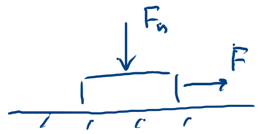
# Механическ. силы

## Сила трения

### Сухое трение




$F_n$ – сила нормальн. давления

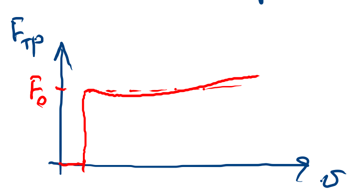
$F < F_0 \Rightarrow$ тело покоится $\Rightarrow$ действ-т сила трения покоя $\left(F_{трен.}^{покоя}\right)$

$F > F_0 \Rightarrow$ тело движется $\Rightarrow$ сила трения скольж-я $\left(F_{тр.}^{скольж}\right)$

$F_{трения}^{покоя}$ мгновен. уравн-т $F$ $\Leftrightarrow$ $\vec{F}_{трен.}^{покоя} = -\vec{F}$

$$F_{трен.}^{скольж.} = \mu \cdot F_n$$

$\mu$ – коэф. трения




### Вязкое трение – ...

а) При малых скоростях:

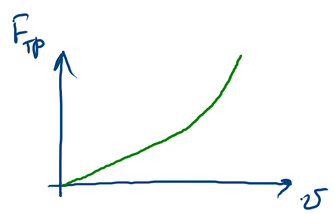
$$\vec{F}_{тр} = -b_1 \vec{v}$$

«–» $\Rightarrow$ сила направл. против $\vec{v}$

б) При больших скоростях:

$$\vec{F}_{тр} = -b_2 v^2 \vec{\tau}$$

$\vec{\tau}$ – ед. вектор, касат-й к траект.



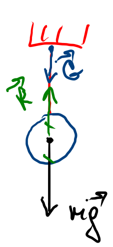

$b_1, b_2$ – коэф. сопротивл. среды

## Сила тяжести и вес тела

$$\vec{F}_{тяж} = m\vec{g}$$

$\vec{G}$ – вес тела – сила, с кот. тело действ-т на горизонт-ю опору или вертик-й подвес

Сила реакции – $\vec{R}, \vec{N}$ – силы, ограничив-е движ. тела

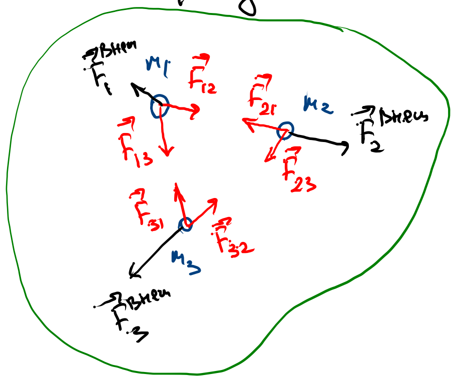



II з.Н: $\left.\begin{array}{l} \vec{F}_{тяж} = m\vec{g} = -\vec{R} \\ \vec{R} = -\vec{G} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{G} = m\vec{g}$

# § Зак. сохр-я имп-са системы матер. точек (тел)

Рассм-м систему из $n$ — матер. точек

$\forall\ m_i$ движется с $\vec{v}_i$ и на неё дей-т внутр. $\vec{F}_{ik}$ и внешняя сила $\vec{F}_i^{внеш}$




III з.Н: $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_1^{внеш}\\
&\ldots\\
&\frac{d}{dt}(m_i\vec{v}_i) = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_i^{внеш}\\
&\ldots\\
&\frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n) = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \ldots + \vec{F}_n^{внеш}
\end{aligned}\right\}$$

Сложим ур-я:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) + \frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) + \ldots + \frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n) = \frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n\right) = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\vec{F}_{ik} + \vec{F}_i^{внеш}\right) = \left[\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki} \Rightarrow \text{сумма по внутр. силам} = 0 \text{ т.е. } \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n}\vec{F}_{ik} = 0\right] = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{внеш}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{внеш} \quad !$$

$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = \vec{P}$ — $\underbrace{\text{импульс сист. тел}}$ (суммарный)

$\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{внеш} = \vec{F}_R^{внеш}$ — равнодейств. всех внешних сил

$$! \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_R^{внеш}$$ — зак. изм-я имп-са сист. мат. точек

Если на систему не действ. внешн. силы или $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i^{внеш} = 0$
$\Rightarrow$ суммарн. имп-с системы сохр-ся

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \overrightarrow{const}$$

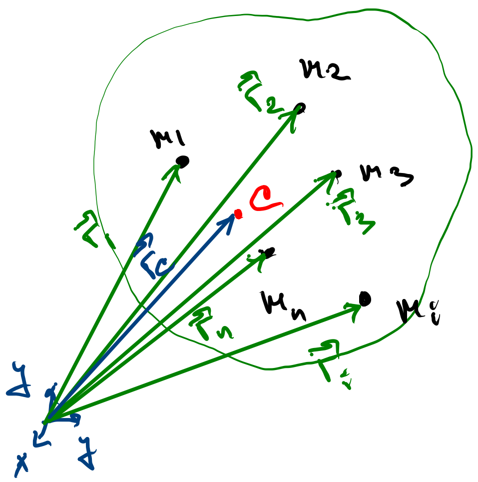
] Зак. сохр. имп-са системы мат. точек

Система на кот. не действ-т внеш. силы наз. замкнутой
$\Rightarrow$ Имп-с замкн. сист. сохр-ся !

# § Точка центра масс. Ур-е движ-я точки центра масс.

В сист. частиц $\exists$ точка, замен-я поведе-е всей системы

Точка $C$ = точка центра масс (центра инерции)




$$m = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i = m \cdot \vec{r}_c \Rightarrow \boxed{\vec{r}_c = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i}$$

или

$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}}$$ — полож-е радиуса-вектора точки центра масс

Скор-ть центра масс:

$$\vec{v}_c \equiv \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v}_i = \frac{1}{m} \cdot \vec{p}$$

где: $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v}_i$ — суммарн. имп-с системы

$$\Rightarrow \boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}_c}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}_c}{dt} \Rightarrow \vec{F}_R^{\,внеш} = m \cdot \vec{a}_c$$

где: $\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt}$ — ускор-е точки центра масс

$\vec{F}_R^{\,внеш}$

$$\boxed{m \cdot \vec{a}_c = \vec{F}_R^{\,внеш}}$$ — ур. движ-я центра масс системы

$$\vec{F}_R^{\,внеш} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{\,внеш}$$ — равнод-я внешних сил

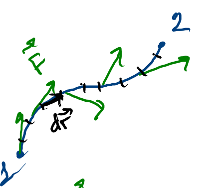
$\Rightarrow$ центр масс системы ч-ц движется так, как двиг-сь бы матер. точка (в кот. сосредоточ. масса всей системы) под дейст-м всех прилож-х к системе внешн. сил

!

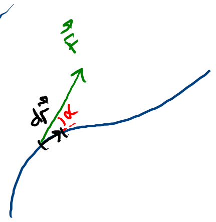
## Гл. Законы сохр-я энергии

### § Работа силы. Мощность.

Пусть частица под $\vec{F}$ перемещ-ся по траектории м/у 1 и 2




Разобьём траект. на элемент-е перемещ-я на кот-х $\vec{F} = const$




Элемент-я работа силы $\vec{F}$ на перемещ-и $d\vec{r}$ наз-ся:

$$dA \equiv \vec{F}\cdot d\vec{r} = F\cdot|d\vec{r}|\cdot\cos\alpha = F\cdot ds\cdot\cos\alpha = F_s\cdot ds$$

где: $\alpha$ - угол м/у $\vec{F}$ и $d\vec{r}$

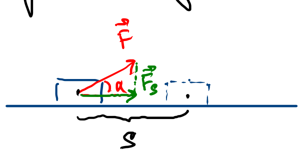
$ds = |d\vec{r}|$ - элемент-й путь

$F_s = F\cdot\cos\alpha$ — проекция $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$

$\Rightarrow$ Работа $\vec{F}$ на конечном перемещ-и м/у 1 и 2 = сумме работ по малым участкам

$$A = \sum \Delta A = \int_1^2 dA \equiv \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_1^2 F_s\cdot ds$$

\# Прямолинейн. движ-е под дей-м $\vec{F} = const$

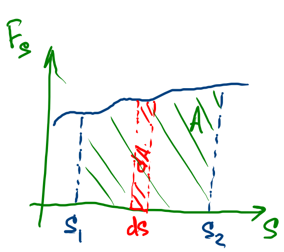



$$A = \int_1^2 F_s\cdot ds = F_s\cdot S = F\cdot S\cdot\cos\alpha$$

если $\cos\alpha > 0 \Rightarrow A > 0$

$\cos\alpha < 0 \Rightarrow A < 0$

$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A = 0$




Мощность - работа, соверш-я за ед. времени

Средняя мощ-ть:

$$N_{cp} \equiv \frac{A}{\Delta t}$$ ~ это работа за промеж-к времени $\Delta t$

Мгновенная мощ-ть:

$$N \equiv \frac{dA}{dt}$$

Пусть $\vec{F}$ за $dt$ соверш-т работу $dA = \vec{F}\cdot d\vec{r}$

$$\Rightarrow N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$\Rightarrow N = \vec{F}\cdot\vec{v}$$