§ Контур с током в М.П.

а) $d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$

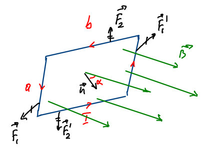
$F = \int d\vec{F} = \oint I[d\vec{l}, \vec{B}] = I[\underbrace{\oint d\vec{l}}_{0}, \vec{B}] = 0$

$\Rightarrow$ Результир. сила в однород. М.П. $= 0$

б) На $\underbrace{\text{контур б. действ-ть}}_{\text{в однород. М.П.}}$ вращающий момент сил.

Рассм. рамку с током, помещ. в однородн. М.П. $(\vec{B} = \overrightarrow{const})$

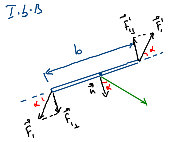
на провод. б. действ-ть
$d\vec{F} = I \cdot [d\vec{l}, \vec{B}]$



$F_1 = F_1'$ $F_2 = F_2'$

$F_1 = I \cdot a \cdot B$

$F_2 = I \cdot b \cdot B$



α – угол м/у $\vec{n}$ и $\vec{B}$
$\vec{n}$ – положит. нормаль рамки с током

Две равные по модулю противопол. направл. силы, действ-е вдоль одной прямой наз. „парой сил"

$\Rightarrow \vec{F}_1'$ и $\vec{F}_1$ – пара сил

Относит-но центра рамки пара сил создает вращ. момент:

$M = \frac{b}{2} \cdot F_{1\perp} + \frac{b}{2} \cdot F_{1\perp}' = [F_1 = F_1'] = \left(\frac{b}{2} + \frac{b}{2}\right) \cdot F_{1\perp} = b \cdot F_{1\perp}$

b – наз. плечом пары сил

$F_{1\perp} = F_1 \cdot \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad M = b \cdot a \cdot I \cdot B \cdot \sin\alpha$

т.к. $a \cdot b = S$, $S \cdot I = p_m$

$\Rightarrow$ $M = p_m \cdot B \cdot \sin\alpha$!

при $\alpha = 90° \Rightarrow M = M_{max} \Rightarrow B = \frac{M_{max}}{p_m}$ (ранее писали при опред-и B)

в вект. виде: $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$!

Видно, что $\alpha = 0 \Rightarrow M = 0$ т.е. $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B} \Rightarrow$ вращающ. силы не действ-т
(полож. равновесия)

$\alpha \neq 0 \Rightarrow$ действ-т силы, стремящиеся вернуть контур в равновесие

$\Rightarrow$ при увелич. угла м/у $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ на $d\alpha$ нужно совершить работу против действ-х сил

$dA = M \cdot d\alpha = p_m \cdot B \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha$

– идёт на измен. потенц. эн. контура в М.П.

$\Rightarrow \quad dW_п = dA = p_m \cdot B \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha$

$\Rightarrow \quad W_п = \int dW_п = \ldots = -p_m \cdot B \cdot \cos\alpha + \underbrace{const}_{0}$ (м. принять)

$\Rightarrow \quad W_п = -p_m \cdot B \cdot \cos\alpha = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$

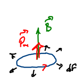
Потенц. эн. контура с током в М.П.

$W_п = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$!

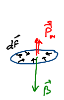
$W_п$ – min $\Leftrightarrow \vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$
(устойчивое равновесие)

$\vec{p}_m$ с $\vec{B}$ образуют прав. направл. $\Rightarrow$ силы …

если $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B} \Rightarrow$ м. силы контур растягивают



если $\vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{B} \Rightarrow$ магн. силы сжимают контур
(неустойч. полож. равн-е)



$\vec{B} = \overrightarrow{const}$

$\vec{B} \neq \overrightarrow{const}$

$\Rightarrow$ М.П. втягивает контур в область более сильного $\vec{B}$
если $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$

… выталкивает контур
если $\vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{B}$

При этом выталкив (втягивающ.) сила:

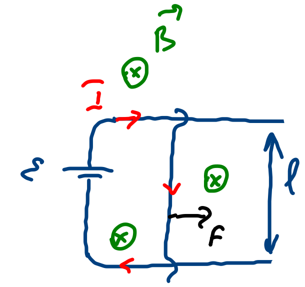
$F = p_m \cdot \frac{\partial B}{\partial x} \cdot \cos\alpha$

где: α – угол м/у $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$
x – соответствует направлению наиболее быстрого изменения М.П.

---

§ Работа перемещения контура в М.П.

Найдём работу амперовых сил



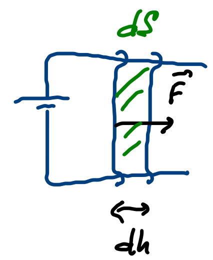
на перем. действ.:

$F = I\cdot B\cdot l$

При перемещ. перемычки на dh сила Ампера совершит работу:

$dA = F\cdot dh = I\cdot B\cdot l\cdot dh = I\cdot B\cdot dS$

dS - площадь, заметаемая при движ. перемычки



Опр: Потоком магнит. индукц., прошедшим через площадь контура S:

$$\Phi \equiv \int_S \vec B\cdot d\vec S = \int_S \vec B\cdot\vec n\cdot dS$$

где: $\vec n$ - положит. нормаль к конт-ру

$\Rightarrow$ $B\cdot dS = d\Phi$ — изменение потока магн. инд-и при движ. перем-ки.

$\Rightarrow$ $dA = I\cdot d\Phi$

$\Rightarrow \int$

Но! перемещ-е перемычки — это „деформация контура"

$\Rightarrow$ при произв. деформ. контура: $dA = I\cdot d\Phi$
(при $I = const$)

$\Rightarrow$ Работа при конечной деформ. контура:

$$A = \int dA = \int I\cdot d\Phi = I\cdot(\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$A = I\cdot\Delta\Phi$$

где: Φ_2 и Φ_1 - знач-я магн. потока в начальн. и конечной конфигурации (форме) контура

§ Основные законы М.П.

Т. Гаусса для $\vec{B}$:

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

$\Rightarrow$ Поток $\vec{B}$ ч/з $\forall$ замкнут. пов-ть $= 0$!

– интегр. форма !

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div}\vec{B}\, dV = 0 \Rightarrow \boxed{\operatorname{div}\vec{B} \equiv \vec{\nabla}\vec{B} = 0}$$ – диф. форма

$\Rightarrow$ М.П. не имеет источников !

Теорема о циркул. вектора $\vec{B}$:

циркул. $\vec{B}$ по контуру Γ = μ_0 на алгебр. $\sum$ токов, охват-х контуром

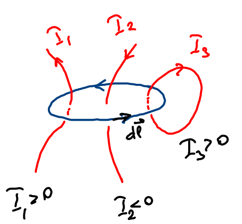
$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_k I_k \qquad (*)$$

– интегральн. форма

I_k – величина алгебраическая

$I_k > 0$, если его направл. связано с ...

#



Диф. форма Т. о циркул-и:

$$\sum_k I_k = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \int_S \vec{j}\cdot\vec{n}\cdot dS$$

интеграл берётся по произв-й пов-ти S, натянутой на контур Γ

$\vec{n}$ – положит. нормаль

$\vec{j}$ – плотн. тока в той точке, где распол. dS

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot}\vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$\Rightarrow \int_S \operatorname{rot}\vec{B}\cdot d\vec{S} = \mu_0 \sum_k \int_S \vec{j}_k \cdot dS \Rightarrow \boxed{\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0 \cdot \sum_k \vec{j}_k}$ (**) – диф. форма

(*) и (**) означает, что $\vec{B}$ – непотенциально

$\Rightarrow$ соленоидальное или вихревое поле

Замечан.: вернувшись к $\operatorname{div}\vec{B}$, м. заметить:

т.к. $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ в $\forall$ точке $\Rightarrow \vec{B} \equiv \operatorname{rot}\vec{A} \equiv [\vec{\nabla}, \vec{A}]$

$\Rightarrow \operatorname{div}\operatorname{rot}\vec{A} = 0$ всегда!

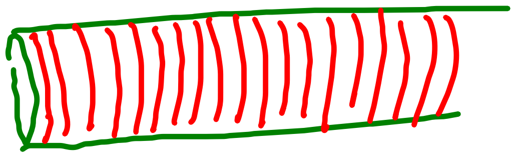
$\Rightarrow \vec{B}$ м. задавать ч/з вектор $\vec{A}$

$\vec{A}$ – наз. векторным потенциалом М.П.

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$$!

§ М.П. соленоида

соленоид – ...



Применим теор. о циркул. для вычисл. $\vec{B}$ внутри С.