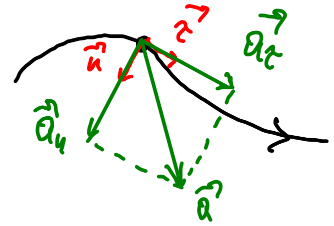
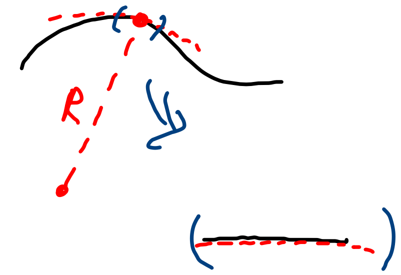
$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\cdot\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\cdot\vec{n}$

тангенц. уск-е — нормальное уск-е



R – радиус кривизны траект-и,
т.е. радиус некотор. окр-ти,
кот-я сливается с траект-й
на её малом участке



$\frac{1}{R} = C$ – кривизна траект-и.

Случаи

1) Движ-е вдоль прямой

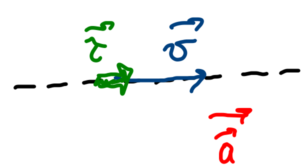
прямая – окруж-ть с $R = \infty$

$\Rightarrow R \to \infty \Rightarrow a_n \to 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\cdot\vec{\tau}$

$\vec{v} = v\cdot\vec{\tau}$

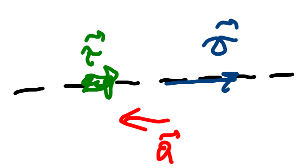
$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$

$\dot{v} > 0 \Rightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\tau} \Rightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$



равноускоренное движ-е
(если $a = const$)

$\dot{v} < 0 \Rightarrow \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\tau} \Rightarrow \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$

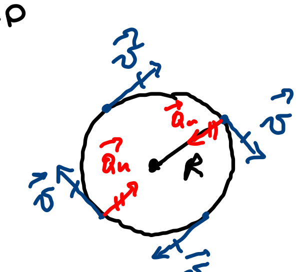


равнозамедл. движ.
(если $a = const$)

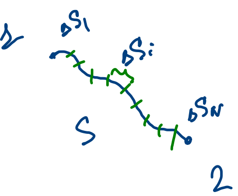
2) Равномерн. движ. по окр-ти с $R = const$

$\Rightarrow v = const \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow a_\tau = 0$

$\Rightarrow a = a_n = \frac{v^2}{R} = const$



§ Вычисление пройденного пути



Пусть м.точка двигалась из 1 в 2 и прошла путь S. Как найти?

если участок прямолин-й, и точка движ-ся с $v = const$, то путь ΔS за время Δt $\Rightarrow$ $\Delta S = v \cdot \Delta t$

Разобьём весь путь S на небольш. участки, что на $\forall$ участке $v_i = const$

$\Rightarrow$ $S \cong \sum_{i=1}^{N} \Delta S_i$, но для $\Delta S_i = v_i \cdot \Delta t_i$ где: Δt_i – время прохожд-я участка ΔS_i

$\Rightarrow$ $S \cong \sum_{i=1}^{N} v_i \cdot \Delta t_i$

Точное выр-е для пути: $S = \lim\limits_{\substack{\Delta t_i \to 0 \\ (N \to \infty)}} \sum_{i=1}^{N} v_i \cdot \Delta t_i \equiv \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$

если $\Delta t_i \to 0$, $N \to \infty$

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt = \phi(t)\Big|_{t_1}^{t_2} = \phi(t_2) - \phi(t_1)$$

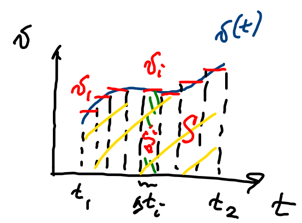
первообразная

$v(t) = \frac{d\phi}{dt}$

$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$

Геометрич. интерпр-я:

$\Rightarrow$ путь S – численно равен площади под кривой $v(t)$

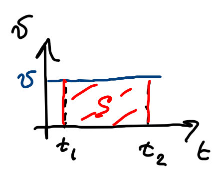


$\Delta S_i = v_i \cdot \Delta t_i$

Равномерное движ.:

$v = const$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt = v \cdot (t_2 - t_1)$$



Равнопеременное движ-е:

$a = \frac{dv}{dt} = const$ $\Rightarrow$ $v = a \cdot (t - t_1) + v_1$

$\Rightarrow$ путь, пройд. частицей:

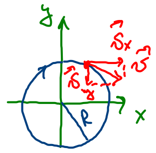
$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} [v_1 + a(t - t_1)] \cdot dt = \left(v_1 \cdot (t - t_1) + \frac{a(t - t_1)^2}{2} \right)\Bigg|_{t_1}^{t_2} = v_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a \cdot (t_2 - t_1)^2}{2}$$

v_1 – скор-ь тела в момент t_1

$$\boxed{S = v_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a \cdot (t_2 - t_1)^2}{2}}$$ для $a = const$

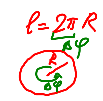
§ Кинематика вращат. движ-я

Мат. точка движ-ся с $v = const$ по окр-ти с радиусом R

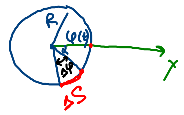


$v_x(t)$, $v_y(t)$ → характ. движ-я ⇒ 2 dim

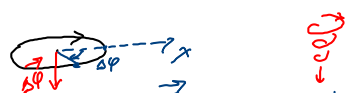
Перейду к коорд-м в кот-х движ. б. одномерным (криволин. коорд)
полож. точки б. задаваться $\varphi(t)$ – углом пов-та



$\Delta S = R\cdot\Delta\varphi$



Удоб-но:



Удобно ввести $\Delta\vec{\varphi}$: числен. равный углу пов-та $\Delta\varphi$ и связан. с движ-м точки по „правому винту"

$\Delta\vec{\varphi}$ – аксиальный вектор (псевдовектор)

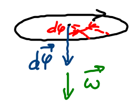
$$v = \frac{dS}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{R\cdot\Delta\varphi}{\Delta t} = R\cdot\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

$\frac{d\varphi}{dt} \equiv \omega$ – угловая скорость, характ-т ск-ть измен-я угла поворота

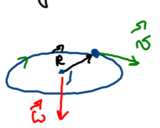
$$\Rightarrow \underline{v = R\cdot\omega} \quad (*)$$

Вводят вектор углов. ск-ти: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \vec{\omega} = \begin{cases} \text{направл. связано с движ-м по правилу прав. винта} \\ \omega = \frac{d\varphi}{dt} \end{cases}$$



Пусть $\vec{R}$ – вектор, провед-й из центра окр-ти к матер. точке ⇒ (*) м. записать в вект. форме:



$$\vec{v} = [\vec{R}, \vec{\omega}]$$

$$v = |\vec{R}|\cdot|\vec{\omega}|\cdot\underbrace{\sin 90^\circ}_{1} = \omega\cdot R$$

Углов. ск-ть движ. м. выразить ч/з период (T) и частоту (ν) движ-я:

T – время 1го полн. оборота

ν – кол-во оборотов за ед. времени

за оборот: $d\varphi = 2\pi$

$$\omega \equiv \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \underline{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \underline{\omega = 2\pi\cdot\nu}$$

Если $v \neq const$ ⇒ $v = v(t)$ ⇒ $\omega = \omega(t)$

⇒ для хар-ки изменения углов. ск-ти вводят:

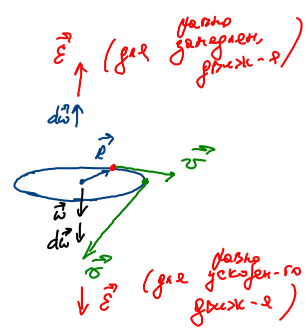
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$ – угловое ускор-е

– ск-ть измен-я угловой ск-ти

Вводят вектор угл. уск-я:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

$$\vec{\varepsilon} = \begin{cases} \vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow d\vec{\omega} \ (\text{сонаправлено}) \\ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$



Динамика

- рассм-т причины движ-я.

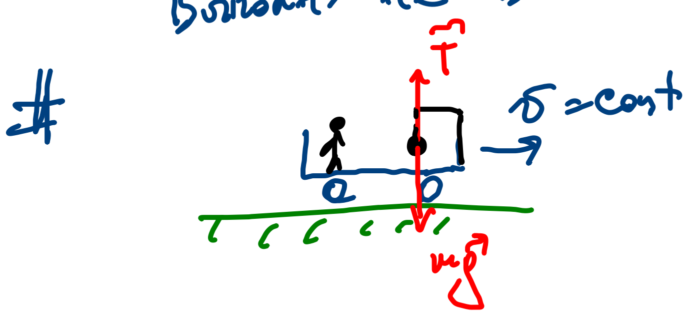
Основа – зак. Ньютона (1678 г.)

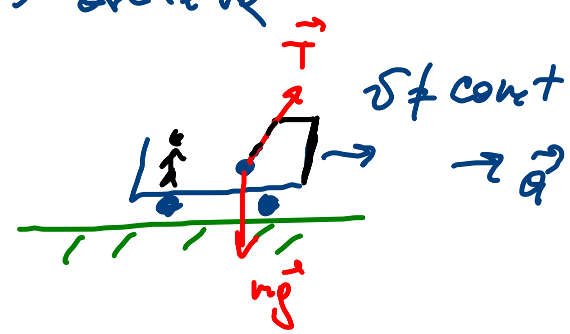
Законы Ньютона

I зак:

Если на тело не действ-т силы, то тело покоится или $\vec{v} = \overrightarrow{const}$

Выполн. не во всех сист. отсчета





С.О. в кот. выполн-ся I з.Н. наз **Инерциальной**!

II зак:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}}{m} = \frac{\vec{F_R}}{m}$$

$\vec{F_R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}$ – равнодейст-я всех N-штук сил.

– принцип суперпоз-и