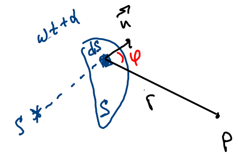


$$\boxed{E = \int\limits_S k(\varphi)\cdot\frac{a_0}{r}\cdot\cos(\omega t - kr + \alpha)\, dS} \equiv \int dA$$

– аналитич. выр-е пр. Г-Френеля

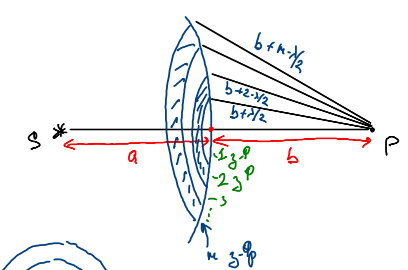
$A \equiv E$

$\vec{n}$ – вектор нормали dS

– сложен
– упрощ-ся, для задач с симметрией и сводится к геометрич. суммир-ю

§ Зоны Френеля

Волна от точечн. ист-ка, в однор-й изотроп. среде



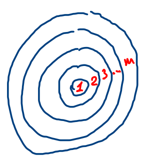
Расст-е от краёв зон до т. P отлич-ся на $\lambda/2$

⇒ Расст-е от внешнего края зоны до т. P

$$b_m = b + m\cdot\frac{\lambda}{2}$$

– зоны Френеля

λ – длина волны в той среде, где распр. волна



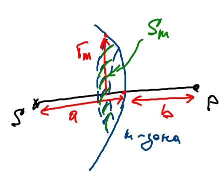
т.к. $\Delta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta = \pi$

⇒ колеб-я, приход. в т. P от аналогичных точек $2^х$ соседн. зон (т.е. точек, лежащих в середине зон или у внешн. краёв зон), находятся в противофазе

⇒ Результир. кол-я, создав. каждой соседней зоной, различаются на π

Площадь каждой зоны:

$$S_m = \frac{\pi a\cdot b\cdot\lambda}{a+b} = const \text{ для } \forall m$$



а радиус зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{a\cdot b}{a+b}\cdot m\cdot\lambda}$$

Пусть A_m – амплит. колеб-й, возбужд-я m-ой зоной в т. P

п. пок-ть, что

$$A_1 > A_2 > A_3 > \ldots > A_m > A_{m+1} > \ldots$$

– образует монотонно убывающую послед-ть

С учётом различия фаз колеб-й на π, в т. P ампл. результ. кол-я:

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots$$

или

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \Big(\underbrace{\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}}_{0}\Big) + \Big(\underbrace{\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}}_{0}\Big) + \ldots$$

т.к. для монотон. убыв-й посл-ти!

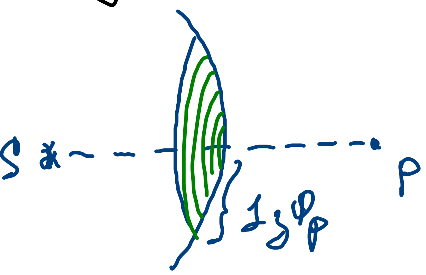
$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

⇒ $\boxed{A_p = \frac{A_1}{2}}$ – результ. ампл-да от всей волновой пов-ти создаётся половиной центральн. зоны Ф.

Оценка: $a = b = 1$, $\lambda = 0{,}5$ мкм ⇒ $r_1 \approx 0{,}5$ мм

§ Спираль Френеля

Решим ту же задачу методом графическ. слож-я амплитуд.
⇒ Разобьём волн. пов-ть на более узкие кольц. зоны («полоски»), меньшие чем з. Ф.

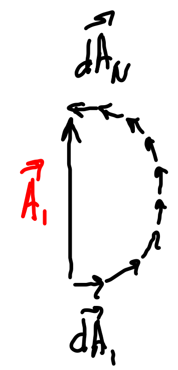


$d\vec{A}$ – амплит. колеб от каждой узкой зоны («полоски»)

каждое след. колеб-е от соседней полоски б. отставать на небольшую фазу

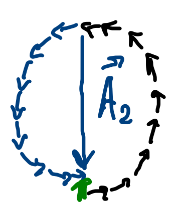
$d\vec{A}_N$ – амп. кол-й от узкого кольца, прилег-го к границе 1ой з Ф
$d\vec{A}_1$ – амп. кол-й ... от начала 1ой з. Ф.

а)



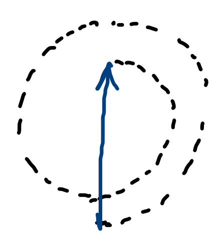
$\vec{A}_1$ – рез-т действия 1ой з. Френеля

б)



$A_1 - A_2$
Рез-т действия 2х з. Френ.

в)



$A_1 - A_2 + A_3$
Рез-т действия 3х зон Ф.

В рез-те от всех зон Френеля (от всей волновой пов-ти)

– спираль Френеля

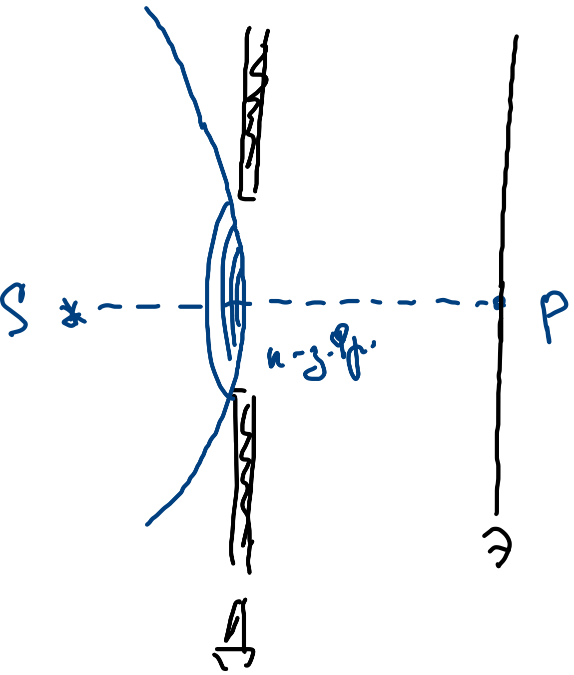
$$A_\infty = \frac{A_1}{2}$$

⇒ амплит. кол-й для полностью открытой волн. пов-ти:

$$A_\infty = \frac{A_1}{2}$$

– равна ½ ампл. колеб-й от 1 з Ф.

§ Дифракция от круглого отверстия



Пусть отверстие диафрагмы закрывает n-зон Френеля

⇒ результ. ампл. в т. P б. зависеть от кол-ва этих зон

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + (-1)^{n+1} A_n$$

где: n – кол-во зон Ф., помещ-ся в отверст-я Д

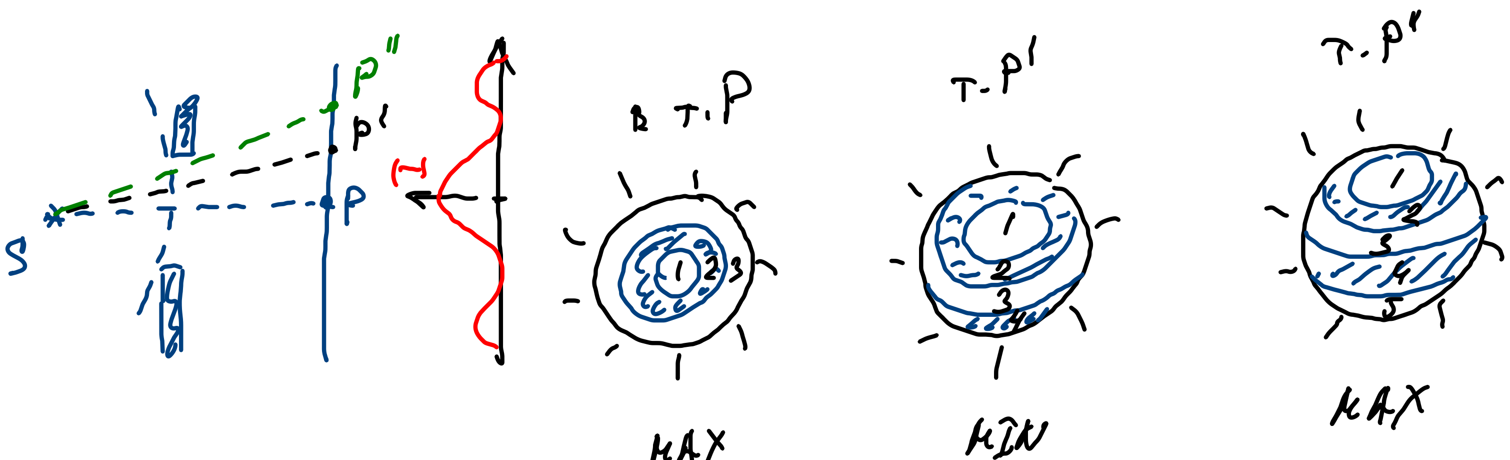
$$\Rightarrow A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}_{0} + \dots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_n}{2}$$

(+) – для нечётного кол-ва зон n

(−) – для чётного n

если n - нечётное ⇒ рез. ампл. в т. P: $A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_n}{2} = A_1$ (MAX), т.к. $A_1 \approx A_n$

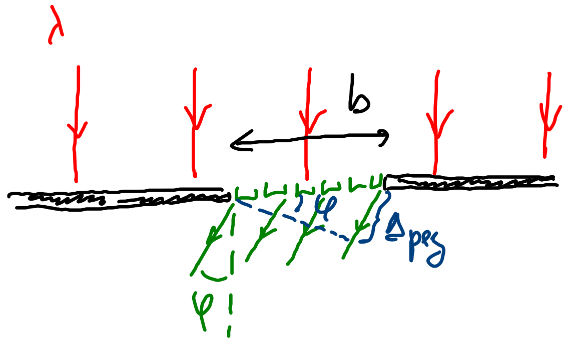
n – чётное ⇒ в т. P: $A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_n}{2} \approx 0$ (MIN)

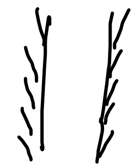


⇒ Дифр. картина – чередов-я светлых и тёмн. концентрич. колец

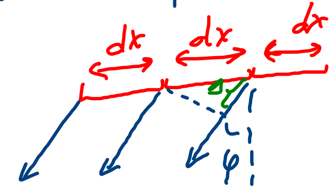
§ Дифракция Фраунгофера от щели

Пусть на ∞-длинную щель падает плоск. монохром. световая волна





з. Френеля – полосы (∥) шириной dx, выбранные так, что разность хода от краёв соседних зон в некотором направл-и, задаваемом φ, равна $\lambda/2$



$\delta = \lambda/2$

амплит. колеб-й от каждой пары ≈ 0

$\Rightarrow$ кол-во зон, укладывающихся на b, равно кол-ву з.Ф., укладыв-ся м/у крайними лучами:

$$\frac{\Delta_{рез}}{\lambda/2}$$

где: $\Delta_{рез}$ – результ. разность хода м/у крайними лучами

По построению:

$$\Delta_{рез} = b \cdot \sin\varphi$$

$\Rightarrow$ в направл-х, для кот-х:

$$\Delta_{рез} = b \cdot \sin\varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad k = 0, 1, 2, \dots$$

будут <u>min интенсивности</u>

в кот-х:

$$\Delta_{рез} = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

будут <u>max инт-ти</u>

$$\Rightarrow \quad b \cdot \sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (\min I)$$

$$b \cdot \sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (\max I)$$