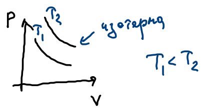
§ Эксперимент-е газовые законы

V, p, T – макропараметры

Изопроцессы:

1. Зак. Бойля-Мариотта $(T = const)$

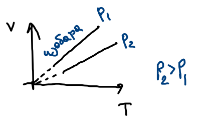


$T_1 < T_2$

$$\boxed{p \cdot V = const}$$ при $T = const$, $m = const$

– ур. изопроцесса

2. Зак. Гей-Люссака (при $p = const$)



$p_2 > p_1$

$$\boxed{\frac{V}{T} = const}$$ или $$\boxed{V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)}$$ при $p = const$, $m = const$

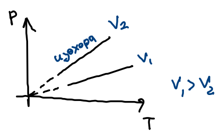
где: $T = 273 + t$

t – темпер. по шкале Цельсия

T – темп. по шк. Кельвина

V_0 – объём газа при 0°C

3. Зак. Шарля $(V = const)$



$V_1 > V_2$

$$\boxed{\frac{p}{T} = const}$$ при $V = const$

или

$$\boxed{p = p_0 \cdot (1 + \beta \cdot t)}$$ при $V = const$

p_0 – давл-е при 0°C

4. Зак. Авогадро: « 1 моль $\forall$ газа при нормальн. усл-х занима-т объём $V_0 = 22{,}4$ л »

норм. усл-я: $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па
$T_0 = 273{,}15$°K = 0°C

или

« любые газы взятые в кол-ве 1 моль при одинак-х T и P, заним-т одинак. объём »

$\Rightarrow$ 1 моле газа содерж-ся одинак. кол-во молекул: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{моль}$

– число Авогадро

$\Rightarrow$ в равных усл-х различных газов при одинак-х усл-х содержится одинак. число молекул.

5. Зак. Клапейрона: « для данной массы газа произведение p на V, делён-ю на T есть вел-на постоян-я. »

$$\Rightarrow \frac{p \cdot V}{T} = const \quad \text{при } m = const$$

Найдём const для p_0, T_0 и 1 моля газа:

$$\Rightarrow \frac{p_0 \cdot V_{моль}}{T_0} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \equiv R$$

$R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль \cdot K}$ – газовая постоянная

Если ν – кол-во молей: $V_{моль} \equiv V_\mu = \frac{V}{\nu}$ $\quad$ V – объём ν-молей вещ-ва

$$\Rightarrow \frac{p \cdot V_\mu}{T} = \frac{p \cdot V}{T \cdot \nu} = R \Rightarrow \frac{p \cdot V}{T} = R \cdot \nu = R \cdot \frac{m}{\mu}$$

$$\boxed{p \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T}$$ – ур. Менделеева-Клапейрона

где: μ – молярная масса (масса 1 моль газа)

$\nu = \frac{V}{V_\mu} = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu}$ – кол-во вещества

§ Элементарная ~~кинетическая~~ молекулярная Теория газа (МКТ).

Основное ур-е МКТ.

Задача МКТ: Установ. связи м/у макропар-ми (p, V, T) и характ. частиц, составл-х газ (масса молекул, ϑ, конц-я) т.е. с микропарам-ми

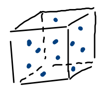
Модель газа:

1. Газ - совок-ть одинаковых, хаотическ. движ-ся молекул
2. Молекулы ~ мат. точки
3. Вз-е молек. на расстоянии → 0
4. Молек. движ-ся свободно, сталкив-сь абсол. упруго со стенк. сосуда

$\}$!

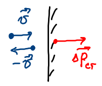
— Модель Идеального Газа

Найдём выр-е для давл-я.



Удар молек. абсол. упругий $\Rightarrow \vec{\vartheta}' = -\vec{\vartheta}$

измен. имп-са молекулы: $\Delta\vec{p}_M = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = (-m\vec{\vartheta}) - m\vec{\vartheta} = -2m\vec{\vartheta}$



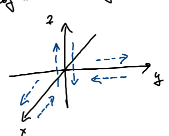
Зак. Сохр. имп-са, $\Delta\vec{p}_M + \Delta\vec{p}_{CT} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p}_{CT} = -\Delta\vec{p}_M = 2m\vec{\vartheta}$

Найдём число мол-л, ударяющ-ся в площадку ΔS стенки сосуда за время Δt

Пусть N - число молек в объёме сосуда $\Rightarrow$ в направл. стенки: $\frac{N}{6}$

Основание:

1) Все молек. движ. беспор-но $\Rightarrow$ все направл-я равноправны
2) Скор-ть v молекулы м. разл-ть $(\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z)$



$\Rightarrow$ в направл. стенки движется $\frac{N}{6}$

Пусть все ск-ти молек-л один-вы ϑ

$\Rightarrow$ В площ-ку ΔS за Δt б. ударяться молекулы, кот. летят в направл. стенки и находятся вблизи стенки в объёме $\Delta V = \vartheta\cdot\Delta t\cdot\Delta S$ около стенки сосуда

$\Rightarrow \frac{1}{6}$ часть молекул в ΔV столкнётся со стенкой

если n — концентр-я молекул в сосуде

$\Rightarrow \Delta N_{\rightarrow} = \frac{1}{6}\cdot\Delta N = \frac{1}{6}\cdot n\cdot\Delta V = \frac{1}{6}\cdot n\cdot\vartheta\cdot\Delta t\cdot\Delta S$

$\Rightarrow$ Переданный стенке имп-с (сообщён-й эл-ту стенки ΔS за время Δt):

$$\Delta K_\Sigma = \Delta p_{CT}\cdot\Delta N_{\rightarrow} = 2m\vartheta\cdot\frac{1}{6}\cdot n\cdot\vartheta\cdot\Delta t\cdot\Delta S = \frac{1}{3}m\cdot n\cdot\vartheta^2\cdot\Delta S\cdot\Delta t$$

$\Rightarrow$ Сила, действ-я на ΔS:

$$F = \frac{\Delta K_\Sigma}{\Delta t} = \frac{1}{3}\cdot m\cdot n\cdot\vartheta^2\cdot\Delta S$$

$\Rightarrow$ Давление, испыт. б. испыт-ть стенка:

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{1}{3}\cdot m\cdot n\cdot\vartheta^2 = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\varepsilon$$

где: $\varepsilon = \frac{m\vartheta^2}{2}$ – кин. эн. поступат-го движ-я 1 ой мол-лы

Пусть у молек-л разная ск-ть

Пусть $N_1 - \vartheta_1$, $N_2 - \vartheta_2$, …, $N_i - \vartheta_i$ $\quad n = \frac{N}{V} \Rightarrow$ $n_1 - \vartheta_1$, $n_2 - \vartheta_2$, …, $n_i - \vartheta_i$

$\Rightarrow$ каждая из сортов молекул б. действ-ть со своей силой на ΔS

$$\Rightarrow F_\Sigma = F_1 + F_2 + \ldots = \sum_i \frac{1}{3}\cdot m\cdot n_i\cdot\vartheta_i^2\cdot\Delta S = \frac{1}{3}\cdot m\cdot\Delta S\cdot\sum_i n_i\cdot\vartheta_i^2 = \left[n_i = \frac{N_i}{V}\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot m\cdot\Delta S\cdot\frac{1}{V}\cdot\sum_i N_i\cdot\vartheta_i^2 = \frac{1}{3}\cdot m\cdot\Delta S\cdot\frac{1}{V}\cdot N\cdot\overline{\vartheta^2}$$

где: $\overline{\vartheta^2} \equiv \frac{\sum N_i\cdot\vartheta_i^2}{N} = \frac{\sum N_i\cdot\vartheta_i^2}{\sum N_i}$ – средний квадрат ск-ти молекул газа

$$\Rightarrow F_\Sigma = \frac{1}{3}\cdot m\cdot n\cdot\overline{\vartheta^2}\cdot\Delta S = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\frac{m\cdot\overline{\vartheta^2}}{2}\cdot\Delta S = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\bar{\varepsilon}\cdot\Delta S$$

где: $\bar{\varepsilon}$ – средняя кин. эн-я одной молекулы

$\Rightarrow p = \frac{F_\Sigma}{\Delta S} = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\bar{\varepsilon}$ $\quad\Rightarrow \boxed{p = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}\cdot\bar{E}_k}$!

где: $\bar{E}_k$ – средняя кин. эн. молекул газа в ед. объёма

$$\boxed{p = \frac{2}{3}n\cdot\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}\cdot\bar{E}_k}$$ – осн. ур-е МКТ !

§ Следствия из осн. ур-я МКТ

1° $p = \frac{2}{3} n \cdot \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V}$ ⇒ $p \cdot V = \frac{2}{3} \cdot N \cdot \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot N_A \cdot \bar{\varepsilon}$

ранее установили из эксперим. зак-в ур. Менд.-Клайп.: $p \cdot V = \frac{m}{\mu} R T$

⇒ $\frac{2}{3} N_A \cdot \bar{\varepsilon} = R \cdot T$ ⇒ $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{3}{2} k \cdot T$

$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31}{6 \cdot 10^{23}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$

— постоянная Больцмана

⇒ $\boxed{\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} k \cdot T}$

⇒ Темпер-ра T служит мерой средней кин. эн. поступательн. движ-я молекул газа

2° $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT$ ⇒ $\frac{m \cdot \bar{v^2}}{2} = \frac{3}{2} kT$ ⇒ $v_{кв} \equiv \sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 k N_A T}{m \cdot N_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

— среднеквадрат-я ск-ть

3° $p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \frac{3}{2} k \cdot T = n \cdot k \cdot T$

$\boxed{p = n k \cdot T}$

4° Рассм-м газ, в объёме кот-го содержатся разные молекулы:

n_1 — тип молекул $1^{ой}$

n_2 — тип мол-л $2^{ой}$

⋮

т.е. рассм-м смесь газов

⇒ Составим:

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_i = \left[\begin{array}{l} p_1 = n_1 \cdot k \cdot T \\ p_2 = n_2 \cdot k \cdot T \\ \vdots \\ p_i = n_i \cdot k \cdot T \end{array}\right] = \sum_i n_i \cdot kT = k \cdot T \cdot \sum_i n_i = \left[\begin{array}{l} \sum_i n_i = n \text{ — общая конц-я молекул в смеси} \\ p_{см} = n \cdot k \cdot T \end{array}\right] =$$

$$= k \cdot T \cdot n = p_{см}$$

$p_{см}$ — давление газовой смеси.

⇒ $\boxed{p_{см} = \sum_i p_i}$ — зак. Дальтона

где p_i — парциальное давл-е (давл-е, оказываемое i-ой компонентой <другой>) газовой смеси, в отсутствие других компонент)