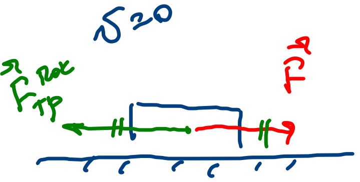
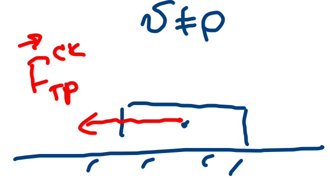
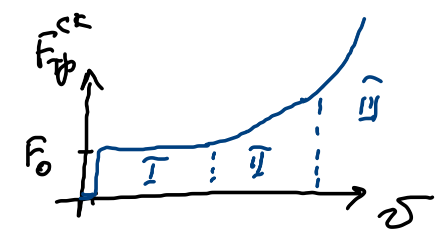




$F_{тр}^{ск} = \mu \cdot N$

$\vec F_{тр}^{ск} = -\mu \cdot N \cdot \frac{\vec v}{v}$



На участке I: $F_{тр}^{ск} = \mu \cdot N$

II: $F_{тр}^{ск} = k \cdot v$

k – коэф-т сопротивл-я среды

III: $F_{тр}^{ск} = k_1 \cdot v^2$

k_1 – коэф. сопротивл. среды

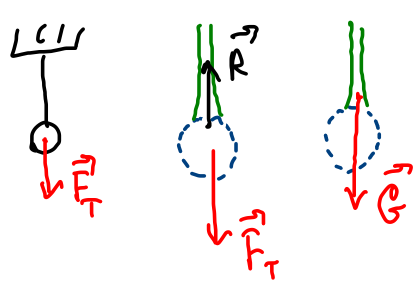
$F < F_0 \Rightarrow$ тело покоится

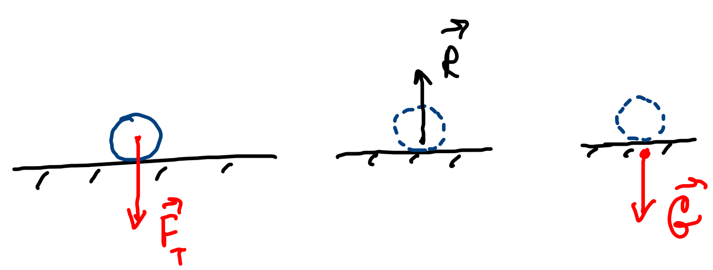
4) Сила тяжести и вес тела

На тело на пов-ти Земли действует сила тяжести: $\vec F_т = m\vec g$

Силы реакции – силы, ограничивающие движ-е тела: $\vec R$, $\vec N$, ...

Вес тела – сила, действ. со стороны тела на горизонт-ю опору или вертик-й подвес: $\vec G$





III з. Н.: $\vec G = -\vec R$

II з. Н.: $\vec F_т = -\vec R$

$\Downarrow$

$\vec G = \vec F_т = m\vec g$

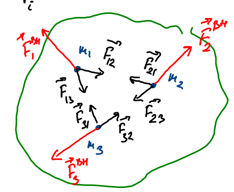
Силы приложены к разным телам!

Справедливо, если подвес/опора неподвижны.

§ Импульс системы мат. точек. Закон сохр-я импульса

Рассм. систему из N матер. точек.

Пусть на $\forall$ матер. точку с m_i, и движущ-ся со ск-тью $\vec{v}_i$, действуют внутренние силы $\vec{F}_{ik}$ и внешняя сила $\vec{F}_i^{\,вн}$



III з.Н.: $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$

Запишу II з.Н. для каждой мат. точки

$$
\begin{cases}
\dfrac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} = \cancel{\vec{F}_{12}} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_1^{\,вн} \\
\dfrac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = \cancel{\vec{F}_{21}} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_2^{\,вн} \\
\vdots \\
\dfrac{d(m_i\vec{v}_i)}{dt} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{iN} + \vec{F}_i^{\,вн} = \sum\limits_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} \vec{F}_{ik} + \vec{F}_i^{\,вн} \\
\vdots \\
\dfrac{d(m_N\vec{v}_N)}{dt} = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \ldots + \vec{F}_N^{\,вн}
\end{cases}
$$

Сложим эти ур-я!

левая часть: $\dfrac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) + \dfrac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) + \ldots + \dfrac{d}{dt}(m_i\vec{v}_i) + \ldots + \dfrac{d}{dt}(m_N\vec{v}_N) = \dfrac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_N\vec{v}_N\right) = \underline{\dfrac{d}{dt}\left(\sum\limits_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i\right)}$

правая часть: т.к. $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, то сумма по всем внутр. силам $= 0$

т.е. $\sum\limits_{i=1}^{N}\sum\limits_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} \vec{F}_{ik} = 0$

В итоге:

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\underbrace{\sum_{k=1}^{N}\vec{F}_{ik}}_{0} + \vec{F}_i^{\,вн}\right) = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i^{\,вн}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i\right) = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i^{\,вн}$$

$\sum\limits_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = \sum\limits_{i=1}^{N}\vec{p}_i = \vec{p}$ – импульс системы мат. точек
– „суммарный импульс системы"
– „импульс системы"

$\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{F}_i^{\,вн} = \vec{F}_R^{\,вн}$ – равнодейст-я всех внешн. сил

$\Rightarrow$ Производн. по времени от ...

т.е. $\boxed{\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_R^{\,вн}}$ – закон измен-я имп-са системы мат. точек

$\Rightarrow$ элементарное приращ-е имп-са системы!

$\underline{d\vec{p} = \vec{F}_R^{\,вн}\cdot dt}$

Если внешн. силы действ-т в течение конечн. времени $\Delta t = t_к - t_н$

$\Rightarrow \displaystyle\int_{\vec{p}_н}^{\vec{p}_к} d\vec{p} = \int_{t_н}^{t_к}\vec{F}_R^{\,вн}\cdot dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\vec{p} \equiv \vec{p}_к - \vec{p}_н = \int_{t_н}^{t_к}\vec{F}_R^{\,вн}\cdot dt}$

где: $\vec{p}_к$, $\vec{p}_н$ – имп. системы мат. точек (имп. системы) в конечном ($\vec{p}_к$) или начальн. ($\vec{p}_н$) сост-и

Пусть внеш. силы не действ-т или их действ-е компен-ся:

$\vec{F}_R^{\,вн} \equiv \sum\limits_{i=1}^{N}\vec{F}_i^{\,вн} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{p} = \overrightarrow{const}}$ – зак. сохр-я имп-са системы мат. точек

Система на кот. не действ. внеш. силы – замкнутая

$\Rightarrow$ Импульс замкн. системы сохр-ся!

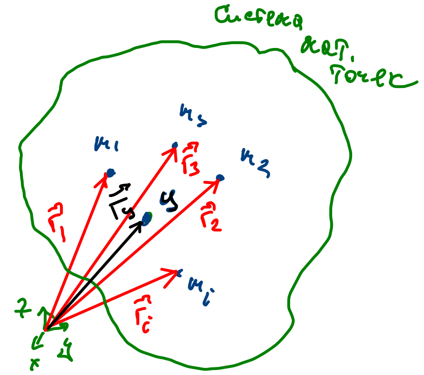
§ Движение центра масс

В ∀ системе мат. точек ∃ т. Ц, кот. своим пол-м определяет повед-е системы

Предположу, что полож-е т. Ц удовл-т:

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \vec{r}_i = m \cdot \vec{r}_ц$$

где: $m = \sum_{i=1}^{N} m_i$ — масса всей системы



$$\Rightarrow \quad \vec{r}_ц = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$ — рад.-вектор, опред.-й полож-е т. Ц

Найду скор-ть т. Ц:

$$\vec{v}_ц \equiv \frac{d\vec{r}_ц}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\right) = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{d}{dt}(m_i \vec{r}_i) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N} m_i \underbrace{\frac{d\vec{r}_i}{dt}}_{\vec{v}_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

т.к. $\sum_i m_i \vec{v}_i = \vec{p}$ — импульс системы

$\Rightarrow \quad \vec{v}_ц = \frac{1}{m} \cdot \vec{p} \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = m \cdot \vec{v}_ц$ т.е. импульс всей системы м. найти как произв.-е массы на скорость т. Ц.

Ещё раз продиф.-ю по t:

$$\underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\vec{F}_R^{вн}} = m \cdot \underbrace{\frac{d\vec{v}_ц}{dt}}_{\vec{a}_ц} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_R^{вн} = m \cdot \vec{a}_ц$$

где: $\vec{a}_ц$ — ускор-е точки центра масс

$\vec{F}_R^{вн}$ — равнодейст-я внешн. сил, прилож-х к системе

! $$\boxed{m \cdot \vec{a}_ц = \vec{F}_R^{вн} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{вн}}$$ — ур-е движ-я центра масс системы

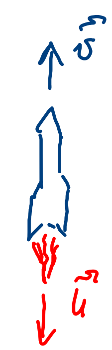
⇒ Гипотеза верна и повед-е всей системы м. описать движ-м т. Ц:

$$\vec{r}_ц = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i \qquad m = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

§ Ур-е движ-я тела переменной массы

Пусть в момент t масса ракеты m, а её ск-ть $\vec{v}$

Спустя dt масса ракеты уменьшится на dm и станет равной $m - dm$; при этом ск-ть ракеты стала равной $\vec{v} + d\vec{v}$



⇒ Измен-е имп-са системы (ракета + газ) за время dt:

$$d\vec{P} = \left[(m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm\cdot(\vec{v} + d\vec{v} + \vec{u})\right] - m\vec{v}$$

где: $\vec{u}$ - скор-ть истечения газов относит-но ракеты

⇒ $d\vec{P} = m\, d\vec{v} + \vec{u}\, dm$

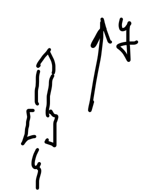
т.к. на ракету дейст-т внеш. силы $\vec{F}$ ⇒ $d\vec{P} = \vec{F}\, dt$

⇒ $\vec{F}\, dt = m\, d\vec{v} + \vec{u}\, dm$

⇒ $\boxed{m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{u}\frac{dm}{dt}}$ – ур. движ. тела с перемен-й массой (ур. Мещерского)

где: $-\vec{u}\frac{dm}{dt} = \vec{F}_р$ – реактивная сила (т.е. сила, дей-я на ракету за счет газов)

Ск-ть ракеты в завис-ти от сгорен. топлива



пусть $\vec{F} = 0$ ⇒

+ проекц. на y: $m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt}$

⇒ $dv = -\frac{dm}{m}\cdot u$ ⇒ $v = -u \cdot \ln m + C$

C найти из нач. усл-й: $v = 0$ ⇒ $m = m_0$
⇒ $C = u\cdot \ln m_0$

⇒ $\boxed{v = u\cdot \ln\frac{m}{m_0}}$ (!)

– ф-ла Циолковского

$m = m(t)$
u – скор-ть истечения газов
m_0 – начальн. масса