§ Эл. ток. Сила и плот-ть тока.

Сила тока:

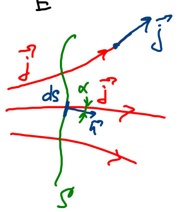
$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{|dq^-|}{dt}$$

Пост. эл. тока: $I = \frac{q}{t}$

Плотность тока:

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}$$ – физ. вел. – dI – сила тока, протекающ. ч/з сечение пров-ка площадью $dS_\perp$

Поле вектора плотности тока $\vec{j}$ изображ-ся с помощью линий тока по аналогии $\vec{E}$



Для произв-й пов-ти S, пересек-й линии тока $\vec{j}$

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$ где: $d\vec{S}$ – эл-т пов-ти S

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

$\vec{n}$ – ед. вектор нормали к площадке dS, составл-й с $\vec{j}$ угол α

Сила тока есть поток $\vec{j}$ ч/з поверхность S

$$[j] = \frac{A}{м^2}$$

Часто носит. тока явл. $\oplus$ и $\ominus$ заряды

электролит: диссоциация → $\oplus$ и $\ominus$ ионы

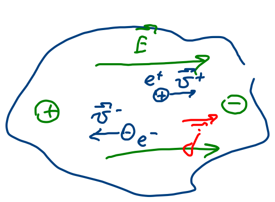
Пусть в ед. объёма содерж-ся n^+ концентр-я $\oplus$ носителей, n^- ... $\ominus$ носителей

В эл. поле носители заряда приобретут v^+ и v^-

⇒ за ед. времени ч/з единичн. площадку пройдёт заряд:

$e^+ \cdot n^+ \cdot v^+$ положит. носит. и $e^- \cdot n^- \cdot v^-$ отрицат. носителей

$$\Rightarrow \quad j = e^+ \cdot n^+ \cdot v^+ + |e^- \cdot n^- \cdot v^-|$$



т.к. $\left.\begin{array}{l} e^- = -e^+ \\ \vec{v}^- \uparrow\downarrow \vec{v}^+ \end{array}\right\} \Rightarrow e^- \vec{v}^- \uparrow\uparrow e^+ \vec{v}^+$

⇒ в вект. форме вклады в $\vec{j}$ для $\oplus$ и $\ominus$ одинаковы

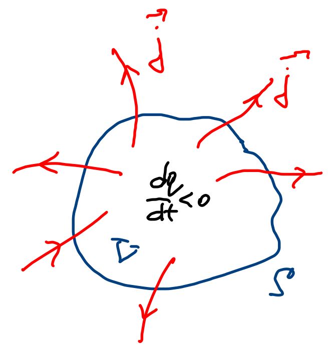
$$\boxed{\vec{j} = e^+ \cdot n^+ \cdot \vec{v}^+ + e^- \cdot n^- \cdot \vec{v}^-}$$

$\vec{j}$ – направлен по движ. $\oplus$ зарядов („по полю" $\vec{E}$)

если носители одного знака:

$$\vec{j} = e \cdot n \cdot \vec{v}$$

§ Уравн-е непрерывности.



Рассм: область (среда) в кот. течёт ток $\vec j$

Рассм. некую воображ. замкнут. пов-ть S

$\oint_S \vec j \cdot d\vec s$ – равен заряду, выходящему в ед. времени из V, ограниченного пов-тью S

Из закона сохр. заряда:

$$\boxed{\oint_S \vec j \cdot d\vec s = -\frac{dq}{dt}}$$ – зак. сохр. эл. заряда

$-\frac{dq}{dt}$ ~ скор-ть убывания заряда q, содержащегося в объёме V

$$q = \int_V \rho\, dV \Rightarrow \oint_S \vec j \cdot d\vec s = -\frac{d}{dt}\int_V \rho\, dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV$$

$\frac{d\rho}{dt} \to \frac{\partial \rho}{\partial t}$ т.к. ρ м. зависеть от коорд-т (а $\int \rho\, dV$ есть ф-я только времени)

С др. стороны, по т. Остроградск.–Гаусса:

$$\oint_S \vec j\, d\vec s = \int_V \operatorname{div} \vec j\, dV$$

$$\Rightarrow \int_V \operatorname{div} \vec j\, dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV$$

д. выполняться для $\forall$ точки внутри V

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{div} \vec j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$ – ур. непрерывности

$\operatorname{div} \vec j = \vec\nabla \vec j \Rightarrow$ $\boxed{\vec\nabla \vec j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$ – ур. непр-ти

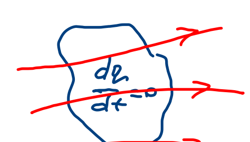
$\vec j = (j_x, j_y, j_z)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$ – ур. непр-ти в коорд. форме в ДСК

$\operatorname{div} \vec j = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow$ в источниках вектора $\vec j$ происходит убыль заряда.

Для стационарного (постоян-го) тока: $\rho = const$

$\operatorname{div} \vec j = 0 \Rightarrow$ линии постоян. тока нигде не начин-ся и не заканч-ся $\Rightarrow$ замкнуты



§ Сторонние силы. Электродвиж-я сила и напряж-е.

В электростат. поле $\vec{E}$ направлен от φ_2 к φ_1 $(\varphi_2 > \varphi_1)$
от большего к меньшему

$$\varphi_2 \; \oplus \xrightarrow{\vec{E}} \ominus \; \varphi_1 \qquad \varphi_2 > \varphi_1$$

⇒ ⊕ заряды бегут к меньшему φ

⇒ происх-т выравнив-е φ и исчезн-е $\vec{E}$

⇒ необходимо устр-во, способное поддерживать разн-ть потенц-в

Опр: Устройства, способн. переносить заряды против сил эл. происх-я, наз. <u>источниками тока</u>,
Силы внутри источников – <u>сторонние силы</u>

Природа сторон. сил → химическ. реакц. (, в аккум-х)
→ механическ. эн-я вращающегося ротора (, в генераторах)

Опр: Работа, соверш. сторон. силами ... на участке 1-2
наз. электродвиж. сила (Э.Д.С.) на участке 1-2

$$\mathcal{E}_{12} \equiv \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E}_{ст} \cdot d\vec{l}$$

где: A_{12} – работа сторонних сил по перемещ-ю заряда q_0 м/у 1-2.

$\vec{E}_{ст}$ – напряж-ть поля сторонних сил, действ-х в источнике тока м/у точками 1-2

Если на уч. 1-2 действ-т сторонние и электрическ. силы
⇒ общая работа на участке:

$$A_{12} = \underbrace{q_0 \cdot \int_1^2 \vec{E}_{ст} \cdot d\vec{l}}_{\text{работа сторон. сил}} + \underbrace{q_0 \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}}_{\text{работа электр. сил}} = q_0 \cdot \left[\mathcal{E}_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2) \right]$$

Для замкнутой цепи: $1 = 2 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$

$\Rightarrow A_{12} = q_0 \cdot \mathcal{E}_{12}$

Опр: Напряжение U на 1-2 наз. работа, соверш-я полем сторон-х и электростатич. сил ...

$$U \equiv \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$$

$$\boxed{U \equiv U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}$$

если „сторонние силы“ на участке отсут-т:

$$U_{12} \equiv \varphi_1 - \varphi_2$$

§ Закон Ома

Опр: Неоднородный участок цепи 1-2 наз:
– действ-я сторон. силы с ЭДС $\mathcal{E}_{12}$
– к концам приложена $\varphi_1-\varphi_2$

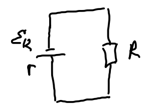
Обобщённый з. Ома, для неодн. участка

$$\boxed{I = \frac{\varphi_1-\varphi_2+\mathcal{E}_{12}}{R'} = \frac{U_{12}}{R'}}$$ – интегральная форма

где: R' – общее сопротивл-е участка 1-2

1] Если цепь замкнута $(\varphi_1=\varphi_2)$.

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{\mathcal{E}_{12}}{R+r}}$$ – зак. Ома для полной цепи



где: $R' = R + r$

R – совокупное внешнее сопрот-е в цепи

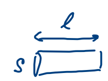
r – сопротивл. источника тока

$\mathcal{E}_{12}$ – ЭДС источника тока

2] Участок однороден $(\mathcal{E}_{12} = 0)$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{R} = \frac{U}{R}}$$ – зак. Ома для участка цепи

R – полное сопр-е участка цепи



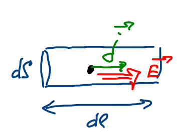
$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$

ρ – удельное сопрот-е пров-ка
$[\rho]$ = Ом·м
l – длина участка 1-2
S – площадь поперечн. сеч-я

3] Зак. Ома в дифф. форме
– связь м/у $\vec{j}$ и $\vec{E}$ в одной и той же точке проводника

Рассм-м однородный изотропный проводник

Выделим в окр-ти точки цил. объём: длиной dl и площ. dS
Несколько малый, что внутри него
Поле однород-но: $\vec{E} = const$ $\Rightarrow \vec{j} \uparrow\uparrow \vec{E}$



З. Ома для участка: $I = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{R}$

Но: $I = j \cdot dS$
$R = \rho \cdot \frac{dl}{dS}$

$$\Rightarrow j\cdot\cancel{dS} = \frac{(\varphi_1-\varphi_2)\cdot\cancel{dS}}{\rho\cdot dl} \Rightarrow j = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\varphi_1-\varphi_2}{dl} = \left[E = \frac{\varphi_1-\varphi_2}{dl}\right] \Rightarrow$$

$$j = \frac{1}{\rho}\cdot E$$

$$\vec{j} \uparrow\uparrow \vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}}$$ – з. Ома в дифф. форме

$\frac{1}{\rho} = \sigma$ «проводимость»

$$\Rightarrow \boxed{\vec{j} = \sigma\cdot\vec{E}}$$

$[\sigma]$ = См «Сименс»