$$f(v_x) \equiv \frac{dN_{v_x}}{N \cdot dv_x} = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}}$$

dN_{v_x} - кол-во молек. v_x которых нах-ся в $(v_x ; v_x + dv_x)$

$f(v_y)$ $\quad$ $f(v_z)$

$$\frac{dN_{v_x, v_y, v_z}}{N} = f(v_x) \cdot dv_x \cdot f(v_y) \cdot dv_y \cdot f(v_z)\, dv_z \equiv f(\vec{v})\, dv_x\, dv_y\, dv_z$$

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$

$$\Rightarrow f(\vec{v}) \equiv f(v_x, v_y, v_z) \equiv \frac{dN_{v_x v_y v_z}}{N\, dv_x\, dv_y\, dv_z}$$

где: $dN_{v_x v_y v_z}$ — кол-во частиц вектор ск-ти кот-х таков, его проекции одновременно попадают в $(v_x, v_x + dv_x)$ $(v_y ; v_y + dv_y)$ $(v_z ; v_z + dv_z)$

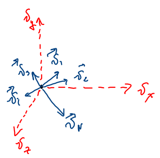
§ Распред-е Максвелла по абсолютным знач-м скорости

ф-е распр. Макс. по скоростям $\vec{v}$:

$$f(\vec{v}) \equiv f(v_x, v_y, v_z) = \frac{dN_{v_x, v_y, v_z}}{N \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z}$$

или $f(\vec{v}) = \dfrac{dN_{\vec{v}}}{N \cdot d\vec{v}}$

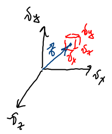
Отложим все вектора ск-тей $\vec{v}$ от общего начала $\Rightarrow$ фазовое пр-во скоростей (Ф.П.)



в нём: $d\vec{v} \equiv dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z$ – малый объём в Ф.П.

$$\Rightarrow f(\vec{v}) \equiv \frac{dN_{\vec{v}}/N}{d\vec{v}} = \frac{dP_{\vec{v}}}{dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z}$$

– есть плотность сост-й молекул со ск. $\vec{v}$, т.е. доля молек. ск-ти кот-х попадают в „бо-малый кубик" $dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z$ на конце заданного вектора ск-ти $\vec{v}$



$\Rightarrow f(\vec{v})$ – характер-т распред-е молек. по вектору ск-ти

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}}$$ – симметрична и не зависит от $\vec{v}$

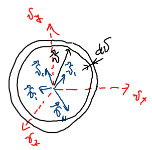
Пусть хотим найти:

dN_v – число молек, абсолютные величины ск-тей кот. лежат $(v, v+dv)$

$\Rightarrow$ направл-е $\vec{v}$ не интересует

Найдём вер-ть того, что модуль ск-ти заключён в $(v, v+dv)$

$$dP_v = \frac{dN_v}{N} \equiv F(v) \cdot dv$$



молек. попадающ. в $(v, v+dv)$ – лежат внутри шар. слоя радиус v и толщиной dv

$\Rightarrow$ в объёме: $4\pi v^2 \cdot dv$

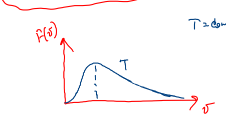
плотн-ть сост-й $\underbrace{}_{f(\vec{v})}$ внутри слоя постоянна и не зависит от $\vec{v}$

$$\Rightarrow \frac{dN_v}{N} = f(\vec{v}) \cdot 4\pi v^2 \cancel{dv} \equiv F(v) \cdot \cancel{dv}$$

$$\Rightarrow F(v) = f(\vec{v}) \cdot 4\pi \cdot v^2 = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} \cdot 4\pi v^2$$

$$\Rightarrow F(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$ – ф-я распред. Максвелла по модулю ск-ти

$T = const$



§ Св-ва ф. распред. Максв. Средн. ск-ти молекул.

1°. Мало частиц с малыми v и больш. v

2°. $\displaystyle\int_0^\infty F(v)\,dv = \int \frac{dN}{N} = \frac{N}{N} = 1 \Rightarrow \int_0^\infty F(v)\,dv = 1$ – усл-е нормировки

3°. Максимум $F(v)$ – при наиболее вероятной ск-ти $v_{вер}$

$$\left.\frac{dF}{dv}\right|_{v_{вер}} = 0 \qquad F(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$

v и v^2 связаны $\Rightarrow$ м. диффер-ть по v^2: $\dfrac{dF}{dv^2} = \dfrac{dF}{dv} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dF}{dv^2} = \frac{d}{dv^2}\left(v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}\right) = \left(1 - v^2 \cdot \frac{m_0}{2kT}\right) \left. e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \right|_{v^2 = v^2_{вер}} = 0$$

$$\Rightarrow v^2_{вер} = \frac{2kT}{m_0} \Rightarrow v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

Пусть известны:

$A(v)$ и $F(v)$ как найти $\langle A \rangle$

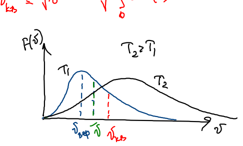
$$\Rightarrow \langle A \rangle \equiv \int_0^\infty A(v) \cdot F(v) \cdot dv$$!

\# Средняя ск-ть:

$$\langle v \rangle \equiv \bar{v} = \int_0^\infty v \cdot F(v) \cdot dv = \ldots = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m_0}}$$

\# Средняя квадратичная ск-ть:

$$v_{кв} \equiv \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\int_0^\infty v^2 F(v)\,dv} = \ldots = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$ (! см. далее)



$v_{вер} : \bar{v} : v_{кв} = 1 : 1{,}13 : 1{,}22$

тл. Термодинамика

§ I начало Т/Д.

$$\boxed{\Delta Q = \Delta U + \Delta A}$$ — I нач. Т/Д.

ΔQ – получ. тепла, сообщ. телу

ΔU – измен. внутр. эн.

ΔA – соверш. телом работа

„Δ" ≡ получ.

$\Delta Q > 0 \Rightarrow$ тело получает тепло

$\Delta A > 0 \Rightarrow$ тело совершает работу над внешн. телами

$\Delta U \equiv U_2 - U_1$

$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$ – интегральн. форма

$dQ = dU + dA$ – дифференц. форма

„d" – ∞ – малая получ.

Тело – ид. газ:

$dQ = dU + p \cdot dV$ I н. Т/Д для ид. газа

§ Теплоёмкость одноатомн. и многоатомн. газов

$C_{уд}$:

если dQ – кол-во тепла, подвед. к m для увелич. температуры на dT

$$\Rightarrow C_{уд} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$$

C_{μ}:

если dQ – кол-во тепла, подвед. к ν – молям, чтобы увелич. на dT

$$\Rightarrow C_{\mu} = \frac{1}{\nu} \frac{dQ}{dT}$$

Связь $C_{уд}$ и C_{μ}: $C_{уд} = \frac{C_{\mu}}{\mu}$

В дальнейшем! б. рассм-ть только молярн. $C_{\mu} \equiv C$

1) $p = const$
2) $V = const$

1) Теплоёмк-ть (молярная) при $V = const$; $C_V = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_{V = const}$

$\nu = 1$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} dQ = dU + dA \\ dA = p \cdot dV = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow dQ = dU \Rightarrow C_V = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} = \left[U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T \right]_{m = \mu} =$$

$$= \frac{\frac{i}{2} R \cdot dT}{dT} = \frac{i}{2} R$$

$$\boxed{C_V = \frac{i}{2} \cdot R}$$

2) Тепл-ть (молярн.) при $p = const$:

$dQ = dU + dA$ $\quad pV = \frac{m}{\mu} RT$; $m = \mu \Rightarrow pV = RT$

$dA = p \cdot dV$ $\quad \Rightarrow p \cdot dV = R \cdot dT$

$$\Rightarrow dA = p\,dV = R \cdot dT$$

$$\Rightarrow dQ = dU + R \cdot dT = \frac{i}{2} R \cdot dT + R \cdot dT$$

$$\Rightarrow C_p = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_{p = const} = \frac{R\,dT \left(\frac{i}{2} + 1\right)}{dT} = \frac{i}{2} R + R = C_V + R$$

$$\Rightarrow \boxed{C_p = C_V + R}$$ – формула Майера.