_k$

<u>Теорема</u> об измен. кин. эн.:

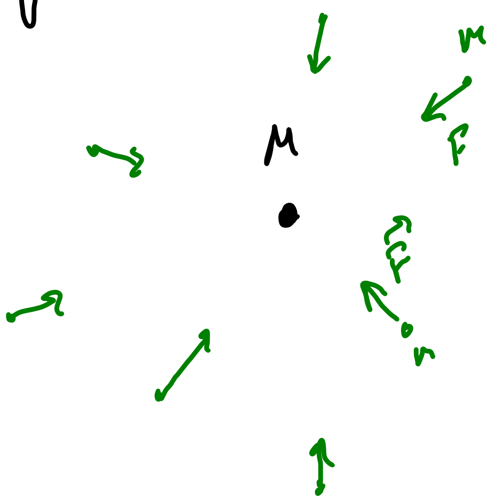
в интегральной форме: $A_{1-2} = \Delta E_k$ ⇔ работа внешн. сил идёт на ...

в диффер. форме: $dA = dE_k$

§ Потенц. эн-я

— эн., связан с взаимным располож-м тел и характ-м сил вз-я

Гравит. поле:



стационарн. поле

Поле силы тяжести

однородное силовое поле