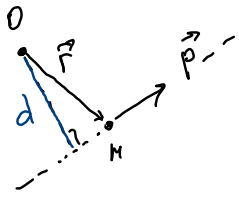


§ Момент инерции масс. точек и момент инерции тела



Момент инерции масс. точки относительн. Т.О  
(ин. осн. Браун-я)

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{P}]$$

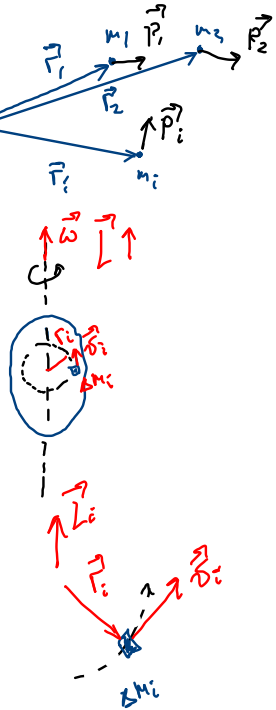
$$L = r \sin \alpha \cdot P = d \cdot P$$

$d = r \sin \alpha$  - плечо инерции

Момент инерции системы масс. точек относительн. Т.О  
(ин. осн. Браун-я)

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$$

Ручка тв. тело Браун-я с  $\vec{\omega} = \text{const}$   
Разобьем тело на малые  $\Delta m_i$  (считая каждую М.Т.)  
движ-ся по окруж.  $r_i$  с  $v_i$   
 $\Rightarrow$  скорость  $\vec{v}_i$  и  $\vec{p}_i \perp$  радиусу  $\vec{r}_i \Rightarrow r_i$  - плечо инерции  $p_i$



Момент инерции масс. точки относительн. осн

$$L_i = \Delta m_i \cdot v_i \cdot r_i$$

или в вект. форме:  $\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$

$$\vec{p}_i = \Delta m_i \cdot \vec{v}_i$$

т.к.  $v_i = r_i \cdot \omega \Rightarrow L_i = \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega = I_i \cdot \omega$

где:  $I_i = \Delta m_i \cdot r_i^2$  - мом. инерции М.Т. относительн. осн Браун-я.

$\Rightarrow$  Момент инерции тв. тела = мом. инерции масс. ин. нрп. точек (кусочков)

$$L = \sum_i L_i = \sum_i r_i \cdot p_i = \sum_i r_i \cdot \Delta m_i \cdot v_i = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega = \omega \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 = \omega \cdot \sum_i I_i = \omega \cdot I$$

или  $L = \omega \cdot I$   $I = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2$  - момент инерции тв. тела относительн. осн Браун-я

или в вект. форме:

$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$  - момент инерции тв. тела Браун-я по отношению к осн Браун-я

§ Зак. конф. момента инерции

$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$

$\frac{d}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I \cdot \vec{\omega}) = \int I \cdot \text{conf} + \dots = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I \cdot \vec{\varepsilon}$   
 Но при вв. тела:  $I \cdot \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_k \equiv \vec{M}$

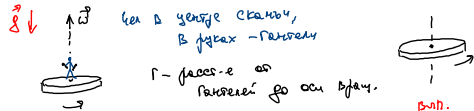
$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$  - зп. момент

$\Rightarrow$  Примем учетом  $\vec{L}$  рвн. ...

если  $\vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$

$\left\{ \begin{aligned} I_1 \cdot \vec{\omega}_1 &= I_2 \cdot \vec{\omega}_2 = \text{const} \end{aligned} \right\}$  - зак. конф. момент инерции.

≠ Человек на скамье Жуковского



Вопрос: если человек  $\vec{M}_{ng} = 0 \Rightarrow$  зак. конф. инт  $\vec{L} = \text{const}$

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

$\vec{L}_1 = (I_0 + 2mr^2) \cdot \vec{\omega}_1$      $\vec{L}_2 = (I_0 + 2mR^2) \cdot \vec{\omega}_2$

$\Rightarrow (I_0 + 2mr^2) \omega_1 = (I_0 + 2mR^2) \omega_2$

если человек встает  $\Rightarrow R_2 > R_1 \Rightarrow \omega_2 < \omega_1$

$\Rightarrow$  частота вращ. уменьшится.

Последействие на т. тела	Вращение т. тела
масса m	момент инерции I
Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая ск. $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое зск. $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила $\vec{F}$	Момент силы $\vec{M} = \int \vec{r}_i \cdot \vec{F}_i$ d - плечо силы
Импульс $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Момент импульса $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$
Общ. зп. функции ( $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ) $m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_i$	Диф. зск. вращ. т. тела зп. вращ. т. тела $I \cdot \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_i$
Работа: $dA = \vec{F}_s \cdot d\vec{s}$	Работа: $dA = M \cdot d\varphi$
Кин. зп. в.т.: $E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кин. зп.: $E_k = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$
Закон Ньютона: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Уравн. моментов: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

§ Условия равн. т. тела

Т. тело покоится  $\Rightarrow$  нет поступ. зск. и вращ. зск.

1) Сумма внешних сил, действ. на тело, = 0.

$\sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш.}} = 0$

2) Результир. момент внешних сил, относительно любой точки, = 0

$\sum_i \vec{M}_i^{\text{внеш.}} = 0$

Гл. Неприводимые системы отсчета

Инерциальные СО (ИСО)  $\rightarrow$  вид. И.З.Н.

из р-ла.  $\rightarrow$  ИСО св-ва. с  $\sigma = const$  отн. друг. друга.  
и относятся всех ИСО тело св-ва. с одинак. ускор-м  $\vec{W}$

$\Rightarrow$  Неприв. СО (НСО) — любая СО, св-ва. с ускор-м.  
в такой НСО тело д. двигаться  
с  $\vec{W}'$

$\Rightarrow$  Введем:  
разность ускор-й  
опред. тела

$$\vec{a} \equiv \vec{W} - \vec{W}'$$

в ИСО    в НСО

$\Rightarrow$  р-н поступ. св-ва-ч  $\vec{a}(\vec{r}') = const$

р-н движет. св-ва-ч  $\vec{a} = \vec{a}(\vec{r}')$

где:  $\vec{r}'$  — ради-вектор, опре. полож. точки, в НСО

для тела, св-ва. с  $\vec{W}$  в ИСО, в вид-ся И.З.Н:

$$\vec{W} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}_R}{m}$$

$\Rightarrow$  ускор. тела относ. инерц. НСО:

$$\vec{W}' = \vec{W} - \vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} - \vec{a}$$

$\Rightarrow$  даже если  $\vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{W}' = -\vec{a}$  (в НСО тело св-ва-ч с ускор-м)

$\Rightarrow$  —

$$\vec{F}'_{in} \equiv \vec{I} \equiv -m \cdot \vec{a} \quad \text{— сила инерции}$$

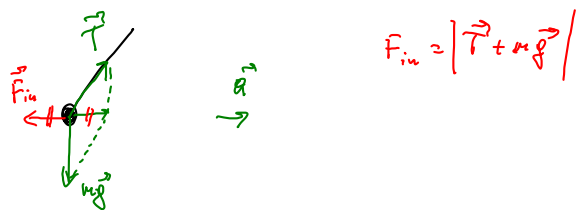
$\Rightarrow$  м. исп-ть И.З.Н для отне-я св-ва. тела в НСО

где  $\vec{F}'_{in} = -m\vec{a} = -m(\vec{W} - \vec{W}') \Rightarrow$  И.З.Н:  $m\vec{W}' = \vec{F}_R + \vec{F}'_{in}$

где:  $\vec{F}'_R$  — фактор. сила.



Введем в  $K'$  силу инерции  $\vec{F}'_{in} = -m\vec{a}$



... позволяет превратить НСО в ИСО  
и исп-ть И.З.Н для отне-я св-ва. тела!