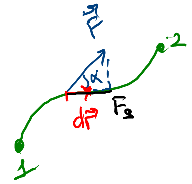
Элементарн. работа:

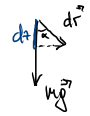
$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F\cdot dr\cdot\cos\alpha = F_S\cdot dS$$



Работа на конечном перемещ-и:

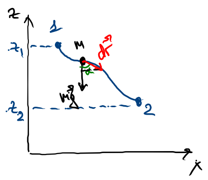
$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Мощность: $N = \frac{dA}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$



\# Работа силы тяжести

$dr = |d\vec{r}|$



Тело м в поле силы тяжести:

$$A = \int_1^2 m\vec{g}\cdot d\vec{r} = \int_1^2 m\cdot g\cdot dr\cdot\cos\alpha$$

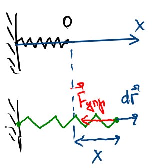
где: dz – приращение высоты

$$dr\cdot\cos\alpha = -dz$$

$$\Rightarrow A = -\int_{z_1}^{z_2} mg\cdot dz = mg(z_1 - z_2)$$

– не зависит от формы траект., а опред. только коорд. z начального и конечн. полож-я

\# Работа упругой силы



$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F}_{упр}\cdot d\vec{r} = -\int_{x_1}^{x_2} k\cdot x\cdot dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

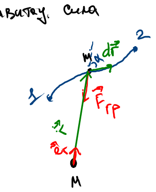
– не зависит от вида траек-и, а опред-ся начальной (x_1) и конечной (x_2) координ-й мат. точки.

$$dA = -F_{упр}\cdot dx = -k\cdot x\cdot dx$$

$\cos\alpha = -1$; т.к. $\alpha = 180^0$

\# Гравитац. сила

Тело м перемещ-ся в поле тела массой M



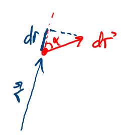
$$\vec{F}_{гр} = -\gamma\frac{M\cdot m}{r^2}\cdot\vec{e}_r$$

$\vec{e}_r$ – ед. вектор, направл-й по вектору $\vec{r}$

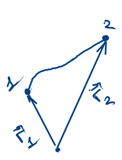
$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$dA = \vec{F}_{гр}\cdot d\vec{r} = -\gamma\frac{Mm}{r^2}\cdot\vec{e}_r\cdot\vec{r}$$

$$\vec{e}_r\cdot\vec{r} = 1\cdot r\cdot\cos\alpha = dr$$



где: dr – приращение модуля радиус-вектора $\vec{r}$

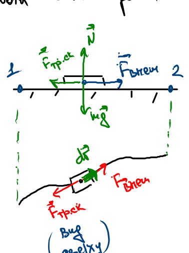


$$dA = \vec{F}_{гр}\cdot d\vec{r} = -\gamma\cdot\frac{M\cdot m}{r^2}\cdot dr$$

$$\Rightarrow A = \int_1^2 dA = -\int_{r_1}^{r_2}\gamma\frac{M\cdot m}{r^2}\cdot dr = \gamma Mm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

– не зависит от вида траектории

\# Работа силы трения



$\alpha = 180^0$

$$dA = \vec{F}_{тр.ск}\cdot d\vec{r} = F_{тр.ск}\cdot dr\cdot\cos\alpha =$$

$$= -F_{тр.ск}\cdot dr = -\mu\cdot N\cdot dS$$

$dS = |d\vec{r}|$ – элементарный путь

$$\Rightarrow A = \int_1^2 dA = -\int_1^2 \mu\cdot mg\cdot dS = -\mu\cdot mg\cdot S$$

где: S – путь, пройденный телом

$$\Rightarrow A = -\mu\cdot mg\cdot S$$

– зависит от пути, пройденного телом

$\Rightarrow$ консерват. и неконсерват. силы

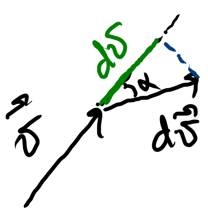
§ Кин. эн. матер. точки
Теорема об измен. кин. эн.

Эн. – физ. вел., характер-я спос-ть тела соверш. работу.

Пусть на м действ-т сила $\vec F$ ⇒ 1) возник-т $\vec a$

2) сила соверш. работу

$$dA = \vec F \cdot d\vec r = m\vec a \cdot d\vec r = m\cdot\frac{d\vec v}{dt}\cdot d\vec r = m\cdot d\vec v\cdot\frac{d\vec r}{dt} = m\cdot\vec v\cdot d\vec v$$



$$\vec v\cdot d\vec v = v\cdot dv\cdot\cos\alpha = |\vec v|\cdot|d\vec v|$$

приращение модуля вектора скорости

$$\Rightarrow dA = m\cdot v\cdot dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$dA = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{mv^2}{2}$$

→ любое тело, движущ. со скор. v обладает кин. эн. $\frac{mv^2}{2}$

Полная работа, соверш. F:

$$A = \int dA = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E$$ – интегральная форма теоремы об измен. кин. эн-и

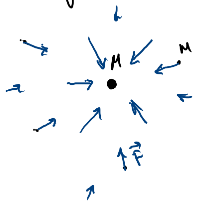
$$dA = dE = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$ – дифференц. форма теоремы об изм. кин. эн.

§ Потенц. эн-я.

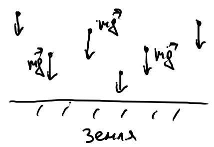
Пот. эн – ...

Силовое поле – ...

Гравитац. поле.



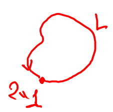
Поле сил тяжести



– однородное поле

– консервативные поле

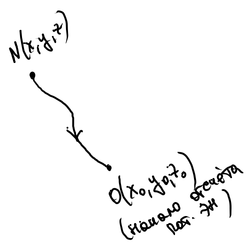
Замеч-е: Поле консерват-но если работа сил поля по замкнут. траект. = 0



$A = \oint_L \vec F d\vec r = 0$ $\quad \oint_L$ – интеграл по замкн. пути

$\oint_L \vec F d\vec r = 0 \Rightarrow$ поле $\vec F$ – консервативно

$E_п(\vec r) = E_п(x,y,z)$ – потенц. энергия



$$E_п = \int_{N(x,y,z)}^{O(x_0,y_0,z_0)} \vec F \cdot d\vec r$$

если $\vec r_0$ – рад. вектор т. O (точка начала отсчета $E_п$)
$\vec r$ – рад. вектор т. N

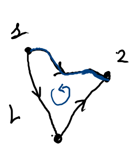
$$\Rightarrow E_п = \int_{\vec r}^{\vec r_0} \vec F \cdot d\vec r \quad (!)$$

Выбор нач. отсч. произволен

$\vec F \to 0$ при $\vec r_0 \to \infty \Rightarrow E_п(\infty) = 0 \Rightarrow E_п = \int_{\vec r}^{\infty} \vec F d\vec r = -\int_{\infty}^{\vec r} \vec F d\vec r$

⇒ Пот. эн. – есть работа, кот. соверш. силы поля при удал-и тела из задан. точки поля на ∞

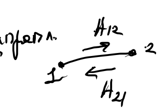
Рассм. работу конс. сил по 2м траект-м: (одна из кот. проходит ч/з нач. отсчета пот. эн.)



Поле консерват. $\Rightarrow \oint_L \vec F d\vec r = 0 = A_{10} + A_{02} + A_{21}$

$\Rightarrow -A_{21} = A_{10} + A_{02}$

но $A_{21} = -A_{12}$ т.к. изменяется направл. вектора $d\vec r$



$\Rightarrow A_{12} = A_{10} + A_{02} = \underset{E_{п_1}}{A_{10}} - \underset{E_{п_2}}{A_{20}}$

$\Rightarrow A_{12} = E_{п_1} - E_{п_2} = -(E_{п_2} - E_{п_1}) = -\Delta E_п$

$\Rightarrow A_{12} = -\Delta E_п$ – работа сил поля консерват. сил происходит за счет убыли потенц. эн.

Теор. об измен. пот. эн.

в интегр. форме

⇒ Для элемент. перемещ-я:

в дифференц. форме

$dA = -dE_п$