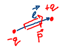
§ Диэлектр. в эл. поле.

1. Типы диэл-в.

1. Неполярные:

CH_4 ; H_2



$\vec{l}$ – плечо диполя

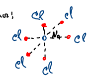
$\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ – электрич. момент диполя.

2. Полярные:

H_2O

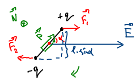
3. Ионные кристаллы:

$NaCl$



2. „Жёсткий" диполь в эл. поле

а) $\vec{E} = \overrightarrow{const}$ (однородн. эл. поле)



$\vec{F_1} = q \cdot \vec{E}$ $\qquad$ $\vec{F_2} = -q \cdot \vec{E}$

Силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ образуют пару сил, с плечом $l \cdot \sin\alpha$

⇒ Модуль момента пары сил:

$N = q \cdot E \cdot l \cdot \sin\alpha = p \cdot E \cdot \sin\alpha$

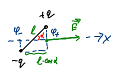
⇒ $\vec{N} = [\vec{p}, \vec{E}]$

– стремится повернуть диполь так, чтобы эл. момент $\vec{p}$ был направлен вдоль поля

Потенц. эн-я диполя:

$W_п = q \cdot \varphi_+ - q \cdot \varphi_- = q \cdot (\varphi_+ - \varphi_-)$

$E = E_x = -\dfrac{d\varphi}{dx}$



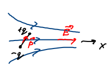
с другой стороны, раскладыв. φ в ряд Тейл:

$\varphi_+ - \varphi_- = \dfrac{d\varphi}{dx} \cdot \Delta x = \dfrac{d\varphi}{dx} \cdot l \cdot \cos\alpha = -E_x \cdot l \cdot \cos\alpha$

⇒ $W_п = q(\varphi_+ - \varphi_-) = -q \cdot E \cdot l \cdot \cos\alpha = -p \cdot E \cdot \cos\alpha$

⇒ $W_п = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

б) $\vec{E} \neq \overrightarrow{const}$ (неоднородное эл. поле)

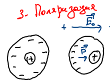


+ начинает дейс-ть доп. сила:

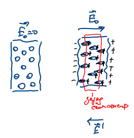
$F_x = -\dfrac{\partial W_п}{\partial x} = p \cdot \dfrac{\partial E}{\partial x} \cdot \cos\alpha$

⇒ втягивает диполь в область более сильного поля.

3. Поляризация диэлектриков:



⇒ электронная поляризация (поляризуемость)



⇒ Независимо от типа поляризации на противоп. концах диэл-ка появл-ся нескомпенсир-я поверхностн. связан. заряды

⇒ введем

$\vec{P}$ – поляризованность

$\vec{P} = \dfrac{\sum \vec{p_i}}{\Delta V}$ $\quad$ где: $\sum \vec{p_i}$ – векторная сумма дипольн. моментов в объёме ΔV

$\vec{P}$ – дипольный момент ед. объёма вещ-ва

$\vec{P}$ зависит от $\vec{E}$ в котором помещён диэл-к: $\qquad \vec{E} = \vec{E_0} + \vec{E}'$

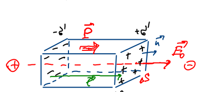
⇒ $\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$

где: $\varkappa$ – диэлектрическ. восприимч-ть вещ-ва – характер-ка вещества

4. Связь поляризованности P с плотн. связан. зарядов на пов-ти диэл-ка

диэл-к – параллелепипед с гранями $\parallel \vec{E_0}$, длиной l, площадью ΔS

σ' – поверхн. плотность связан. зарядов



Суммарный дип. момент: $\vec{p_\Sigma} = \sum \vec{p_i} = \vec{P} \cdot \Delta V$

с друг. стороны: (как большой диполь) $\vec{p_\Sigma} = q_\Sigma \cdot \vec{l}$

⇒

в проекции на $\vec{n}$:

⇒ $P_n \cdot \Delta V = q_\Sigma \cdot l \cdot \cancel{\cos(\vec{l}, \vec{n})}$

$P_n \cdot \Delta S \cdot l = \sigma' \cdot \Delta S \cdot l$

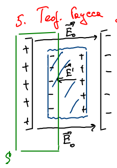
⇒ $P_n = \sigma'$ – проекция вектора поляризован-ти на внешн. нормаль к пов-ти $\vec{n}$ определ. поверхн. плотн. связан. зар-в

В общем случае:

$\sigma' = P_n = \vec{P} \cdot \vec{n} = P \cdot \cos\theta$ $\qquad$ θ – угол м/у $\vec{P}$ и $\vec{n}$

– определяет величину и знак σ'

5. Теор. Гаусса для эл. поля в диэл-ке и вектора $\vec{P}$. Электрическое смещение.



Пусть имеем: 1) обкладки плоск. конденс-ра с $\vec{E_0}$

2) диэлектрик, заполн. пр-во м/у обкладк.

Результ. поле в диэл: $\vec{E} = \vec{E_0} + \vec{E}'$

$\vec{E}'$ – дополнит. эл. поле поляризац. зарядов диэл-ка

S – Гауссова пов-ть ⇒ т. Гаусса:

Сл: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \dfrac{q_{своб} + q'_{связ}}{\varepsilon_0}$ (*)

$q_{своб}$ – суммарный заряд обкладок

$q'_{связ}$ – суммарн. связанный заряд на диэл-ке

⇒ $q_{своб} + q'_{связ} = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Но: $q'_{связ} = -\oint_S \sigma' ds$ $\qquad$ т.к. $\sigma' = P_n$ ⇒ $q'_{связ} = -\oint_S P_n ds = -\oint_S \vec{P} \cdot \vec{n} \cdot ds = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$

интегральн. форма т. Гаусса:

$q'_{связ} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$!

⇒ – теор. Гаусса для $\vec{P}$.

$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} = -q'_{связ}$!

Дифф. форма т. Гаусса для $\vec{P}$:

$$\operatorname{div}\vec{P} = -\rho'$$

диверг. $\vec{P}$ равна ...

ρ' – объёмн. плот-ть избыточн. связан. заряда в задан. точке диэл-ка.

$$q'_{связ} = -\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow (*) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon_0 \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = q_{своб} - \oint_S \vec{P}\cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} + \oint_S \vec{P}\cdot d\vec{s} = q_{своб}$$

$$\Rightarrow \oint_S \left(\varepsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P}\right)\cdot d\vec{s} = q_{своб}$$

$\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$ – вектор электрическ. смещения

$$\Rightarrow \boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = q_{своб}} \quad !$$

т. Гаусса для $\vec{D}$ в интегр. форме

$\Leftrightarrow$ Поток $\vec{D}$ ч/з произв. S равен алг. сумме свободных заряд**ов**

т. Гаусса в диф. форме:

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{D} = \rho_{своб}} \quad !$$

$\rho_{своб}$ – объёмн. плот-ть свободн. зарядов

6. Диэлектрическая проница-ть среды. Напряж-ть эл. поля в диэл-ке.

$\vec{P} = \varkappa\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}$; $\quad \vec{D} = \varepsilon_0\cdot\vec{E} + \vec{P}$

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0\cdot\vec{E} + \varkappa\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E} = \varepsilon_0(1+\varkappa)\cdot\vec{E}$$

$1+\varkappa = \varepsilon$ – диэлектр. проница-ть среды.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot\vec{E}} \quad !$$